#### UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA CENTRO DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

## CONTRIBUIÇÃO AO CONTROLE DE MÁQUINAS DE VIBRAÇÃO ELETRODINÂMICAS

TESE DE DOUTORADO

Leandro Della Flora

Santa Maria, RS, Brasil 2009

## CONTRIBUIÇÃO AO CONTROLE DE MÁQUINAS DE VIBRAÇÃO ELETRODINÂMICAS

por

### Leandro Della Flora

Tese apresentada ao Curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Processamento de Energia, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Doutor em Engenharia Elétrica**.

Orientador: Prof. Hilton Abílio Gründling

Santa Maria, RS, Brasil 2009

#### Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

	Della Flora, Leandro, 1979–
D357c	Contribuição ao Controle de Máquinas de Vibração
	Eletrodinâmicas / por Leandro Della Flora ; orientador
	Hilton Abílio Gründling. – Santa Maria, 2009. 280 f. : il.
	Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa
	Maria, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação
	em Engennaria Eletrica, K5, 2009.
	1. Engenharia Elétrica 2. Teste de vibração
	3. Vibrador eletrodinâmico 4. Sistema de controle digital
	5. Acelerômetro piezoelétrico 6. Inversor com modulação
	II Título
	CDU: 621.317.7

Ficha catalográfica elaborada por Luiz Marchiotti Fernandes CRB-10/1160 Biblioteca Setorial do Centro de Ciências Rurais da UFSM

#### **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

DELLA FLORA, L. Contribuição ao Controle de Máquinas de Vibração Eletrodinâmicas. 2009. 280 f. Tese de Doutorado – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria.

©2009

Todos os direitos autorais reservados a Leandro Della Flora. A reprodução de partes ou do todo deste trabalho só poderá ser feita com autorização por escrito do autor. Endereço: R. Serafim Dornelles Vargas, 2219, São Borja, RS, 97.670-000 Fone: +55 55 34311926; Cel: +55 55 9945 3346; Endereço Eletrônico: ldellaflora@gmail.com

### Universidade Federal de Santa Maria Centro de Tecnologia Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

A Comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova a Tese de Doutorado

### CONTRIBUIÇÃO AO CONTROLE DE MÁQUINAS DE VIBRAÇÃO ELETRODINÂMICAS

elaborada por **Leandro Della Flora** 

como requisito parcial para obtenção do grau de **Doutor em Engenharia Elétrica** 

#### COMISSÃO EXAMINADORA:

Hilton Abílio Gründling, Dr. Sc. (UFSM) (Presidente/Orientador)

Cassiano Rech, Dr. Eng. (UDESC)

Herbert Martins Gomes, Dr. (UFRGS)

Leandro Michels, Dr. Eng. (UDESC)

Humberto Pinheiro, Ph.D. (UFSM)

Santa Maria, 20 de Março de 2009

À minha noiva, Daiane, aos meus pais, Volmir e Odila, e irmãos, Luciano e Lucieli.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço ao professor Hilton Abílio Gründling por sua orientação, encorajamento e apoio durante todas as etapas da realização deste trabalho.

Aos professores Hélio Leães Hey, Humberto Pinheiro e José Renes Pinheiro pelos conhecimentos e experiências transmitidos ao longo do curso de doutorado.

À empresa Data Physics Corporation pela oportunidade e suporte durante o estágio no exterior, em especial a Sri Ramya Welaratna, David Snyder, Sabine Castagnet, Aurel Stangu e Jeanne Stolar. Ao propiciar condições para realizar parte dos testes experimentais relatados, o estágio contribuiu diretamente com o desenvolvimento da tese.

À Universidade Federal de Santa Maria – UFSM, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – PPGEE, ao Núcleo de Pesquisa e Desenvolvimento em Engenharia Elétrica – NUPEDEE, ao Grupo de Eletrônica de Potência e Controle – GEPOC, ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES. Em especial ao CNPq pela bolsa de doutorado e à CAPES pela bolsa de doutorado sanduíche no exterior.

Aos amigos e colegas, em especial a Diego Dias Marquezini, Diego Einloft, Helder Tavares Câmara, Jorge Rodrigo Massing, Jumar Russi, Márcio Stefanello, Matheus Alexandre Bevilaqua, Milena Sabrina Dias, Rafael Cardoso, Rodrigo Varella Tambara e Rodrigo Zelir Azzolin pelo companheirismo, cooperação e agradável convivência.

Por fim, gostaria de expressar eterna gratidão à minha família. O amor e a compreensão que compartilhamos formam os alicerces de todas as realizações em minha vida.

#### RESUMO

Tese de Doutorado Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil

### CONTRIBUIÇÃO AO CONTROLE DE MÁQUINAS DE VIBRAÇÃO ELETRODINÂMICAS

Autor: Leandro Della Flora Orientador: Hilton Abílio Gründling

Local da Defesa e Data: Santa Maria, 20 de Março de 2009.

Este trabalho apresenta contribuições ao controle de aceleração senoidal de vibradores eletrodinâmicos utilizados em ensaios de vibração. Considerando a importância de testes com aceleração senoidal para identificar freqüências críticas de operação e determinar a resistência de materiais e estruturas, são desenvolvidos controladores para a máquina de vibração com o propósito de garantir que a amplitude e a freqüência da aceleração imposta à estrutura sob teste correspondam aos valores de referência. Na solução do problema, admitem-se duas abordagens distintas: controle no domínio do tempo, onde o valor instantâneo da aceleração é ajustado para seguir a referência senoidal, e controle no domínio da freqüência, no qual apenas a amplitude ou o valor eficaz da aceleração é regulado conforme a magnitude de referência. As técnicas propostas com base nestas abordagens são implementadas numa plataforma de controle digital e avaliadas experimentalmente.

O desenvolvimento dos controladores de vibrações é complementado por contribuições ao estudo do modelo dinâmico do vibrador, à instrumentação aplicada para realimentar a aceleração e ao controle da tensão de amplificadores de potência que utilizam inversores com modulação por largura de pulso para acionar a máquina. Com relação ao modelo do vibrador, é descrito um método que permite determinar experimentalmente os parâmetros mecânicos de um modelo com dois graus de liberdade, o qual representa o comportamento da máquina devido à suspensão e à rigidez finita da armadura. Um procedimento de projeto e realização prática de pré-amplificadores de carga e de um circuito de condicionamento para acelerômetros piezoelétricos é apresentado. Um algoritmo adaptativo robusto por modelo de referência é avaliado no controle da tensão de saída de um amplificador industrial projetado para excitar o enrolamento da armadura do vibrador. A análise experimental do impacto do controlador adaptativo é realizada considerando não apenas a melhoria no desempenho do amplificador, mas também em termos dos reflexos na performance de uma plataforma comercial de controle de ensaios de vibrações.

**Palavras-chave:** teste de vibração, vibrador eletrodinâmico, sistema de controle digital, acelerômetro piezoelétrico, inversor com modulação por largura de pulso.

#### ABSTRACT

Doctoral Thesis Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brazil

#### CONTRIBUTION TO THE CONTROL OF ELECTRODYNAMIC VIBRATION MACHINES

Author: Leandro Della Flora Advisor: Hilton Abílio Gründling

Place and Date: Santa Maria, March 20, 2009.

This work presents contributions to the sinusoidal acceleration control of electrodynamic shakers applied in vibration testing. Considering the importance of sine tests to identify critical frequencies of operation and to determine mechanical weakness in the specified performance of specimens, vibration controllers are designed to reproduce the amplitude and the frequency of the reference acceleration specifically at the interface between the shaker and the structure under test. Two distinct approaches are considered to solve the control problem: time domain control, where the acceleration instantaneous value is adjusted to track the sinusoidal reference, and frequency domain control, in which only the amplitude or the root mean square value of the acceleration is compensated to follow the reference magnitude. The solutions developed based on these two different approaches are implemented in a digital control platform and experimentally evaluated.

The development of vibration controllers is complemented by contributions to the study of the shaker dynamic model, as well as to the instrumentation applied to measure and feedback the acceleration and to the voltage control of switching-mode power amplifiers designed to drive the shaker. Regarding the vibration machine dynamic model, a method is proposed to experimentally identify the mechanical parameters of a two degrees of freedom system that represents the suspension resonance and the finite armature stiffness of the electrodynamic shaker. A procedure is developed to design and implement charge mode preamplifiers and signal conditioning circuits for piezoelectric accelerometers. A robust model reference adaptive algorithm is applied to control the output voltage of an industrial switching-mode power amplifier. The experimental analysis of the adaptive controller considers not only the improvements on the power amplifier performance, but also the of impact over the behavior of a commercial digital vibration control system.

**Keywords:** vibration testing, electrodynamic shaker, digital control system, piezoelectric accelerometer, pulse width modulated inverter.

# SUMÁRIO

Introdução	34
Considerações Gerais	34
Testes de Vibração	34
Aparato Típico em Testes de Vibração	36
Testes de Vibração Senoidal	38
Controle de Aceleração Senoidal	42
Revisão Bibliográfica	45
Escopo da Tese	46
Organização da Tese	48
Vibradores Eletrodinâmicos	50
Considerações Gerais	50
Princípio de Funcionamento	51
Modelo Dinâmico	53
.1 Operação em Modo Corrente	55
.2 Operação em Modo Tensão	58
.3 Impedância Equivalente da Armadura	61
.4 Limitações do Modelo Dinâmico	64
Limites de Operação	67
Identificação de Parâmetros	72
.1 Identificação dos Parâmetros Mecânicos	74
.2 Identificação dos Parâmetros Elétricos	80
	Introdução         Considerações Gerais         Testes de Vibração         Aparato Típico em Testes de Vibração         Aparato Típico em Testes de Vibração         Testes de Vibração Senoidal         Controle de Aceleração Senoidal         Controle de Aceleração Senoidal         Revisão Bibliográfica         Escopo da Tese         Organização da Tese         Organização da Tese         Organização da Tese         Vibradores Eletrodinâmicos         Considerações Gerais         Princípio de Funcionamento         Modelo Dinâmico         1         Operação em Modo Corrente         2         Operação em Modo Tensão         3       Impedância Equivalente da Armadura         4       Limitações do Modelo Dinâmico         1       Identificação des Parâmetros         1       Identificação dos Parâmetros Mecânicos         2       Identificação dos Parâmetros Selétricos

2.6	Sumário	80
3 I	nstrumentação para Ensaios de Vibração	83
3.1	Considerações Gerais	83
3.2	Acelerômetros Piezoelétricos	86
3.2.1	Operação do Acelerômetro	86
3.2.2	2 Sensibilidade	86
3.2.3	8 Resposta em Freqüência	87
3.3	Pré-Amplificador de Carga	88
3.4	Condicionamento de Sinais	91
3.4.1	Análise CC	92
3.4.2	2 Análise CA	93
3.5	Sensibilidade da Instrumentação	94
3.6	Projeto do Pré-Amplificador e Condicionador	94
3.6.1	Especificações para Projeto	94
3.6.2	Procedimento de Projeto	96
3.6.2	2.1 Escolha do Acelerômetro	96
3.6.2	2.2 Projeto do Circuito Pré-Amplificador	97
3.6.2	2.3 Projeto do Circuito Condicionador de Sinais	98
3.6.3	Implementação	99
3.6.4	Calibração	101
3.7	Sumário	102
4 (	Controle de Tensão do Amplificador de Potência	106
4.1	Considerações Gerais	106
4.2	Descrição do Amplificador	111
4.3	Motivação para o Controle de Tensão	113
4.4	Sistema de Controle de Tensão do Amplificador	117

4.4.1 Descrição da Planta e Objetivo do Controle	122
4.4.2 Lei de Controle e Algoritmo de Adaptação Paramétrica	123
4.4.3 Projeto do Controlador	125
4.4.4 Implementação Digital	131
4.4.5 Análise de Desempenho Experimental	133
4.4.5.1 Impacto no Desempenho do Amplificador DSA1-1K	133
4.4.5.2 Impacto no Desempenho da Plataforma Signal Star Scalar $\ .\ .\ .$ .	144
4.4.5.3 Análise de Desempenho	144
4.5 Sumário	146
5 Controle de Aceleração Senoidal no Domínio do Tempo	148
5.1 Considerações Gerais	148
5.2 Um Controlador Feedforward Robusto	149
5.2.1 Descrição da Planta e Estrutura do Controlador	149
5.2.2 Controlador de Forma de Onda	152
5.2.3 Controlador de Amplitude	154
5.2.4 Modificações para Controlar Aceleração Randômica	155
5.3 Controlador de Aceleração Proposto	156
5.3.1 Estrutura do Controlador	156
5.3.1.1 Compensador do Modo da Suspensão	157
5.3.1.2 Compensador do Modo do Enrolamento Móvel	159
5.3.1.3 Compensador para Rastreamento da Referência	160
5.3.1.4 Filtro Passa-Banda	160
5.3.2 Projeto do Controlador	161
5.3.3 Discretização dos Compensadores	163
5.3.4 Análise de Estabilidade	163
5.3.5 Implementação Digital	164

5.3.6	Análise de Desempenho Experimental	167
5.4 \$	Sumário	172
6 Co	ontrole de Aceleração Senoidal no Domínio da Freqüência	177
6.1 (	Considerações Gerais	177
6.2 I	Fundamentos do Controle de Magnitude	178
6.2.1	Controlador Elementar de Magnitude	179
6.2.2	Esquema de Controle Logarítmico	179
6.2.3	Malhas de Auto-Escala	180
6.2.4	Atenuador de Saída	181
6.2.5	Oscilador Digital	181
6.2.6	Detecção de Amplitude	182
6.2.7	Taxa de Compressão	183
6.2.8	Ação de Controle	184
6.2.9	Ajuste da Taxa de Compressão	184
6.3 U	Jm Controlador de Aceleração Eficaz	186
6.3.1	Estrutura de Controle	187
6.3.2	Detector de Valor Eficaz e Malha de Auto-Escala	187
6.3.3	Modelagem do Sistema de Controle	189
6.3.4	Projeto do Sistema de Controle	190
6.3.4.1	Projeto do Filtro Passa-Baixas	191
6.3.4.2	2 Projeto do Ganho do Integrador	191
6.3.5	Taxa de Compressão Adaptativa	195
6.4 N	Modificando o Controlador de Aceleração Eficaz	197
6.4.1	Estrutura do Sistema de Controle	198
6.4.2	Modelagem do Sistema de Controle	198
6.4.3	Projeto do Sistema de Controle	199

6.4.3.1 Projeto do Filtro Passa-Baixas	199
6.4.3.2 Projeto do Ganho do Integrador	200
6.4.4 Taxa de Compressão Máxima	202
6.4.5 Discretização do Sistema de Controle	203
6.4.5.1 Ação de Controle	203
6.4.5.2 Efeitos do Atraso de Transporte	204
6.4.6 Análise de Desempenho por Computador	205
6.5 O Filtro de Rastreamento	211
6.5.1 $$ Filtro de Rastreamento com Detector de Freqüência Intermediária 0Hz $$ .	214
6.5.2 Simplificando o Filtro de Rastreamento	217
6.5.3 Compensação do Atraso de Transporte	220
6.6 Inserindo o Filtro de Rastreamento	221
6.6.1 Modelagem do Sistema de Controle	222
6.6.2 Projeto do Ganho do Integrador	222
6.6.3 Taxa de Compressão Máxima	223
6.6.4 Discretização do Sistema de Controle	224
6.6.5 Análise de Desempenho por Computador	227
6.7 Procedimento de Inicialização e Desligamento	228
6.7.1 Tempo de Acomodação da Resposta do Controlador	231
6.7.2 Inicialização e Desligamento Suave	233
6.8 Análise Experimental	236
6.8.1 Avaliação Experimental com o Filtro Desafio	236
6.8.2 Avaliação Experimental com a Máquina de Vibração	239
6.8.2.1 Descrição do Sistema	239
6.8.2.2 Determinação da Resposta em Freqüência	240
6.8.2.3 Determinação do Perfil de Referência	243

6.8.2	2.4 Avaliação Experimental	246
6.8.3	3 Análise de Desempenho	246
6.9	Sumário	252
7 (	Conclusões	256
7.1	Síntese do Trabalho	256
7.2	Contribuições do Autor	258
7.3	Sugestões para Trabalhos Futuros	259
Ref	erências	261
Apé	èndice A – Faixa Dinâmica de Plataformas Digitais de Controle de	
]	Ensaios de Vibração	267
A.1	Considerações Gerais	267
A.2	Importância da Faixa Dinâmica	267
A.3	Conversores de Dados com Arquitetura $\Sigma\Delta$	268
Apé	èndice B – Filtro Desafio	273
B.1	Considerações Gerais	273
B.2	Estudo da Faixa Dinâmica do Controlador	273
B.3	O Filtro Desafio	274
Ane	exo A – Fotografias dos Equipamentos Utilizados	278

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Aparato típico para a realização de ensaios de vibração	37
Figura 2	Perfil típico da aceleração de referência em ensaios senoidais	40
Figura 3	Exemplo de resposta em freqüência medida de $v_o^*$ para $a. \ldots \ldots$	43
Figura 4	Estrutura elementar da máquina de vibração eletrodinâmica	52
Figura 5 elétrico	Modelo da máquina de vibração. (a) Modelo mecânico. (b) Modelo	54
Figura 6 da arm	Determinação das equações do modelo mecânico. (a) Enrolamento nadura. (b) Mesa de vibração. (c) Corpo da máquina	56
Figura 7 lament $(M_D =$	Resposta em freqüência da aceleração da mesa de vibração, do enro- o móvel e do corpo da máquina com relação à corrente da armadura = 10 kg)	58
Figura 8 lação à Fase	Resposta em freqüência da aceleração da mesa de vibração com re- a corrente e à tensão da armadura ( $M_D = 10$ kg). (a) Magnitude. (b)	61
Figura 9 da arn mento	Resposta em freqüência da aceleração da mesa com relação à tensão nadura considerando diferentes valores da resistência $R$ do enrola- móvel ( $M_D = 10$ kg)	62
Figura 10 do corj	Variação da impedância do enrolamento da armadura com a massa po de prova. (a) Magnitude. (b) Fase	63
Figura 11 e (b) a	Resposta de um corpo de prova não-rígido à excitação com (a) força celeração de magnitude constante	66
Figura 12 S-100.	Limites de operação nominais da máquina de vibração Data Physics	69
Figura 13 Physic	Limite de operação nominal e real da máquina de vibração Data s S-100	70
Figura 14 cação o acelera	Aceleração máxima eficaz para um corpo de prova de 10kg, indi- dos fatores limitantes e da corrente e tensão necessárias para obter a Ição máxima	71
Figura 15 conside do enre	Modelo mecânico da máquina de vibração em regime permanente erando: (a) Modo da suspensão. (c) Faixa intermediária. (c) Modo olamento móvel	75
Figura 16 ferênci	Resposta em freqüência experimental e simulada da função de trans- a $G_{i_o a}(s)$ com $M_D = 0$ kg. (a) Magnitude. (b) Fase	78

Figura 17 ferênci	Resposta em freqüência experimental e simulada da função de trans- a $G_{i_o a}(s)$ com $M_D = 0,435$ kg. (a) Magnitude. (b) Fase	79
Figura 18	Resistência e indutância do enrolamento da armadura	80
Figura 19	Relação entre deslocamento, velocidade e aceleração (BROCH, 1980).	83
Figura 20 1987).	Configuração típica do acelerômetro piezoelétrico (SERRIDGE; LICHT,	86
Figura 21 1987).	Circuito equivalente do acelerômetro piezoelétrico (SERRIDGE; LICHT,	87
Figura 22 2001).	Resposta em freqüência típica do acelerômetro piezoelétrico (CHU,	88
Figura 23 a um p	Circuito equivalente do acelerômetro e cabo de interface conectados pré-amplificador de carga (SERRIDGE; LICHT, 1987).	88
Figura 24	Circuito equivalente do pré-amplificador de carga	89
Figura 25	Variação da sensibilidade do pré-amplificador com a freqüência	91
Figura 26	Circuito condicionador de sinais.	92
Figura 27	Circuito equivalente para análise CC	92
Figura 28	Circuito equivalente para análise CA	93
Figura 29	Resposta em freqüência do circuito de condicionamento de sinais.	95
Figura 30 sinais.	Implementação do circuito pré-amplificador e de condicionamento de	100
Figura 31	Circuito equivalente do capacitor de realimentação	101
Figura 32	Instrumentação da aceleração de controle. (a) Erro. (b) Linearidade.	103
Figura 33	Instrumentação da aceleração de resposta. (a) Erro. (b) Linearidade.	104
Figura 34	Ruído residual. (a) Aceleração de controle. (b) Aceleração de resposta.	105
Figura 35	Elementos básicos de um amplificador digital.	107
Figura 36	Diagrama simplificado do amplificador DSA1-1K	112
Figura 37 onda.	Tensão de saída do amplificador DSA1-1K em 5Hz. (a) Forma de (b) Espectro relativo à componente fundamental	114
Figura 38 onda.	Tensão de saída do amplificador DSA1-1K em 5kHz. (a) Forma de (b) Espectro relativo à componente fundamental	115
Figura 39 de mas	Resposta em freqüência do amplificador DSA1-1K sob três condições sa do corpo de prova instalado no vibrador V55	116
Figura 40	Diagrama representando a inserção do controlador auxiliar de tensão.	117
Figura 41 sob du baixa f	Resposta ao degrau de 200mV na entrada do amplificador DSA1-1K as condições de massa do corpo de prova. Modos de: (a) alta e (b) freqüência.	119

Figura 42	Resposta em freqüência do amplificador DSA1-1K e do modelo $G(s)$ .	120
Figura 43 200mV	Resposta do amplificador DSA1-1K e do modelo $G(s)$ ao degrau de	121
Figura 44	Resposta de $G(s)$ e da parte modelada $G_o(s)$ ao degrau de 200mV.	126
Figura 45	Resposta em freqüência de $G(s)$ , $G_o(s) \in \mu \Delta_m(s)$	127
Figura 46 Magnit	Comparativo entre $\overline{G}_o(s)$ e $W_m(s)$ : (a) Resposta ao degrau. (b) tude da resposta em freqüência	129
Figura 47	Controlador de tensão adaptativo robusto por modelo de referência.	132
Figura 48 Fechad	Referência $v_m$ e resposta $v_o$ da planta com malha: (a) Aberta. (b) la	134
Figura 49 Fechad	Referência $v_m$ e resposta $v_o$ da planta com malha: (a) Aberta. (b) la	136
Figura 50 Fechad	Referência $v_m$ e resposta $v_o$ da planta com malha: (a) Aberta. (b) la	137
Figura 51 (a) Va malha	Desempenho do sistema de controle durante varredura a 4 oit/min. riação da freqüência. (b) Referência $v_m$ e resposta $v_o$ da planta em aberta	138
Figura 52 (a) Representation (a)	Desempenho do sistema de controle durante varredura a 4 oit/min. ferência $v_m$ e resposta $v_o$ da planta em malha fechada. (b) Erro de mento $v_m - v_o$	139
Figura 53 (a) Sin	Desempenho do sistema de controle durante varredura a 4 oit/min. al de controle $u$ . (b) Parâmetros $\boldsymbol{\theta}$ do controlador	140
Figura 54 de ban Magnit	Desempenho do sistema de controle com referência $v_o^*$ randômica ada larga (2kHz). (a) Referência $v_m$ e resposta $v_o$ da planta. (b) tude relativa de $v_o(s)/v_o^*(s)$	141
Figura 55 de ban Magnit	Desempenho do sistema de controle com referência $v_o^*$ randômica ada larga (5kHz). (a) Referência $v_m$ e resposta $v_o$ da planta. (b) tude relativa de $v_o(s)/v_o^*(s)$	142
Figura 56 com ex (a) 2kI	Adaptação inicial dos parâmetros $\boldsymbol{\theta}$ do controlador durante ensaio kcitação $r$ randômica de banda larga. Espectro uniforme de 5Hz a: Hz. (b) 5kHz	143
Figura 57 varredu tensão	Desempenho do controlador de vibrações SignalStar Scalar durante ura a 4 oit/min. (a) Sem controle da tensão. (b) Com controle da	145
Figura 58 (1999b	Diagrama esquemático do controlador proposto por Chen e Liaw )	150
Figura 59	Modelo dinâmico. (a) Circuito equivalente. (b) Diagrama de blocos.	151
Figura 60	Controlador de forma de onda proposto por Chen e Liaw (1999b)	152
Figura 61	Controlador de amplitude proposto por Chen e Liaw (1999b)	154

Figura 62 (2002).	Controlador de aceleração randômica proposto por Liaw, Yu e Chen	155
Figura 63	Controlador digital de aceleração	157
Figura 64	Resposta em freqüência $v_o(s)/v_o^*(s)$ do amplificador linear PA300E.	161
Figura 65	Resposta de $G_{ab3}(s)$ à excitação senoidal sen $(\omega_o t)$ com $\omega_o = 2\pi 10$ Hz.	162
Figura 66 de $\varepsilon_a$ p	Resposta em freqüência das funções de transferência de $v_o^*$ para $a$ e para $a'$ com $M_D = 0.142$ kg e $\omega_o = 2\pi \times 10$ Hz. (a) Magnitude. (b) Fase.	165
Figura 67 de $\varepsilon_a$ p	Resposta em freqüência das funções de transferência de $v_o^*$ para $a$ e bara $a' \operatorname{com} M_D = 0,142 \operatorname{kg} e \omega_o = 2\pi \times 2 \operatorname{kHz}$ . (a) Magnitude. (b) Fase.	166
Figura 68 0,435kg	Referência $a^*$ e aceleração $a'$ em 10Hz. (a) $M_D = 0$ kg. (b) $M_D =$ g	168
Figura 69 0,435kg	Referência $a^*$ e aceleração $a'$ em 2kHz. (a) $M_D = 0$ kg. (b) $M_D =$ g	169
Figura 70	Variação da freqüência durante a varredura logarítmica	170
Figura 71 por mi rastrea	Desempenho do sistema de controle durante varredura a 4 oitavas nuto com $M_D = 0$ kg. (a) Referência $a^*$ e aceleração $a'$ . (b) Erro de mento $\varepsilon_a$	171
Figura 72 por mi de rast	Desempenho do sistema de controle durante varredura a 4 oitavas nuto com $M_D = 0.435$ kg. (a) Referência $a^*$ e aceleração $a'$ . (b) Erro reamento $\varepsilon_a$	172
Figura 73 (a) $M_L$	Sinal de comando $v_o^*$ durante varredura a 4 oitavas por minuto com: $p = 0$ kg e (b) $M_D = 0.435$ kg	173
Figura 74 $v_o^*$ para	Resposta em freqüência da função de transferência considerada de a $a \operatorname{com} M_D = 0,142$ kg. (a) Magnitude. (b) Fase	174
Figura 75 $\varepsilon_a$ para	Resposta em freqüência da função de transferência considerada de a $a' \operatorname{com} M_D = 0,142 \operatorname{kg} e \omega_o = 2\pi \times 142,5 \operatorname{Hz}$ . (a) Magnitude. (b) Fase.	175
Figura 76	Controlador elementar de magnitude (RATZ, 1975)	179
Figura 77	Curvas de taxa de compressão automática (RATZ, 1975)	186
Figura 78	O sistema de controle de aceleração eficaz (UNDERWOOD, 1981)	187
Figura 79	Detector de valor eficaz com malha de auto-escala.	189
Figura 80	Diagrama de blocos do sistema de controle	190
Figura 81	Diagrama de blocos do detector de valor eficaz.	190
Figura 82 maliza	Resposta em freqüência do filtro Butterworth de terceira ordem nor- do	192
Figura 83	Lugar das raízes do sistema de controle.	192
Figura 84	Resposta em freqüência do sistema de controle em malha fechada	193
Figura 85	Resposta do controlador ao degrau unitário em $H_s$	194

Figura 86	Resposta do controlador ao degrau em $H_s$ para dois valores de $\omega_c$ .	195
Figura 87	Taxa de compressão como função de $f$ para $f_c = 0.43f$ e $K_{io} = 0.2$ .	196
Figura 88	O sistema de controle de aceleração eficaz simplificado	199
Figura 89	Diagrama de blocos do sistema de controle simplificado.	199
Figura 90	Resposta do detector de valor eficaz ao degrau de amplitude	200
Figura 91	Lugar das raízes do sistema de controle simplificado.	201
Figura 92	Resposta do controlador simplificado ao degrau unitário em $H_s$	201
Figura 93	Diagrama de blocos do sistema de controle em tempo discreto	204
Figura 94 5kHz).	Resposta do controlador em tempo discreto ao degrau em $H_s$ $(f = \dots $	205
Figura 95 1kHz).	Resposta do controlador em tempo discreto ao degrau em $H_s$ $(f = \dots $	206
Figura 96 $H_s$ do 1 de rast	Resultados de simulação com $f_c/f = 0.43$ e $K_{io} = 0.2$ . (a) Magnitude filtro desafio e dos sinais de aceleração $\hat{C}$ e acionamento $D$ . (b) Erro reamento.	208
Figura 97 $H_s$ do t de rast	Resultados de simulação com $f_c/f = 0,1$ e $K_{io} = 0,2$ . (a) Magnitude filtro desafio e dos sinais de aceleração $\hat{C}$ e acionamento $D$ . (b) Erro reamento	209
Figura 98 $H_s$ do 1 de rast	Resultados de simulação com $f_c/f = 0,1$ e $K_{io} = 0,07$ . (a) Magnitude filtro desafio e dos sinais de aceleração $\hat{C}$ e acionamento $D$ . (b) Erro reamento.	210
Figura 99 tude <i>H</i> Erro de	Resultados de simulação com $f_c/f = 0,1$ e $K_{io} = 0,003$ . (a) Magni- $I_s$ do filtro desafio e dos sinais de aceleração $\hat{C}$ e acionamento $D$ . (b) e rastreamento.	212
Figura 100 tude <i>H</i> Erro de	Resultados de simulação com $f_c/f = 0,1$ e $\alpha$ adaptado. (a) Magni- $I_s$ do filtro desafio e dos sinais de aceleração $\hat{C}$ e acionamento $D$ . (b) e rastreamento.	213
Figura 101 0-Hz	O filtro de rastreamento com detector de freqüência intermediária	215
Figura 102 amento	Detectores de freqüência intermediária utilizados no filtro de rastre- b	216
Figura 103	O detector de valor eficaz	217
Figura 104 diferen degrau	Resultados de simulação do filtro de rastreamento simplificado para tes larguras de banda. (a) Resposta em freqüência. (b) Resposta ao de amplitude	219
Figura 105	Resposta do detector de valor eficaz ao degrau de amplitude	221
Figura 106	Diagrama de blocos do sistema de controle.	222
Figura 107	Lugar das raízes do sistema de controle.	223

Figura 108	Resposta do controlador ao degrau unitário em $H_s$	223
Figura 109	Diagrama de blocos do sistema de controle em tempo discreto	225
Figura 110 lizando $BW_{-3c}$	Resposta do controlador em tempo discreto ao degrau em $H_s$ e uti- o o filtro de rastreamento $(f = 5 \text{kHz})$ . (a) $BW_{-3dB\%} = 100\%$ . (b) HB% = 10%	226
Figura 111 lizando	Resposta do controlador em tempo discreto ao degrau em $H_s$ e uti- o o detector de valor eficaz ( $f = 5$ kHz)	227
Figura 112 amento sinais o	Resultados de simulação do controlador utilizando o filtro de rastre- o com $BW_{-3dB\%} = 20\%$ . (a) Magnitude $H_s$ do filtro desafio e dos de aceleração $\hat{C}$ e acionamento $D$ . (b) Erro de rastreamento	229
Figura 113 amento sinais o	Resultados de simulação do controlador utilizando o filtro de rastre- o com $BW_{-3dB\%} = 100\%$ . (a) Magnitude $H_s$ do filtro desafio e dos de aceleração $\hat{C}$ e acionamento $D$ . (b) Erro de rastreamento	230
Figura 114 eficaz. acionar	Resultados de simulação do controlador utilizando o detector de valor (a) Magnitude $H_s$ do filtro desafio e dos sinais de aceleração $\hat{C}$ e mento $D$ . (b) Erro de rastreamento	231
Figura 115 em fun passa-l	Tempo de acomodação da resposta do controlador ao degrau unitário ação do ganho $K_{io}$ do integrador e da freqüência de corte $\omega_c$ dos filtros baixas.	232
Figura 116 $(BW_{-3})$ de com	Inicialização do controlador em 5Hz com o filtro de rastreamento $B_{3dB\%} = 20\%$ ). (a) Magnitude de referência $C^*$ , estimada $\hat{C}$ e do sinal hando $D$ . (b) Erro de rastreamento	234
Figura 117 $(BW_{-3})$ de com	Inicialização do controlador em 5kHz com o filtro de rastreamento $_{BdB\%} = 20\%$ ). (a) Magnitude de referência $C^*$ , estimada $\hat{C}$ e do sinal hando $D$ . (b) Erro de rastreamento	235
Figura 118 treame $\hat{C}$ e do	Resultados experimentais do controlador utilizando o filtro de ras- ento com $BW_{-3dB\%} = 20\%$ . (a) Magnitude de referência $C^*$ , estimada o sinal de comando $D$ . (b) Erro de rastreamento	237
Figura 119 valor é coman	Resultados experimentais do controlador utilizando o detector de eficaz. (a) Magnitude de referência $C^*$ , estimada $\hat{C}$ e do sinal de do $D$ . (b) Erro de rastreamento	238
Figura 120 vazio e gnitude	Resposta em freqüência obtida operando a máquina de vibração em e utilizando o filtro de rastreamento com $BW_{-3dB\%} = 20\%$ . (a) Ma- e. (b) Fase	242
Figura 121 carga e gnitude	Resposta em freqüência obtida operando a máquina de vibração com e utilizando o filtro de rastreamento com $BW_{-3dB\%} = 20\%$ . (a) Ma- e. (b) Fase	243
Figura 122 eficaz e	Magnitude da resposta em freqüência obtida com o detector de valor e operando a máquina de vibração: (a) Em vazio. (b) Com carga.	244

Figura 123 Resultados experimentais do controlador utilizando o filtro de rastre- amento com $BW_{-3dB\%} = 20\%$ e operando a máquina de vibração em vazio. (a) Magnitude $C^*$ de referência e dos sinais de aceleração $\hat{C}$ e acionamento D. (b) Erro de rastreamento	247
Figura 124 Resultados experimentais do controlador utilizando o detector de valor eficaz e operando a máquina de vibração em vazio. (a) Magnitude $C^*$ de referência e dos sinais de aceleração $\hat{C}$ e acionamento $D$ . (b) Erro de rastreamento	248
Figura 125 Resultados experimentais do controlador utilizando o filtro de rastre- amento com $BW_{-3dB\%} = 20\%$ e operando a máquina de vibração com carga. (a) Magnitude $C^*$ de referência e dos sinais de aceleração $\hat{C}$ e acionamento D. (b) Erro de rastreamento	249
Figura 126 Resultados experimentais do controlador utilizando o detector de valor eficaz e operando a máquina de vibração com carga. (a) Magnitude $C^*$ de referência e dos sinais de aceleração $\hat{C}$ e acionamento $D$ . (b) Erro de rastreamento	250
Figura 127 Espectro do sinal amostrado com taxa (a) $f_s$ e (b) $Kf_s$ (KESTER, 2004).	269
Figura 128   Diagrama de blocos do conversor A/D com arquitetura $\Sigma\Delta.$	270
Figura 129 Atraso de fase total $\omega N_d T_s$ dos conversores A/D e D/A com arquite- tura $\Sigma \Delta$ presentes no CODEC modelo TLV320AIC23B ( $N_d = 29$ amostras e $f_s = 1/T_s = 48$ kHz).	272
Figura 130 Filtro rejeita-faixa utilizado na realização do filtro desafio	275
Figura 131 Resposta em freqüência do filtro desafio (experimental e modelo $H_s(s)$ ). (a) Magnitude. (b) Fase	276
Figura 132 Vibrador V406, amplificador PA300E e placa de desenvolvimento TMS320C6713 DSK com módulo D.Module.ADDA16.	278
Figura 133 Protótipo do pré-amplificador/condicionador de sinais com os acelerômet piezoelétricos 4370V e do filtro desafio conectado ao codificador/decodificador de sinais modelo TLV320AIC23B (presente na placa de desenvolvimento TMS320C6713 DSK).	eros 278
Figura 134 Vibrador V55, amplificador digital DSA1-1K e plataforma de con- trole e análise de ensaios de vibração modelo SignalStar Scalar	279
Figura 135 Vibrador St 5000/300 e amplificador linear DBL6000	279

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Especificações técnicas do vibrador eletrodinâmico Data Physics mo-	
delo S-	100	57
Tabela 2	Cálculos dos parâmetros mecânicos do modelo dinâmico do vibrador.	77
Tabela 3 (1991).	Ensaios com aceleração senoidal segundo norma ANSI/ASAE EP455 $\ldots$	96
Tabela 4	Especificações técnicas do acelerômetro Brüel & Kjaer modelo 4370V.	97
Tabela 5	Amplificador operacional Linear Technology modelo LT1169. $\ .$ .	99
Tabela 6	Amplificador operacional Texas Instruments modelo TLV2772	100
Tabela 7	Resultados da calibração.	102
Tabela 8	Especificações nominais do amplificador modelo DSA1-1K	111
Tabela 9	Coeficientes da função de transferência $G(s)$ da planta	118
Tabela 10	Parâmetros do controlador adaptativo	130
Tabela 11 $5000/3$	Especificações técnicas do vibrador eletrodinâmico TIRA modelo St 00	239
Tabela 12 DBL60	Especificações técnicas do amplificador de áudio Ciclotron modelo	240
Tabela 13	Parâmetros do filtro desafio	275

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

$\Sigma\Delta$	Arquitetura sigma-delta de conversores A/D e D/A
A/D	Analógico-Digital
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
CODEC	Coder- $Decoder$ – Codificador-Decodificador
D/A	Digital-Analógico
DFI	Detector de Freqüência Intermediária
DSP	Digital Signal Processor – Processador de Sinais Digitais
FFT	Fast Fourier Transform – Transformada Rápida de Fourier
FIFO	First In First Out – Primeiro a Entrar/Primeiro a Sair
IEPE	Integrated Electronic Piezoelectric – Piezoelétrico e Eletrônico Integra- dos
PWM	Pulse Width Modulation – Modulação por Largura de Pulso
RFI	Radio Frequency Interference – Interferência de Rádio Freqüência
SAR	Successive Approximation Register – Registrador de Aproximação Successiva
SNR	Signal to Noise Ratio – Relação sinal-ruído
THD	Total Harmonic Distortion – Distorção Harmônica Total

# LISTA DE SÍMBOLOS

$v_o^*$	Sinal de comando
a	Aceleração de controle
$a_{\mathrm{resp}}$	Aceleração de resposta
$v_o$	Tensão do enrolamento da armadura
$i_o$	Corrente do enrolamento da armadura
$f_b$	Freqüência máxima de vibração com deslocamento de amplitude $X_{max}$
$X_{max}$	Amplitude do deslocamento de referência
$V_{max}$	Amplitude da velocidade de referência
$A_{max}$	Amplitude da aceleração de referência
t	Tempo
f	Freqüência de vibração
x	Deslocamento
$X_m$	Amplitude do deslocamento $x$
$A_m$	Amplitude da aceleração $a$
$f_1$	Freqüência mínima de vibração
$f_2$	Freqüência máxima de vibração
$A_m^*$	Perfil de amplitudes da aceleração de referência
SR	Taxa de varredura
Q	Fator de qualidade
$f_o$	Força desenvolvida pela armadura
В	Densidade de fluxo magnético
l	Comprimento efetivo do enrolamento da armadura
Γ	Constante de geração de força
$M_C$	Massa do enrolamento da armadura
$M_T$	Massa da mesa de vibração

$K_C$	Rigidez do enrolamento da armadura
$C_C$	Coeficiente de amortecimento do enrolamento da armadura
$M_B$	Massa do corpo da máquina
$K_B$	Rigidez do suporte de isolação
$C_B$	Coeficiente de amortecimento do suporte de isolação
$K_S$	Rigidez da suspensão
$C_S$	Coeficiente de amortecimento da suspensão
$M_D$	Massa do corpo de prova
$x_C$	Deslocamento do enrolamento da armadura
$x_T$	Deslocamento da mesa de vibração
$x_B$	Deslocamento do corpo da máquina de vibração
R	Resistência do enrolamento da armadura
L	Indutância do enrolamento da armadura
e	Força contra-eletromotriz
X	Vetor dos deslocamentos no modo corrente
Μ	Matriz das massas no modo corrente
С	Matriz dos coeficientes de amortecimento no modo corrente
K	Matriz das constantes de elasticidade no modo corrente
Γ	Vetor da constante de geração de força
g	Aceleração da gravidade (9,81 m/s²)
$f_{\min}$	Freqüência mínima de operação do vibrador
$f_{\max}$	Freqüência máxima de operação do vibrador
$F_o$	Força senoidal de pico nominal do vibrador
$x_{\max}$	Máximo deslocamento pico-a-pico da armadura
$v_{\max}$	Máxima velocidade de pico da armadura
$M_{\rm max}$	Máxima massa do corpo de prova
$I_o$	Corrente eficaz nominal da armadura e do amplificador
$V_o$	Tensão eficaz nominal do amplificador
$\mathbf{X}_{\mathrm{v}}$	Vetor dos deslocamentos no modo tensão

$\mathbf{M}_{\mathrm{v}}$	Matriz das massas no modo tensão
$\mathbf{C}_{\mathrm{v}}$	Matriz dos coeficientes de amortecimento no modo tensão
$\mathbf{K}_{\mathrm{v}}$	Matriz das constantes de elasticidade no modo tensão
j	$\sqrt{-1}$
$X_C$	Amplitude do deslocamento do enrolamento móvel
$x_o$	Posição de equilíbrio do enrolamento móvel
$B_o$	Máxima densidade de fluxo magnético
$X_{C \max}$	Amplitude máxima do deslocamento do enrolamento móvel
$f_n$	Freqüência de ressonância do corpo de prova
$f_p$	Freqüência de anti-ressonância do corpo de prova
ω	Freqüência angular de vibração
Lim <sub>i</sub>	Limite de operação devido ao i-ésimo fator limitante
$V_{Lim}$	Tensão necessária para produzir a máxima aceleração
$X_T$	Máxima amplitude do deslocamento da mesa de vibração
$M_O$	Massa da armadura
$G_{i_o a}$	Função de transferência de $i_o$ para $a$
$G_{i_oa,N1}$	Função de transferência de $i_o$ para $a$ com a máquina em vazio
$\omega_{oN1}$	Freqüência de ressonância da suspensão com a máquina em vazio
$G_{i_oa,L1}$	Função de transferência de $i_o$ para $a$ com a máquina carregada
$\omega_{oL1}$	Freqüência de ressonância da suspensão com a máquina carregada
$G_{i_o a, N2}$	Função de transferência de $i_o$ para $a$ com a máquina em vazio
$\omega_{oN2}$	Freqüência de ressonância do enrolamento com a máquina em vazio
$G_{i_oa,L2}$	Função de transferência de $i_o$ para $a$ com a máquina carregada
$\omega_{oL2}$	Freqüência de ressonância do enrolamento com a máquina carregada
υ	Velocidade
$C_a$	Capacitância interna do acelerômetro piezoelétrico
$R_a$	Resistência interna do acelerômetro piezoelétrico
$q_a$	Carga elétrica gerada no acelerômetro piezoelétrico
$C_c$	Capacitância do cabo conectado ao acelerômetro piezoelétrico

$S_q$	Sensibilidade em carga do acelerômetro piezoelétrico
$S_v$	Sensibilidade em tensão do acelerômetro piezoelétrico
$v_a$	Tensão nos terminais do acelerômetro piezoelétrico
$f_m$	Freqüência de ressonância do acelerômetro piezoelétrico
$C_f$	Capacitor de realimentação do circuito pré-amplificador
$R_f$	Resistor de realimentação do circuito pré-amplificador
A	Ganho do amplificador operacional
$R_p$	Resistência de entrada do circuito pré-amplificador
$C_p$	Capacitância de entrada do circuito pré-amplificador
$R_c$	Resistência de isolação do cabo conectado ao acelerômetro
$R_t$	Resistência equivalente entre acelerômetro e pré-amplificador
$C_t$	Capacitância equivalente entre acelerômetro e pré-amplificador
$v_p$	Tensão de saída do pré-amplificador
$v_i$	Tensão de entrada do pré-amplificador
$v_f$	Tensão na malha de realimentação do pré-amplificador
$i_f$	Corrente na malha de realimentação do pré-amplificador
$i_a$	Corrente do acelerômetro piezoelétrico
$i_t$	Corrente na impedância entre acelerômetro e pré-amplificador
$S_{va}$	Sensibilidade do pré-amplificador de carga
τ	Constante de tempo do pré-amplificador de carga
$v_{ref}$	Tensão média de saída do circuito condicionador de sinais
$v_{cond}$	Tensão de saída do circuito condicionador de sinais
$R_1,, R_4$	Resistores do circuito condicionador de sinais
$C_1, ,  C_3$	Capacitores do circuito condicionador de sinais
$v_{-}$	Sinal aplicado à entrada inversora do condicionador
$v_+$	Sinal aplicado à entrada não-inversora do condicionador
$v_{cc-}$	Sinal CC de saída do condicionador com relação a $\upsilon$
$v_{cc+}$	Sinal CC de saída condicionador com relação a $\upsilon_+$
$v_{cc}$	Resposta CC do condicionador de sinais

$U_{ca}$	Resposta CA do condicionador de sinais
$v_e$	Sinal CA aplicado à entrada não-inversora do condicionador
$\mathrm{H}_1,\mathrm{H}_2,\mathrm{H}_3$	Funções de transferência de filtros no circuito condicionador
$\mathrm{H}_{\mathrm{cond}}$	Função de transferência do circuito condicionador de sinais
$f_L$	Freqüência de corte inferior do circuito condicionador de sinais
$f_H$	Freqüência de corte superior do circuito condicionador de sinais
$H_{cond}$	Ganho do circuito condicionador de sinais na banda passante
$S_{va}^*$	Sensibilidade da instrumentação
$a_{max}$	Amplitude máxima da aceleração a ser medida
$v_{DD}$	Tensão CC de alimentação da instrumentação
$R_{fa}, R_{fb}, R_{fc}$	Resistores do circuito de realimentação do pré-amplificador
$R_{cf}$	Resistência de isolação de $C_f$
$L_{cf}$	Indutância parasita de $C_f$
$v_{pwm}$	Tensão de saída do inversor PWM
$V_d$	Tensão de entrada do inversor PWM
$L_{o1}$	Indutância do filtro de saída do amplificador
$C_{o1}$	Capacitância do filtro de saída do amplificador
$L_{o2}$	Indutância do filtro de saída do amplificador
$C_{o2}$	Capacitância do filtro de saída do amplificador
$i_{L1}$	Corrente no indutor do filtro de saída do amplificador
$i_{L2}$	Corrente no indutor do filtro de saída do amplificador
$v_{o1}$	Tensão no capacitor do filtro de saída do amplificador
$v_{o2}$	Tensão no capacitor do filtro de saída do amplificador
u	Sinal de comando determinado pelo controlador adaptativo
G	Função de transferência do modelo do amplificador
$\beta_i$	i-ésimo coeficiente do numerador de $G$
$lpha_i$	i-ésimo coeficiente do denominador de ${\cal G}$
$G_o$	Função de transferência do modelo de ordem reduzida do amplificador
$\Delta_m$	Dinâmica não modelada multiplicativa

$\Delta_a$	Dinâmica não modelada aditiva
$\mu$	Fator de ponderação das dinâmicas não modeladas
$Z_o$	Numerador da função de transferência $G_o$
$R_o$	Denominador da função de transferência $G_o$
$k_p$	Ganho em altas freqüências da função de transferência ${\cal G}_o$
$m_p$	Ordem do numerador da função de transferência ${\cal G}_o$
$n_p$	Ordem do denominador da função de transferência ${\cal G}_o$
$p_0$	Limite inferior da margem de estabilidade das dinâmicas não modeladas
p	Margem de estabilidade das dinâmicas não modeladas
$W_m$	Função de transferência do modelo de referência
$v_m$	Sinal de saída do modelo de referência
r	Sinal de referência do controlador adaptativo
$R_m$	Denominador da função de transferência $W_m$
$k_m$	Ganho em altas freqüências da função de transferência $W_m$
$n^*$	Grau relativo da função de transferência $G_o$
$\mu^*$	Limite superior para $\mu$
$oldsymbol{\omega}_1,oldsymbol{\omega}_2$	Vetores auxiliares do controlador adaptativo
F	Matriz de dinâmica dos vetores auxiliares
q	Matriz de ponderação dos sinais de entrada
$\omega$	Vetor auxiliar do controlador adaptativo
θ	Vetor de parâmetros do controlador adaptativo
<i>c</i> <sub>0</sub>	Ganho direto da referência $r$ no controlador adaptativo
$\varepsilon_1$	Erro aumentado do controlador adaptativo
ζ	Vetor de regressão do controlador adaptativo
V	Sinal auxiliar do controlador adaptativo
I	Matriz identidade
Р	Matriz de ganho da adaptação
σ	Função sigma da lei de adaptação
m	Sinal de normalização da lei de adaptação

$M_0$	Fator limitador da função sigma
$\sigma_0$	Valor máximo da função sigma
$\delta_0,  \delta_1,  \delta_2$	Constantes positivas do controlador adaptativo
$oldsymbol{ heta}^*$	Vetor de parâmetros desejados do controlador adaptativo
$q_0$	Margem de estabilidade
$k_{DSA}$	Ganho nominal do amplificador digital
$\bar{k}_p$	Ganho normalizado em altas freqüências da função de transferência ${\cal G}_o$
$\bar{G}_o$	Função de transferência $G_o$ normalizada
$\bar{k}_m$	Ganho normalizado em altas freqüências da função de transferência $W_m$
$T_s$	Período de amostragem
k	Número inteiro não negativo
$G_{h0}(s)$	Função de transferência do retentor de ordem zero
$A_c$	Saída do controlador de amplitude da aceleração
$a^*$	Aceleração de referência
$i_L$	Corrente do indutor no filtro de saída do amplificador
$i_L^*$	Referência para a corrente no indutor
М	Massa da armadura
$L_o$	Indutância do filtro de saída do amplificador
$R_L$	Resistência equivalente do indutor no filtro de saída
$C_o$	Capacitância do filtro de saída do amplificador
$i_C$	Corrente do capacitor no filtro de saída do amplificador
$i_o^*$	Referência para a corrente no enrolamento da armadura
$\hat{i}_C$	Estimativa da corrente do capacitor no filtro
$k_s$	Sensibilidade do sensor de corrente
$\Delta i_o$	Distúrbio da corrente na armadura
$i_{acf}$	Ação feedforward da aceleração de referência
$i_{adf}$	Ação feedforward do distúrbio da corrente na armadura
$i_{ab}$	Ação de controle por realimentação
$\overline{H}_{ic}$	Estimador da corrente no capacitor

$G_{acf}$	Compensador para controlar a forma de onda da aceleração
$\overline{G}_{i_o a}$	Função de transferência nominal de $i_o$ para $a$
$\overline{k}_s$	Sensibilidade nominal do sensor de corrente
$\overline{M}$	Valor nominal da massa da armadura
$\overline{C}_S$	Valor nominal do coeficiente de amortecimento da suspensão
$\overline{K}_S$	Valor nominal da rigidez da suspensão
$\overline{\Gamma}$	Valor nominal da constante de geração de força
$\omega_a$	Fator de ponderação de $\Delta i_o$
$H_{bpf}$	Função de transferência de filtro passa-banda
$\varepsilon_a$	Erro de rastreamento da aceleração de referência
$G_{ab}$	Compensador para controlar a forma de onda da aceleração
$k_{a1}, \mu_{az1}$	Parâmetros do controlador da forma de onda da aceleração
$\mu_{ap1},  \mu_{ap2}$	Parâmetros do controlador da forma de onda da aceleração
$\overline{C}_o$	Valor nominal da capacitância do filtro de saída do amplificador
$\overline{L}_o$	Valor nominal da indutância do filtro de saída do amplificador
$\overline{R}$	Valor nominal da resistência do enrolamento da armadura
$k_A,  \mu_A$	Parâmetros da planta do controlador de amplitude
$\varepsilon_A$	Erro de rastreamento da amplitude de referência
$k_{AP},  k_{AI}$	Parâmetros do controlador da amplitude da aceleração
$G_{v_o^*a}$	Função de transferência de $v_o^*$ para $a$
$G_{ab1}$	Compensador do modo da suspensão
$G_{ab2}$	Compensador do modo do enrolamento móvel
$G_{ab3}$	Compensador para rastrear a aceleração instantânea
$k_{PA}$	Ganho nominal do amplificador linear
$\mu_1$	Parâmetro do controlador de aceleração instantânea
$\omega_p$	Freqüência de ressonância do enrolamento móvel
$\zeta_p$	Taxa de amortecimento da ressonância do enrolamento móvel
$\zeta_m, Q_{ab}$	Parâmetros de projeto do controlador de aceleração instantânea
$\omega_o$	Freqüência angular da aceleração de referência

$\omega_{BW}$	Largura de banda do filtro $H_{bpf}$
a'	Aceleração filtrada
$f_s$	Freqüência de amostragem
ε	Erro de rastreamento da amplitude de referência em dBV
$C^*$	Magnitude da aceleração de referência em dBV
$V_{ca}$	Amplitude da tensão $v_{ca}$
C	Magnitude da aceleração de controle em dBV
$V_{FS}$	Tensão do fundo de escala do conversor $\mathrm{D}/\mathrm{A}$
D	Magnitude do sinal de comando $v_o^*$ em dBV
$\Delta f$	Incremento de freqüência
$\Delta T$	Intervalo de tempo entre os incrementos de freqüência
$Q_{max}$	Máximo fator $Q$ a ser controlado
$\alpha_q$	Parâmetro para definir $Q_{max}$
CR	Taxa de compressão do controlador de amplitude
$t_r$	Tempo de subida
$K_i$	Ganho do integrador
$T_L$	Tempo de malha
$K_{io}$	Ganho normalizado do integrador
С	Tensão que representa a aceleração de controle
$\hat{C}$	Estimativa da magnitude $C$ do sinal $c$
$f_c$	Freqüência de corte do filtro passa-baixas
$C_m$	Amplitude do sinal $c$
$\phi$	Fase do sinal $c$ com relação à fase do oscilador digital
$C_{MS}$	Valor médio quadrático do sinal $\boldsymbol{c}$
Т	Período do sinal $c$
$\bar{c}$	Valor ponderado do sinal $c$
$\mathrm{H}_{\mathrm{lpf}}$	Função de transferência de um filtro passa-baixas
H <sub>s</sub>	Função de transferência de $v_o^\ast$ para $c$
$H_s$	Magnitude em d B da função de transferência $\rm H_s$

$\mathrm{H}_{\mathrm{lps}}$	Função de transferência do detector de valor eficaz
$B_n$	Polinômio característico normalizado de ${\rm H}_{\rm lpf}$
$\mathrm{H}_{\mathrm{cl}}$	Função de transferência em malha fechada
$N_{oit}$	Número de oitavas
$\omega_c$	Freqüência angular de corte do filtro passa-baixas
$N_c$	Número de ciclos necessários para o sinal $\hat{C}$ a comodar
$N_{di}$	Atraso de grupo do conversor A/D com arquitetur a $\Sigma\Delta$
$N_{do}$	Atraso de grupo do conversor D/A com arquitetur a $\Sigma\Delta$
$N_d$	Atraso de grupo total dos conversores A/D e D/A com arquitetura $\Sigma\Delta$
α	Parâmetro do controlador de amplitude
$\theta$	Fase dos sinais moduladores no filtro de rastreamento
$BW_{-3\mathrm{dB}\%}$	Largura de banda percentual do filtro de rastreamento
$ heta_h$	Fase modificada dos sinais moduladores no filtro de rastreamento
$ au_c$	Tempo de acomodação do controlador de amplitude
$ au_{ m min}$	Tempo mínimo para a iniciar a varredura
$D_o$	Magnitude do sinal de comando em dBV antes de iniciar o desligamento
BW	Máxima freqüência do sinal de aceleração
RO	Taxa de rejeição do filtro passa-baixas
DR	Faixa dinâmica da instrumentação
K	Fator de sobre-amostragem dos conversores $\Sigma\Delta$
H <sub>n</sub>	Função de transferência de um filtro rejeita-faixa
$Q_Z$	Fator de qualidade dos zeros de ${\rm H_n}$
$Q_P$	Fator de qualidade dos pólos de ${\rm H_n}$
$\omega_Z$	Freqüência natural não-amortecida dos zeros de ${\rm H_n}$
$\omega_P$	Freqüência natural não-amortecida dos pólos de ${\rm H_n}$
$K_n$	Magnitude de $H_n$ em altas freqüências
$\omega_{hpf}$	Freqüência de corte de um filtro passa-alta
$R_A, R_B, R_F$	Parâmetros do filtro rejeita-faixa
$R_n, R_Q C_F$	Parâmetros do filtro rejeita-faixa

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 Considerações Gerais

Este capítulo realiza a caracterização da proposta da tese, isto é, o desenvolvimento de controladores de aceleração senoidal para vibradores eletrodinâmicos utilizados em ensaios de vibração. Com este propósito, apresenta-se, inicialmente, uma síntese sobre os objetivos gerais e específicos da realização de testes de vibração, diferenciação entre os tipos principais e descrição do aparato típico utilizado para executar estes ensaios.

O método padrão definido em norma para verificar a habilidade de peças e equipamentos em suportar a severidade da vibração senoidal é apresentado em detalhes. A descrição do procedimento recomendado é importante para a definição das especificações mínimas consideradas no projeto dos controladores e na avaliação de desempenho experimental.

As dificuldades inerentes ao controle do ensaio de vibração senoidal são então discutidas. Uma revisão bibliográfica sobre as soluções mais relevantes propostas na literatura para controlar a aceleração é apresentada. Identifica-se também as motivações para a presente pesquisa, os objetivos gerais e específicos e a organização do trabalho.

### 1.2 Testes de Vibração

Testes ambientais dizem respeito a qualquer tipo de ensaio com o objetivo de simular fatores relacionados ao ambiente de operação de um determinado equipamento<sup>1</sup>, como, por exemplo, temperatura, umidade, impacto, vibração, ruído acústico, etc. A realização destes testes busca analisar se o desempenho do equipamento será afetado quando submetido a tais condições e, caso sim, promover correções para aumentar a robustez e também determinar os limites para a operação confiável (PIERSOL, 2001).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Os termos equipamento, estrutura sob teste ou corpo de prova são intercambiáveis e utilizados quando apropriado.

Testes ambientais de vibração, especificamente, visam examinar os efeitos que a excitação mecânica de longa duração podem exercer no funcionamento do equipamento. O objetivo específico do ensaio é normalmente condicionado à aplicação no estágio de desenvolvimento, produção ou qualificação do produto. Testes de vibração aplicados em um protótipo durante o estágio de desenvolvimento, por exemplo, buscam identificar falhas de projeto e determinar possíveis melhorias. Na fase de produção, a qualidade da manufatura do produto final pode ser avaliada aplicando testes de vibração destrutiva ou não-destrutiva. O terceiro objetivo é destinado a determinar a adequação do produto a uma aplicação ou conjunto de aplicações específicas (SILVA, 2007).

As motivações para a realização de testes de vibração e, conseqüentemente, a tecnologia utilizada na execução destes ensaios, têm recebido um impulso significativo desde o início da Segunda Guerra Mundial, época na qual a detecção de falhas na instrumentação e nos sistemas de controle das aeronaves estimularam o interesse no desenvolvimento de peças e equipamentos capazes de suportar a vibração encontrada em serviço. Atualmente, além da indústria militar e aeroespacial, testes de vibração são aplicados em diversas áreas como, por exemplo, na indústria automotiva, eletro-eletrônica, de produção de máquinasferramenta, transporte e indústria naval. Exemplos de equipamentos avaliados incluem desde eletrodomésticos e microcomputadores a turbinas e satélites (TUSTIN, 2005).

A vibração encontrada em serviço é produzida pela ação de forças naturais ou pela própria operação do equipamento. Por isso, para executar a simulação em laboratório, amostras são adquiridas durante o funcionamento no ambiente real. A aplicação de técnicas de tratamento de dados para extrair a informação útil resulta em dois tipos básicos de vibração: senoidal e randômica. A duração do teste é também um fator relevante, pois o período de exposição em laboratório é normalmente inferior ao encontrado em serviço, sendo usual aumentar a severidade do ensaio para acelerar a falha. Para simular condições de vibração genuínas, no entanto, um estudo deve ser realizado avaliando vários aspectos práticos. Em muitas aplicações, as condições a serem reproduzidas são formalmente apresentadas sob a forma de normas (HARRIS; PIERSOL, 2001; KARSHENAS, 1997).

Testes de vibrações randômicas geralmente aproximam melhor o ambiente de operação do equipamento. Na vibração randômica, todas as freqüências existem concomitantemente, tal que as amplitudes e fases são distribuídas de forma aleatória. Se a estatística da vibração não é variante no tempo, a característica do movimento pode ser descrita por uma função densidade espectral de potência, a qual define a distribuição da potência da vibração numa determinada faixa de freqüências. O operador do ensaio então estipula o espectro de referência segundo norma elaborada para o objeto em questão ou realizando uma investigação sobre as condições no ambiente de serviço (KARSHENAS, 1997).

Ensaios com excitação senoidal são comumente realizados em laboratório para simular vibrações periódicas de freqüência fixa produzidas por máquinas com rotação à velocidade constante. A excitação seqüencial das freqüências ou modos de ressonância do equipamento é também usualmente empregada em testes de desenvolvimento, assim como em ensaios de durabilidade, para avaliar a resistência do equipamento à fadiga.

Outra modalidade de ensaios com excitação senoidal inclui a varredura linear ou logarítmica da freqüência ao longo do tempo. Este tipo de teste é útil para simular a vibração produzida em ambientes com máquinas rotativas de velocidade variável. A abordagem usual consiste em fazer a taxa de variação da freqüência com o tempo (taxa de varredura) suficientemente lenta para que a resposta do equipamento atinja o regime permanente à medida que o sinal de excitação passa por cada freqüência. Ensaios senoidais com varredura são comumente aplicados a testes de desenvolvimento para identificar freqüências de ressonância do equipamento (PIERSOL, 2001).

Os demais tipos de testes incluem a superposição de vibração senoidal e randômica, ensaios de vibração randômica de banda estreita somados à vibração de banda larga, replicação de formas de onda adquiridas no ambiente de serviço, etc. Testes de simulação de impacto (choque mecânico) costumam ser tratados como uma categoria particular, pois, ao contrário de ensaios de vibração, visam estudar o comportamento do equipamento quando exposto à excitação mecânica de curta duração. Testes modais são usualmente realizados para verificação experimental de análises modais. Um estudo abrangente sobre os diferentes tipos de testes de vibração, ensaios de choque mecânico, testes modais, com ênfase particular aos aspectos práticos, pode ser encontrado em Tustin (2005).

### 1.3 Aparato Típico em Testes de Vibração

O aparato típico empregado para a realização de ensaios de vibração em laboratório inclui uma máquina de vibração (vibrador) segundo mostrado no diagrama da figura 1. A estrutura sob teste (EST) é instalada na mesa da máquina numa posição condizente com a encontrada em serviço. O vibrador então submete o corpo de prova a um movimento que simula a vibração ambiental. Tal movimento é descrito em termos da especificação do ensaio. Uma plataforma de controle e monitoramento do teste é utilizada para gerar o sinal de comando  $v_o^*$  que aciona a máquina, sendo necessário também um amplificador para fornecer potência a este sinal. Dispositivos sensíveis à aceleração do movimento
(acelerômetros) são usualmente empregados para medir a aceleração de controle a e de resposta  $a_{\text{resp}}$  do corpo de prova. Estas informações, por sua vez, são processadas pela plataforma para computar o sinal  $v_o^*$ , de forma que a aceleração de controle deve resultar próxima à referência segundo os limites especificados. A capacidade do equipamento sob teste em suportar a vibração é avaliada monitorando, por exemplo, a aceleração de resposta e variáveis funcionais que descrevem a operação do equipamento, como correntes, tensões, temperaturas, pressões, etc.



Figura 1: Aparato típico para a realização de ensaios de vibração.

Dentre os diferentes tipos de máquinas de vibração, o uso de vibradores eletrodinâmicos é mais freqüente devido a propriedades como a capacidade de síntese de vibrações randômicas e senoidais, operação em ampla faixa de freqüências e linearidade apresentada entre o sinal de entrada e a vibração de saída. O princípio de funcionamento é baseado na interação entre a corrente elétrica alternada que circula pelos condutores da armadura do vibrador e um campo magnético de excitação constante. O amplificador de potência utilizado excita o enrolamento da armadura com a tensão  $v_o$  e a corrente  $i_o$  segundo o sinal de comando determinado pela plataforma de controle do ensaio, podendo também exercer funções extras como fornecer potência ao circuito de campo, monitorar e proteger os limites de operação segura da máquina (SMALLWOOD, 2001; TUSTIN, 2005).

Além de sensores de aceleração, a instrumentação típica utilizada em ensaios de vibração inclui circuito de pré-amplificação, condicionamento de sinais e conversão analógicodigital. Acelerômetros piezoelétricos são comumente empregados devido a características como a relação sensibilidade/massa, faixa de freqüências, robustez, linearidade e exatidão. A pré-amplificação, neste caso, é necessária para casar impedância e converter a carga elétrica gerada no sensor piezoelétrico numa tensão correspondente. O condicionamento é empregado para fornecer amplificação extra e limitar a banda passante do sinal, enquanto a conversão para a forma digital possibilita aplicar uma ampla variedade de técnicas digitais de processamento e análise de dados, como, por exemplo, filtragem, detecção de magnitude, análise do espectro de freqüências, etc. (RANDALL, 2001).

Para completar o aparato típico utilizado na execução dos ensaios, é essencial o uso de um sistema de controle de vibração, o qual ajusta o sinal de comando  $v_o^*$  segundo as especificações do ensaio e a aceleração de controle medida na mesa ou mesmo no corpo de prova próximo ao suporte de interface com o vibrador. É tarefa da plataforma de controle, portanto, assegurar que a vibração de entrada do equipamento sob teste corresponda ao ambiente de serviço descrito nas especificações do ensaio. O monitoramento da aceleração de resposta é normalmente utilizado não apenas para avaliar o estado atual do corpo de prova, mas também para determinar a resposta em freqüência e identificar freqüências de ressonância da estrutura avaliada. Sistemas de controle industriais competitivos, conforme descrito por Underwood (2001), são implementados utilizando conversores analógico-digital (A/D), conversores digital-analógicos (D/A), processadores de sinais digitais (DSP) e processadores de uso geral. O conjunto todo é usualmente referenciado como sistema de controle digital de vibração, o qual, além de controlar o ensaio, provém a interface com o usuário e opera também como uma plataforma de análise de sinais.

O aparato para a realização dos ensaios de vibração pode incluir também a medição simultânea de múltiplas acelerações de controle e de resposta, sobretudo quando o equipamento sob teste apresenta estrutura grande ou complexa. Outros sistemas incluem ainda a excitação do corpo de prova com múltiplos vibradores (UNDERWOOD, 2001).

## 1.4 Testes de Vibração Senoidal

Testes com excitação senoidal, conforme mencionado, buscam simular em laboratório o ambiente de vibração causado pelo funcionamento de máquinas com partes rotativas, como, por exemplo, motores e turbinas. O ambiente dominado por vibração senoidal é caracterizado pela freqüência fundamental e respectivas harmônicas. Muitas vezes, há mais de uma componente fundamental, sendo que cada uma produzirá suas próprias harmônicas. Nestes casos onde a vibração randômica não é representativa, a análise com excitação senoidal é particularmente útil (US DEPARTMENT OF DEFENSE, 2008).

Em termos gerais, o teste senoidal é realizado para avaliar se o corpo de prova é capaz de manter o funcionamento esperado durante ou após a exposição à vibração. Em

outros casos, o objetivo pode ser detectar defeitos mecânicos, demonstrar a durabilidade (robustez mecânica) e/ou estudar o comportamento dinâmico do equipamento.

O aparato descrito na seção anterior é usado independentemente do tipo de vibração. A diferença básica está nas especificações e no método de realização do ensaio. Para este propósito, a norma IEC 60068-2-6 (2007) descreve um procedimento padrão para verificar a habilidade de peças e equipamentos em suportar a severidade da vibração senoidal. As especificações recomendadas consideram diferentes tipos de aplicações, o que confere um caráter abrangente ao método descrito. Outros padrões desenvolvidos para ensaios de equipamentos específicos normalmente se baseiam nos números desta norma.

O método de execução do ensaio consiste, basicamente, em submeter a estrutura sob teste à vibração senoidal de baixa distorção durante um determinado período e segundo uma faixa de freqüências e amplitudes definidas. As amplitudes do deslocamento, da velocidade ou da aceleração podem ser especificadas. Abaixo de uma determinada freqüência  $f_b$ , no entanto, é usual discriminar a amplitude  $X_{max}$  do deslocamento. Acima de  $f_b$ , as amplitudes  $V_{max}$  da velocidade ou  $A_{max}$  da aceleração são normalmente definidas.

Admitindo, por exemplo, que os valores de  $X_{max}$  e  $A_{max}$  são discriminados, a freqüência  $f_b$  pode ser obtida a partir destas especificações reconhecendo que, na vibração senoidal, o deslocamento x ao longo do tempo t e na freqüência f resulta como:

$$x(t) = X_m \operatorname{sen}(2\pi f t) \tag{1.1}$$

o que corresponde à aceleração:

$$a(t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -(2\pi f)^2 X_m \operatorname{sen}(2\pi f t) = A_m \operatorname{sen}(2\pi f t)$$
(1.2)

de onde se obtém a relação entre as amplitudes  $X_m$  do deslocamento e  $A_m$  da aceleração para uma freqüência qualquer, isto é:

$$A_m = (2\pi f)^2 X_m \tag{1.3}$$

Substituindo  $f, X_m \in A_m$  por  $f_b, X_{max} \in A_{max}$ , respectivamente:

$$A_{max} = (2\pi f_b)^2 X_{max} \tag{1.4}$$

determina-se o limite  $f_b$  de vibração com deslocamento de amplitude constante:

$$f_b = \sqrt{\frac{A_{max}}{4\pi^2 X_{max}}} \tag{1.5}$$

Assim, considerando a freqüência a partir do limite inferior  $f_1$  em direção ao limite superior  $f_2$  da faixa especificada, o intervalo entre  $f_1$  e  $f_b$  corresponde à faixa de freqüências na qual a amplitude do deslocamento é constante. Acima de  $f_b$ , a vibração ocorre com amplitude fixa da aceleração. Outros intervalos de deslocamento, velocidade ou aceleração com amplitude constante podem também ser definidos conforme as necessidades do ensaio.

Na prática, como será explicado no capítulo 3, a vibração é normalmente medida em termos da aceleração do movimento. O deslocamento ou a velocidade equivalentes podem ser determinados por meio do uso de integradores. Em testes de vibração senoidal, no entanto, especificações de deslocamento e velocidade são usualmente convertidas em aceleração e programadas na plataforma de controle do ensaio como um perfil da amplitude de referência a ser reproduzida (TUSTIN, 2005). Para exemplificar, a figura 2 mostra o perfil resultante quando somente os valores das amplitudes  $X_{max}$  do deslocamento e  $A_{max}$ da aceleração são discriminados, o qual pode ser descrito matematicamente como:

$$A_{m}^{*}(f) = \begin{cases} (2\pi f)^{2} X_{max} & \text{se} \quad f_{1} \leq f \leq f_{b} \\ A_{max} & \text{se} \quad f_{b} < f \leq f_{2} \end{cases}$$
(1.6)



Figura 2: Perfil típico da aceleração de referência em ensaios senoidais.

As margens de tolerância  $\pm 15\%$  são previstas pela norma IEC 60068-2-6 (2007) em consideração a erros de medição e à dificuldade de manter a aceleração segundo o valor de referência para objetos de tamanho considerável ou massa elevada, especialmente em baixas freqüências. Em controladores industriais, estas margens de tolerância costumam ser referenciadas como limites de alarme, pois, sempre que a amplitude da aceleração medida ultrapassa estes valores, um alarme é acionado para chamar a atenção do operador do ensaio. As margens  $\pm 30\%$  são também implementadas para abortar o teste caso a aceleração ultrapasse estes limites, o que pode proteger não apenas o corpo de prova, mas também o equipamento utilizado na realização do ensaio (TUSTIN, 2005).

O teste senoidal é então executado varrendo continuamente a freqüência entre os limites  $f_1$  e  $f_2$  e mantendo a aceleração segundo as margens de tolerância. A relação da freqüência de vibração com o tempo t em segundos (s) é comumente do tipo exponencial com taxa de varredura SR especificada em oitavas por minuto (oit/min), isto é:

$$f(t) = f_1 2 \frac{SR}{60} t$$
 (1.7)

a qual é conhecida como varredura logarítmica, pois a variação do logaritmo da freqüência por unidade de tempo é constante. Varreduras onde a freqüência varia linearmente com o tempo podem ser também requisitadas, mas são menos comuns.

A taxa de varredura é normalmente definida lenta o suficiente para que a resposta do equipamento atinja o regime permanente em cada freqüência. Como exemplo, os valores típicos de  $f_1$  e  $f_2$  para ensaios de equipamentos utilizados em aeronaves, segundo a norma IEC 60068-2-6 (2007), correspondem a 10Hz e 2kHz, sendo a taxa de varredura especificada como 1 oit/min. A severidade do ensaio e, conseqüentemente, a avaliação da resistência do corpo de prova, por sua vez, depende não apenas da amplitude e da faixa de freqüências da vibração, mas também da duração do teste. Neste tipo de ensaio que envolve varredura contínua, a duração pode ser definida em termos do número de varreduras entre  $f_1$  e  $f_2$  ou pelo tempo total de execução do ensaio.

Outra abordagem comum em testes senoidais consiste em investigar a vibração de resposta do corpo de prova para determinar freqüências críticas de operação, as quais incluem modos ressonantes e freqüências caracterizadas pela degradação de desempenho do equipamento analisado. Tal avaliação é importante, por exemplo, para determinar a resistência à fadiga ou examinar o comportamento dinâmico do corpo de prova.

A primeira etapa do teste consiste em executar apenas uma varredura sob as mesmas condições do ensaio de avaliação da resistência por varredura contínua, mas a amplitude e a taxa de variação da freqüência podem ser reduzidas para melhorar a identificação. Dos resultados deste teste, modos ressonantes são detectados por comparações de amplitude e fase da aceleração de controle e de resposta. Neste caso, o critério para classificação da severidade da ressonância normalmente se baseia no fator de qualidade correspondente. Outras freqüências críticas são identificadas por produzir alteração no funcionamento do equipamento. Estas informações podem ser então utilizadas para verificar a resistência à vibração em cada freqüência individual, segundo um intervalo de tempo especificado ou até atingir a fadiga, ou então estudar o comportamento dinâmico sob tais condições.

A investigação da vibração de resposta é também usualmente aplicada antes e depois de testes de avaliação de resistência por varredura contínua para verificar eventuais mudanças nas freqüências críticas. Modificações nestas freqüências podem ser indícios de fadiga ou degradação devido à vibração. Neste caso, o equipamento pode não ser adequado para a aplicação ou ambiente ao qual será submetido quando em serviço.

Outras recomendações da norma IEC 60068-2-6 (2007) incluem, por exemplo, a definição da estratégia para determinar a amplitude a ser compensada quando múltiplos sensores são utilizados para medir a aceleração de controle em diferentes pontos. Para ensaios de excitação discreta das freqüências críticas, são apresentados também considerações quanto aos métodos de execução dos testes especificamente nestas freqüências.

# 1.5 Controle de Aceleração Senoidal

A execução de um ensaio senoidal típico consiste, portanto, em submeter o equipamento sob teste a uma vibração senoidal de baixa distorção e com amplitude e freqüência que variam suavemente com o tempo, de forma que a vibração de resposta atinge o regime permanente à medida que a excitação passa por cada freqüência crítica. O corpo de prova é instalado rigidamente na mesa vibratória da máquina ou através de um suporte adequado. Acelerômetros para medição da aceleração de controle e de resposta são montados em pontos estratégicos e conectados à entrada de circuitos de pré-amplificação, cujos sinais de saída são condicionados e convertidos para a forma digital na plataforma de controle do ensaio. O sinal de comando gerado pelo controlador é então utilizado para excitar o amplificador que aciona a máquina, o que por fim completa a malha de controle. O operador do teste, por sua vez, programa a plataforma digital de controle conforme o perfil da aceleração de referência e o tipo e a taxa de varredura correspondentes.

O sucesso da execução do ensaio envolve inúmeros fatores que serão discutidos ao longo deste trabalho, como por exemplo, a faixa dinâmica e o nível de distorção harmônica produzidos por cada elemento que constitui o sistema. No entanto, acima das peculiaridades de implementação e das características de desempenho destes componentes, a estratégia de controle da vibração, ao garantir que a aceleração de controle da estrutura sob teste permaneça dentro dos limites de tolerância ao longo da varredura, constitui o principal fator determinante da qualidade dos resultados.

Ensaios de vibração senoidal oferecem ao sistema de controle dificuldades particulares normalmente não verificadas com outros tipos de referências. Para exemplificar, a figura 3 mostra a magnitude da resposta em freqüência experimental medida a partir do sinal de comando  $v_o^*$  para a aceleração de controle *a*. Na determinação destes dados, a amplitude do sinal de excitação  $v_o^*$  é admitida constante e a freqüência variada ao longo da faixa indicada. A resposta em freqüência representa então a relação entre a amplitude da aceleração *a* de controle do corpo de prova e a amplitude de  $v_o^*$  em cada freqüência.



Figura 3: Exemplo de resposta em freqüência medida de  $v_o^*$  para a.

Sob condições normais de operação do controlador do ensaio senoidal, a diferença entre a amplitude  $A_m$  da aceleração a e o valor de referência  $A_m^*$  deverá ser compensada para atender aos limites de tolerância especificados. Isto implica, portanto, que o sistema de controle deverá variar a amplitude de  $v_o^*$  ao longo da varredura para reproduzir a vibração ambiente. A dificuldade, entretanto, consiste em compensar picos e vales agudos como os ilustrados na figura 3, os quais decorrem de interações entre o vibrador e um corpo de prova com ressonâncias significativas. Estes modos ressonantes representam características estruturais do equipamento sob teste que, ao serem excitadas, modificam a dinâmica do vibrador, produzindo uma ação destabilizadora no sistema de controle, onde o grau de severidade é dependente do fator de qualidade Q dos picos e vales. O fator Q das ressonâncias e anti-ressonâncias<sup>2</sup> indica a taxa de amortecimento da resposta do corpo de prova na freqüência de ocorrência, o que por fim determina o quanto a vibração é amplificada ou atenuada (BROCH, 1980). Quanto maior o fator Q, menor a taxa de amortecimento e mais intensa será a ação destabilizadora. Por isso, embora a avaliação dos efeitos da excitação de modos ressonantes críticos do equipamento sob teste é uma das motivações para a execução de ensaios senoidais, tais condições representam um desafio de projeto do sistema de controle. Se o controlador não for capaz de compensar as variações da amplitude da aceleração de controle devido a estas ressonâncias e anti-ressonâncias, então o sistema deverá interromper o ensaio quando o valor de  $A_m$  ultrapassar os limites de tolerância para abortar. Do contrário, o corpo de prova será submetido a níveis de vibração indeterminados e o teste não será representativo (RATZ, 1975).

Em se tratando de ensaios com vibração randômica, por outro lado, a abordagem de controle no domínio da freqüência pode ocultar os efeitos de modos ressonantes com alto fator Q. Neste caso, conforme demonstrado por Baren e Lang (2007), para reproduzir a densidade espectral de potência especificada, o espectro de referência é normalmente dividido por linhas ou faixas de freqüências, tal que, de acordo a resolução do controlador, ressonâncias e anti-ressonâncias estreitas não são detectadas pelo sistema de controle e, portanto, não necessitam ser compensadas. Em testes de vibração senoidal, por sua vez, a freqüência deve ser variada continuamente entre os limites especificados, o que expõe o controlador a todos os picos e vales encontrados no espectro avaliado. Esta diferença particular e relevante entre ensaios senoidais e testes de vibração randômica é conhecida há muitos anos, como pode ser evidenciado no trabalho de Ratz (1975). No entanto, segundo ratificado por Keller (2002), ainda não é de conhecimento geral que a condução efetiva de um teste senoidal de boa qualidade pode ser muito mais difícil do que executar ensaios de vibração randômica ou mesmo de simulação de impactos mecânicos.

O sistema de controle, portanto, deve operar de forma a minimizar o erro de rastreamento entre a amplitude de referência  $A_m^*$  e o valor medido  $A_m$ , mesmo sob os efeitos das dinâmicas pouco amortecidas do corpo de prova. Tal condição é elementar para garantir a representatividade dos resultados do ensaio de vibração senoidal. Outro fator que contribui para a complexidade de projeto do controlador se refere ao desconhecimento das dinâmicas a serem compensadas, pois cada estrutura sob teste apresenta a sua própria resposta à vibração. Isto implica, por exemplo, que o sistema de controle deverá apresentar robustez para manter a estabilidade e o desempenho em condições imprevisíveis.

 $<sup>^2 \</sup>mathrm{Os}$  termos picos e ressonâncias, assim como vales e anti-ressonâncias são equivalentes e utilizados quando apropriado.

# 1.6 Revisão Bibliográfica

O registro mais completo encontrado tratando do controle de aceleração em ensaios de vibração senoidal, segundo os métodos e tecnologias disponíveis na época, corresponde ao artigo publicado por Ratz (1975). Este trabalho se destaca por apresentar uma revisão detalhada sobre os fundamentos da teoria de ensaios senoidais com varredura, com ênfase sobretudo para as vantagens da implementação digital do sistema de controle com relação à realização analógica. Apesar do surgimento de novas tecnologias, muitos dos princípios, procedimentos e técnicas desenvolvidas se tornaram padrão e, como tal, ainda hoje são aplicados a controladores comerciais, como pode ser evidenciado num artigo mais recente publicado por Keller (2002). Em 2001, Underwood publicou uma compilação relevante abordando tópicos semelhantes, embora com um enfoque mais geral que compreende também testes de vibração randômica e simulação de choques mecânicos, entre outros, e sem discutir as especificidades das técnicas de controle.

Um artigo que propôs a aplicação de conceitos de controle ótimo para melhorar o desempenho de controladores de magnitude da aceleração senoidal foi apresentado por Underwood (1981). Com uma estrutura de controle e técnicas de realização desenvolvidas seguindo os princípios discutidos por Ratz (1975), tal trabalho contribuiu ao apresentar um procedimento de projeto que resultou num controlador onde a taxa de compressão, isto é, a velocidade de correção do erro entre a amplitude de referência e o valor medido, é adaptada suavemente com a freqüência ao longo da varredura, o que preserva a estabilidade independentemente da freqüência. Com relação à robustez do sistema de controle aos efeitos das ressonâncias do corpo de prova, é mencionada a realização de um mecanismo de ajuste da velocidade de correção que é particularmente sensível à taxa de varredura e à severidade dos picos e vales. Neste caso, embora as conclusões afirmem que a capacidade do controlador em manter a aceleração dentro dos limites usuais é aplicável até ressonâncias de fator Q superior a 250, não há descrição matemática da lei de adaptação e nem demonstração experimental do desempenho, o que dificulta aplicar e avaliar o referido adaptador. Também não foram identificadas patentes requisitando o direito sobre a invenção de um sistema de controle que apresente características semelhantes.

A solução de Chen e Liaw (1999b), por outro lado, aborda o problema de controle de aceleração senoidal a partir de uma perspectiva no domínio do tempo. Isto porque, ao contrário do método usual, a proposta de compensação do valor instantâneo da aceleração buscou controlar não apenas a amplitude da vibração na freqüência fundamental, mas também atenuar componentes harmônicas. Tal característica, uma vez consolidada, representaria um importante avanço para a confiabilidade dos resultados do ensaio, pois evitaria a excitação de vibrações harmônicas fora da faixa de interesse. No entanto, apesar de reduzir o nível de distorção da aceleração de controle, a avaliação experimental não incluiu a análise da característica mais relevante do controlador: a robustez de desempenho e estabilidade mesmo sob os efeitos de ressonâncias do corpo de prova.

Além destes trabalhos, não foram encontrados outros registros relevantes sobre investigações e resultados obtidos no desenvolvimento de controladores de aceleração senoidal, o que não significa, necessariamente, que se trata de uma área pouco explorada, mas sim que as informações normalmente não são divulgadas. Conforme ressaltado por Underwood (2001), muitas técnicas envolvidas na realização destes sistemas, como, por exemplo, a implementação de filtros seletivos de boa qualidade utilizados para extrair a amplitude e a fase da aceleração, os chamados filtros de rastreamento, são baseadas em tecnologias próprias que permanecem como informação reservada nas empresas responsáveis pelo desenvolvimento. Ainda assim, uma análise das especificações de sistemas de controle industriais modernos (ver, por exemplo, Data Physics Corporation (2008), Spectral Dynamics Corporation (2008a), LDS Test and Measurement (2008) e Vibration Research Corporation (2008)) indica que testes com varredura de freqüência realizados sob os efeitos de ressonâncias de alto fator Q constituem, ainda, condição de operação severa, na qual os limites de aplicação do controlador normalmente se tornam aparentes. Por isso, mesmo não havendo uma exigência formal sobre os requisitos mínimos de desempenho, o desenvolvimento de técnicas de controle que permitam estender a capacidade dos sistemas atuais continua sendo requisitado para possibilitar a realização de ensaios em estruturas que apresentem ressonâncias de maior severidade. Isto contribuirá para o desenvolvimento de peças e equipamentos mais robustos à vibração, além de representar um importante diferencial num mercado especializado e altamente competitivo.

## 1.7 Escopo da Tese

Este trabalho trata do desenvolvimento de técnicas de controle de aceleração senoidal de vibradores eletrodinâmicos utilizados em ensaios de vibração. Testes senoidais típicos caracterizados pela varredura contínua da freqüência são considerados. O objetivo do controlador consiste em garantir que a amplitude da aceleração medida na interface entre a máquina de vibração e o corpo de prova resulte tão próxima do valor de referência quanto possível, permanecendo entre as margens de tolerância especificadas mesmo sob os efeitos de ressonâncias e anti-ressonâncias agudas. O sistema de controle é desenvolvido buscando otimizar o máximo fator Q controlável durante a varredura. Para garantir potencial de aplicação prática deste trabalho, as seguintes especificações mínimas são admitidas:

- 1. Operação em freqüências entre 10Hz e 2kHz;
- 2. Varredura logarítmica à taxa de 1 oitava por minuto;
- 3. Margens de tolerância para alarme:  $\pm 15\%$ ;
- 4. Margens de tolerância para abortar o ensaio:  $\pm 30\%$ ;
- 5. Operação sob os efeitos de picos e vales com fator Q superior a 50;
- 6. Implementação em plataforma digital;.

Duas abordagens distintas são consideradas para a solução do problema: controle no domínio do tempo (ou da forma de onda), onde o valor instantâneo da aceleração é ajustado para seguir a referência senoidal, e controle no domínio da freqüência, na qual apenas a magnitude, isto é, o valor eficaz ou a amplitude da aceleração é controlada.

O desenvolvimento da técnica de controle no domínio do tempo é motivado a partir do trabalho de Chen e Liaw (1999b), o qual, ao admitir hipótese não usual sobre o modo de operação do amplificador e utilizando implementação analógica do sistema de controle, restringiu a aplicação da técnica proposta. Além disto, esta solução não avaliou e nem reconheceu os efeitos das ressonâncias do corpo de prova na resposta da máquina. Por estas razões, a técnica de controle no domínio do tempo desenvolvida no presente trabalho considera o modo de operação típico do amplificador e, além de realizar a implementação digital, avalia também a robustez do controlador às ressonâncias do corpo de prova.

A estratégia de controle no domínio da freqüência é proposta considerando o trabalho de Underwood (1981), o qual, apesar de implementado numa plataforma digital, foi descrito no domínio do tempo contínuo e não apresentou o algoritmo de adaptação da taxa de compressão do controlador. Além disso, para identificar a amplitude da aceleração, admitiu apenas o uso de um detector de valor eficaz. O controlador proposto na presente tese utiliza a mesma lei de controle considerada por Underwood (1981), mas propõe uma técnica simples de ajuste da taxa de compressão conforme o fator Q dos picos e vales, avalia os efeitos do atraso de transporte devido ao tipo de tecnologia de conversão de dados normalmente aplicada em ensaios de vibração e investiga o impacto no controlador do uso de um filtro de rastreamento para identificar a amplitude da aceleração. O desenvolvimento das técnicas de controle de vibração é complementado por contribuições também ao estudo do modelo dinâmico do vibrador, à instrumentação aplicada para realimentar a aceleração e ao controle de amplificadores que utilizam inversores com modulação por largura de pulso para acionar máquinas de vibração eletrodinâmicas.

Com relação ao modelo dinâmico do vibrador, é apresentado um método que permite determinar experimentalmente os parâmetros mecânicos de um modelo com dois graus de liberdade, o qual representa o comportamento mecânico da máquina devido à suspensão e à rigidez finita da parte móvel. Estes parâmetros são determinados especificamente para realizar o projeto do sistema de controle de aceleração senoidal no domínio do tempo.

Considerando a instrumentação, um procedimento de projeto e realização de circuitos pré-amplificadores de carga e de condicionamento de sinais para acelerômetros piezoelétricos é proposto. A motivação para este estudo surgiu a partir da verificação de que algumas dificuldades de implementação do pré-amplificador de carga normalmente não são reconhecidas e podem comprometer a qualidade das medições em baixas freqüências.

Por fim, um sistema de controle adaptativo robusto por modelo de referência proposto na literatura é avaliado para controlar a tensão de saída de um amplificador industrial. A análise experimental do impacto do controlador é realizada considerando não apenas a melhoria no desempenho do amplificador, mas também em termos dos reflexos na performance de uma plataforma comercial de controle de ensaios de vibrações.

Parte dos resultados descritos neste trabalho representam o esforço empreendido durante estágio realizado na empresa Data Physics Corporation, situada em San Jose, Califórnia, Estados Unidos. Trata-se de uma empresa tradicional no desenvolvimento de soluções de processamento de sinais para ensaios de vibração, incluindo controladores e analisadores de sinais dinâmicos. Atualmente, Data Physics Corporation se destaca também no provimento de vibradores, amplificadores de potência e acessórios. O suporte à pesquisa compreendeu principalmente a disponibilidade de equipamentos para desenvolver o controlador de aceleração instantânea e estudar o impacto do algoritmo adaptativo no desempenho do amplificador industrial e da plataforma de controle de ensaios de vibrações.

# 1.8 Organização da Tese

Esta tese está organizada em sete capítulos. O presente capítulo introduziu o tema por meio de uma revisão sobre as justificativas para a realização de ensaios de vibração, citou os tipos de testes comumente realizados, descreveu o aparato típico utilizado e apresentou detalhadamente o método padrão de execução de testes senoidais. As dificuldades inerentes ao controle de vibração senoidal, assim como os trabalhos mais relevantes propondo estratégias de controle da aceleração, foram discutidos. O capítulo apresentou também os objetivos gerais e específicos da presente pesquisa e as respectivas motivações.

O capítulo 2 trata especificamente de máquinas de vibração eletrodinâmicas, com atenção particular ao princípio de funcionamento, modelo dinâmico e determinação dos limites de operação. É proposto o procedimento experimental para determinar os parâmetros de um modelo com dois graus de liberdade considerado para representar o vibrador e realizar o projeto do sistema de controle de aceleração no domínio do tempo.

Para realimentar a aceleração no sistema de controle de magnitude da vibração, o capítulo 3 apresenta um procedimento de projeto e implementação de circuitos de préamplificação de carga e de condicionamento para acelerômetros piezoelétricos.

A análise do impacto do controlador adaptativo aplicado para controlar a tensão de um amplificador industrial desenvolvido pela empresa Data Physics Corporation é descrita no capítulo 4. A estrutura do controlador, a lei de adaptação de parâmetros, o projeto e a implementação digital do algoritmo adaptativo são também caracterizados.

O capítulo 5 descreve a técnica proposta para controlar a aceleração instantânea, enquanto o capítulo 6 apresenta o controlador desenvolvido para ajustar apenas a amplitude. A estrutura de controle, o procedimento de projeto, a implementação digital e a avaliação experimental são discutidos detalhadamente. Os trabalhos mais importantes registrados na literatura para solucionar o problema de controle de vibração senoidal são revistos.

Ao final de cada capítulo, é apresentado um sumário com os principais resultados. As conclusões desta pesquisa, assim como a identificação das contribuições e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas no capítulo 7.

O apêndice A complementa a tese com um exame acerca da taxa de amostragem e da arquitetura dos conversores de dados como fatores também determinantes da qualidade de ensaios de vibração que utilizam plataformas digitais de controle e análise. Um filtro analógico utilizado na avaliação de desempenho do sistema de controle de magnitude da aceleração é descrito no apêndice B. O anexo A apresenta fotografias referentes aos equipamentos utilizados no desenvolvimento experimental das propostas da tese.

# 2 VIBRADORES ELETRODINÂMICOS

# 2.1 Considerações Gerais

A máquina de vibração (vibrador) é o elemento fundamental para a realização de testes de vibração em laboratório, pois é o equipamento responsável por produzir o movimento mecânico necessário para fazer o corpo de prova vibrar. Uma variedade de modelos são fabricados com diferentes capacidades, princípios de operação e aplicações. Entre os principais, tem-se as máquinas de vibração hidráulicas, inerciais e eletrodinâmicas, além de vibradores pneumáticos e piezoelétricos. Máquinas hidráulicas transformam fluido em alta pressão no movimento da mesa vibratória, podendo produzir altas intensidades de força e grandes deslocamentos com uma relação peso/força máxima relativamente reduzida. No entanto, o vibrador é essencialmente não-linear, sendo utilizado apenas em ensaios de vibração senoidal ou randômica com freqüências até 500Hz e em aplicações como simulação de terremotos e distúrbios de ondas em veículos marítimos. Máquinas de vibração inerciais, ou vibradores mecânicos, produzem somente vibração senoidal até 50Hz. Atualmente, limitam-se a modelos portáteis com baixa capacidade de geração de força. Máquinas eletrodinâmicas, por outro lado, são amplamente utilizadas em aplicações industriais e militares devido a características como a operação com diferentes formas de onda, ampla faixa de freqüências (tipicamente, desde alguns Hz a 10kHz), linearidade e exatidão. Neste tipo de vibrador, a amplitude e a freqüência da vibração são ajustadas por meio da variação da tensão ou corrente de saída do amplificador que aciona a máquina, podendo produzir vibrações senoidais com reduzida distorção em toda a faixa de freqüências e amplitudes conforme a capacidade do vibrador e a qualidade do amplificador. Entre as limitações, no entanto, tem-se as reduzidas amplitudes máximas do deslocamento e da força com relação a máquinas hidráulicas e, principalmente, a não adequação para ensaios de peças ou equipamentos sensíveis ao campo magnético de excitação necessário para a operação do vibrador (SMALLWOOD, 2001; TUSTIN, 2005; SILVA, 2007).

Este capítulo trata especificamente das máquinas de vibração eletrodinâmicas, com atenção particular ao princípio de funcionamento, modelo dinâmico e determinação dos limites de operação. A maioria dos conceitos e métodos discutidos reflete em parte os esforços de Fair (1989), McConnell (1995) e Lang e Snyder (2001). O trabalho de Fair (1989) formula um modelo matemático detalhado para descrever o comportamento de vibradores eletrodinâmicos e propõe uma metodologia de projeto da máquina. O livro de McConnell (1995), por sua vez, estuda, entre outros temas, as interações do vibrador com a estrutura sob teste, enquanto Lang e Snyder (2001) investigam os limites de desempenho da máquina. Não é o objetivo do presente capítulo retomar com o mesmo grau de profundidade os resultados destas investigações, mas ressaltar os principais aspectos necessários à compreensão das propostas da tese. Para este fim, o modelo dinâmico do vibrador considerado no estudo de Lang e Snyder (2001) é discutido em detalhes. Os efeitos que o modo de operação do amplificador de potência exerce na resposta da máquina são analisados, os quais justificam o desenvolvimento no capítulo 4 de um sistema de controle da tensão de saída do amplificador em detrimento de um controlador da corrente de saída. As conclusões desta análise servem, ainda, para fundamentar o modo de operação admitido no desenvolvimento do sistema de controle de aceleração instantânea proposto no capítulo 5. A variação da impedância do vibrador com a freqüência e com a massa do corpo de prova é também investigada para facilitar a compreensão acerca do comportamento do amplificador industrial tratado no capítulo 4. Os limites de operação da máquina são discutidos, sendo considerados no capítulo 6 para definir o perfil da amplitude de referência admitido na avaliação experimental do sistema de controle de magnitude da aceleração. Por fim, é proposto um procedimento de identificação experimental dos parâmetros mecânicos do modelo dinâmico do vibrador. A principal motivação consiste em aplicar os parâmetros identificados no projeto do controlador de aceleração instantânea proposto no capítulo 5.

# 2.2 Princípio de Funcionamento

Máquinas de vibração eletrodinâmicas são constituídas, basicamente, por um enrolamento móvel suspenso em um campo magnético constante orientado de forma radial com relação ao entreferro da máquina. Quando uma corrente elétrica circula pelos condutores desse enrolamento, uma força axial proporcional à corrente é produzida e transmitida a uma mesa de vibração, onde a estrutura a ser ensaiada (corpo de prova) é fixada.

A figura 4 mostra o circuito magnético utilizado para criar o campo de excitação da máquina. O pólo interno, composto de material ferromagnético, transmite o fluxo

de uma das extremidades do ímã permanente ou eletroímã axial. O corpo da máquina, constituído de material de alta permeabilidade magnética, conduz as linhas de força da outra extremidade do eletroímã para um disco contendo um orifício em seu centro, no interior do qual o pólo interno é instalado. Tal disposição produz um campo magnético radial no entreferro formado entre a superfície cilíndrica do pólo interno norte e o orifício magnetizado como pólo sul. O entreferro é minimizado de forma a reduzir a relutância do circuito magnético e aumentar a densidade do campo de excitação. Para proteger equipamentos sensíveis ao magnetismo, alguns modelos incluem um enrolamento auxiliar instalado sobre o disco para atenuar o campo magnético que atua sobre o corpo de prova.



Figura 4: Estrutura elementar da máquina de vibração eletrodinâmica.

A força produzida pela máquina é perpendicular à superfície da mesa de vibração e proporcional à densidade de fluxo magnético que atravessa o enrolamento móvel, à corrente circulante e ao comprimento total desse enrolamento. O conjunto enrolamento móvel-mesa de vibração é usualmente referenciado como *armadura*. A estrutura sob teste é rigidamente instalada na mesa de vibração e a armadura é sustentada pelo corpo da máquina por meio de suportes flexíveis que a centralizam no entreferro e permitem movimento linear da mesa com relação à sua superfície. Movimentos em outras direções são evitados por meio de retentores rígidos. O corpo da máquina é normalmente suportado por uma base que permite a rotação do vibrador em torno do seu centro, possibilitando modificar a orientação da mesa vibratória. A base costuma incluir também um suporte de isolação para evitar que a vibração do corpo seja transmitida para o piso de sustentação. Em modelos com elevada capacidade de massa, é também usual a presença de um sistema de levitação da armadura para garantir a centralização da mesa com relação à excursão disponível independentemente da massa do corpo de prova.

#### 2.3 Modelo Dinâmico

Idealmente, a armadura de uma máquina de vibração apresenta rigidez infinita e massa nula, o corpo do vibrador é totalmente estático e isolado do piso de sustentação e a densidade de fluxo magnético é absolutamente constante. Nessas condições, a armadura comporta-se como um corpo rígido conectado à máquina através de uma mola ideal, o movimento da parte móvel é independente do movimento da parte fixa e a força  $f_o$  produzida pelo enrolamento da armadura resulta da sua capacidade de condução de corrente  $i_o$ , da densidade de fluxo magnético B e do comprimento efetivo l do enrolamento da armadura, isto é:

$$f_o = Bli_o = \Gamma i_o \tag{2.1}$$

onde o produto  $Bl \stackrel{\Delta}{=} \Gamma$  é fixo para cada projeto.

Embora condições severas sejam impostas no projeto de um vibrador eletrodinâmico, inevitavelmente o efeito da massa da armadura e sua rigidez limitada, somada ao amortecimento do suporte de isolação, dão a cada vibrador sua própria resposta dinâmica. Particularmente em altas freqüências, deslocamentos entre o enrolamento da armadura e a mesa de vibração se tornam significativos, de tal forma que a hipótese de rigidez infinita é violada. O suporte de isolação, por outro lado, absorve consideravelmente a vibração do corpo da máquina, mas normalmente permite translações verticais que reduzem a amplitude máxima disponível para a armadura.

Tais considerações levaram à formulação de um modelo mecânico onde o enrolamento móvel e a mesa de vibração são tratados separadamente como massas  $M_C$  e  $M_T$ , respectivamente, e conectados por uma mola de rigidez  $K_C$  e um amortecedor de coeficiente  $C_C$  (figura 5(a)). O corpo da máquina, por outro lado, é modelado como uma massa  $M_B$ ligada ao piso através de um suporte de isolação com rigidez  $K_B$  e amortecimento  $C_B$ . A rigidez e o amortecimento da suspensão, por sua vez, são descritos através dos parâmetros  $K_S$  e  $C_S$ . Assume-se que o equipamento sob teste é rigidamente fixado à mesa de vibração e representado por uma massa rígida  $M_D$  que não apresenta ressonâncias mecânicas.

Sob essas hipóteses, o comportamento mecânico do vibrador é aproximadamente descrito por um sistema com três graus de liberdade:  $x_C$ ,  $x_T \in x_B$ , sendo  $x_C$  o deslocamento do enrolamento móvel,  $x_T$  o deslocamento da mesa de vibração e  $x_B$  o deslocamento do corpo da máquina. O modelo elétrico da armadura, como mostra o circuito equivalente na figura 5(b), é descrito usualmente não apenas pela resistência R e a indutância L do enrolamento da armadura, mas também pela força contra-eletromotriz induzida nesse en-



Figura 5: Modelo da máquina de vibração. (a) Modelo mecânico. (b) Modelo elétrico.

rolamento quando da existência de velocidade relativa entre os condutores da armadura e o corpo da máquina de vibração, isto é:

$$e = \Gamma(\dot{x}_C - \dot{x}_B) \tag{2.2}$$

sendo  $\dot{x}_C$  a velocidade do enrolamento móvel e  $\dot{x}_B$  a velocidade do corpo da máquina.

A atividade mecânica do vibrador é refletida no circuito elétrico, portanto, sob a forma da força contra-eletromotriz, a qual é interpretada no trabalho de Fair (1989) como uma impedância variável com a massa do corpo de prova. O comportamento dinâmico da máquina de vibração, conforme examinado detalhadamente por McConnell (1995), é dependente, ainda, do modo de operação do amplificador de potência utilizado para excitar o circuito da armadura. Na operação em modo corrente, a tensão de comando  $v_o^*$  computada pelo sistema de controle do ensaio (figura 1) determina a corrente  $i_o$  de saída do amplificador, enquanto na operação em modo tensão, por outro lado, a tensão de saída  $v_o$  é proporcional ao sinal de comando. O comportamento do vibrador sob estas duas condições de excitação é analisado em detalhes a seguir. Este estudo é importante para justificar o desenvolvimento no capítulo 4 de um sistema de controle da tensão de saída do amplificador em detrimento de um controlador da corrente de saída. As conclusões desta análise servem, ainda, para fundamentar o modo de operação admitido no desenvolvimento do controlador de aceleração instantânea proposto no capítulo 5. A variação da impedância do vibrador com a freqüência e com a massa do corpo de prova é também investigada para facilitar a compreensão acerca do comportamento do amplificador industrial tratado no capítulo 4. Para complementar o estudo do modelo dinâmico do vibrador, as limitações da representação considerada são discutidas.

#### 2.3.1 Operação em Modo Corrente

Assumindo a operação do amplificador em modo corrente e considerando separadamente as forças que atuam sobre o enrolamento móvel, a mesa de vibração e o corpo da máquina (figura 6), pode-se descrever o comportamento do vibrador eletrodinâmico por meio de equações diferenciais obtidas aplicando a segunda Lei de Newton, isto é:

$$M_C \ddot{x}_C + C_C \dot{x}_C - C_C \dot{x}_T + K_C x_C - K_C x_T = \Gamma i_o$$
(2.3)

$$(M_T + M_D)\ddot{x}_T - C_C\dot{x}_C + (C_C + C_S)\dot{x}_T - C_S\dot{x}_B - K_Cx_C + (K_C + K_S)x_T - K_Sx_B = 0 \quad (2.4)$$

$$M_B \ddot{x}_B - C_S \dot{x}_T + (C_S + C_B) \dot{x}_B - K_S x_T + (K_S + K_B) x_B = -\Gamma i_o$$
(2.5)

Ou, de forma equivalente:

$$\begin{bmatrix} M_{C} & 0 & 0 \\ 0 & M_{T} + M_{D} & 0 \\ 0 & 0 & M_{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{C} \\ \ddot{x}_{T} \\ \ddot{x}_{B} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{C} & -C_{C} & 0 \\ -C_{C} & C_{C} + C_{S} & -C_{S} \\ 0 & -C_{S} & C_{S} + C_{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{C} \\ \dot{x}_{T} \\ \dot{x}_{B} \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} K_{C} & -K_{C} & 0 \\ -K_{C} & K_{C} + K_{S} & -K_{S} \\ 0 & -K_{S} & K_{S} + K_{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{C} \\ x_{T} \\ x_{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma \\ 0 \\ -\Gamma \end{bmatrix} i_{o}$$
(2.6)

Definindo  $\mathbf{X} \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} x_C & x_T & x_B \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ , pode-se escrever:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \Gamma i_o \tag{2.7}$$

onde

$$\mathbf{M} \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} M_{C} & 0 & 0 \\ 0 & M_{T} + M_{D} & 0 \\ 0 & 0 & M_{B} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{C} \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} C_{C} & -C_{C} & 0 \\ -C_{C} & C_{C} + C_{S} & -C_{S} \\ 0 & -C_{S} & C_{S} + C_{B} \end{bmatrix}$$
(2.8)  
$$\mathbf{K} \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} K_{C} & -K_{C} & 0 \\ -K_{C} & K_{C} + K_{S} & -K_{S} \\ 0 & -K_{S} & K_{S} + K_{B} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{\Gamma} \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} \Gamma \\ 0 \\ -\Gamma \end{bmatrix}$$

são os parâmetros mecânicos da máquina de vibração. Assumindo que o sistema é linear,



Figura 6: Determinação das equações do modelo mecânico. (a) Enrolamento da armadura. (b) Mesa de vibração. (c) Corpo da máquina.

invariante no tempo e relaxado no instante t = 0, pode-se aplicar a Transformada de Laplace, do que resulta:

$$\mathbf{M}s^{2}\mathbf{X}(s) + \mathbf{C}s\mathbf{X}(s) + \mathbf{K}\mathbf{X}(s) = \Gamma i_{o}(s)$$
(2.9)

ou, ainda:

$$\frac{\mathbf{X}(s)}{i_o(s)} = (\mathbf{M}s^2 + \mathbf{C}s + \mathbf{K})^{-1}\mathbf{\Gamma}$$
(2.10)

e multiplicando a igualdade por  $s^2$ :

$$\frac{s^2 \mathbf{X}(s)}{i_o(s)} = s^2 (\mathbf{M}s^2 + \mathbf{C}s + \mathbf{K})^{-1} \mathbf{\Gamma}$$
(2.11)

obtém-se três funções de transferência distintas ([ $s^2 x_C(s) \ s^2 x_T(s) \ s^2 x_B(s)$ ]<sup>T</sup>/ $i_o(s)$ )

que representam, respectivamente, a relação entre a aceleração do enrolamento móvel, da mesa de vibração e do corpo da máquina com respeito à corrente da armadura.

Tomando, como exemplo, as características nominais da máquina de vibração modelo S-100 fabricada por Data Physics (tabela 1), a qual é considerada na investigação de Lang e Snyder (2001), pode-se obter a magnitude das funções de transferência conforme indicado na figura 7, onde g corresponde à aceleração da gravidade (9,81m/s<sup>2</sup>).

Parâmetro Símbolo Valor Freqüência mínima de operação 2Hz  $f_{\min}$ Freqüência máxima de operação 7kHz fmax 650N Força senoidal de pico nominal  $F_{o}$ Máximo deslocamento pico-a-pico da armadura 25,4mm  $x_{\max}$ Máxima velocidade de pico da armadura 1,5m/s $v_{\rm max}$ Máxima massa do corpo de prova  $M_{\rm max}$ 25kg Massa do enrolamento da armadura  $M_C$ 0,3kg  $M_T$ Massa da mesa de vibração 1kg Massa do corpo da máquina  $M_B$ 80kg  $K_S$ Rigidez da suspensão 22N/mmCoeficiente de amortecimento da suspensão  $C_S$ 40N/m/sRigidez do enrolamento da armadura  $K_C$  $300 \mathrm{N}/\mu m$ Coeficiente de amortecimento do enrolamento da armadura  $C_C$ 900N/m/sRigidez do suporte de isolação  $K_B$ 20N/mm500N/m/sCoeficiente de amortecimento do suporte de isolação  $C_B$ Constante de geração de força Γ 40N/A11,2A Corrente eficaz nominal da armadura e do amplificador  $I_o$ Tensão eficaz nominal do amplificador  $V_o$ 90VResistência nominal do enrolamento da armadura R $4\Omega$ L Indutância nominal do enrolamento da armadura  $300 \mu H$ 

Tabela 1: Especificações técnicas do vibrador eletrodinâmico Data Physics modelo S-100.

Observa-se que três modos de vibração dominam a resposta dinâmica da máquina: em freqüências muito baixas, o suporte de isolação permite que todo o vibrador oscile como uma massa rígida com deslocamentos relativos praticamente nulos entre as diferentes partes da máquina. A essa região de operação costuma-se denominar modo da isolação. No limite inferior da faixa de atuação do vibrador (tipicamente, entre 5Hz e 40Hz), o chamado modo da suspensão domina: a mesa de vibração e o enrolamento móvel vibram como uma massa única com relação ao corpo da máquina. O movimento nessa faixa é limitado pela máxima excursão física disponível. Próximo ou além da freqüência máxima de operação do vibrador, o indesejado modo do enrolamento móvel é excitado: os condutores da armadura vibram com amplitude maior e fora de fase com relação à mesa de vibração. Nesse caso, uma excitação excessiva da armadura pode danificar o enrola-



Figura 7: Resposta em freqüência da aceleração da mesa de vibração, do enrolamento móvel e do corpo da máquina com relação à corrente da armadura ( $M_D = 10$  kg).

mento móvel, o que, portanto, impõe um limite à máxima freqüência de operação. Para estender a faixa, fabricantes de vibradores eletrodinâmicos procuram tornar a armadura tão rígida quanto possível, o que é dificultado com o aumento do tamanho da máquina.

Em freqüências intermediárias entre o modo da suspensão e o modo do enrolamento móvel, as forças das molas e dos amortecedores não são relevantes, de forma que a aceleração  $\ddot{x}_T$  da mesa vibratória resulta dependente somente da força  $f_o$  desenvolvida pela armadura e pela massa móvel total, isto é:

$$\ddot{x}_T = \frac{f_o}{M_D + M_T + M_C}$$
(2.12)

#### 2.3.2 Operação em Modo Tensão

Considerando que a máquina de vibração é acionada por amplificador que opera em modo tensão, as equações dinâmicas que governam a parte mecânica do vibrador podem ser rearranjadas de modo a incluir também o efeito da força contra-eletromotriz. Nesse caso, de acordo com o circuito elétrico da figura 5(b):

$$L\frac{di_o}{dt} + Ri_o + \Gamma \dot{x}_C - \Gamma \dot{x}_B = v_o \tag{2.13}$$

e as equações de estado expressas em (2.6) resultam como:

$$\begin{bmatrix} M_{C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{T} + M_{D} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{B} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{C} \\ \ddot{x}_{T} \\ \ddot{x}_{B} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{C} & -C_{C} & 0 & 0 \\ -C_{C} & C_{C} + C_{S} & -C_{S} & 0 \\ 0 & -C_{S} & C_{S} + C_{B} & 0 \\ \Gamma & 0 & -\Gamma & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{C} \\ \dot{x}_{B} \\ di_{o}/dt \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{C} & -K_{C} & 0 & -\Gamma \\ -K_{C} & K_{C} + K_{S} & -K_{S} & 0 \\ 0 & -K_{S} & K_{S} + K_{B} & \Gamma \\ 0 & 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{C} \\ x_{T} \\ x_{B} \\ i_{o} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_{o}$$
(2.14)

Definindo  $\mathbf{X}_{\mathbf{v}} \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} \mathbf{X} & i_o \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ , pode-se escrever:

$$\mathbf{M}_{\mathbf{v}}\ddot{\mathbf{X}}_{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_{\mathbf{v}}\dot{\mathbf{X}}_{\mathbf{v}} + \mathbf{K}_{\mathbf{v}}\mathbf{X}_{\mathbf{v}} = \boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{v}}\boldsymbol{\upsilon}_{o} \tag{2.15}$$

onde

Assumindo que o sistema é linear, invariante no tempo e relaxado no instante t = 0:

$$\mathbf{M}_{\mathbf{v}}s^{2}\mathbf{X}_{\mathbf{v}}(s) + \mathbf{C}_{\mathbf{v}}s\mathbf{X}_{\mathbf{v}}(s) + \mathbf{K}_{\mathbf{v}}\mathbf{X}_{\mathbf{v}}(s) = \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{v}}\upsilon_{o}(s)$$
(2.17)

ou, de forma equivalente:

$$\frac{\mathbf{X}_{\mathbf{v}}(s)}{v_o(s)} = (\mathbf{M}_{\mathbf{v}}s^2 + \mathbf{C}_{\mathbf{v}}s + \mathbf{K}_{\mathbf{v}})^{-1}\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{v}}$$
(2.18)

Tomando as três primeiras linhas da equação  $\mathbf{X}_{\mathbf{v}}(s)/v_o(s)$  e multiplicando por  $s^2$ :

$$\frac{s^2 \mathbf{X}(s)}{\upsilon_o(s)} = s^2 \left[ (\mathbf{M}_{\mathbf{v}} s^2 + \mathbf{C}_{\mathbf{v}} s + \mathbf{K}_{\mathbf{v}})^{-1} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{v}} \right]_{1...3}$$
(2.19)

obtém-se as funções de transferência [ $s^2 x_C(s) - s^2 x_T(s) - s^2 x_B(s)$ ]<sup>T</sup>/ $v_o(s)$  que relacionam,

respectivamente, a aceleração do enrolamento móvel, da mesa de vibração e do corpo da máquina com respeito à tensão aplicada à armadura.

A figura 8 compara a magnitude e a fase da resposta em freqüência da aceleração da mesa de vibração com relação à corrente e à tensão da armadura. Nota-se claramente que a operação do amplificador em modo tensão amortece de maneira significativa a ressonância da suspensão da máquina. Tal amortecimento é resultado direto da baixa impedância dos condutores da armadura, o que poder ser explicado assumindo que a resistência R e a indutância L do enrolamento móvel são nulas no circuito elétrico equivalente mostrado na figura 5(b). Neste caso, a força contra-eletromotriz resulta exatamente igual à tensão  $v_o$  aplicada pelo amplificador, e desde que a força contra-eletromotriz e a velocidade do enrolamento com relação ao corpo da máquinas estão relacionadas, segundo indica a equação (2.2), a magnitude máxima da velocidade e da aceleração da armadura na região da suspensão são determinadas, preponderantemente, pela tensão máxima do amplificador utilizado. Para exemplificar, a figura 9 mostra a resposta em freqüência da aceleração da mesa com relação à tensão aplicada à armadura considerando diferentes valores da resistência do enrolamento móvel. Observa-se que o pico de ressonância na região do modo da suspensão diminui com o decremento da resistência dos condutores da armadura.

Nas demais faixas de freqüências, a velocidade relativa entre o enrolamento móvel e o corpo da máquina não é relevante, tal que a força contra-eletromotriz resulta praticamente nula. Conseqüentemente, a relação entre a corrente  $i_o$  e a tensão  $v_o$  é dependente apenas da impedância  $R+j2\pi fL$  dos condutores da armadura. Isso significa que, nestas faixas de operação, a força  $f_o = \Gamma i_o$  desenvolvida pelo enrolamento é proporcional tanto à corrente quanto à tensão de saída do amplificador, ou seja, independe do modo de operação.

A principal diferença no comportamento da máquina devido ao modo de operação do amplificador é restrita, portanto, à região em torno da ressonância da suspensão. O modo tensão, especificamente, facilita a tarefa do controlador de vibrações ao reduzir o pico de amplificação nesta faixa de freqüências, o que contribuiu para a consolidação de amplificadores projetados para operar em modo tensão (ver, por exemplo, as patentes de Pauly (1986) e Leedham (2005)). Neste sentido, a investigação realizada no capítulo 4 a respeito do uso de um sistema de controle adaptativo aplicado a um amplificador industrial preserva o modo de operação em tensão, isto é, o controlador é projetado para regular a tensão de saída  $v_o$  do amplificador em resposta ao sinal de comando  $v_o^*$  gerado pela plataforma de controle de vibrações. Da mesma forma, o sistema de controle de aceleração instantânea proposto no capítulo 5 admite a operação do amplificador em modo tensão, o que busca garantir potencial de aplicação industrial à solução desenvolvida.



Figura 8: Resposta em freqüência da aceleração da mesa de vibração com relação à corrente e à tensão da armadura ( $M_D = 10$  kg). (a) Magnitude. (b) Fase.

#### 2.3.3 Impedância Equivalente da Armadura

Para analisar a impedância equivalente do enrolamento da armadura incluindo não apenas a resistência e a indutância dos condutores, mas também a força contra-eletromotriz,



Figura 9: Resposta em freqüência da aceleração da mesa com relação à tensão da armadura considerando diferentes valores da resistência R do enrolamento móvel ( $M_D = 10$  kg).

considera-se o inverso da quarta função de transferência da equação (2.18), isto é:

$$\frac{v_o(s)}{i_o(s)} = \frac{1}{\left[(\mathbf{M}_{\rm v}s^2 + \mathbf{C}_{\rm v}s + \mathbf{K}_{\rm v})^{-1}\mathbf{\Gamma}_{\rm v}\right]_4}$$
(2.20)

Na figura 10, é plotada a magnitude e a fase da impedância do enrolamento móvel referente ao vibrador S-100 para diferentes valores de massa do corpo de prova. Na região de operação referente ao modo da isolação da máquina, o movimento relativo entre os condutores da armadura e o corpo do vibrador é insignificante. Com isso, a força contraeletromotriz é aproximadamente nula e, desde que a reatância é desprezível devido à baixa freqüência de excitação, a impedância da máquina apresenta característica de carga proeminentemente resistiva. No modo da suspensão, a mesa de vibração e o enrolamento móvel oscilam como uma massa rígida com relação ao corpo da máquina, de forma que a força contra-eletromotriz induzida nos condutores da armadura é máxima na freqüência de ressonância da armadura. Assim, considerando a interpretação de Fair (1989), a impedância representada pela força contra-eletromotriz aumenta em torno do pico de ressonância da suspensão como uma carga indutiva antes do pico, resistiva exatamente na freqüência de ressonância e capacitiva imediatamente após o pico. Nas freqüências médias, tanto a reatância quanto a força contra-eletromotriz são relativamente reduzidas e o enrolamento da armadura novamente descreve o comportamento de uma carga resistiva.



Figura 10: Variação da impedância do enrolamento da armadura com a massa do corpo de prova. (a) Magnitude. (b) Fase.

À medida que a freqüência aumenta, a queda na reatância predomina sobre a resistência da máquina e o efeito indutivo é então verificado. A massa do corpo de prova influencia particularmente a magnitude da impedância no modo da suspensão do vibrador. Idealmente, a variação da impedância da armadura com a freqüência e com a massa móvel total não deve afetar a tensão de saída do amplificador utilizado para acionar a máquina de vibração. No entanto, como será verificado na análise realizada na seção 4.3 sobre o desempenho de um amplificador industrial, a tensão de saída  $v_o$  do amplificador em resposta ao sinal de entrada  $v_o^*$  determinado pela plataforma de controle de vibrações é influenciada pela variação da impedância do enrolamento móvel devido à força contraeletromotriz. Por isto, uma das motivações para o estudo apresentado no capítulo 4 acerca do uso de um sistema de controle adaptativo para regular a tensão de saída do amplificador consiste em compensar os efeitos da força contra-eletromotriz.

#### 2.3.4 Limitações do Modelo Dinâmico

O modelo dinâmico linear considerado representa aproximadamente a operação de uma máquina de vibração eletrodinâmica em regime permanente e numa ampla faixa de freqüências. Na prática, entretanto, há muitos fatores que podem modificar consideravelmente o comportamento do vibrador real com relação ao modelo admitido. Por isso, esta seção discute as principais hipóteses assumidas na obtenção do modelo linear.

Como pode ser verificado no trabalho de Fair (1989), o produto  $Bl \stackrel{\Delta}{=} \Gamma$  que relaciona os valores máximos da força desenvolvida pela armadura e a corrente do enrolamento móvel é usualmente considerado um parâmetro constante no projeto da máquina. No entanto, conforme reconhecido por Fair (1989) e McConnell (1995), a relação entre a densidade de fluxo magnético B e a posição  $x_C$  do enrolamento móvel é não-linear, podendo ser expressa em função da amplitude  $X_C$  da oscilação dos condutores da armadura em torno na posição de equilíbrio  $x_o$  segundo demonstrado por Tomlinson (1979):

$$B = B_o \left[ 1 - \left( \frac{X_C + x_o}{X_{C \max}} \right)^2 \right]$$
(2.21)

onde  $B_o$  corresponde à máxima densidade de fluxo magnético que B pode alcançar e  $X_{C \max}$  é a máxima amplitude disponível. Nesse caso, substituindo B na equação (2.1):

$$f_o = lB_o \left[ 1 - \left( \frac{X_C + x_o}{X_C \max} \right)^2 \right] i_o \tag{2.22}$$

conclui-se que a dependência entre a força desenvolvida pela armadura e a corrente do enrolamento móvel é não linear quando o deslocamento dos condutores é significativo com relação à excursão máxima disponível. Além disso, substituindo B na equação (2.2):

$$e = lB_o \left[ 1 - \left( \frac{X_C + x_o}{X_C \max} \right)^2 \right] (\dot{x}_C - \dot{x}_B)$$
(2.23)

verifica-se a mesma não-linearidade entre a força contra-eletromotriz e a velocidade relativa dos condutores. Por outro lado, uma vez que deslocamentos significativos ocorrem somente em baixas freqüências, a variação do produto Bl não é expressiva acima do modo da suspensão ou mesmo em baixas freqüências com deslocamentos reduzidos.

Outra hipótese se refere à rigidez e ao coeficiente de amortecimento da suspensão da máquina. Apesar de admitidos constantes, esses parâmetros são sensíveis às forças e particularmente ao deslocamento executado. Entretanto, desde que vibrações de amplitude considerável ocorrem somente em baixas freqüências, a variação dos parâmetros da suspensão do vibrador possui influência reduzida no desempenho geral da máquina.

O corpo de prova conectada à mesa vibratória, por sua vez, raramente atende à hipótese de rigidez infinita atribuída à massa  $M_D$ . Na prática, a estrutura sob estudo apresenta dinâmicas próprias que interagem com a máquina, podendo modificar consideravelmente sua resposta como demonstrado na análise de McConnell (1995). Para exemplificar, considera-se um corpo de prova que apresenta apenas um modo de ressonância representado na figura 11 por meio de um acoplamento não rígido entre a massa  $M_D$  e a mesa vibratória. Assume-se, inicialmente, que a máquina é excitada na faixa de freqüências entre os modos da suspensão e do enrolamento, sem controle de aceleração e que a amplitude da força  $f_o$  aplicada à armadura é constante como ilustrado na figura 11(a).

Sob essas condições, quando a freqüência da força desenvolvida for exatamente igual à freqüência  $f_n$  de ressonância da estrutura sob teste, esta passará a oscilar com amplitude predominantemente superior à vibração da mesa, ou seja, a maior parcela da energia fornecida ao conjunto móvel será transferida ao corpo de prova, de modo que a aceleração da armadura diminuirá e a aceleração do equipamento sob teste experimentará um aumento considerável, como descrito na figura 11(a). Nesse caso, para analisar as propriedades dinâmicas do corpo de prova dada a diminuição da aceleração da mesa, a resposta verdadeira é obtida dividindo-se a aceleração aparente pela aceleração de entrada.

Como, em geral, testes de vibração requerem controle da magnitude e da freqüência da aceleração próximo à estrutura sob teste, conforme ilustrado na figura 11(b), o sistema de medição, controle e atuação deverá manter a aceleração da mesa segundo especificado mesmo sob os efeitos da atenuação significativa em  $f_n$  e do pico de aceleração em  $f_p$ decorrentes do modo de ressonância do corpo de prova. De qualquer forma, os efeitos



Figura 11: Resposta de um corpo de prova não-rígido à excitação com (a) força e (b) aceleração de magnitude constante.

das dinâmicas da estrutura ensaiada são desconhecidos antes do teste e obviamente não representados pelo modelo da máquina de vibração.

No que se refere ao modelo elétrico do circuito da armadura, apesar de usualmente representado pela resistência e indutância equivalentes do enrolamento móvel, bem como pela força contra-eletromotriz, a investigação de Fair (1989) inclui também os efeitos do revestimento de cobre comumente realizado sobre as faces polares na região do entreferro do vibrador. Tal cobertura tem por finalidade blindar o núcleo da máquina para reduzir as perdas no ferro e diminuir o fluxo alternado e a indutância parasita do enrolamento móvel. No entanto, ao induzir correntes no revestimento, a corrente circulante no enrolamento da armadura faz a cobertura de cobre operar como o secundário de um transformador. Por isso, o modelo de Fair (1989) incorpora também a indutância de magnetização, a resistência e a indutância equivalentes do secundário.

Com relação aos valores dos parâmetros elétricos da máquina de vibração, uma vez que a densidade de fluxo magnético no entreferro varia de acordo com a posição dos condutores da armadura, as indutâncias parasitas são também modificadas para deslocamentos significativos. Entretanto, conforme discutido, a posição do enrolamento móvel no entreferro pode ser pertinente somente em baixas freqüências, ou seja, na faixa em que a reatância normalmente não é relevante com relação à resistência e à força contraeletromotriz. Um fator mais importante, de acordo com a demonstração de Fair (1989), corresponde à variação da resistência e da indutância com a freqüência de excitação devido ao efeito pelicular: à medida que a freqüência aumenta, a densidade de corrente no interior dos condutores diminui, o que reduz a seção transversal útil, aumenta a resistência e diminui a indutância (MARSHALL; SKITEK, 1990). Ainda assim, como será visto, as limitações do modelo dinâmico são mais aparentes com relação aos modos ressonantes do corpo de prova. Por isso, desde que a máquina opere em vazio ou com uma massa rígida, o modelo considerado descreve com boa aproximação o comportamento em regime.

# 2.4 Limites de Operação

A escolha e a correta operação do equipamento utilizado para a realização de ensaios de vibração exige o conhecimento dos limites de operação do vibrador, da fonte de potência e da massa da estrutura a ser ensaiada, o que evita danos principalmente à armadura da máquina. Além disso, o sistema de medição e controle deve ser capaz de monitorar os limites de operação e adotar medidas que protejam o equipamento no caso de falhas ou sobrecargas na máquina e/ou no amplificador. Para entender os principais fatores que determinam o desempenho de um sistema que utiliza máquinas de vibração eletrodinâmicas, esta seção considera o estudo apresentado por Lang e Snyder (2001).

Seja, por exemplo, o vibrador Data Physics modelo S-100, cujas características nominais foram apresentadas na tabela 1. Determinar os limites de operação da máquina, conforme Lang e Snyder (2001), significa obter, em cada freqüência e de acordo com a massa do corpo de prova, a maior aceleração da armadura que não exceda:

- 1. Máxima corrente eficaz do enrolamento da armadura;
- 2. Máxima corrente eficaz do amplificador de potência;
- 3. Máxima tensão eficaz do amplificador de potência;
- 4. Máxima amplitude de deslocamento da armadura;
- 5. Máxima amplitude da velocidade da armadura;
- 6. Máxima força de pico da armadura;

Considerando na equação (2.11) a função de transferência que relaciona a aceleração da mesa de vibração  $s^2 x_T(s)$  com a corrente da armadura, o primeiro limite de operação é determinado com base na maior corrente eficaz  $I_o$  que atenda às características nominais da armadura e do amplificador de potência, isto é:

$$\operatorname{Lim}_{12}(\omega, M_D) = \sqrt{2}I_o \left| (j\omega)^2 (\mathbf{M}(j\omega)^2 + \mathbf{C}(j\omega) + \mathbf{K})^{-1} \mathbf{\Gamma} \right|_2$$
(2.24)

onde  $\omega = 2\pi f$  corresponde à freqüência angular de vibração da máquina.

No passo seguinte, determina-se a tensão da fonte de potência necessária para produzir a máxima aceleração limite Lim<sub>12</sub>. Considera-se a função de transferência que relaciona a aceleração da mesa de vibração  $s^2 x_T(s)$  com a tensão da armadura (equação (2.19)):

$$V_{Lim} = \frac{\operatorname{Lim}_{12}(\omega, M_D)}{|(j\omega)^2 (\mathbf{M}_{\mathrm{v}}(j\omega)^2 + \mathbf{C}_{\mathrm{v}}(j\omega) + \mathbf{K}_{\mathrm{v}})^{-1} \mathbf{\Gamma}_{\mathrm{v}}|_2}$$
(2.25)

Caso a tensão limite  $V_{Lim}$  seja superior à máxima tensão  $\sqrt{2}V_o$  do amplificador de potência, determina-se um novo limite para a aceleração com base na tensão nominal do amplificador, ou seja:

$$\operatorname{Lim}_{3}(\omega, M_{D}) = \begin{cases} \sqrt{2}V_{o} |(j\omega)^{2}(\mathbf{M}_{v}(j\omega)^{2} + \mathbf{C}_{v}(j\omega) + \mathbf{K}_{v})^{-1} \mathbf{\Gamma}_{v}|_{2} & \text{se} \quad V_{Lim} > \sqrt{2}V_{o} \\ \operatorname{Lim}_{12}(\omega, M_{D}) & \text{caso} \quad \operatorname{contrário} \end{cases}$$

$$(2.26)$$

Considerando que a máquina de vibração possui um sistema de levitação da armadura que garante o máximo deslocamento pico-a-pico  $x_{\text{max}}$  independentemente da massa  $M_D$ da estrutura sob teste, o suporte de isolação, por outro lado, inevitavelmente reduz a amplitude disponível ao permitir que o corpo da máquina se movimente com relação à armadura. Nesse caso, segundo Lang e Snyder (2001), a amplitude máxima resultante pode ser calculada como:

$$X_T = \frac{x_{\max}}{2} \frac{M_B - (M_C + M_T)}{M_B + M_D}$$
(2.27)

e desde que a aceleração do vibrador é senoidal, o quarto limite de operação resulta de:

$$\operatorname{Lim}_{4}(\omega, M_{D}) = \begin{cases} \omega^{2} X_{T} & \text{se} & \operatorname{Lim}_{3}(\omega, M_{D}) > \omega^{2} X_{T} \\ \operatorname{Lim}_{3}(\omega, M_{D}) & \text{caso contrário} \end{cases}$$
(2.28)

A máxima magnitude da velocidade  $v_{\text{max}}$  da armadura, a qual, conforme discussão anterior, está normalmente associada à tensão máxima da fonte de potência, determina o quinto limite de operação:

$$\operatorname{Lim}_{5}(\omega, M_{D}) = \begin{cases} \omega \upsilon_{\max} & \text{se} & \operatorname{Lim}_{4}(\omega, M_{D}) > \omega \upsilon_{\max} \\ \operatorname{Lim}_{4}(\omega, M_{D}) & \text{caso contrário} \end{cases}$$
(2.29)

Por fim, entre o modo de ressonância da suspensão da máquina e o modo do enrolamento móvel, a aceleração máxima é limitada pela força  $F_o$  de pico nominal da armadura e pela massa total da parte móvel da máquina, isto é:

$$\operatorname{Lim}_{6}(\omega, M_{D}) = \begin{cases} \frac{F_{o}}{M_{C} + M_{T} + M_{D}} & \text{se} & \operatorname{Lim}_{5}(\omega, M_{D}) > \frac{F_{o}}{M_{C} + M_{T} + M_{D}} \\ \operatorname{Lim}_{5}(\omega, M_{D}) & \text{caso contrário} \end{cases}$$
(2.30)

A figura 12 mostra os limites de operação nominais do vibrador S-100 com a mínima e máxima condição de massa do corpo de prova (0 e 25kg, respectivamente). Ao longo da faixa de freqüências de operação da máquina, a amplitude limite da aceleração é predominantemente determinada pela corrente e força nominal da armadura e pelo limite de deslocamento. A limitação em velocidade é significativa somente para cargas leves.



Figura 12: Limites de operação nominais da máquina de vibração Data Physics S-100.

Com relação à força nominal  $F_o$ , de acordo com a equação (2.1), a magnitude máxima é determinada pela densidade de fluxo magnético do vibrador, pelo comprimento efetivo do enrolamento móvel e pela capacidade de condução de corrente da armadura:

$$F_o = Bl\sqrt{2}I_o \tag{2.31}$$

Ocorre que, nos modos de ressonância da suspensão da máquina e do enrolamento da armadura, a amplitude da força  $f_o$  necessária para manter a aceleração limite é inferior ao valor nominal  $F_o$ . Como consequência, segundo Lang e Snyder (2001), é comum ampliar

o limite de força no modo da suspensão para qualquer carga e particularmente na região do modo do enrolamento móvel para cargas leves. Além disso, no que se refere ao limite de velocidade, é usual entre fabricantes de máquinas de vibração eletrodinâmicas determinar a magnitude máxima  $v_{\rm max}$  da velocidade em termos das potências médias elétrica e mecânica da armadura. Nesse caso, assumindo que a tensão e a corrente fornecidas pelo amplificador ao circuito da armadura estão em fase, bem como a força desenvolvida pelo enrolamento e a velocidade, a potência transferida para a parte móvel é igual à potência absorvida pela armadura menos a parcela dissipada na resistência do enrolamento (considerada como único elemento de dissipação de potência), isto é:

$$V_o I_o - I_o^2 R = \frac{F_o v_{\max}}{2}$$
(2.32)

de onde se obtém o limite da amplitude da velocidade:

$$v_{\rm max} = 2 \frac{V_o I_o - I_o^2 R}{F_o}$$
(2.33)

Desde que essa equação ignora a fase da tensão, da corrente, da força e da velocidade, o valor de  $v_{\text{max}}$  resultante é apenas uma aproximação comumente excedida na região da suspensão. Como exemplo, a figura 13 mostra os limites de operação do vibrador S-100 com  $F_o$  e  $v_{\text{max}}$  iguais a 800N e 2,5m/s, respectivamente. Nota-se que, na condição de carga, apenas o limite de velocidade é excedido, o que evita danos ao enrolamento móvel.



Figura 13: Limite de operação nominal e real da máquina de vibração Data Physics S-100.

As funções de transferência que relacionam a aceleração da mesa de vibração com a corrente e a tensão da armadura permitem determinar o valor eficaz de  $i_o$  e  $v_o$  necessário para se obter a aceleração limite, isto é:

$$I_o(\omega, M_D) = \frac{\text{Lim}_6(\omega, M_D)}{\sqrt{2} |(j\omega)^2 (\mathbf{M}(j\omega)^2 + \mathbf{C}(j\omega) + \mathbf{K})^{-1} \mathbf{\Gamma}|_2}$$
(2.34)

$$V_o(\omega, M_D) = \frac{\text{Lim}_6(\omega, M_D)}{\sqrt{2} |(j\omega)^2 (\mathbf{M}_{\mathbf{v}}(j\omega)^2 + \mathbf{C}_{\mathbf{v}}(j\omega) + \mathbf{K}_{\mathbf{v}})^{-1} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{v}}|_2}$$
(2.35)

Na figura 14, observa-se a faixa de operação e a corrente e tensão eficazes que produzem a máxima aceleração para um corpo de prova de 10kg. Os fatores limitantes da capacidade da máquina e as faixas de freqüência em que atuam são também identificados.



Figura 14: Aceleração máxima eficaz para um corpo de prova de 10kg, indicação dos fatores limitantes e da corrente e tensão necessárias para obter a aceleração máxima.

O sistema de controle de vibração deve ser capaz, portanto, de garantir a aceleração desejada na mesa de vibração respeitando, rigorosamente, os limites operacionais do vibrador eletrodinâmico e da fonte de potência. Com este método, o limite de operação  $\text{Lim}_6(\omega, M_D)$  é estimado a partir do conhecimento preliminar da massa do corpo de prova e das especificações nominais do vibrador e do amplificador, incluindo os parâmetros do modelo dinâmico. Entretanto, na prática e especificamente para este fim, raramente são realizados ensaios especiais para identificar os parâmetros do modelo do sistema. O procedimento usual, de acordo com Lang e Snyder (2001), consiste em determinar os limites apenas com base na massa do corpo de prova e nos valores da folha de dados do vibrador, isto é, conforme a faixa de freqüências especificada, a máxima força  $F_o$  de pico nominal, o máximo deslocamento pico-a-pico  $x_{\text{max}}$ , a amplitude máxima da velocidade  $v_{\text{max}}$  da armadura, a massa  $M_B$  do corpo da máquina e a massa móvel total, incluindo o suporte ao corpo de prova quando aplicável. Como resultado, obtém-se os limites nominais indicados na figura 12. No entanto, tal método, como demonstrado, é significativamente conservativo com relação aos limites de força e de velocidade.

Independentemente do procedimento utilizado, considera-se a inexistência de interações entre a máquina e a estrutura sob teste, ou seja, admite-se que o corpo de prova não apresenta modos ressonantes, o que, conforme discutido, constitui uma hipótese normalmente violada. Logo, é possível que o limite de operação do sistema seja atingido ao longo do teste visando manter o nível da vibração de referência, principalmente durante a passagem por anti-ressonâncias de elevada atenuação. Por isto, para preservar a máquina e o amplificador, é comum incluir proteções específicas, como, por exemplo, os limites para abortar no perfil da aceleração de referência descritos no capítulo 1, assim como o constante monitoramento do sinal de comando  $v_o^*$  enviado pela plataforma de controle do ensaio. O sistema é usualmente programado para abortar o teste sempre que a magnitude do sinal de comando atingir o valor máximo, uma vez que a saturação é um indicativo de operação em condição limite. Outras proteções incluem dispositivos contra sobrecorrente na saída do amplificador e no enrolamento móvel da máquina, por exemplo.

Além da capacidade máxima, o sistema implica também num limite inferior de operação, o qual, conforme Baren e Lang (2007), é dependente de fatores como a linearidade da suspensão da máquina em reproduzir vibrações de amplitude reduzida em baixas freqüências, bem como o nível de ruído e distorção produzido pelo amplificador e a faixa dinâmica da instrumentação e da plataforma de controle do ensaio.

# 2.5 Identificação de Parâmetros

Para descrever as características da máquina de vibração eletrodinâmica e do amplificador, a norma ISO 5344 (1978) padroniza os parâmetros a serem especificados pelo fabricante e também os métodos a serem empregados para a determinação das características do equipamento. O fabricante pode optar por um entre três níveis de descrição definidos pela norma: mínimo, médio e alto, sendo que a escolha independe da qualidade ou capacidade do sistema, mas sim do uso a que se destina e dos requisitos do cliente.
Na descrição mínima do vibrador, devem ser informados, entre outros parâmetros, a força máxima para testes senoidais, o máximo deslocamento pico-a-pico do elemento móvel, a massa do corpo e da armadura da máquina e a máxima massa da estrutura a ser testada. A descrição com nível alto, por outro lado, inclui também a rigidez, o coeficiente de amortecimento e a freqüência de ressonância da suspensão do vibrador, assim como o valor da freqüência de ressonância do enrolamento móvel. Para cada característica, é recomendado o respectivo procedimento de determinação experimental.

Considerando as especificações do vibrador S-100 mostradas na tabela 1, nota-se que o número de parâmetros excede até mesmo o nível alto de descrição estipulado pela norma. Uma consulta à folha de dados da máquina revela, no entanto, que as características fornecidas se limitam ao nível mínimo de especificação. Por isso, a maioria do valores mostrados na tabela foram obtidos, na realidade, a partir de sucessivas iterações realizadas em simulação com a finalidade de reproduzir os resultados da investigação de Lang e Snyder (2001), uma vez que nem mesmo os autores explicitam tais valores.

Para obter experimentalmente os parâmetros mecânicos que representam o modelo dinâmico do vibrador, efetuou-se, primeiramente, uma busca às técnicas descritas na literatura. A norma ISO 5344, como explicado, não apresenta recomendações que permitam identificar parâmetros como a rigidez, o coeficiente de amortecimento e a massa do enrolamento da armadura. O trabalho de Fair (1989) considera um modelo linear com dois graus de liberdade para descrever o comportamento mecânico do vibrador, o que exclui o modo da isolação. A abordagem, entretanto, tem como objetivo o desenvolvimento de uma metodologia de projeto da máquina ao invés da realização de análise a partir da estimação de parâmetros. O artigo de Macdonald, Green e Williams (1993) também assume o modelo linear com dois graus de liberdade e mostra resultados comparando a resposta em freqüência experimental com o modelo, mas não é descrito o procedimento de obtenção de parâmetros. Karshenas (1997), por outro lado, considera três graus de liberdade na descrição da máquina, mas ao invés de incluir o modo da isolação, a mesa vibratória é modelada como duas massas conectadas por uma mola e um amortecedor, o que representa uma terceira ressonância verificada acima do modo do enrolamento. Ainda assim, os parâmetros mecânicos foram determinados por tentativa e erro com base na medição da resposta em freqüência. O trabalho de Chen e Liaw (1999b) apresenta um método de estimação de parâmetros que reproduz parcialmente as recomendações da norma ISO 5344, mas considerando somente o modo da suspensão do vibrador.

Nesta seção, é desenvolvido um procedimento experimental para identificar os parâmetros mecânicos da máquina de vibração. A principal motivação consiste em aplicar os valores estimados no projeto do controlador de aceleração proposto no capítulo 5. O vibrador corresponde ao modelo V406 disponibilizado por Data Physics Corporation durante a realização do estágio no exterior. Como esta máquina não possui suporte de isolação, apenas os modos da suspensão e do enrolamento móvel são considerados. O modelo V406 é o mesmo utilizado por Macdonald, Green e Williams (1993), Karshenas (1997) e Chen e Liaw (1999b). A determinação dos parâmetros mecânicos que representam a suspensão da máquina segue a mesma seqüência de Chen e Liaw (1999b), a qual, como ressaltado, reflete as recomendações da norma ISO 5344. Por isso, a contribuição do presente trabalho é restrita à técnica de determinação dos parâmetros que descrevem o modo do enrolamento móvel. A abordagem é relativamente simples, mas não se encontrou na literatura nenhuma descrição semelhante. A identificação de parâmetros inclui também a determinação da resistência e da indutância equivalentes do enrolamento móvel. A avaliação de características como máxima força de pico senoidal e o máximo deslocamento pico-a-pico não são realizadas por serem descritas detalhadamente na norma ISO 5344. Os resultados deste trabalho foram publicados por Della Flora e Gründling (2008c).

#### 2.5.1 Identificação dos Parâmetros Mecânicos

A identificação dos parâmetros mecânicos do modelo dinâmico da máquina de vibração considerando apenas dois graus de liberdade compreende a estimação da rigidez  $K_S$  e do coeficiente de amortecimento  $C_S$  da suspensão, das massas  $M_T$  e  $M_C$  da mesa e do enrolamento da armadura, respectivamente, da rigidez  $K_C$  e do coeficiente de amortecimento  $C_C$  do enrolamento móvel e da constante  $\Gamma$  de geração de força. Para determinar esses parâmetros, considera-se o comportamento em regime permanente nas diferentes faixas de freqüências desde o modo da suspensão até o modo do enrolamento móvel, como mostra a figura 15. Medindo a resposta em freqüência experimental da função de transferência considerada a partir da corrente da armadura para a aceleração da mesa e sob duas condições de carga, pode-se realizar a identificação conforme descrito a seguir.

Na região do modo da suspensão, a mesa de vibração e o enrolamento móvel se movem como uma massa única  $M_O \stackrel{\Delta}{=} M_T + M_C$  com relação ao corpo da máquina, de forma que a equação dinâmica que governa o comportamento resulta:

$$(M_D + M_O)\ddot{x}_T + C_S\dot{x}_T + K_S x_T = \Gamma i_o$$
(2.36)

Assumindo que o sistema é linear, invariante no tempo e relaxado no instante t = 0, pode-se representar a relação entre a aceleração  $a \stackrel{\Delta}{=} \ddot{x}_T$  da mesa de vibração com a



Figura 15: Modelo mecânico da máquina de vibração em regime permanente considerando: (a) Modo da suspensão. (c) Faixa intermediária. (c) Modo do enrolamento móvel.

corrente  $i_o$  da armadura segundo a função de transferência:

$$G_{i_o a}(s) \stackrel{\Delta}{=} \frac{a(s)}{i_o(s)} = \frac{\Gamma s^2}{(M_D + M_O)s^2 + C_S s + K_S}$$
 (2.37)

Operando a máquina em vazio, isto é<br/>, $M_D=0,$ tem-se:

$$G_{i_o a, N1}(s) \stackrel{\Delta}{=} G_{i_o a}(s)|_{M_D = 0} = \frac{\Gamma s^2}{M_O s^2 + C_S s + K_S}$$
 (2.38)

que na freqüência de ressonância  $\omega_{oN1}=\sqrt{K_S/M_O}$  se torna:

$$G_{i_oa,N1}(j\omega_{oN1}) = \frac{j\omega_{oN1}\Gamma}{C_S}$$
(2.39)

demonstrando que  $\omega_{oN1}$  pode ser identificado experimentalmente com base na diferença de fase de 90° entre a corrente  $i_o$  e a aceleração a da mesa de vibração.

Na faixa intermediária entre o modo da suspensão e o modo do enrolamento móvel, as forças exercidas pela suspensão da máquina são aproximadamente nulas e o movimento relativo entre o enrolamento da armadura e a mesa vibratória ainda não é significativo. Conseqüentemente, a diferença de fase entre a corrente  $i_o$  (ou força  $f_o$ ) e a aceleração a pode ser desconsiderada como mostra a figura 15(b). Nesse caso, assumindo que a freqüência  $\omega = 10\omega_{oN1}$  atende à condição de fase nula, a equação (2.38) resulta:

$$G_{i_oa,N1}(j10\omega_{oN1}) = \frac{\Gamma}{M_O} \tag{2.40}$$

Com uma carga de massa conhecida  $(M_D \neq 0)$ , a relação entre a aceleração da mesa e a corrente da armadura no modo da suspensão é expressa como:

$$G_{i_o a, L1}(s) \triangleq G_{i_o a}(s)|_{M_D \neq 0} = \frac{\Gamma s^2}{(M_D + M_O)s^2 + C_S s + K_S}$$
 (2.41)

e a freqüência de ressonância é reduzida para  $\omega_{oL1} = \sqrt{K_S/(M_D + M_O)}$ , onde:

$$G_{i_o a, L1}(j\omega_{oL1}) = \frac{j\omega_{oL1}\Gamma}{C_S}$$
(2.42)

Na faixa intermediária e considerando especificamente  $\omega = 10\omega_{oL1}$ :

$$G_{i_oa,L1}(j10\omega_{oL1}) = \frac{\Gamma}{M_D + M_O}$$

$$\tag{2.43}$$

Na região do modo do enrolamento móvel, conforme ilustrado na figura 15(c), a força aplicada à mesa de vibração resulta como uma combinação da força  $f_o$  que atua sobre o enrolamento e as forças devido à rigidez  $K_C$  e ao amortecimento  $C_C$  dos condutores da armadura. Logo, nessa faixa, as equações dinâmicas podem ser reescritas como:

$$M_C \ddot{x}_C + C_C (\dot{x}_C - \dot{x}_T) + K_C (x_C - x_T) = \Gamma i_o$$
(2.44)

$$(M_D + M_T) \ddot{x}_T + C_C (\dot{x}_T - \dot{x}_C) + K_C (x_T - x_C) = 0$$
(2.45)

de onde se obtém a relação entre a aceleração da mesa e a corrente, isto é:

$$G_{i_oa}(s) = \frac{\Gamma(C_C s + K_C)}{(M_D + M_T)M_C s^2 + (M_D + M_O)C_C s + (M_D + M_O)K_C}$$
(2.46)

Assumindo freqüências  $\omega \ll K_C/C_C$ ,  $G_{i_oa}(s)$  pode ser aproximada segundo:

$$G_{i_oa}(s) = \frac{\Gamma K_C}{(M_D + M_T)M_C s^2 + (M_D + M_O)C_C s + (M_D + M_O)K_C}$$
(2.47)

que na condição sem carga resulta:

$$G_{i_o a, N2}(s) \triangleq G_{i_o a}(s)|_{M_D = 0} = \frac{\Gamma K_C}{M_T M_C s^2 + M_O C_C s + M_O K_C}$$
 (2.48)

Na freqüência de ressonância  $\omega_{oN2} = \sqrt{M_O K_C / (M_T M_C)}$ :

$$G_{i_oa,N2}(j\omega_{oN2}) = \frac{\Gamma K_C}{j\omega_{oN2}M_O C_C}$$
(2.49)

indicando que  $\omega_{oN2}$  pode ser identificada pela diferença de fase igual a -90° entre a corrente  $i_o$  e a aceleração a da mesa de vibração.

Considerando a carga de massa  $M_D$  com valor conhecido e definindo:

$$\frac{G_{i_oa,L2}(s) \stackrel{\Delta}{=} G_{i_oa}(s)|_{M_D \neq 0}}{\Gamma K_C} = \frac{\Gamma K_C}{(M_D + M_T)M_C s^2 + (M_D + M_O)C_C s + (M_D + M_O)K_C}$$
(2.50)

identifica-se a freqüência de ressonância  $\omega_{oL2} = \sqrt{(M_D + M_O)K_C/[(M_D + M_T)M_C]}$  também pelo deslocamento de fase de -90° entre a corrente e a aceleração, ou seja:

$$G_{i_{o}a,L2}(j\omega_{oL2}) = \frac{\Gamma K_C}{j\omega_{oL2}(M_D + M_O)C_C}$$
(2.51)

Medindo a resposta em freqüência experimental de  $G_{i_oa}(s)$  sem carga e com uma massa rígida  $M_D$ , pode-se identificar os parâmetros do modelo mecânico da máquina considerando as equações (2.37) a (2.51). A tabela 2 mostra a seqüência de cálculos e os valores resultantes para o vibrador V406, os quais foram obtidos com base na magnitude e fase de  $G_{i_oa}(j\omega)$  determinadas experimentalmente e indicadas nas figuras 16 e 17. Na condição de carga,  $M_D = 0,435$ kg corresponde a um bloco de metal rigidamente fixado à mesa de vibração, o que evita modificações significativas no comportamento da máquina devido a ressonâncias do corpo de prova. Para medir a resposta em freqüência, o vibrador foi excitado com uma sinal randômico de banda larga gerado a partir da plataforma de controle e análise de vibrações SignalStar Scalar fabricada por Data Physics. A magnitude e a fase foram determinadas com o processamento do espectro da aceleração medida na

Parâmetro	Valor
$M_O = \frac{\omega_{oL1}^2}{\omega_{oN1}^2 - \omega_{oL1}^2} M_D$	0,256kg
$K_S = \omega_{oN1}^2 M_O$	$17557\mathrm{N/m}$
$\Gamma = M_O \left  G_{i_o a, N1}(j10\omega_{oN1}) \right $	13,1N/A
$C_S = \frac{\omega_{oN1}\Gamma}{ G_{i_oa,N1}(j\omega_{oN1}) }$	4,36N/m/s
$M_C = \frac{(\omega_{oN2}^2 - \omega_{oL2}^2)(M_D + M_O)M_O}{\omega_{oN2}^2(M_D + M_O) - \omega_{oL2}^2M_O}$	$0,069 \mathrm{kg}$
$M_T = M_O - M_C$	0,187kg
$K_C = \frac{M_T M_C}{M_O} \omega_{oN2}^2$	$224{,}29\mathrm{N}/\mu\mathrm{m}$
$C_C = \frac{\Gamma K_C}{\omega_{oN2} M_O \left  G_{i_o a, N2}(j \omega_{oN2}) \right }$	$43{,}62\mathrm{N/m/s}$

Tabela 2: Cálculos dos parâmetros mecânicos do modelo dinâmico do vibrador.



Figura 16: Resposta em freqüência experimental e simulada da função de transferência  $G_{i_oa}(s)$  com  $M_D = 0$ kg. (a) Magnitude. (b) Fase.

mesa. Outros tipos de sinais podem ser empregados na identificação, como, por exemplo, senoidal com varredura, impulso, etc. A comparação de resultados utilizando diferentes sinais de excitação, no entanto, está fora do escopo do presente trabalho.



Figura 17: Resposta em freqüência experimental e simulada da função de transferência  $G_{i_oa}(s)$  com  $M_D = 0,435$ kg. (a) Magnitude. (b) Fase.

A resposta em freqüência do modelo nas figuras 16 e 17 foi obtida com os parâmetros estimados. Observa-se que, entre o modo da suspensão e o modo do enrolamento móvel, a representação com dois graus de liberdade é uma boa aproximação do comportamento

da máquina em regime permanente. Além dessa faixa, ou seja, fora da região de operação do vibrador, as discrepâncias são evidentes. Pode-se modelar o pico acima da ressonância do enrolamento como na abordagem de Karshenas (1997), o que é útil para estudar o comportamento transitório da máquina, mas não é o objetivo do presente trabalho.

## 2.5.2 Identificação dos Parâmetros Elétricos

Para medir a resistência R e a indutância L equivalentes do enrolamento móvel em diferentes freqüências, um procedimento simples consiste em anular a força contraeletromotriz (extinguindo o campo de excitação ou bloqueando a armadura) e medir o valor da impedância  $R + j\omega L$  resultante. A figura 18 mostra a variação de R e L para o vibrador V406. Observa-se que, conforme discutido na seção 2.3.4, a resistência aumenta e a indutância diminui com a freqüência devido ao efeito pelicular.



Figura 18: Resistência e indutância do enrolamento da armadura.

## 2.6 Sumário

Este capítulo tratou em detalhes de diferentes aspectos relativos às máquinas de vibração eletrodinâmicas, como o princípio de funcionamento, modelo dinâmico e os limites de operação. Verificou-se que três modos principais de vibração dominam o comportamento da máquina em regime permanente. No limite inferior da faixa de freqüências de atuação, a mesa vibratória e o enrolamento móvel oscilam como uma massa única com relação ao corpo da máquina, o que caracteriza o modo da suspensão. No limite superior da faixa de freqüências, o modo do enrolamento móvel predomina: os condutores da armadura vibram com amplitude maior e fora de fase com relação à mesa de vibração. Nessa região, a excitação excessiva da armadura pode danificar o enrolamento móvel, o que impõe um limite à máxima freqüência de operação. Especificamente em vibradores que possuem suporte de isolação e em freqüências abaixo da ressonância da suspensão, o modo da isolação é caracterizado pela oscilação do vibrador com relação ao piso de sustentação e com deslocamentos praticamente nulos entre as diferentes partes da máquina. Em freqüências intermediárias entre o modo da suspensão e o modo do enrolamento móvel, a aceleração da mesa vibratória resulta dependente somente da força desenvolvida pelos condutores da armadura e do valor da massa móvel total, incluindo o corpo de prova.

O comportamento dinâmico da máquina de vibração, como demonstrado, é também dependente do modo de operação do amplificador que excita o circuito da armadura. Comparando com a operação em modo corrente, foi verificado que a ressonância da suspensão é consideravelmente amortecida quando a máquina é acionada por amplificadores que operam em modo tensão, mas desde que a resistência e a indutância equivalentes do enrolamento da armadura apresentem valores reduzidos nessa faixa de freqüências.

Investigando a relação entre o comportamento mecânico e elétrico da máquina, verificouse que a força contra-eletromotriz induzida nos condutores do enrolamento móvel se comporta como uma impedância variável em torno do modo da suspensão. Em freqüências abaixo do pico de ressonância, a impedância apresenta características de carga indutiva, resistiva exatamente na freqüência de ressonância e capacitiva imediatamente após o pico. Em freqüências onde a velocidade relativa entre o enrolamento da armadura e o corpo da máquina não é expressiva, a força contra-eletromotriz resulta praticamente nula. A massa do corpo de prova, como constatado, também determina o valor da impedância equivalente no modo da suspensão.

As limitações do modelo dinâmico do vibrador foram consideradas com base em investigações apresentadas na literatura. Constatou-se que, em baixas freqüências e com deslocamentos de amplitude significativa com relação à excursão disponível, a densidade de fluxo magnético no entreferro depende da posição dos condutores da armadura no interior do campo. Como conseqüência, a relação entre a força desenvolvida pelo enrolamento e a corrente da armadura não é linear, o que também se verifica na relação entre a força contra-eletromotriz e a velocidade dos condutores. Parâmetros mecânicos como rigidez e coeficiente de amortecimento da suspensão e do enrolamento móvel, apesar de admitidos constantes, dependem das forças e das amplitudes dos deslocamentos, enquanto os parâmetros elétricos do circuito da armadura variam principalmente devido ao efeito pelicular, o que foi evidenciado com resultados experimentais. Ainda assim, as limitações mais aparentes do modelo dinâmico da máquina correspondem às interações com o corpo de prova quando este apresenta modos ressonantes expressivos.

Os limites de operação da máquina foram examinados de acordo com um estudo apresentado na literatura. Foi verificado que a máxima aceleração que o vibrador pode produzir numa determinada freqüência depende preponderantemente da capacidade de corrente e força do enrolamento móvel, da máxima excursão disponível para o deslocamento da mesa de vibração e da massa móvel total. Como observado, a restrição de velocidade na região do modo da suspensão é conseqüência da limitação da tensão do amplificador, sendo que o valor normalmente especificado pode ser excedido. Os limites de operação devido à força máxima também podem ser ampliados na região do modo da suspensão para qualquer carga e particularmente na região do modo do enrolamento móvel para cargas leves. Devido à possibilidade de ocorrência de ressonâncias do corpo de prova, é também essencial monitorar e proteger o equipamento ao longo do ensaio. Um limite inferior de operação é implícito pela faixa dinâmica e distorção do sistema.

Como contribuição deste capítulo, cita-se o desenvolvido de um procedimento experimental para identificar os parâmetros mecânicos do modelo da máquina considerando não apenas o modo da suspensão, mas também o modo do enrolamento móvel. O método proposto tem como base o estudo do comportamento do vibrador em regime permanente nas diferentes faixas de freqüências desde o modo da suspensão até o modo do enrolamento móvel. Medindo a resposta em freqüência experimental da função de transferência considerada a partir da corrente da armadura para a aceleração da mesa e sob duas condições de carga, realiza-se a identificação conforme os dados resultantes. A validação da proposta foi obtida por comparação entre a resposta em freqüência experimental e a resposta do modelo estimado. Os parâmetros identificados são aplicados no projeto do controlador de aceleração proposto no capítulo 5.

# *3* INSTRUMENTAÇÃO PARA ENSAIOS DE VIBRAÇÃO

# 3.1 Considerações Gerais

Estudos sobre vibrações consideram de interesse três grandezas fundamentais: deslocamento, velocidade e aceleração. Desconsiderando a diferença de fase, a velocidade vem uma determinada freqüência pode ser obtida dividindo a aceleração a pela freqüência angular  $\omega$ , enquanto o deslocamento x pode ser determinado através da divisão da aceleração pelo valor da freqüência angular ao quadrado como ilustra a figura 19.



Figura 19: Relação entre deslocamento, velocidade e aceleração (BROCH, 1980).

Teoricamente, é irrelevante a escolha entre aceleração, velocidade ou deslocamento para medir vibração. Uma análise do espectro de freqüências destas grandezas mostra as mesmas componentes, mas com diferentes amplitudes, segundo exemplifica a figura 19. Medições de deslocamento resultam em componentes com magnitudes significativas somente em baixas freqüências, enquanto medições de aceleração apresentam espectro mais plano, o que leva a uma melhor utilização da faixa dinâmica da instrumentação. Outro fator favorável à escolha da aceleração se refere à não obrigatoriedade sobre a definição de um referencial, o que ocorre em medições de deslocamento, onde é necessário estabelecer uma posição de equilíbrio para determinar o afastamento relativo. Além disso, de acordo com Broch (1980), os acelerômetros, isto é, transdutores sensíveis à aceleração, apresentam tamanho físico reduzido quando comparados a sensores de deslocamento ou velocidade. Tal característica somada à relativa facilidade de integração de um sinal de aceleração para a obtenção de velocidade e deslocamento também contribuíram para a predominância de medições de aceleração em detrimento das demais grandezas.

Entre os diferentes tipos de acelerômetros descritos por Eren (1999) e Chu (2001), sensores piezoelétricos são comumente utilizados devido a propriedades como a operação típica até freqüências superiores a 10kHz, excelente linearidade numa ampla faixa dinâmica, não requerem o uso de fonte de potência externa para operar, são sensores robustos, compactos e com elevada relação sensibilidade/massa. Além disso, apresentam uma característica também importante para a medição de aceleração em sistemas de controle de ensaios de vibrações: resposta à aceleração instantânea. Com isso, é possível regular não apenas a magnitude, mas também a forma de onda da aceleração.

A operação do acelerômetro piezoelétrico é baseada na utilização de uma massa sísmica em contato direto com um material piezoelétrico, o que produz carga proporcional à aceleração da base do sensor. O carregamento direto dos terminais de saída do acelerômetro por dispositivos ou equipamentos com impedância de entrada relativamente baixa, no entanto, pode reduzir a sensibilidade e limitar a resposta em freqüência. Para eliminar esse efeito, o acelerômetro é conectado a um circuito pré-amplificador com alta impedância de entrada e baixa impedância de saída, o que permite utilizar instrumentos de medida e análise com impedância relativamente baixa. Outras funções desempenhadas pelo pré-amplificador incluem a amplificação do sinal produzido pelo sensor para se obter a sensibilidade global requerida, integração da aceleração para determinar a velocidade e/ou o deslocamento, e a filtragem de componentes fora da faixa de freqüências de interesse.

Conforme Walter (2007), ao longo do processo de evolução dos sensores piezoelétricos, duas configurações principais de circuitos de pré-amplificação predominaram. Na abordagem tradicional, a carga produzida no cristal piezoelétrico é convertida em tensão através de um circuito externo ao acelerômetro conhecido como pré-amplificador de carga. Na técnica referenciada como IEPE (*integrated electronic piezoelectric* – piezoelétrico e eletrônico integrados), por outro lado, o pré-amplificador é embutido no sensor, necessitando apenas de uma fonte de corrente externa para a polarização (TUSTIN, 2005).

O uso de sensores com pré-amplificador de carga se destaca por permitir o ajuste da sensibilidade do conjunto sensor/pré-amplificador, isto é, da relação entre a tensão de

saída do circuito e a aceleração de entrada. Além disso, uma vez que não há componentes eletrônicos instalados internamente ao sensor, a temperatura máxima de operação é superior ao limite imposto pelo circuito eletrônico embutido em acelerômetros IEPE. No entanto, para preservar a sensibilidade em baixas freqüências, é estritamente necessário que a impedância do cabo de interface entre o sensor e o pré-amplificador apresente valor elevado, condição esta que pode ser violada pela ação de pó ou umidade. Outra desvantagem se refere à recomendação do uso de cabos especiais projetados para atenuar a indução de carga devido ao efeito triboelétrico<sup>3</sup>, o que aumenta o custo da instrumentação.

Em acelerômetros IEPE, a alta impedância é restrita à parte interna do sensor, o que possibilita utilizar cabos coaxiais comuns de baixa impedância e sem tratamento especial quanto ao efeito triboelétrico, além de permitir a medição em ambientes inóspitos sem prejuízo à resposta em freqüência. Diferentemente de transdutores que utilizam préamplificador de carga, a sensibilidade do conjunto sensor/pré-amplificador é fixa, o que torna este tipo de sensor particularmente adequado para aplicações dedicadas.

Além do acelerômetro e da pré-amplificação, sistemas típicos de processamento e análise digital de aceleração incluem, segundo ratificado por Randall (2001), um circuito condicionador de sinais e, obviamente, um conversor analógico-digital (A/D). O condicionamento é utilizado normalmente para limitar a banda passante e fornecer amplificação extra ao sinal de aceleração, enquanto a conversão para a forma digital possibilita a aplicação de uma ampla variedade de técnicas digitais de processamento e análise, como, por exemplo, filtragem, detecção de magnitude, análise do espectro de freqüências, etc.

Para medir e realimentar a aceleração no sistema digital de controle da magnitude da vibração desenvolvido no capítulo 6, um procedimento de projeto e implementação de circuitos de pré-amplificação de carga para acelerômetros piezoelétricos e de um circuito de condicionamento de sinais é apresentado neste capítulo. As recomendações dos ensaios senoidais segundo a norma ANSI/ASAE EP455 (1991) são admitidas como exemplo de especificações para o projeto. Tais recomendações reproduzem em parte os números da norma IEC 60068-2-6 (2007), mas se aplicam especificamente para o ensaio de peças e equipamentos utilizados em máquinas agrícolas. Um circuito condicionador proposto na literatura para amplificar e filtrar o sinal de saída de pré-amplificadores é utilizado para adequar a sensibilidade do conjunto sensor/pré-amplificador à faixa dinâmica do conversor analógico-digital. Como complemento deste capítulo, o apêndice A examina a taxa de

 $<sup>^{3}</sup>$ Quando um cabo coaxial, por exemplo, é sujeito à flexão, compressão ou tração, a fricção entre a blindagem e o dielétrico ou entre o condutor central e o dielétrico produz carga segundo um fenômeno conhecido como *triboeletricidade*. Este efeito é particularmente problemático na medição de baixos níveis de vibração, onde aparece sob a forma de ruído significativo (HARRIS, 2001).

amostragem e a arquitetura do conversor A/D como fatores também determinantes da qualidade da instrumentação empregada em ensaios de vibração.

# 3.2 Acelerômetros Piezoelétricos

## 3.2.1 Operação do Acelerômetro

A figura 20 ilustra uma configuração usual de acelerômetros piezoelétricos, onde apenas os componentes mecânicos são mostrados. O material piezoelétrico constitui o elemento ativo. Ele age como uma mola conectando a base do sensor à massa sísmica através de um núcleo central. Quando o acelerômetro é vibrado, uma força igual ao produto da massa pela aceleração do elemento sísmico age sobre o material piezoelétrico, produzindo uma carga elétrica proporcional à força. Uma vez que a massa sísmica ácelera com a carga elétrica produzida é proporcional à aceleração. A massa sísmica acelera com a mesma amplitude e fase da base do acelerômetro em uma ampla faixa de freqüências. Como conseqüência, a saída do acelerômetro é proporcional à aceleração de sua base e, portanto, à aceleração da superfície sobre a qual o sensor foi instalado.



Figura 20: Configuração típica do acelerômetro piezoelétrico (SERRIDGE; LICHT, 1987).

#### 3.2.2 Sensibilidade

O acelerômetro piezoelétrico pode ser considerado tanto uma fonte de carga quanto uma fonte de tensão. O elemento piezoelétrico age como um capacitor  $C_a$  em paralelo com uma resistência interna  $R_a$  de valor elevado, resistência essa que pode ser ignorada para fins práticos. O sensor pode ser tratado como uma fonte de carga ideal  $q_a$  em paralelo com  $C_a$  e com a capacitância do cabo de interface  $C_c$  ou como uma fonte de tensão ideal em série com  $C_a$  e carregado pela capacitância  $C_c$  (figura 21).



Figura 21: Circuito equivalente do acelerômetro piezoelétrico (SERRIDGE; LICHT, 1987).

A sensibilidade em carga  $S_q$  de um acelerômetro é especificada em termos da carga gerada  $q_a$  (medida em pC) por unidade de aceleração a (m/s<sup>2</sup>):

$$S_q = \frac{\mathrm{pC}}{\mathrm{m/s}^2} = \frac{\mathrm{pC}_{\mathrm{eficaz}}}{(\mathrm{m/s}^2)_{\mathrm{eficaz}}} = \frac{\mathrm{pC}_{\mathrm{pico}}}{(\mathrm{m/s}^2)_{\mathrm{pico}}} = \frac{q_a}{a}$$
(3.1)

A sensibilidade em tensão  $S_v$ , por sua vez, é expressa em termos da tensão  $v_a$  (mV) nos terminais do acelerômetro por unidade de aceleração:

$$S_v = \frac{\mathrm{mV}}{\mathrm{m/s}^2} = \frac{\mathrm{mV}_{\mathrm{eficaz}}}{(\mathrm{m/s}^2)_{\mathrm{eficaz}}} = \frac{\mathrm{mV}_{\mathrm{pico}}}{(\mathrm{m/s}^2)_{\mathrm{pico}}} = \frac{\upsilon_a}{a}$$
(3.2)

onde:

$$\upsilon_a = \frac{q_a}{C_a + C_c} \tag{3.3}$$

é dependente da capacitância do cabo de interface.

#### 3.2.3 Resposta em Freqüência

Uma curva de resposta em freqüência típica de acelerômetros piezoelétricos é mostrada na figura 22. A sensibilidade medida em milivolts ou picocoulombs por unidade de aceleração é plotada como função da freqüência, onde  $f_m$  denota a freqüência de ressonância do acelerômetro (dependente da rigidez do material piezoelétrico e do valor da massa sísmica). O limite superior da faixa útil de freqüência é tomado como  $f_m/3$  para um desvio de 10% do valor médio da resposta em freqüência. Considerando desvio igual a 5%, o limite superior é tomado como  $f_m/5$ .

Acelerômetros piezoelétricos não apresentam resposta à aceleração constante. O elemento piezoelétrico produz carga somente quando submetido à ação de forças dinâmicas. O valor real do limite inferior da faixa útil de freqüência é determinado, principalmente, pelo pré-amplificador conectado ao acelerômetro, uma vez que a taxa com que a carga



Figura 22: Resposta em freqüência típica do acelerômetro piezoelétrico (CHU, 2001). elétrica é drenada depende das características do pré-amplificador (CHU, 2001).

# 3.3 Pré-Amplificador de Carga

Consiste, basicamente, de um amplificador operacional com ganho elevado e um capacitor na malha de realimentação. A figura 23 mostra a configuração típica de préamplificadores modo carga, onde  $C_f$  e  $R_f$  são, respectivamente, a capacitância e a resistência de realimentação e A é o ganho do amplificador operacional.



Figura 23: Circuito equivalente do acelerômetro e cabo de interface conectados a um pré-amplificador de carga (SERRIDGE; LICHT, 1987).

A configuração com capacitor na malha de realimentação opera como uma rede de integração da corrente de entrada. Essa corrente é resultado da carga gerada através do elemento piezoelétrico no interior do acelerômetro. O amplificador operacional tende a anular a corrente de entrada produzindo uma tensão de saída proporcional à carga. Seja  $R_t$  a resistência equivalente de entrada do pré-amplificador e  $C_t$  a capacitância equivalente indicada na figura 24, isto é:

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_p}$$
(3.4)

$$C_t = C_a + C_c + C_p \tag{3.5}$$



Figura 24: Circuito equivalente do pré-amplificador de carga.

Assumindo condições iniciais nulas nos capacitores, tem-se que:

$$v_p = -Av_i \tag{3.6}$$

$$\upsilon_f = \upsilon_p - \upsilon_i \tag{3.7}$$

$$i_f = C_f \frac{dv_f}{dt} + \frac{v_f}{R_f} \tag{3.8}$$

$$i_t = C_t \frac{d\upsilon_i}{dt} + \frac{\upsilon_i}{R_t} \tag{3.9}$$

Considerando que a taxa de variação da carga gerada no sensor com relação ao tempo corresponde à corrente  $i_a$  do acelerômetro, pode-se escrever:

$$\frac{dq_a}{dt} = i_a = i_t - i_f \tag{3.10}$$

Tomando  $v_i$  da equação (3.6) e substituindo nas equações (3.7) e (3.9):

$$v_f = \left(1 + \frac{1}{A}\right) v_p \tag{3.11}$$

$$i_t = -\frac{1}{A} \left[ C_t \frac{d\nu_p}{dt} + \frac{\nu_p}{R_t} \right]$$
(3.12)

e aplicando  $v_f$  de (3.11) à equação (3.8), obtém-se:

$$i_f = \left(1 + \frac{1}{A}\right) \left[C_f \frac{dv_p}{dt} + \frac{v_p}{R_f}\right]$$
(3.13)

Substituindo na equação (3.10) os valores de  $i_t$  e  $i_f$  resultantes:

$$\frac{dq_a}{dt} = -\frac{1}{A} \left[ C_t \frac{dv_p}{dt} + \frac{v_p}{R_t} \right] - \left( 1 + \frac{1}{A} \right) \left[ C_f \frac{dv_p}{dt} + \frac{v_p}{R_f} \right]$$
(3.14)

e admitindo que o sistema é linear e invariante no tempo, pode-se aplicar a transformação de Laplace, do que resulta:

$$\frac{v_p(s)}{q_a(s)} = -\frac{s}{\left[\frac{C_t}{A} + \left(1 + \frac{1}{A}\right)C_f\right]s + \left[\frac{1}{AR_t} + \left(1 + \frac{1}{A}\right)\frac{1}{R_f}\right]}$$
(3.15)

Assumindo que, na faixa de freqüências de operação do pré-amplificador, o ganho A é tal que  $A \gg 1$ ,  $AC_f \gg C_t$  e  $AR_t \gg R_f$ , tem-se:

$$\frac{v_p(s)}{q_a(s)} = -\frac{1}{C_f} \frac{s}{s + \frac{1}{R_f C_f}}$$
(3.16)

e, em altas freqüências:

$$\frac{v_p(j\omega)}{q_a(j\omega)} = -\frac{1}{C_f}, \quad \omega \gg \frac{1}{R_f C_f} \tag{3.17}$$

o que justifica a denominação amplificador de carga ao demonstrar a proporcionalidade entre a tensão de saída  $v_p$  e a carga  $q_a$  gerada no sensor (SERRIDGE; LICHT, 1987).

Substituindo  $q_a$  na equação (3.17) pela sensibilidade em carga  $S_q$  multiplicada pela aceleração, pode-se determinar a sensibilidade do pré-amplificador como:

$$S_{va} = \frac{v_p(j\omega)}{a(j\omega)} = -\frac{S_q}{C_f}, \quad \omega \gg \frac{1}{R_f C_f}$$
(3.18)

e desde que  $S_q$  é constante para cada acelerômetro e  $C_f$  é um parâmetro de projeto, conclui-se que  $S_{va}$  é independente da capacitância total  $C_t$  vista pelo sensor.

A figura 25 mostra a variação em freqüência da sensibilidade  $S_{va}$  de pré-amplificadores de carga com relação ao valor calculado na equação (3.18), onde  $\tau = R_f C_f$  é a constante de tempo que determina a freqüência de corte inferior do pré-amplificador. A máxima freqüência de operação é dependente do limite do sensor utilizado.



Figura 25: Variação da sensibilidade do pré-amplificador com a freqüência.

# 3.4 Condicionamento de Sinais

Para restringir a faixa de freqüências e realizar o ajuste da sensibilidade do conjunto sensor/pré-amplificador à faixa dinâmica do conversor A/D, pode-se utilizar o circuito mostrado na figura 26, o qual foi aplicado por Karki (1998) para o condicionamento de sinais de acelerômetros com pré-amplificador interno. Conforme será demonstrado por meio das análises de corrente contínua (CC) e alternada (CA), trata-se de um amplificador não-inversor que realiza a amplificação e filtragem do sinal  $v_p$  e soma um nível de tensão média  $v_{ref}$ , tal que a excursão do sinal resultante  $v_{cond}$  é sempre positiva de acordo com a exigência típica de conversores A/D.



Figura 26: Circuito condicionador de sinais.

## 3.4.1 Análise CC

Na análise em corrente contínua, os capacitores são considerados circuito aberto. Assumindo que a corrente na entrada não-inversora do amplificador operacional é nula, a resistência  $R_1$  pode ser desconsiderada e, admitindo que a instrumentação de saída não impõe carregamento significativo ao circuito, pode-se negligenciar o efeito do resistor  $R_4$ ao valor médio de  $v_{cond}$ . Dessa forma, o modelo CC indicado na figura 27 é obtido.



Figura 27: Circuito equivalente para análise CC.

A saída  $v_{cc-}$  do amplificador com relação à entrada inversora  $v_-$  é igual a

$$v_{cc-} = -v_{ref} \frac{R_3}{R_2} \tag{3.19}$$

e com relação à entrada não-inversora  $v_+$ 

$$\upsilon_{cc+} = \upsilon_{ref} \left( 1 + \frac{R_3}{R_2} \right) \tag{3.20}$$

Superpondo as saídas negativa  $v_{cc-}$  e positiva  $v_{cc+}$ , obtém-se

$$v_{cc} = v_{cc+} + v_{cc-} = v_{ref} \tag{3.21}$$

Assim, o nível de referência da tensão de saída  $v_{cond}$  do circuito condicionador de sinais é igual a  $v_{ref}$ . A resposta  $v_{ca}$  em corrente alternada se sobrepõe a esse valor.

## 3.4.2 Análise CA

A análise CA pode ser facilmente realizada pela divisão do circuito condicionador em três partes. O modelo CA equivalente é mostrado na figura 28.



Figura 28: Circuito equivalente para análise CA.

O capacitor  $C_1$  e o resistor  $R_1$  formam um filtro passa-altas com função de transferência dada pela relação  $v_e(s)/v_p(s)$ , isto é:

$$H_1(s) = \frac{v_e(s)}{v_p(s)} = \frac{sR_1C_1}{1 + sR_1C_1}$$
(3.22)

O ganho do amplificador não-inversor, por sua vez, é obtido resolvendo  $v_s(s)/v_e(s)$ :

$$H_2(s) = \frac{v_s(s)}{v_e(s)} = 1 + \frac{R_3}{R_2} \left(\frac{1}{1 + sR_3C_2}\right)$$
(3.23)

Assumindo que a impedância da instrumentação conectada à saída do condicionador é alta em comparação à impedância de  $C_3$ , obtém-se:

$$H_3(s) = \frac{v_{ca}(s)}{v_s(s)} = \frac{1}{1 + sR_4C_3}$$
(3.24)

que representa o filtro passa-baixas de saída formado por  $R_4$  e  $C_3$ .

Combinando  $H_1(s)$ ,  $H_2(s)$  e  $H_3(s)$ , a função de transferência  $H_{cond}(s)$  do circuito

condicionador de sinais é determinada:

$$H_{\text{cond}}(s) = \frac{v_{ca}(s)}{v_p(s)} = \frac{sR_1C_1}{1+sR_1C_1} \left[ 1 + \frac{R_3}{R_2} \left( \frac{1}{1+sR_3C_2} \right) \right] \frac{1}{1+sR_4C_3}$$
(3.25)

Definindo as freqüências de corte inferior e superior, respectivamente, por:

$$f_L \stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{2\pi R_1 C_1} \tag{3.26}$$

$$f_H \stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{2\pi R_3 C_2} = \frac{1}{2\pi R_4 C_3} \tag{3.27}$$

pode-se obter a resposta em freqüência de  $H_{cond}(s)$  como mostrado na figura 29, onde a magnitude é calculada com relação ao ganho  $H_{cond}$  na faixa entre  $10f_L \in 0.1f_H$ , isto é:

$$H_{cond} \stackrel{\Delta}{=} |\mathrm{H}_{cond}(j2\pi f)| = 1 + \frac{R_3}{R_2}, \quad 10f_L \le f \le 0, 1f_H$$
 (3.28)

e desde que o deslocamento de fase é reduzido nessa faixa de freqüências, a componente alternada  $v_{ca}$  do sinal de saída  $v_{cond}$  resulta aproximadamente:

$$\upsilon_{ca} = \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right)\upsilon_p \tag{3.29}$$

# 3.5 Sensibilidade da Instrumentação

Considerando a operação do conjunto sensor, pré-amplificador e condicionador de sinais, a sensibilidade  $S_{va}^*$  que representa a relação entre a tensão de saída  $v_{ca}$  em resposta à aceleração de entrada *a* pode ser obtida a partir das equações (3.18) e (3.28) como:

$$S_{va}^* \stackrel{\Delta}{=} \frac{v_{ca}(j\omega)}{a(j\omega)} = S_{va}H_{cond} = -\frac{S_q}{C_f}H_{cond}$$
(3.30)

o que é válido se  $R_f C_f \leq R_1 C_1$  e especificamente na faixa de freqüências entre  $10 f_L$ e  $0,1 f_H$ . Nota-se que o valor resultante depende apenas da sensibilidade do sensor, do projeto do capacitor de realimentação e do ganho do condicionador.

## 3.6 Projeto do Pré-Amplificador e Condicionador

#### 3.6.1 Especificações para Projeto

Admitindo as recomendações da norma ANSI/ASAE EP455 (1991) como exemplo de especificações para o projeto dos circuitos de pré-amplificação e condicionamento de sinais,



Figura 29: Resposta em freqüência do circuito de condicionamento de sinais.

verifica-se a necessidade de realizar três tipos de teste com aceleração senoidal, segundo indicado na tabela 3. Nos ensaios senoidais nível 1 e 2, um acelerômetro é instalado em local próximo ao corpo de prova para medir e realimentar a aceleração de controle, cuja magnitude e freqüência devem atender aos valores especificados. No ensaio de busca de ressonância, por outro lado, um segundo acelerômetro é instalado no corpo de prova para medir a aceleração de resposta, de forma que a comparação entre a vibração de controle e de resposta é utilizada na determinação das freqüências de ressonância da estrutura sob teste e excitação dos modos ressonantes mais severos, isto é, de maior fator Q.

	Freqüência	Amplitude $(m/s^2)$	
Ensaio	(Hz)	Mín.	Máx.
Senoidal	10 - 40	3	47
Nível 1	40 - 2000	50	
Senoidal Nível 2	10 - 55	3	91
Busca de		Controle = 39	
Ressonância	10 - 2000	Resposta $\geq 39$	

Tabela 3: Ensaios com aceleração senoidal segundo norma ANSI/ASAE EP455 (1991).

Para atender ao ensaios senoidais definidos pela norma EP455, a instrumentação deverá ser capaz de operar, portanto, entre 10Hz e 2kHz, sendo o valor da faixa dinâmica da aceleração (e, por conseqüência, da sensibilidade) dependente do teste específico a ser realizado. Para projetar o circuito de pré-amplificação e condicionamento do sinal referente ao acelerômetro de controle, deve-se observar a amplitude máxima dos ensaios senoidais nível 1, 2 e do ensaio de busca de ressonância. Logo, com base no valores indicados e visando reduzir a possibilidade de saturação do sinal durante períodos transitórios, a faixa dinâmica da aceleração é definida igual a  $\pm 100 \text{m/s}^2$ , o que garante uma margem de aproximadamente 10% com relação à amplitude máxima  $(91 \text{m/s}^2)$ . O projeto do circuito pré-amplificador e condicionador para o acelerômetro de resposta, por outro lado, considera apenas as especificações do ensaio de busca de ressonância. Neste caso, a aceleração de controle deve apresentar amplitude constante igual a  $39m/s^2$ , sendo que somente ressonâncias com fator Q maior ou igual a 5 devem ser consideradas. Assim, uma vez que a amplificação na ressonância está diretamente relacionada ao fator Q, a faixa dinâmica da aceleração de resposta é estipulada como  $\pm 300 \text{m/s}^2$ , ou seja, aproximadamente 1,5 vezes a amplitude mínima esperada (195m/s<sup>2</sup>) numa ressonância significativa.

#### 3.6.2 Procedimento de Projeto

#### 3.6.2.1 Escolha do Acelerômetro

Os critérios que determinam a escolha do acelerômetro piezoelétrico a ser utilizado em ensaios de vibração relacionam-se, principalmente, à sensibilidade, faixa de freqüências e faixa dinâmica de operação. O uso de sensores com sensibilidade elevada é normalmente preferível, pois resultam em melhor relação sinal-ruído. Fatores como temperatura podem desempenhar papel importante na determinação do sensor somente em casos especiais, como, por exemplo, durante a integração de ensaios de vibração com testes de simulação de condições climáticas adversas. No presente caso, o acelerômetro utilizado corresponde ao modelo de uso geral com características apresentadas na tabela 4. Nota-se que a sensibilidade nominal em tensão é dependente da capacitância do cabo de interface utilizado na calibração.

Parâmetro Símbolo Valor  $10 pC/m/s^2$ Sensibilidade em carga  $S_q$ Sensibilidade em tensão<sup>1</sup>  $S_v$  $8 \text{mV/m/s}^2$  $C_a$ Capacitância 1,1nF Resistência  $R_a$  $20 \text{G}\Omega$ 16kHz Freqüência de ressonância  $f_m$ 4,8kHz (10%) Máxima freqüência  $0.1 \mathrm{mm/s^2} = 20 \mathrm{km/s^2}$ Faixa dinâmica Máxima sensibilidade transversal 4%

Tabela 4: Especificações técnicas do acelerômetro Brüel & Kjaer modelo 4370V.

 $^1$ Medida com cabo coaxial de capacitância total  $C_c$ igual 127<br/>pF.

#### 3.6.2.2 Projeto do Circuito Pré-Amplificador

O projeto do pré-amplificador consiste, basicamente, na determinação do capacitor de realimentação  $C_f$  com base na sensibilidade  $S_q$  do acelerômetro e na sensibilidade em tensão  $S_{va}$  esperada para o circuito de pré-amplificação, ou seja:

$$C_f = \frac{S_q}{S_{va}} \tag{3.31}$$

O resistor de realimentação, por sua vez, é obtido segundo a capacitância  $C_f$  e a escolha da freqüência de corte inferior  $f_L$ , isto é:

$$R_f = \frac{1}{2\pi f_L C_f} \tag{3.32}$$

A opção por  $C_f$  próximo à capacitância interna  $C_a$  do acelerômetro resulta em  $S_{va}$ praticamente igual à sensibilidade nominal em tensão  $S_v$  do sensor, o que pode ser verificado substituindo  $C_f$  na equação (3.31) por  $C_a$  da tabela 4 e calculando o valor resultante de  $S_{va}$ . Valores do capacitor  $C_f$  significativamente inferiores a  $C_a$ , por outro lado, permitem aumentar a sensibilidade  $S_{va}$  com relação a  $S_v$ , o que, entretanto, conduz à necessidade de se utilizar resistores  $R_f$  de valores demasiadamente elevados para a medição de vibrações de baixas freqüências, isto é, com  $f_L$  de valor reduzido na equação (3.32).

Considerando o modelo 4370V e fazendo  $C_f$  igual a 1nF para o acelerômetro de controle e 1,5nF para o acelerômetro de resposta, a sensibilidade  $S_{va}$  resulta igual a

 $10 \text{mV/m/s}^2$  e 6,7mV/m/s<sup>2</sup>, respectivamente. Observa-se que o valor resultante para o circuito pré-amplificador do acelerômetro de resposta é, nesse caso, inferior à especificação nominal do sensor. Tal projeto é justificado considerando-se que, do contrário, o ganho do condicionador de sinais resultaria inferior à unidade, o que é impraticável em se tratando da configuração não-inversora do amplificador operacional.

Especificando a freqüência de corte inferior como 0,1Hz, obtém-se redução do deslocamento de fase em baixas freqüências e sensibilidade constante a partir de 1Hz, o que possibilita a medição de vibrações também em ensaios com freqüências inferiores a 10Hz.

#### 3.6.2.3 Projeto do Circuito Condicionador de Sinais

O primeiro passo no projeto do circuito de condicionamento de sinais consiste em calcular o ganho  $H_{cond}$  com base na sensibilidade  $S_{va}$  do conjunto sensor e pré-amplificador, na amplitude máxima  $a_{max}$  de aceleração e na faixa de variação do sinal  $v_{cond}$  de saída do condicionador. Considerando amplificadores operacionais tipo trilho-a-trilho<sup>4</sup> e fazendo  $v_{ref}$  igual a  $v_{DD}/2$ ,  $v_{cond}$  é igual a  $v_{DD}$  quando a aceleração é máxima positiva e nula quando a aceleração é máxima negativa. Dessa forma, o ganho pode ser calculado como:

$$H_{cond} = \frac{v_{DD}}{2a_{max}S_{va}} \tag{3.33}$$

Com o valor de  $H_{cond}$ , os resistores  $R_2$  e  $R_3$  são projetados a partir da igualdade:

$$H_{cond} = 1 + \frac{R_3}{R_2} \tag{3.34}$$

Estipulando-se a freqüência de corte inferior  $f_L$  igual a do circuito pré-amplificador e um valor para o resistor  $R_1$ , o capacitor  $C_1$  é obtido:

$$C_1 = \frac{1}{2\pi R_1 f_L}$$
(3.35)

A freqüência de corte superior  $f_H$  e o resistor  $R_3$  determinam o valor de  $C_2$ :

$$C_2 = \frac{1}{2\pi R_3 f_H} \tag{3.36}$$

A escolha de  $R_4$  define  $C_3$ :

$$C_3 = \frac{1}{2\pi R_4 f_H} \tag{3.37}$$

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Um amplificador operacional é considerado tipo trilho-a-trilho quando a tensão de saída pode excursionar até o limite das tensões de alimentação do operacional sem apresentar distorções.

Para calcular  $H_{cond}$ , a tensão  $v_{DD}$  considerada corresponde a 5V, enquanto os valores definidos anteriormente para as amplitude  $a_{max}$  da aceleração de controle e resposta são iguais a  $100 \text{m/s}^2$  e  $300 \text{m/s}^2$ , respectivamente. Para reduzir o deslocamento de fase e garantir ganho constante do circuito de condicionamento até 2kHz, a freqüência de corte superior é projetada como 20kHz. Com essas especificações e utilizando valores comerciais de resistências e capacitâncias, as sensibilidades  $S_{va}^*$  referentes à aceleração de controle e de resposta resultam iguais a 24,7mV/m/s<sup>2</sup> e 8,7mV/m/s<sup>2</sup>, respectivamente.

## 3.6.3 Implementação

A realização prática dos circuitos de pré-amplificação e condicionamento de sinais dos acelerômetros requer cuidados especiais na escolha dos amplificadores operacionais, na obtenção da resistência  $R_f$ , na seleção do tipo de capacitor de realimentação e na técnica de implementação do filtro digital.

Circuitos de pré-amplificação para acelerômetros piezoelétricos necessitam, essencialmente, de amplificadores operacionais com alta impedância e baixa capacitância de entrada, ganho elevado na faixa de freqüências de interesse e alto nível de rejeição a ruídos, o que poder ser obtido, por exemplo, utilizando o modelo LT1169 indicado na tabela 5.

Parâmetro	Símbolo	Valor típico
Resistência de entrada	$R_p$	$10^{13}\Omega$
Capacitância de entrada	$C_p$	$1,5 \mathrm{pF}$
Ganho de tensão	À	$4,\!5\! imes\!10^{6}$
Produto ganho-banda passante		$5,3 \mathrm{MHz}$
Ruído em tensão		$8 \mathrm{nV} / \sqrt{\mathrm{Hz}}$
Taxa de subida		$4,\!2\mathrm{V}/\mathrm{\mu s}$
Tensão de offset de entrada		$0,6 \mathrm{mV}$
Corrente de offset de entrada		2,5 pA
Corrente de polarização de entrada		4pA
Fonte de tensão	$v_{DD}$	$\pm 5\mathrm{V}$ a $\pm 20\mathrm{V}$

Tabela 5: Amplificador operacional Linear Technology modelo LT1169.

Com relação ao condicionador de sinais, pode-se considerar o modelo de baixo consumo TLV2772 mostrado na tabela 6, o qual, por se tratar de um amplificador tipo trilho-a-trilho, possibilita a excursão do sinal de saída entre 0 e  $v_{DD}$  sem distorções.

No que se refere ao resistor  $R_f$  do circuito de pré-amplificação, considerando os valores da capacitância  $C_f$  (1nF e 1,5nF) e da freqüência de corte inferior  $f_L$  (0,1Hz), o resistor de realimentação resulta aproximadamente igual a 1G $\Omega$  de acordo com a equação (3.32),

Parâmetro	Símbolo	Valor típico
Resistência de entrada	$R_p$	$10^{12}\Omega$
Capacitância de entrada	$C_p$	$8 \mathrm{pF}$
Ganho de tensão	A	$0,\!38\! imes\!10^{6}$
Produto ganho-banda passante		4,8MHz
Ruído em tensão		$17 \mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$
Taxa de subida		$9 { m V}/\mu { m s}$
Tensão de offset de entrada		0,8mV
Corrente de offset de entrada		$1 \mathrm{pA}$
Corrente de polarização de entrada		$2 \mathrm{pA}$
Fonte de tensão	$v_{DD}$	2,5V a 5,5V

Tabela 6: Amplificador operacional Texas Instruments modelo TLV2772.

valor esse indisponível quando se trata de componentes de uso geral. Por isso, para garantir a medição de vibrações de baixas freqüências, a solução utilizada consiste em empregar a configuração tipo "T" mostrada na figura 30, onde:

$$R_f = \frac{R_{fa}(R_{fb} + R_{fc}) + R_{fb}R_{fc}}{R_{fc}}$$
(3.38)

Dessa forma, fazendo  $R_{fa}$ ,  $R_{fb}$  e  $R_{fc}$  iguais a 100M $\Omega$ , 10k $\Omega$  e 1k $\Omega$ , respectivamente, obtém-se o valor desejado para  $R_f$ .



Figura 30: Implementação do circuito pré-amplificador e de condicionamento de sinais.

Analisando o circuito equivalente do capacitor  $C_f$  segundo mostrado na figura 31, onde  $R_{cf}$  e  $L_{cf}$  correspondem, respectivamente, à resistência de isolação e à indutância parasita de  $C_f$ , pode-se concluir que a determinação do tipo de capacitor de realimentação necessita ser tal que o valor de  $R_{cf}$  seja significativamente superior à resistência projetada para  $R_f$ . Capacitores de poliéster ou cerâmicos de uso geral, por exemplo, costumam oferecer resistências de isolação de apenas algumas dezenas ou centenas de megaohms, o que é insuficiente para preservar a resposta em freqüência do pré-amplificador. Por isso, no presente caso, capacitores cerâmicos de  $100G\Omega$  são utilizados.



Figura 31: Circuito equivalente do capacitor de realimentação.

As dificuldades referentes à implementação da resistência de valor elevado na realimentação da tensão de saída do pré-amplificador não foram abordadas na bibliografia encontrada tratando de circuitos pré-amplificadores de carga. Por isto, além da proposição do procedimento de projeto, o uso da configuração tipo "T" equivalente ao resistor  $R_f$  e o cuidado quanto à escolha do capacitor de realimentação são também identificados como contribuições do presente capítulo à instrumentação utilizada em ensaios de vibração.

## 3.6.4 Calibração

Para determinar experimentalmente a sensibilidade e avaliar o desempenho da instrumentação, dois acelerômetros piezoelétricos modelo 4370V foram instalados numa máquina de vibração eletrodinâmica. Um dos sensores foi conectado ao pré-amplificador e condicionador de sinais projetado para medir a aceleração de controle e o outro, ao pré-amplificador e condicionador de sinais para medição da aceleração de resposta. Um terceiro acelerômetro Brüel & Kjaer modelo 4366 (sensibilidade igual a  $4,55pC/m/s^2$ ) foi instalado no vibrador e conectado a um pré-amplificador de carga Brüel & Kjaer modelo 2635 (sensibilidade ajustada para  $10mV/m/s^2$ , freqüência de corte inferior e superior iguais a 0,1Hz e 3kHz, respectivamente). A saída do amplificador 2635 e da instrumentação a ser calibrada foram capturadas com um osciloscópio Agilent 54624A operando em modo corrente alternada e indicando os valores eficazes dos respectivos sinais.

Submetendo os sensores a diferentes amplitudes de aceleração senoidal entre  $3m/s^2$  e  $90m/s^2$  e variando a freqüência entre 20Hz e 1kHz, segundo a capacidade da máquina de vibração e do amplificador de potência disponíveis<sup>5</sup>, mediu-se, para cada amplitude e freqüência, os valores eficazes dos sinais de saída dos circuitos de condicionamento e da instrumentação padrão (sem nível médio). Com base na tensão eficaz e na sensibilidade do pré-amplificador de referência, determinou-se, em cada ponto, a aceleração correspondente, o que possibilitou obter a sensibilidade, ou seja, a relação entre a tensão eficaz

 $<sup>^5\</sup>mathrm{A}$  amplitude máxima da aceleração foi limitada a  $50\mathrm{m/s^2}$  em 20Hz para evitar a operação do vibrador próximo ao limite disponível para a excursão da mesa vibratória (±6mm).

-

de saída dos circuitos de condicionamento de sinais e a aceleração eficaz de entrada. A tabela 7 indica os valores médios resultantes, enquanto as figuras 32(a) e 33(a) mostram os erros percentuais em 20Hz, 200Hz e 1kHz como função da amplitude da aceleração de entrada. As figuras 32(b) e 33(b) indicam a linearidade entre a aceleração de entrada e a aceleração determinada pela instrumentação de projeto.

	Sensibilidade média	Desvio médio	Desvio máximo
	$({ m mV/m/s^2})$	(%)	(%)
Acel. de controle	24,1	2	7
Acel. de resposta	$^{8,6}$	1	5

Tabela 7: Resultados da calibração.

Para avaliar a menor aceleração mensurável, mediu-se os sinais de saída dos circuitos de condicionamento na ausência da aceleração de entrada. As figuras 34(a) e 34(b) ilustram os ruídos residuais correspondentes à aceleração de controle  $(\pm 0,01 \text{m/s}^2)$  e de resposta  $(\pm 0,05 \text{m/s}^2)$ , respectivamente. Com esses dados, conclui-se que a faixa dinâmica da instrumentação é aproximadamente igual a 80dB, o que é considerado um valor adequado para a maioria dos testes de vibração segundo McConnell (1995). No apêndice A, a taxa de amostragem e a arquitetura do conversor A/D utilizado são também examinadas como fatores determinantes da qualidade da instrumentação.

# 3.7 Sumário

Este capítulo tratou especificamente da instrumentação utilizada para a realização de ensaios de vibração. Verificou-se que os sensores piezoelétricos usualmente empregados para medir aceleração necessitam de um circuito especial para amplificar o sinal de vibração e casar a impedância do acelerômetro com a instrumentação de medida e análise. As configurações predominantes deste circuito incluem o pré-amplificador de carga e sensores IEPE. Além do acelerômetro e da pré-amplificação, sistemas típicos de processamento e análise digital de aceleração incluem um circuito condicionador de sinais para limitar a banda passante e fornecer amplificação extra e um conversor analógico-digital.

A sensibilidade e a resposta em freqüência de acelerômetros piezoelétricos com préamplificadores de carga foram examinados. Constatou-se que a sensibilidade depende das propriedades do acelerômetro e do projeto do capacitor de realimentação no préamplificador. A mínima freqüência de operação é determinada pela constante de tempo do pré-amplificador, enquanto o valor máximo é função das características do sensor.



Figura 32: Instrumentação da aceleração de controle. (a) Erro. (b) Linearidade.

Para adequar a sensibilidade do conjunto sensor/pré-amplificador à faixa dinâmica do conversor A/D, considerou-se um circuito de condicionamento de sinais apresentado na literatura. Um procedimento de projeto e implementação do pré-amplificador de carga e do condicionador foi proposto e validado experimentalmente. As recomendações dos ensaios



Figura 33: Instrumentação da aceleração de resposta. (a) Erro. (b) Linearidade.

senoidais segundo a norma ANSI/ASAE EP455 (1991) foram admitidas como exemplo de especificações para o projeto. Com relação à implementação do pré-amplificador, para preservar a sensibilidade em medições de baixas freqüências, necessitou-se utilizar um arranjo particular de resistores, bem como um capacitor de realimentação com resistência



Figura 34: Ruído residual. (a) Aceleração de controle. (b) Aceleração de resposta.

de isolação de valor elevado. Tais dificuldades de implementação não foram abordadas na literatura encontrada tratando de pré-amplificadores de carga. Os resultados experimentais indicaram que o projeto realizado permite medir a aceleração numa ampla faixa dinâmica e com sensibilidade constante na banda de freqüências considerada.

# 4 CONTROLE DE TENSÃO DO AMPLIFICADOR DE POTÊNCIA

# 4.1 Considerações Gerais

Amplificadores desenvolvidos para o acionamento de vibradores eletrodinâmicos têm como finalidade principal suprir potência para o enrolamento da armadura conforme o sinal de comando  $v_o^*$  gerado pela plataforma de controle de vibrações. Em vibradores que não possuem ímãs permanentes para produzir o campo de excitação, é também tarefa usual do amplificador prover tensão contínua para o enrolamento de campo.

Uma vez operando como atuador no sistema de controle de aceleração, o amplificador deve produzir tensões ou correntes alternadas com ampla faixa dinâmica e em freqüências compatíveis com as especificações do ensaio. Neste caso, são requisitos de desempenho a reduzida taxa de distorção harmônica total, a elevada relação sinal-ruído, alta eficiência, peso e volume reduzidos (alta densidade de potência) e o baixo nível de emissão de interferência de radiofreqüência (RFI), fatores esses que influenciam na confiabilidade dos resultados do ensaio e no uso racional da energia elétrica.

Para atender a estas especificações, amplificadores construídos com tecnologia de conversão do tipo linear eram tradicionalmente empregados para realizar o acionamento do vibrador. No entanto, devido à baixa eficiência e à reduzida confiabilidade, amplificadores que utilizam inversores com modulação por largura de pulso (PWM), também conhecidos na indústria como amplificadores digitais, foram desenvolvidos para substituir os conversores lineares, sendo disponíveis atualmente em potências desde 1kVA até 470kVA.

Os elementos básicos que compõem um amplificador digital são mostrados na figura 35. Neste esquema, o transformador é utilizado para isolar o amplificador da rede de alimentação, enquanto o retificador com filtro converte a energia elétrica da forma CA para CC. O sinal de comando  $v_o^*$  gerado pelo controlador de vibrações é processado pelo sistema de controle do amplificador para modular o inversor PWM, no qual a comutação em alta freqüência de interruptores eletrônicos produz a tensão pulsada  $v_{pwm}$  a partir da tensão contínua  $V_d$ . O filtro de saída atenua as componentes harmônicas de  $v_{pwm}$  para reduzir a distorção da tensão  $v_o$  e da corrente  $i_o$  de saída.



Figura 35: Elementos básicos de um amplificador digital.

Os interruptores eletrônicos no inversor PWM são normalmente comutados a taxas tão elevadas quanto 100kHz, o que reduz significativamente o nível de distorção, mas requer cuidados quanto à emissão de RFI. A qualidade da síntese de  $v_o$  e  $i_o$  é também relacionada à implementação de técnicas para a compensação de não-idealidades inerentes à realização prática do inversor PWM. Fatores citados por Mohan, Undeland e Robbins (2003), como o tempo morto, resistência de condução e capacitâncias parasitas dos interruptores, produzem harmônicas de baixa ordem que influenciam o desempenho do conversor.

Conforme discutido no capítulo 2, o amplificador pode ser projetado para operar em modo tensão ou corrente. No primeiro caso, o valor da tensão de saída  $v_o$  é determinado pelo sinal de entrada  $v_o^*$ , enquanto na operação em modo corrente, conhecida como amplificador de transcondutância (TUSTIN, 2005), o sinal de comando  $v_o^*$  define a corrente  $i_o$  que excita o circuito da armadura. A resposta da aceleração da mesa vibratória à excitação com  $v_o^*$  de magnitude constante, como indicou a figura 8, é sensível ao modo de operação na faixa de freqüências em torno da ressonância da suspensão. Neste caso, desde que a impedância do enrolamento da armadura apresente valor reduzido, a ressonância é consideravelmente amortecida no modo tensão (figura 9), o que facilita a tarefa do sistema de controle de vibração. Em médias e altas freqüências, a força contra-eletromotriz é praticamente nula, tal que a relação entre a corrente  $i_o$  e a tensão  $v_o$  é dependente apenas da impedância  $R + j\omega L$  do enrolamento móvel. Isso significa que, nestas faixas de operação, a força  $f_o = \Gamma i_o$  desenvolvida pelo enrolamento é proporcional tanto à corrente quanto à tensão de saída do amplificador, ou seja, independe do modo de operação. Outros fatores que determinam a definição do modo de operação se relacionam ao desempenho do amplificador medido em termos da distorção harmônica total e da relação sinal-ruído, assim como à complexidade do sistema de controle de  $v_o$  ou  $i_o$ . Amplificadores industriais normalmente operam em modo tensão por meio do uso de um controlador da tensão de saída  $v_o$  que utiliza o sinal  $v_o^*$  como referência (PAULY, 1986; LEEDHAM, 2005).

Uma técnica de realização modular de amplificadores digitais para acionamento de vibradores eletrodinâmicos foi patenteada por Pauly (1986) e se tornou padrão entre fabricantes de equipamentos para ensaios de vibração. De acordo com a descrição, o amplificador é construído por módulos com funções específicas. O transformador e o retificador com o filtro constituem a fonte de potência CC que serve tanto ao inversor quanto à excitação do circuito de campo da máquina. O inversor com filtro de saída e circuitos de acionamento dos interruptores são instalados no módulo de potência. O chamado módulo lógico, ou modulador, desempenha funções como regular a tensão de saída  $v_o$  do amplificador de acordo com o sinal de referência  $v_o^*$ , gerar os sinais de acionamento dos interruptores e também monitorar e proteger o sistema. No interior do módulo de potência, o inversor PWM é construído com dois módulos inversores de meia ponte.

Com esta construção, a capacidade do amplificador é determinada agrupando módulos de potência idênticos em paralelo, os quais compartilham a fonte CC e os sinais de acionamento gerados pelo modulador. Assim, o mesmo projeto pode ser aplicado para diferentes máquinas de vibração conforme a demanda. A empresa Data Physics Corporation (2007), por exemplo, oferece módulos de 1kVA a 10kVA com comutação em 100kHz, os quais podem ser reunidos para construir amplificadores com potência até 470kVA.

Um método de realização do inversor PWM que permite reduzir para 25kHz a freqüência de comutação dos interruptores em cada inversor de meia ponte, mas mantendo a freqüência das harmônicas do módulo em 150kHz, foi patenteada por Leedham (2005). O uso da técnica proposta diminui as perdas devido à comutação, reduz a emissão de interferência de radiofreqüência e possibilita utilizar interruptores eletrônicos com menor velocidade de comutação. Tal técnica é aplicada nos amplificadores digitais fabricados pela empresa LDS Test and Measurement (2007b). Através do agrupamento de módulos de 8kVA, a potência do amplificador pode ser ampliada até 280kVA. Alguns detalhes construtivos especificamente dos inversores de meia ponte produzidos por esta empresa até 1994 foram apresentados por Bontemps, Goodfellow e Grafham (1994).

A literatura registra alguns artigos que tratam do desenvolvimento de inversores com modulação PWM para o acionamento de vibradores eletrodinâmicos. No entanto, à ex-
ceção do trabalho de Bontemps, Goodfellow e Grafham (1994), a abordagem usual consiste em propor técnicas de controle de tensão ou corrente, havendo reduzida investigação acerca dos diferentes aspectos a serem considerados no projeto do amplificador. No artigo de Chen, Huang e Liaw (1997), por exemplo, um esquema de controle analógico da corrente de saída do amplificador foi proposto considerando um inversor com modulação PWM comutando à taxa de 25kHz. Para poder operar num sistema de controle de aceleração senoidal (o qual é discutido no capítulo 5), Chen e Liaw (1999b) substituíram o controle da corrente de saída do amplificador pelo ajuste da corrente do filtro utilizado para atenuar as componentes harmônicas oriundas da operação do inversor PWM. A freqüência de comutação, neste caso, foi elevada para 50kHz, sendo empregado uma técnica de comutação suave para auxiliar a operação dos interruptores eletrônicos, conforme Chen e Liaw (1999a). Os resultados desta proposta foram estendidos por Liaw, Yu e Chen (2002) para operar num sistema de controle de aceleração randômica, no qual foi necessário utilizar não apenas a malha de regulação da corrente do filtro, mas também o controle da tensão de saída do amplificador e uma terceira malha para ajustar a corrente de saída. Nos três trabalhos, a avaliação de desempenho experimental foi realizada entre 5Hz e 2kHz.

Ao invés de empregar três malhas de controle do amplificador, como proposto por Liaw, Yu e Chen (2002), o uso de um controlador por modelo de referência associado a uma ação de controle repetitiva foi investigado por Stefanello e Carati (2003) para regular em tempo discreto somente a tensão de saída aplicada ao enrolamento da máquina. Admitindo referências senoidais de 60Hz e com harmônicas desta freqüência, o desempenho experimental foi avaliado com o uso de um inversor com comutação em 6kHz.

Considerando a variação da impedância da máquina com a freqüência e a massa do corpo de prova, assim como a amplificação da tensão de saída em altas freqüências devido à ressonância do filtro, Della Flora e Gründling (2006b) removeram a ação de controle repetitiva e introduziram uma lei de adaptação dos parâmetros do controlador por modelo de referência. Neste caso, elevando para 12kHz a taxa de comutação dos interruptores no inversor, referências senoidais com freqüência até 1kHz foram utilizadas na avaliação experimental. Com o uso de um inversor com comutação em 24kHz, Della Flora e Gründling (2008a) estenderam para 2kHz a faixa da análise de desempenho.

Os resultados experimentais obtidos com o uso do controlador adaptativo por modelo de referência demonstraram que esta técnica é capaz de compensar os efeitos na resposta do amplificador devido à variação da impedância da máquina e à ressonância do filtro de saída. No entanto, tal esforço tornou evidente que somente a utilização de uma estratégia de controle sofisticada é insuficiente para garantir o baixo nível de distorção exigido, principalmente em se tratando de inversores como os utilizados, os quais foram projetados para operar em aplicações de baixas freqüências, como, por exemplo, fontes ininterruptas de energia e acionamento de motores elétricos. A qualidade da síntese da tensão de saída, como verificado, é dependente da freqüência das harmônicas oriundas da comutação, bem como do projeto adequado do inversor e do filtro de saída, da técnica de modulação empregada, da compensação de não-idealidades inerentes à realização prática, etc.

O projeto de um amplificador digital está fora do escopo da tese. Ao invés disso, no que se refere especificamente à tecnologia de acionamento do vibrador, o que se pretendeu ao longo do desenvolvimento deste trabalho foi encontrar uma técnica de controle para aprimorar o desempenho de amplificadores implementados segundo o estado da arte em eletrônica de potência. Neste sentido, o equipamento considerado nas investigações realizadas em (DELLA FLORA; GRÜNDLING, 2006b, 2008a) se revelou inadequado para as necessidades típicas da aplicação, principalmente devido à freqüência de comutação relativamente baixa dos interruptores eletrônicos no inversor PWM. No entanto, estes estudos indicaram a potencialidade do controlador adaptativo para melhorar a performance do amplificador e produzir impacto também na qualidade do controle de vibrações.

Para investigar estas hipóteses, a empresa Data Physics Corporation disponibilizou durante o período do estágio no exterior o amplificador digital DSA1-1K, o vibrador V55 e a plataforma digital SignalStar Scalar desenvolvida para o controle e a análise de ensaios de vibração. Tal amplificador apresenta as características típicas dos melhores modelos industriais disponíveis atualmente, como, por exemplo, distorção harmônica total inferior a 1% e relação sinal-ruído superior a 75dB na potência nominal de 1kVA. O sistema SignalStar Scalar permite realizar não apenas o controle do vibrador para uma ampla variedade de testes, mas também opera como um moderno analisador de sinais.

Neste capítulo, a análise de desempenho do amplificador DSA1-1K e da plataforma SignalStar Scalar aplicando um algoritmo adaptativo para controlar a tensão é apresentada. Inicialmente, é feita uma descrição das características construtivas do amplificador segundo as informações disponibilizadas pela empresa. Em seguida, realiza-se a avaliação de desempenho para verificar a necessidade do sistema auxiliar de controle de tensão. A justificativa para a consideração ao controlador adaptativo é fundamentada. A modelagem da planta, a estrutura do controlador, a lei de adaptação, assim como o projeto e a implementação digital são discutidos detalhadamente. A análise experimental considera a operação do amplificador excitado por referências tipo degrau, senoidal de freqüência fixa, senoidal com varredura e referências randômicas. O impacto do controlador de tensão na performance da plataforma SignalStar Scalar é avaliado em ensaios de vibração senoidal.

# 4.2 Descrição do Amplificador

O amplificador digital modelo DSA1-1K disponibilizado para a análise de desempenho com o sistema de controle adaptativo é fabricado por Gearing & Watson Electronics Ltd., empresa britânica adquirida por Data Physics Corporation em 2005 para o provimento de vibradores e amplificadores de baixas e médias potências. Considerando, segundo recomenda a norma ISO 5344 (1978), uma carga resistiva conectada à saída do amplificador para o propósito de determinação das características do equipamento, as especificações de Gearing & Watson Electronics Ltd. (2007) indicam que o modelo DSA1-1K é capaz de fornecer potência nominal de 1kVA entre 5Hz e 5kHz, sendo a taxa de distorção típica inferior a 1% e a relação sinal-ruído superior a 75dB (tabela 8).

Tabela 8: Especificações nominais do amplificador modelo DSA1-1K.

Parâmetro	Valor
Potência de saída	1kVA
Tensão eficaz de saída	72V
Corrente eficaz de saída	$13,\!9A$
Faixa de freqüências	5 Hz a $5 kHz$
Distorção típica	${<}1\%$
Relação sinal-ruído	>75 dB
Tensão eficaz de entrada	$1,\!41V$
Ganho de tensão nominal	51

Para garantir o alto desempenho em termos de distorção, relação sinal-ruído, eficiência e emissão de RFI, o amplificador DSA1-1K utiliza um inversor de fonte de tensão PWM construído a partir de dois inversores meia ponte, os quais operam de forma complementar como mostra a figura 36. Um transformador monofásico é utilizado para isolar o amplificador da rede de alimentação, enquanto um retificador não controlado em ponte com dois capacitores na saída converte a tensão CA de entrada numa fonte de tensão CC simétrica  $(\pm V_d/2)$ . O inversor produz a tensão de saída  $v_{pwm}$  constituída por pulsos de magnitude  $-V_d$ , 0 e  $V_d$ . Filtros passa-baixas de saída idênticos  $L_{o1}C_{o1}$  e  $L_{o2}C_{o1}$  são projetados para atenuar as componentes harmônicas de  $v_{pwm}$ , o que reduz a distorção da tensão diferencial  $v_o$  aplicada ao enrolamento da armadura. Filtros para supressão de ruído de modo comum são também implementados. Um sistema de controle regula as correntes  $i_{L1}$  e  $i_{L2}$  dos indutores e as tensões  $v_{o1}$  e  $v_{o2}$  dos capacitores do filtro de saída, de acordo com o sinal de comando  $v_o^*$  gerado pela plataforma de controle de vibrações.

O valor de  $\pm V_d/2$  na fonte de tensão CC simétrica é igual a  $\pm 70$ V. Nos inversores meia ponte, interruptores eletrônicos tipo MOSFET operam à taxa de 100kHz sob o esquema



Figura 36: Diagrama simplificado do amplificador DSA1-1K.

de modulação PWM senoidal unipolar, o que eleva a freqüência das primeiras harmônicas devido à comutação para 200kHz, segundo demonstrado por Mohan, Undeland e Robbins (2003). Para absorver a energia transitória e evitar tensão excessiva na abertura, snubbers auxiliam a comutação dos interruptores. Os sinais de modulação dos inversores meia ponte são obtidos a partir de  $v_o^*$  e  $-v_o^*$  e de malhas internas de controle das correntes e externas de ajuste das tensões, as quais contribuem para reduzir a distorção da tensão de acionamento da máquina. Todo o processamento dos sinais no amplificador, incluindo os controladores de tensão e corrente, assim como a síntese dos pulsos de comando dos interruptores eletrônicos, é realizado com circuitos analógicos, ou seja, não há um processador ou controlador de sinais digitais. O usuário pode ajustar o ganho do amplificador desde zero até o valor nominal indicado na tabela 8 através de um cursor no painel frontal.

O transformador, retificador e um circuito de partida utilizado para reduzir a corrente de carga inicial dos capacitores que filtram as tensões  $\pm V_d/2$  constituem a fonte de potência CC do amplificador, a qual serve tanto aos inversores PWM quanto à excitação do circuito de campo da máquina. Os inversores meia ponte com circuitos de auxílio à comutação, filtros de saída para atenuar componentes harmônicas e suprimir ruído de modo comum, circuito lógico de geração de tempo morto e acionamento dos interruptores eletrônicos, são agrupados no módulo de potência. O módulo de controle, por sua vez, desempenha não apenas as funções de regulação das correntes e tensões de saída dos inversores e geração de sinais de comando dos interruptores, mas também o monitoramento e proteção das correntes nesses interruptores e da corrente de saída do amplificador, bem como a verificação do funcionamento do sistema de ventilação do vibrador, da máxima excursão da mesa vibratória, etc. Desta forma, o amplificador garante tanto a qualidade na síntese da tensão de excitação do circuito da armadura quanto a operação segura da máquina de vibração. Além disso, com a construção modular, pode-se estender a capacidade do amplificador agrupando módulos de potência em paralelo, conforme os limites da fonte CC (GEARING & WATSON ELECTRONICS LTD., 2007).

Para ilustrar o desempenho do amplificador DSA1-1K em termos da distorção harmônica e do ruído na tensão de saída  $v_o$ , as figuras 37 e 38 mostram a forma de onda e o espectro da tensão medidos em 5Hz e 5kHz, respectivamente. Observa-se pela análise do espectro relativo que as componentes harmônicas mais significativas se situam 40dB abaixo da amplitude na freqüência fundamental, enquanto a relação sinal-ruído é superior a 75dB. O vibrador eletrodinâmico modelo V55 projetado para operar com o amplificador DSA1-1K foi utilizado como carga nas duas condições de freqüência.

## 4.3 Motivação para o Controle de Tensão

O desempenho do amplificador DSA1-1K avaliado por meio da taxa de distorção harmônica total e da relação sinal-ruído, apesar de condizente com as necessidades típicas da aplicação, também demonstra que há espaço para melhoramentos. Amplificadores lineares de boa qualidade, por exemplo, oferecem distorção inferior a 0,1% e faixa dinâmica superior a 90dB. Além disso, conforme Baren e Lang (2007), não é possível afirmar, em se tratando de ensaios de vibração, que existe faixa dinâmica em excesso, pois, dependendo da resposta do corpo de prova, as necessidades de um determinado teste podem ser superadas por outro. Por isso, existe um esforço contínuo para expandir a capacidade atual dos equipamentos utilizados em testes de vibração.

Um outro fator a ser considerado se refere ao desempenho do amplificador em reproduzir o sinal de entrada de forma independente da impedância do vibrador eletrodinâmico e da ressonância do filtro de saída. Como exemplo, a figura 39 mostra a resposta em freqüência do amplificador DSA1-1K medida a partir do sinal de entrada  $v_o^*$  para a tensão de saída  $v_o$  aplicada para excitar o enrolamento da armadura da máquina. Três condições de massa do corpo de prova instalado sobre o vibrador V55 são consideradas.

Vê-se que, apesar da existência das malhas internas de ajuste de corrente e das malhas externas de controle de tensão, a magnitude e a fase variam com a massa do corpo de



Figura 37: Tensão de saída do amplificador DSA1-1K em 5Hz. (a) Forma de onda. (b) Espectro relativo à componente fundamental.

prova. Este comportamento, conforme discutido na seção 2.3.3, é resultado da variação da impedância do enrolamento móvel com a força contra-eletromotriz. Em altas freqüências e próximo ao limite de operação do amplificador (5kHz), a ressonância dos filtros passabaixas de saída também se manifesta, tal que a diferença do fator de amplificação entre



Figura 38: Tensão de saída do amplificador DSA1-1K em 5kHz. (a) Forma de onda. (b) Espectro relativo à componente fundamental.

o limite inferior (5Hz) e superior da faixa de freqüências é aproximadamente 6dB.

Os resultados da figura 39 demonstram, portanto, que os controladores internos de corrente e tensão, embora importantes para reduzir a distorção da tensão de acionamento



Figura 39: Resposta em freqüência do amplificador DSA1-1K sob três condições de massa do corpo de prova instalado no vibrador V55.

da máquina, não compensam totalmente a variação do ganho do amplificador devido à força contra-eletromotriz e à ressonância dos filtros passa-baixas. Logo, uma questão pertinente que motivou Data Physics Corporation a apoiar a presente pesquisa se refere

à investigação sobre qual seria a melhoria efetiva da qualidade dos resultados do sistema de controle de vibração caso, utilizando um controlador para a tensão  $v_o$  como mostra a figura 40, o ganho do amplificador fosse aproximado de um valor constante na faixa de operação. A resposta a este pergunta é desenvolvida na próxima seção.



Figura 40: Diagrama representando a inserção do controlador auxiliar de tensão.

## 4.4 Sistema de Controle de Tensão do Amplificador

Aproximar a resposta em freqüência do amplificador digital a um valor constante na faixa de interesse equivale, portanto, a aproximá-lo do comportamento de um amplificador linear. Com este propósito, o controlador de tensão é inserido entre a plataforma SignalStar Scalar e o amplificador DSA1-1K segundo ilustrado na figura 40. Assim, com base no sinal de comando  $v_o^*$  gerado pela plataforma de controle de vibrações (referência a ser seguida) e na medição da tensão de saída  $v_o$  que aciona o vibrador modelo V55, o controlador deverá determinar o sinal de controle u aplicado à entrada do amplificador, de forma que  $v_o$  seja igual a  $v_o^*$  multiplicado pelo ganho nominal. As malhas internas ao amplificador que controlam as correntes  $i_{L1}$  e  $i_{L2}$  e as tensões  $v_{o1}$  e  $v_{o2}$ , conforme a figura 36, são preservadas para reduzir o nível de distorção e ruído. Por esta razão, o sistema de controle da tensão  $v_o$  externo ao amplificador será referenciado como controlador auxiliar.

Antes de desenvolver o sistema de controle de tensão, é necessário obter um modelo dinâmico da planta a ser controlada, isto é, deve-se determinar uma representação matemática para o amplificador considerado a partir do sinal de entrada u para a tensão de saída  $v_o$ . Neste caso, uma vez que não se dispõe de detalhes específicos acerca das malhas de controle internas ao amplificador, não é possível extrair um modelo do sistema considerando a impedância da máquina de vibração determinada no capítulo 2, os filtros de saída do amplificador e os controladores internos. Por isto, a abordagem utilizada consiste em determinar um modelo por função de transferência G(s) obtido a partir de medições da tensão de saída do amplificador em resposta a um sinal de entrada conhecido. A resposta  $v_o$  do amplificador à excitação u do tipo degrau de 200mV é apresentada na figura 41 sob duas condições de massa do corpo de prova instalado na mesa vibratória: 0kg e 1,25kg. Nota-se a ocorrência simultânea de dinâmicas rápidas (devido a modos de alta freqüência relacionados à ressonância do filtro de saída) e de dinâmicas lentas (referentes à impedância da armadura conforme a análise realizada na seção 2.3.3). Considerando, por exemplo, a operação da máquina de vibração em vazio, uma aproximação razoável do comportamento da planta como uma função de transferência

$$G(s) = \frac{v_o(s)}{u(s)} = \frac{\beta_0 s^m + \beta_1 s^{m-1} + \dots + \beta_{m-1} s + \beta_m}{\alpha_0 s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n}$$
(4.1)

requer ao menos 7 pólos e 3 zeros, o que é demonstrado nas figuras 42 e 43 utilizando os coeficientes do numerador e denominador de G(s) indicados tabela 9. O problema é que realizar o projeto de sistemas de controle para plantas com dinâmicas de alta ordem normalmente não é uma tarefa simples. Uma abordagem usual consiste em considerar apenas os modos mais lentos, o que, entretanto, não é aplicável ao amplificador, pois a operação compreende também freqüências próximas aos modos mais rápidos.

$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$lpha_3$
1	$4,45 \times 10^{4}$	$9,77 \times 10^{9}$	$2,61 \times 10^{14}$
$\alpha_4$	$lpha_5$	$lpha_6$	$\alpha_7$
$1,16 \times 10^{19}$	$1,88 \times 10^{22}$	$5,90 \times 10^{24}$	$2,76 \times 10^{26}$
$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
$4,91 \times 10^{20}$	$7,56 \times 10^{23}$	$3,02 \times 10^{26}$	$8,77 \times 10^{27}$

Tabela 9: Coeficientes da função de transferência G(s) da planta.

Um controlador de ordem reduzida que admita simplificar simultaneamente dinâmicas rápidas e lentas de G(s), tal que uma aproximação  $G_o(s)$  de baixa ordem (contendo, por exemplo, somente os pólos que representam a ressonância em 5,6kHz na figura 42), poderia facilitar a tarefa do projetista. Neste caso, a estabilidade e a qualidade do desempenho no rastreamento do sinal de referência  $v_o^*$  dependeria de características como a robustez do controlador às variações paramétricas e aos efeitos da parte não modelada.

A teoria de controle adaptativo robusto por modelo de referência, de acordo com Gründling (1995), é utilizada como uma das soluções no projeto de controladores para plantas sujeitas a variações paramétricas e dinâmicas não modeladas. Nesta abordagem de controle, particularmente o trabalho de Ioannou e Tsakalis (1986) constitui um referencial relevante na literatura, uma vez que generaliza e remove restrições de diversos resultados anteriores. Dinâmicas não modeladas, no entanto, normalmente compreendem modos de



Figura 41: Resposta ao degrau de 200mV na entrada do amplificador DSA1-1K sob duas condições de massa do corpo de prova. Modos de: (a) alta e (b) baixa freqüência.

alta freqüência de conhecimento reduzido e com influência restrita na resposta da planta, o que não condiz com a simplificação que se pretende realizar nos modos de baixa freqüência de G(s). Ainda assim, a proposta de Ioannou e Tsakalis (1986) é avaliada para o controle



Figura 42: Resposta em freqüência do amplificador DSA1-1K e do modelo G(s).

da tensão de saída do amplificador devido à característica de robustez apresentada.

Nas próximas seções, o desempenho do algoritmo adaptativo robusto por modelo de referência desenvolvido por Ioannou e Tsakalis (1986) é examinado para realizar o controle



Figura 43: Resposta do amplificador DSA1-1K e do modelo G(s) ao degrau de 200mV.

auxiliar do amplificador DSA1-1K. Apesar de concebido no domínio do tempo contínuo, Carati (2003) demonstrou que as propriedades de estabilidade do algoritmo são preservadas quando implementado em tempo discreto, caso em que as equações diferenciais da lei de adaptação de parâmetros do controlador são aproximadas como equações de diferenças. Por isso, desde que a implementação digital do algoritmo adaptativo robusto é mais simples quando comparada à realização analógica, o controlador é descrito e projetado em tempo contínuo conforme a abordagem de Ioannou e Tsakalis (1986), mas implementado numa plataforma digital como realizado por Carati (2003).

### 4.4.1 Descrição da Planta e Objetivo do Controle

O algoritmo proposto por Ioannou e Tsakalis (1986) é projetado para o processo de ordem reduzida assumido como sendo de fase mínima e de grau relativo conhecidos. Entretanto, é aplicado ao processo total que, devido às dinâmicas não modeladas, pode ser de fase não mínima e de ordem desconhecida. As classes de dinâmicas não modeladas consideradas são do tipo aditiva e multiplicativa. Incertezas do tipo aditiva são assumidas como sendo pequenas para todas as freqüências, enquanto as do tipo multiplicativas são exigidas como sendo pequenas somente em baixas freqüências (GRÜNDLING, 1995).

Na formulação da solução, a planta é considerada univariável (SISO) e descrita por uma função de transferência estritamente própria como:

$$G(s) = \frac{v_o(s)}{u(s)} = G_o(s) \left[1 + \mu \Delta_m(s)\right] + \mu \Delta_a(s)$$
(4.2)

onde  $G_o(s)$  representa a função de transferência da parte modelada do processo,  $\mu\Delta_m(s)$ e  $\mu\Delta_a(s)$  são as dinâmicas não modeladas multiplicativa e aditiva, respectivamente. Para facilitar a representação, assume-se que as incertezas  $\mu\Delta_m(s)$  e  $\mu\Delta_a(s)$  são ponderadas pelo mesmo parâmetro escalar positivo  $\mu$ .

Sobre a parte modelada da planta:

$$G_o(s) = k_p \frac{Z_o(s)}{R_o(s)} \tag{4.3}$$

as seguintes hipótese são feitas:

- **H1**  $Z_o(s)$  é um polinômio mônico, Hurwitz, de grau  $m_p \le n_p 1$ ;
- **H2**  $R_o(s)$  é um polinômio mônico, Hurwitz, de grau  $n_p$ ;
- **H3** O sinal de  $k_p$  e os valores de  $m_p$  e  $n_p$  são conhecidos.

Para a parte não modelada, as seguintes hipóteses são admitidas:

H4 -  $\Delta_a(s)$  é uma função de transferência estável estritamente própria;

**H5** -  $\Delta_m(s)$  é uma função de transferência estável;

**H6** - Um limite inferior  $p_0 > 0$  para a margem de estabilidade p > 0 para a qual os pólos de  $\Delta_a(s-p)$  e  $\Delta_m(s-p)$  são estáveis é conhecida.

Conforme Ioannou e Tsakalis (1986), as hipóteses H1 a H3 são condições triviais e satisfeitas na maioria dos sistemas de controle adaptativo. A condição de fase mínima para  $G_o(s)$  é necessária em qualquer controlador por modelo de referência, adaptativo ou não. Entretanto, as hipóteses H1 a H3 não implicam que a função de transferência de todo o processo G(s) seja de fase mínima e de ordem e grau relativo conhecidos.

No que se refere a  $\mu$ , se este parâmetro é pequeno, então  $|\mu\Delta_m(j\omega)|$  será pequeno em baixas freqüências. Entretanto, uma vez que é permitido  $\Delta_m(s)$  ser imprópria para  $n^* = n_p - 1 > 1$ ,  $|\mu\Delta_m(j\omega)|$  pode ser grande para altas freqüências, ou seja,  $|\mu\Delta_m(j\omega)| \to \infty$ quando  $|\omega| \to \infty$  mesmo quando  $\mu$  é muito pequeno.

A única informação exigida à priori sobre  $\Delta_m(s)$  e  $\Delta_a(s)$  é um limite inferior para a margem de estabilidade dos respectivos pólos.

O objetivo do controle adaptativo é enunciado formalmente por Ioannou e Tsakalis (1986) como: dado o modelo de referência (definido pelo projetista)

$$W_m(s) = \frac{v_m(s)}{r(s)} = k_m \frac{1}{R_m(s)}$$
(4.4)

onde  $R_m(s)$  é um polinômio Hurwitz de grau  $n^* = n_p - m_p$  e r(t) é um sinal externo uniformemente limitado, projetar um controlador adaptativo tal que, para algum  $\mu^* > 0$ e qualquer  $\mu \in [0, \mu^*)$ , o sistema resultante em malha fechada seja estável e a saída  $v_o$ da planta rastreie a saída  $v_m$  do modelo de referência tão próximo quanto possível apesar das dinâmicas não modeladas  $\Delta_a(s)$  e  $\Delta_m(s)$  satisfazendo **H4–H6**.

Portanto, projetar o controlador adaptativo significa determinar a lei de controle e um algoritmo de adaptação dos parâmetros desta lei tal que o sistema em malha fechada seja estável e se comporte como o modelo de referência, mesmo sob os efeitos das dinâmicas não modeladas que atendam às hipóteses mencionadas. Assim, embora o sinal externo r definido pela plataforma de controle de vibrações seja utilizado para excitar o sistema, uma vez que o objetivo do controlador adaptativo é atingido, a tensão de saída  $v_o$  do amplificador seguirá o padrão  $v_m$  determinado pelo modelo de referência.

### 4.4.2 Lei de Controle e Algoritmo de Adaptação Paramétrica

Para atingir o objetivo do controlador adaptativo segundo a estrutura apresentada por Ioannou e Tsakalis (1986), a entrada u da planta e a saída  $v_o$  são utilizadas para gerar os seguintes vetores auxiliares:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_1 = \mathbf{F}\boldsymbol{\omega}_1 + \mathbf{q}u$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_2 = \mathbf{F}\boldsymbol{\omega}_2 + \mathbf{q}v_o$$
(4.5)

onde **F** é uma matriz estável  $(n_p - 1) \times (n_p - 1)$  e (**F**,**q**) é um par controlável. A entrada da planta é calculada a partir de:

$$u = \boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega} + c_0 r \tag{4.6}$$

onde  $\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{1}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\omega}_{2}^{\mathrm{T}} & v_{o} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_{1}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\theta}_{2}^{\mathrm{T}} & \theta_{3} \end{bmatrix}$ é o vetor de parâmetros do controlador com ordem  $(2n_{p} - 1)$  e  $c_{0}$  é um ganho direto.

Considerando que o ganho  $k_p$  da parte modelada da planta é um valor conhecido, o erro aumentado  $\varepsilon_1$  utilizado para a adaptação de  $\boldsymbol{\theta}$  resulta:

$$\varepsilon_1 = v_o - v_m + \boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\zeta} - \mathbf{v} \tag{4.7}$$

onde  $\boldsymbol{\zeta} = W_m(z)\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}$  e v =  $W_m(z)\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}$ .

Assumindo que  $k_m = k_p = 1$ , tal que  $c_0 = k_m/k_p = 1$ , a lei de adaptação dos parâmetros do controlador que garante o objetivo do controle adaptativo para  $k_p$  conhecido é dada por Ioannou e Tsakalis (1986) como:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = -\sigma \mathbf{P} \boldsymbol{\theta} - \frac{\mathbf{P} \boldsymbol{\zeta} \varepsilon_1}{m^2} \tag{4.8}$$

onde  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^{\mathrm{T}} > \mathbf{0}$ ,

$$\sigma = \begin{cases} 0 & \text{se } \|\boldsymbol{\theta}\| < M_0 \\ \sigma_0 & \left(\frac{\|\boldsymbol{\theta}\|}{M_0} - 1\right) & \text{se } M_0 \le \|\boldsymbol{\theta}\| \le 2M_0 \\ \sigma_0 & \text{se } \|\boldsymbol{\theta}\| > 2M_0 \end{cases}$$
(4.9)  
$$\dot{m}(t) = -\delta_0 m(t) + \delta_1 \left(|\boldsymbol{u}| + |\boldsymbol{v}_o| + 1\right), \quad m(0) > \delta_1/\delta_0, \quad \delta_1 \ge 1$$
(4.10)

Neste algoritmo, 
$$\sigma_0 \in \delta_1$$
 são parâmetros de projeto,  $M_0 > \|\boldsymbol{\theta}^*\|$ , sendo  $\boldsymbol{\theta}^*$  o vetor de parâmetros desejado do controlador. O parâmetro  $\delta_0 > 0$  é escolhido para satisfazer:

$$\delta_0 + \delta_2 \le \min\left[p_0, q_0\right] \tag{4.11}$$

onde  $q_0 > 0$  é tal que os pólos de  $W_m(s-q_0)$  e os autovalores de  $\mathbf{F} + q_0 \mathbf{I}$  são estáveis e  $\delta_2$  é uma constante positiva. Uma vez que  $W_m(s)$  e  $(s\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1}$  são projetados possuindo pólos estáveis, a condição (4.11) pode ser sempre satisfeita se  $p_0$  em **H6** for conhecido. Assim, a única informação prévia para implementar o algoritmo é o limite superior de  $\|\boldsymbol{\theta}^*\|$ . Na análise de estabilidade do algoritmo, segundo Ioannou e Tsakalis (1986), é observado que  $M_0$  pode ser tão grande quando se queira, mas menor do que  $O(1/\mu)^6$ .

### 4.4.3 Projeto do Controlador

Uma vez definidas a lei de controle e o algoritmo de adaptação paramétrica, a tarefa do projetista consiste em especificar o desempenho desejado em malha fechada em termos da escolha do modelo de referência  $W_m(s)$ , projetar a matriz de dinâmica  $\mathbf{F}$  e o vetor de ponderação  $\mathbf{q}$  dos sinais auxiliares  $\boldsymbol{\omega}_1 \in \boldsymbol{\omega}_2$ , determinar  $\delta_0 \in M_0$ , definir parâmetros como  $\delta_1 \in \sigma_0$ , atribuir um valor inicial  $\boldsymbol{\theta}(0)$  ao vetor de parâmetros do controlador, estipular um valor à matriz de ganho  $\mathbf{P}$  e calcular o ganho direto  $c_0$ . Para isso, é necessário avaliar, primeiramente, a aproximação  $G_o(s)$  do modelo dinâmico da planta.

Conforme demonstrado, a função de transferência G(s) de ordem 7 com os coeficientes indicados na tabela 9 representa a resposta do amplificador quando a máquina de vibração opera em vazio, isto é, na condição em que a variação da impedância do enrolamento móvel devido à força contra-eletromotriz é mais significativa. Para simplificar G(s), a abordagem que se propõe consiste em considerar somente a ressonância verificada na região próxima ao limite superior de operação do amplificador, o que equivale a desprezar os modos lentos de baixa freqüência e as dinâmicas mais rápidas devido aos pólos acima de 10kHz. Com esta finalidade, a parte modelada do processo é definida como:

$$G_o(s) = \frac{6,45 \times 10^{10}}{s^2 + 2,96 \times 10^4 s + 1,52 \times 10^9}$$
(4.12)

o que descreve com boa aproximação as dinâmicas rápidas da planta e desconsidera os efeitos dos pólos de baixa freqüência como mostra a figura 44.

Uma representação do erro de modelagem multiplicativo pode ser, então, determinada em função de G(s) e  $G_o(s)$  admitindo  $\mu \Delta_a(s) = 0$  na equação (4.2), isto é:

$$\mu\Delta_m(s) = \frac{G(s) - G_o(s)}{G_o(s)} \tag{4.13}$$

A figura 45 permite comparar a resposta em freqüência de G(s),  $G_o(s)$  e  $\mu\Delta_m(s)$ . Observa-se que a magnitude do erro de modelagem é mais significativa abaixo de 100Hz e acima de 2kHz, ou seja, na região dos pólos de baixa e alta freqüência.

O algoritmo adaptativo admite o conhecimento de um limite superior para o escalar

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>A definição de  $O(1/\mu)$  pode ser encontrada em (IOANNOU; FIDAN, 2006): "uma função f(x) é dita de  $O(1/\mu) \forall x \in \Omega$  se existe uma constante  $c \ge 0$  tal que  $||f(x)|| \le c |1/\mu| \forall x \in \Omega$ ".



Figura 44: Resposta de G(s) e da parte modelada  $G_o(s)$  ao degrau de 200mV.

positivo  $\mu$  que pondera os erros de modelagem multiplicativo e aditivo. Como enfatizado por Ioannou e Tsakalis (1986),  $\mu$  não é um parâmetro artificial, mas pode representar, segundo exemplificado por Ioannou e Sun (1996), uma constante de tempo muito pequena desprezada na determinação do modelo dinâmico da planta, uma indutância de valor re-



Figura 45: Resposta em freqüência de G(s),  $G_o(s) \in \mu \Delta_m(s)$ .

duzido num circuito elétrico, uma massa insignificante num sistema mecânico, etc. Como conseqüência,  $\mu\Delta_m(s)$  normalmente representa dinâmicas de altas freqüências.

No presente caso,  $\mu\Delta_m(s)$  se refere ao erro de modelagem devido à simplificação

intencional da função de transferência G(s) da planta, o que inclui tanto os modos mais lentos do amplificador quanto as dinâmicas rápidas devido aos pólos acima de 10kHz. Logo, não é possível realizar uma distinção exata entre  $\mu \in \Delta_m(s)$  por meio da associação do escalar  $\mu$  com um parâmetro físico ou uma constante em particular, segundo pressupõe a abordagem de Ioannou e Tsakalis (1986). Por isso, para o propósito específico de projetar  $M_0$ , um valor pequeno igual a 0,01 será atribuído a  $\mu$ , o que equivale a assumir que os erros de modelagem da planta exercem influência reduzida na resposta da planta.

Desde que o algoritmo adaptativo constitui uma técnica de controle essencialmente não-linear, convém uniformizar a faixa dinâmica dos sinais envolvidos no cálculo da lei de controle u. Com este fim e para facilitar a análise de desempenho em escala real segundo a excursão da tensão  $v_o$  de saída do amplificador (±100V), o sinal de comando  $v_o^*$  gerado pela plataforma de controle de vibrações será multiplicado pelo ganho  $k_{DSA}$  nominal do amplificador (indicado na tabela 8), do que resulta o sinal de excitação do controlador:

$$r = k_{DSA} v_o^* \tag{4.14}$$

O sinal de controle u, antes de aplicado à entrada do amplificador, será multiplicado por  $1/k_{DSA}$ , o que compatibiliza as faixas dinâmicas de r,  $u \in v_o$  ao valor real que excita o enrolamento da armadura da máquina de vibração. Conseqüentemente, o ganho  $k_p$  da parte modelada da planta é normalizado como  $\bar{k}_p = k_p/k_{DSA}$ , tal que:

$$\bar{G}_{o}(s) = \frac{G_{o}(s)}{k_{DSA}} = \frac{k_{p}}{k_{DSA}} \frac{Z_{o}(s)}{R_{o}(s)} = \bar{k}_{p} \frac{Z_{o}(s)}{R_{o}(s)}$$
(4.15)

Para especificar o desempenho do sistema em malha fechada considerando as limitações da planta, o modelo de referência  $W_m(s)$  de ordem 2 é projetado de forma que a freqüência natural não amortecida dos pólos complexos conjugados apresenta valor semelhante ao da parte modelada da planta, mas com maior taxa de amortecimento, o que reduz a sobrelevação no regime transitório como mostra a figura 46(a), onde:

$$W_m(s) = \frac{1,42 \times 10^9}{s^2 + 5,28 \times 10^4 s + 1,42 \times 10^9}$$
(4.16)

Nota-se que o ganho do modelo de referência é também normalizado pelo fator de amplificação nominal  $k_{DSA}$  do amplificador DSA1-1K, do que resulta a magnitude da resposta em freqüência indicada na figura 46(b).

Considerando que a parte modelada da planta é de ordem 2, a matriz  $\mathbf{F}$  e o vetor  $\mathbf{q}$  podem ser representados como escalares F e q, respectivamente, enquanto os vetores



Figura 46: Comparativo entre  $\bar{G}_o(s)$  e  $W_m(s)$ : (a) Resposta ao degrau. (b) Magnitude da resposta em freqüência.

auxiliares  $\omega_1 \in \omega_2$  resultam como sinais  $\omega_1 \in \omega_2$ . Logo, assumindo condições iniciais nulas

e aplicando a transformada de Laplace às equações (4.5), obtém-se:

$$\frac{\omega_1(s)}{u(s)} = \frac{\omega_2(s)}{v_o(s)} = \frac{q}{s-F}$$
(4.17)

ou seja, o par (F,q) corresponde a uma implementação por variáveis de estado de um filtro passa-baixas aplicado aos sinais  $u \in v_o$ . Assim, para que o ganho seja unitário em baixas freqüências e para atenuar componentes fora da faixa de operação do amplificador, q é feito igual à freqüência de corte |F| do filtro, a qual é definida como  $2\pi \times 3$ kHz.

Com relação aos limites superiores  $p_0$  e  $q_0$  para as margens de estabilidade, pode-se determinar estes valores com base nas equações características de  $\mu\Delta_m(s)$  e  $W_m(s)$  e no autovalor de  $F + q_0$ , de onde se obtém  $p_0 = 56$  e  $q_0 = 1.9 \times 10^4$ . Assim, fazendo  $\delta_0 = 50$ , a condição (4.11) é satisfeita, enquanto  $\delta_1 = 1$  atende à equação (4.10).

O limite superior  $M_0$  para a norma do vetor de parâmetros do controlador é definido igual a 20 admitindo, como explicado, que o valor máximo do escalar  $\mu$  é igual a 0,01. Para a constante positiva  $\sigma_0$ , atribui-se o valor 0,1. Quanto à inicialização do vetor de parâmetros do controlador, verificou-se através de simulação por computador que, fazendo  $\boldsymbol{\theta}(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ , o transitório devido à adaptação inicial é suavizado independentemente da freqüência do sinal r que excita o sistema. A matriz de ganho **P** que define a taxa de convergência do algoritmo de adaptação paramétrica é definida igual a  $30 \times \mathbf{I}_{3\times 3}$ . O ganho direto calculado como  $c_0 = \bar{k}_m/\bar{k}_p$ , segundo Ioannou e Sun (1996), é reduzido de 1,1 (valor obtido a partir de  $\bar{k}_m$  em (4.16) e  $k_p$  normalizado na equação (4.12)) para 0,7 devido à verificação de que o sistema apresenta melhor desempenho experimental com  $c_0 = 0,7$ . A tabela 10 apresenta os valores dos parâmetros projetados.

Tabela 10: Parâmetros do controlador adaptativo.

Parâmetro	Símbolo	Valor
Vetor de parâmetros (valor inicial)	$\boldsymbol{\theta}(0)$	[ 0 0 0 ] <sup>T</sup>
Matriz de ganho	Р	$30 \times \mathbf{I}_{3 \times 3}$
Vetor de regressão (valor inicial)	$oldsymbol{\zeta}(0)$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$
Matriz de dinâmica dos vetores auxiliares	$\mathbf{F}$	$-2\pi \times 3 \mathrm{kHz}$
Matriz de ponderação dos sinais de entrada	$\mathbf{q}$	$2\pi \times 3 \mathrm{kHz}$
Vetor de filtro de $u$ (valor inicial)	$oldsymbol{\omega}_1(0)$	0
Vetor de filtro de $v_o$ (valor inicial)	$oldsymbol{\omega}_2(0)$	0
Ganho direto	$c_0$	0,7
Constante	$\delta_0$	50
Constante	$\delta_1$	1
Fator limitador da função $\sigma$	$M_0$	20
Valor máximo da função $\sigma$	$\sigma_0$	$^{0,1}$

### 4.4.4 Implementação Digital

A realização digital do sistema de controle adaptativo depende de tarefas como a aproximação em tempo discreto das equações diferenciais presentes no algoritmo, discretização do modelo de referência e definição do período de amostragem  $T_s$ .

Considerando que os sinais  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\boldsymbol{\theta}$  e *m* nas equações (4.5), (4.8) e (4.10) são conhecidos no instante  $kT_s$ , onde k = 0, 1, 2, etc., pode-se obter uma aproximação destes sinais no intervalo  $T_s$  admitindo que a taxa de variação é constante entre os instantes  $kT_s$ e  $(k + 1)T_s$ , do que resulta:

$$\omega_1(k+1) = (1 + FT_s)\omega_1(k) + qT_s u(k)$$
  

$$\omega_2(k+1) = (1 + FT_s)\omega_2(k) + qT_s v_o(k)$$
(4.18)

$$\boldsymbol{\theta}(k+1) = [\mathbf{I} - T_s \sigma \mathbf{P}] \boldsymbol{\theta}(k) - T_s \frac{\mathbf{P}\boldsymbol{\zeta}(k)}{m^2(k)} \varepsilon_1(k)$$
(4.19)

$$m(k+1) = (1 - T_s \delta_0) m(k) + T_s \delta_1 \left( |u(k)| + |v_o(k)| + 1 \right)$$
(4.20)

Esta técnica de solução computacional de equações diferenciais, conhecida como método de integração de Euler, foi aplicada por Carati (2003) para provar em tempo discreto a estabilidade do algoritmo proposto por Ioannou e Tsakalis (1986).

Uma representação em tempo discreto para o modelo de referência descrito na equação (4.16), por outro lado, pode ser determinada aplicando transformada z ao produto de  $W_m(s)$  com a função de transferência de um retentor de ordem zero, operação esta que depende apenas da determinação do período  $T_s$  de discretização.

No sistema de controle de tensão do amplificador, o valor do intervalo de amostragem influencia não apenas a faixa dinâmica resultante da atenuação de componentes de alta freqüência, como é discutido no apêndice A, mas também a habilidade de compensar distorções mesmo na freqüência máxima de operação do amplificador. Em se tratando de um algoritmo de controle adaptativo, no entanto, o fator preponderante para a escolha de  $T_s$  normalmente se relaciona à capacidade de processamento da plataforma digital.

Para implementar o controlador de tensão do amplificador, utilizou-se a placa de desenvolvimento TMS320C6713 DSK (SPECTRUM DIGITAL, INC., 2003), a qual contém o processador de sinais digitais (DSP) com aritmética de ponto flutuante modelo C6713 (TEXAS INSTRUMENTS, INC., 2005). Neste caso, uma vez adquiridas as amostras do sinal de comando  $v_o^*(k)$  gerado pela plataforma de controle de vibrações e da tensão  $v_o(k)$ , o tempo de processamento resultou próximo a  $10\mu$ s, sendo a execução definida como:

- 1. Calcular  $r(k) \in v_m(k)$ ;
- 2. Calcular o sinal de controle u(k);
- 3. Calcular  $\omega_1(k+1)$ ,  $\omega_2(k+1)$ ,  $\varepsilon_1(k)$ ,  $\sigma$ ,  $\theta(k+1)$ ,  $\zeta(k+1)$ , v(k+1), m(k+1).

Por isso, definindo  $T_s = 20\mu s$ , garantiu-se uma margem de tempo para tarefas adicionais, como a comunicação entre os conversores de dados e o processador. Com este valor, a função de transferência do modelo de referência em tempo discreto resultou:

$$W_m(z) = 0.1970 \frac{z + 0.7010}{z^2 - 1.0129z + 0.3480}$$
(4.21)

Para avaliar o desempenho experimental do controlador adaptativo, considerou-se a placa de aquisição modelo D.Module.ADDA16 (D.SIGNT, 2005). Neste módulo, conversores A/D com 16 bits de resolução e arquitetura tipo aproximação sucessiva (SAR) realizam paralelamente a conversão de  $v_o^*$  e  $v_o$  para a forma digital em 4 $\mu$ s, enquanto um conversor D/A com as mesmas características converte u para a forma analógica em 2,5 $\mu$ s. Assim, o atraso computacional do sinal aplicado pelo controlador à entrada do amplificador em resposta à tensão  $v_o$  e ao sinal  $v_o^*$  é igual a 26,5 $\mu$ s.

A figura 47 mostra o diagrama de blocos do sistema de controle em tempo discreto, onde os conversores A/D são representados pelos amostradores ideais e o conversor D/A é descrito pelo retentor de ordem zero com função de transferência  $G_{h0}(s)$  e amostrador na entrada. Um filtro passa-baixas tipo Butterworth de segunda ordem com freqüência de corte igual a 200kHz foi utilizado para suavizar transientes produzidos pela operação do conversor D/A. Na conversão analógico-digital, apenas filtros de primeira ordem com



Figura 47: Controlador de tensão adaptativo robusto por modelo de referência.

freqüência de corte igual a 20kHz foram implementados para atenuar componentes de  $v_o^*$  e  $v_o$  com freqüência fora da faixa de operação.

#### 4.4.5 Análise de Desempenho Experimental

A análise do impacto do sistema de controle adaptativo foi realizada considerando, primeiramente, a melhoria no desempenho do amplificador DSA1-1K. Neste caso, as mudanças na performance foram avaliadas por meio da comparação entre a saída  $v_m$  do modelo de referência e a resposta  $v_o$  da planta para a referência r do tipo degrau, senoidal de freqüência fixa, senoidal com varredura e referência tipo randômica. Na segunda etapa da avaliação experimental, investigou-se o impacto do controlador de tensão na performance da plataforma SignalStar Scalar especificamente em ensaios de vibração senoidal. Os resultados correspondentes são descritos em detalhes nas próximas seções.

#### 4.4.5.1 Impacto no Desempenho do Amplificador DSA1-1K

Para avaliar as modificações produzidas na performance do amplificador devido à utilização do sistema de controle auxiliar, o sinal r foi sintetizado pelo DSP na maioria dos ensaios realizados, com exceção dos testes com excitação randômica, caso no qual se empregou a plataforma SignalStar Scalar para gerar a referência aleatória.

Os resultados mostrados na figura 48 correspondem à operação do amplificador em malha aberta (sem controle de  $v_o$ ) e em malha fechada para o sinal r do tipo degrau com amplitude de 10V. Observa-se especificamente na figura 48(b) que o sistema de controle realiza a compensação adequada da planta ao diminuir a sobrelevação devido aos modos rápidos, além de reduzir o erro em regime permanente. A oscilação na tensão medida  $v_o$  é resultado do efeito de *aliasing* presente no sistema de aquisição de dados, o qual, segundo explicado, é constituído pelo módulo D.Module.ADDA16 com filtro passa-baixas na entrada dos conversores A/D. Tal conclusão foi comprovada avaliando a tensão  $v_o$ com um analisador de espectro, o que indicou a inexistência de componente na freqüência da ondulação quando o amplificador opera sem controlador adaptativo. Comparando as figuras 48(a) e 48(b), nota-se que o efeito de *aliasing* é reforçado pela realimentação de  $v_o$ . Para atenuar a sobreposição de sinais de alta freqüência e aumentar a faixa dinâmica do controlador, pode-se elevar a taxa de rejeição do filtro de entrada dos conversores A/D, aumentar a freqüência de amostragem e/ou utilizar conversores de dados com arquitetura sigma-delta ( $\Sigma\Delta$ ) discutidos no apêndice A. Uma investigação sobre os efeitos no sistema de controle do uso destes recursos, no entanto, é recomendada como trabalho futuro.



Figura 48: Referência  $v_m$  e resposta  $v_o$  da planta com malha: (a) Aberta. (b) Fechada.

Na figura 49, os resultados se referem à operação do amplificador com o sinal r do tipo senoidal com freqüência fixa de 5Hz e amplitude igual a 10V. A distorção de  $v_o$  em malha aberta verificada na figura 49(a) é conseqüência da operação da máquina de vibração com deslocamento da mesa vibratória igual ao limite da excursão disponível, o

que foi comprovado medindo a forma de onda da aceleração. Neste caso, a distorção da vibração é refletida na corrente absorvida pela armadura, o que, por fim, contribui para deformar a tensão  $v_o$ . Apesar disso, nota-se na figura 49(b) que o controlador adaptativo reduziu substancialmente o nível da distorção harmônica. No entanto, deve-se observar que este teste foi realizado apenas para investigar o desempenho do sistema de controle na compensação de componentes harmônicas da tensão, pois, para evitar danos à mesa vibratória, normalmente a máquina não é operada no limite de deslocamento.

Os resultados da figura 50 também correspondem à operação do amplificador com o sinal r do tipo senoidal de freqüência fixa e amplitude igual a 10V, mas em 5kHz. Como mostrado, o controlador compensa devidamente a diferença de amplitude e fase entre a saída do modelo de referência e a resposta da planta, sendo que a amplitude de  $v_m$  é inferior a 10V nesta freqüência devido à atenuação do modelo de referência como mostra a figura 46(b). Observa-se que a operação do módulo D.Module.ADDA16 à taxa de amostragem de 50kHz é insuficiente para compensar componentes harmônicas de 5kHz, pois, embora o sinal digital contenha informação até 25kHz (quinta harmônica), não há amostras suficientes para avaliar de forma exata o grau de deformação do sinal.

Para examinar o desempenho do controlador em testes com varredura logarítmica, a amplitude do sinal r foi fixada em 10V e a freqüência foi variada de 5Hz para 5kHz e de volta a 5Hz à taxa de 4 oitavas por minuto conforme o perfil indicado na figura 51(a). Considerando, primeiramente, a operação em malha aberta, vê-se na figura 51(b) que a envoltória da tensão  $v_o$  descreve a magnitude da resposta em freqüência da planta avaliada previamente na figura 39(a) sob a operação da máquina em vazio. Devido a limitações do espaço disponível na memória da placa TMS320C6713 DSK, as amostras foram armazenadas durante um ciclo completo a cada 2Hz, o que é suficiente para avaliar o desempenho do sistema mesmo próximo ao limite inferior da faixa de freqüências.

A figura 52(a) exibe a saída  $v_m$  do modelo de referência e a resposta  $v_o$  da planta com o sistema operando em malha fechada durante a varredura. Observa-se pelos resultados da figura 52(b) que o erro de rastreamento  $v_m - v_o$  é inferior a 10%, sendo mais significativo próximo a 5kHz. Nesta faixa de freqüências, conforme explicado, a amplitude dos sinais é inferior a 10V devido à atenuação do modelo de referência. O sinal de controle u e a variação dos parâmetros  $\boldsymbol{\theta}$  do controlador são mostrados na figura 53. Vê-se que os ganhos variam em altas freqüências, mas permanecem constantes abaixo de 1kHz.

Uma vez que o amplificador é projetado para operar não apenas com sinais de referência do tipo senoidal, realizou-se também testes em que a plataforma de controle de



Figura 49: Referência  $v_m$  e resposta  $v_o$  da planta com malha: (a) Aberta. (b) Fechada.

vibrações SignalStar Scalar especifica tensões randômicas. Para este fim, a figura 54(a) exibe resultados obtidos quando o espectro do sinal de excitação randômico r foi definido como uniforme entre 5Hz e 2kHz e de valor eficaz igual a 10V nesta faixa. Os resultados da figura 54(b) correspondem à magnitude relativa ao ganho nominal  $k_{DSA}$  da função de transferência  $v_o(s)/v_o^*(s)$ , a qual foi obtida considerando, primeiramente, a operação



Figura 50: Referência  $v_m$  e resposta  $v_o$  da planta com malha: (a) Aberta. (b) Fechada. do amplificador sem o controlador de tensão e, em seguida, sob a ação do algoritmo adaptativo excitado pelo sinal randômico.

Observa-se que, como no teste senoidal com varredura, o ganho relativo do amplificador é aproximado à unidade na faixa entre 5Hz e 2kHz. Entretanto, estendendo o limite



Figura 51: Desempenho do sistema de controle durante varredura a 4 oit/min. (a) Variação da freqüência. (b) Referência  $v_m$  e resposta  $v_o$  da planta em malha aberta.

superior do espectro para 5kHz, os resultados da figura 55 demonstram que o controlador de tensão é incapaz de compensar as variações da resposta em freqüência. Neste caso, analisando a adaptação dos parâmetros  $\boldsymbol{\theta}$  durante o início da operação com excitação



Figura 52: Desempenho do sistema de controle durante varredura a 4 oit/min. (a) Referência  $v_m$  e resposta  $v_o$  da planta em malha fechada. (b) Erro de rastreamento  $v_m - v_o$ .

randômica, como mostrado na figura 56, conclui-se que, quando o limite superior das freqüências do sinal r é igual a 5kHz, os parâmetros do controlador convergem rapidamente em comparação à dinâmica descrita quando o espectro é limitado a 2kHz, mesmo sendo



Figura 53: Desempenho do sistema de controle durante varredura a 4 oit/min. (a) Sinal de controle u. (b) Parâmetros  $\boldsymbol{\theta}$  do controlador.

o erro de rastreamento ainda significativo, como pode ser notado na figura 55(a).

Retornando aos resultados indicados na figura 53(b), os quais demonstram a variação de  $\boldsymbol{\theta}$  com a freqüência durante a varredura, verificou-se que a mudança dos parâmetros



Figura 54: Desempenho do sistema de controle com referência  $v_o^*$  randômica de banda larga (2kHz). (a) Referência  $v_m$  e resposta  $v_o$  da planta. (b) Magnitude relativa de  $v_o(s)/v_o^*(s)$ .

do controlador em função da freqüência é mais relevante acima de 1kHz. Logo, desde que num ensaio de excitação randômica a freqüência varia aleatoriamente, para manter o bom desempenho com o sinal r de espectro estendido a 5kHz, seria necessário que a vari-



Figura 55: Desempenho do sistema de controle com referência  $v_o^*$  randômica de banda larga (5kHz). (a) Referência  $v_m$  e resposta  $v_o$  da planta. (b) Magnitude relativa de  $v_o(s)/v_o^*(s)$ .

ação de  $\boldsymbol{\theta}$  também descrevesse um comportamento randômico ao longo do tempo, o que não ocorreu, como mostra a figura 56(b). Isto não prejudicou o desempenho do controlador com excitação limitada a 2kHz porque, nesta faixa, os parâmetros são praticamente



Figura 56: Adaptação inicial dos parâmetros  $\boldsymbol{\theta}$  do controlador durante ensaio com excitação r randômica de banda larga. Espectro uniforme de 5Hz a: (a) 2kHz. (b) 5kHz.

constantes, de acordo com os resultados do ensaio senoidal com varredura.

Tal comportamento indica, portanto, que o algoritmo desenvolvido por Ioannou e Tsakalis (1986) para adaptar os parâmetros do controlador por modelo de referência não apresenta bom desempenho com excitação randômica de banda larga. Esta limitação, segundo afirmado por Aström e Wittenmark (1995), é comum em sistemas de controle adaptativo, pois a maioria das soluções se aplicam apenas a sinais periódicos. Outros trabalhos como a proposta de (NARENDRA; BOSKOVIĆ, 1992), por outro lado, ao utilizar uma abordagem de controle adaptativo por estrutura variável combinada a componentes de adaptação direta e indireta, melhoram o desempenho do controlador em regime transitório e indicam um potencial a ser avaliado com sinais randômicos de amplo espectro. Uma investigação acerca desta e outras possibilidades, no entanto, está fora do escopo da tese e constitui, portanto, uma das recomendações para trabalhos futuros.

#### 4.4.5.2 Impacto no Desempenho da Plataforma SignalStar Scalar

Para investigar a melhoria efetiva da qualidade dos resultados do sistema de controle de vibração SignalStar Scalar utilizando internamente o controlador de tensão, considerouse um ensaio senoidal com deslocamento pico-a-pico igual a 2,5mm em baixas freqüências, amplitude máxima da aceleração de  $10\text{m/s}^2$  e varredura logarítmica realizada de 5Hz a 5kHz à taxa de 4 oitavas por minuto. A figura 57(a) mostra o desempenho do controlador de vibrações durante a varredura executada, primeiramente, sem o controle adaptativo da tensão  $v_o$ . Nos resultados apresentados na figura 57(b), o controlador de tensão é utilizado, tal que o sinal de comando  $v_o^*$  gerado pela plataforma SignalStar Scalar é convertido no sinal r e empregado pelo algoritmo adaptativo para calcular a lei de controle u.

Nos dois casos, a magnitude da aceleração medida na mesa da máquina é inferior ao limite para abortar, sendo o erro com relação à referência mais significativo nas faixas em torno de ressonâncias e anti-ressonâncias da mesa vibratória. Como pode ser notado, a influência positiva do sistema de controle de tensão no rastreamento da amplitude especificada é visível somente em freqüências abaixo de 200Hz, ou seja, na região dos modos lentos da resposta do amplificador devido à variação da impedância da máquina com a força contra-eletromotriz. Fora desta faixa, o benefício efetivo da utilização do controlador de tensão internamente à malha de vibração não é verificado.

#### 4.4.5.3 Análise de Desempenho

Como um balanço dos testes realizados, a avaliação experimental demonstra que o sistema de controle adaptativo auxiliar melhora a resposta dinâmica do amplificador à excitação do tipo degrau, reduz a distorção da tensão aplicada ao enrolamento da armadura e, particularmente em ensaios senoidais, aproxima a resposta em freqüência do


Figura 57: Desempenho do controlador de vibrações SignalStar Scalar durante varredura a 4 oit/min. (a) Sem controle da tensão. (b) Com controle da tensão.

amplificador digital à resposta de um amplificador linear. No entanto, os resultados mostram também que o impacto positivo do controlador na performance do sistema de controle de vibração senoidal é restrito a baixas freqüências, o que pode ser insuficiente para justificar o uso de um sistema de controle auxiliar. Neste sentido, considerando que o amplificador deve operar com diferentes tipos de sinais conforme a faixa de freqüências para a qual foi projetado, o desempenho limitado com excitação randômica de banda larga revela que o algoritmo adaptativo requer desenvolvimento adicional para atender aos requisitos da aplicação, sendo que outras soluções também devem ser avaliadas.

Este estudo mostra, ainda, que o projeto de um sistema de controle para amplificadores digitais deve priorizar a redução do nível de distorção e ruído na tensão de saída e manter a habilidade do amplificador em operar com formas de onda arbitrárias e de amplo espectro de freqüências e amplitudes. A capacidade de aproximar a resposta em freqüência a um valor constante é uma característica desejável, mas com benefícios limitados em ensaios senoidais. Para trabalhos futuros que utilizem implementação digital, recomenda-se investigar a aplicação de conversores de dados com a arquitetura  $\Sigma\Delta$  descrita no apêndice A, o que contribuirá para garantir a elevada faixa dinâmica requerida. Além disto, uma importante questão a ser examinada se refere às influências do projeto do amplificador nos requisitos de desempenho do controlador. Isto porque, apesar de analisar o impacto do algoritmo adaptativo sem modificar a estrutura interna do amplificador, sabe-se que a impedância de saída do inversor PWM com filtro indutivo-capacitivo, por exemplo, pode afetar o nível de distorção da tensão  $v_o$  (KUSKO; GALLER; MEDORA, 1990). Tal característica exige, portanto, maior capacidade do controlador em compensar harmônicas. Por isto, uma vez que a maioria dos trabalhos encontrados na literatura tratando de amplificadores digitais se restringe à proposição de técnicas de controle, segundo discutido na seção 4.1, entende-se que uma investigação compreendendo também o projeto do amplificador poderá contribuir de forma relevante para a qualidade dos ensaios.

# 4.5 Sumário

Este capítulo apresentou a análise do impacto de um sistema de controle adaptativo aplicado para controlar a tensão de um amplificador industrial. A influência do controlador foi avaliada não apenas em termos da melhoria na performance do amplificador, mas também em função dos reflexos que o controlador adaptativo de tensão produziu no desempenho de uma plataforma comercial de controle de ensaios de vibrações.

O amplificador digital disponibilizado pela empresa Data Physics Corporation para realizar a análise proposta foi descrito em detalhes. Verificou-se que o desempenho é compatível com as necessidades típicas da aplicação, mas que a resposta do amplificador é sensível à variação da impedância do vibrador na região do modo da suspensão e à ressonância do filtro de saída do inversor.

Para descrever aproximadamente o comportamento dinâmico do amplificador, utilizouse uma representação por função de transferência de ordem 7. No entanto, devido à característica de robustez a dinâmicas não modeladas, o uso de um algoritmo adaptativo robusto por modelo de referência proposto na literatura permitiu realizar o projeto do controlador assumindo um modelo de ordem 2 para o amplificador.

A estrutura do controlador, a lei de adaptação, o projeto e a implementação digital foram discutidos detalhadamente. A análise experimental considerou a operação do amplificador excitado por referências tipo degrau, senoidal de freqüência fixa e com varredura e referências randômicas. O impacto do algoritmo de controle de tensão no desempenho da plataforma comercial foi avaliado considerando ensaios de vibração senoidal.

Os resultados experimentais demonstraram que o sistema de controle adaptativo reduz a distorção da tensão aplicada ao enrolamento da armadura e aproxima a resposta em freqüência do amplificador digital à resposta de um amplificador linear, mas particularmente em ensaios senoidais. O desempenho limitado com excitação randômica de banda larga revelou que o algoritmo adaptativo requer desenvolvimento adicional para atender aos requisitos da aplicação. Verificou-se, ainda, que o impacto positivo na performance do sistema de controle de vibração senoidal se restringe a baixas freqüências.

A investigação realizada permitiu identificar também prioridades para o desenvolvimento futuro de controladores para o amplificador, como, por exemplo, a redução do nível de distorção e ruído na tensão de saída, assim como a necessidade de manter a habilidade do amplificador em operar com formas de onda arbitrárias e de amplo espectro de freqüências e amplitudes. A capacidade de aproximar a resposta em freqüência a um valor constante é uma característica desejável, mas com benefícios limitados em ensaios senoidais. Se for utilizada implementação digital, deve-se considerar o uso de conversores de dados com arquitetura  $\Sigma \Delta$  para garantir a elevada faixa dinâmica requerida. Outra questão a ser examinada se refere às influências do projeto do amplificador nos requisitos de desempenho do controlador. Uma investigação que inclua não apenas o desenvolvimento do sistema de controle da tensão, mas também o projeto integrado do amplificador, poderá contribuir significativamente para a qualidade dos ensaios de vibração.

# 5 CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DO TEMPO

# 5.1 Considerações Gerais

Em ensaios típicos de vibração senoidal, conforme discutido detalhadamente no capítulo 1, o objetivo elementar consiste em reproduzir a amplitude e a freqüência da aceleração de referência na mesa vibratória ou mesmo no corpo de prova próximo à interface com o vibrador. Desta forma, de acordo com o propósito do ensaio, pode-se avaliar os efeitos da vibração ou determinar propriedades físicas da estrutura sob teste.

O controle de aceleração senoidal no domínio do tempo implica em ajustar não apenas a amplitude, mas também o valor instantâneo da vibração ao longo do tempo, ou seja, trata-se de uma forma indireta de controlar a magnitude e promover, quando possível, também a compensação de componentes harmônicas. Neste caso, a qualidade do controlador é avaliada em termos da redução do erro instantâneo entre a referência senoidal e a aceleração medida, o que difere da abordagem no domínio da freqüência tratada no capítulo 6, na qual apenas a diferença de amplitude é considerada.

A literatura registra algumas propostas que tratam do controle de aceleração senoidal no domínio do tempo. O trabalho de Macdonald, Green e Williams (1993), por exemplo, apresenta um sistema de controle baseado em alocação de pólos para compensar especificamente o modo do enrolamento móvel da máquina. A finalidade, no entanto, consiste em reduzir a vibração indesejada nesta freqüência devido a componentes harmônicas produzidas pelo amplificador de potência. Não há, portanto, um esforço dirigido para controlar a aceleração segundo um determinado perfil de amplitudes e freqüências.

Uma solução para regular tanto a amplitude quanto a forma de onda da aceleração senoidal numa ampla faixa de freqüências foi proposta por Chen e Liaw (1999b). A

# CAPÍTULO 5. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DO TEMPO

estratégia é fundamentada no uso não apenas de realimentação da aceleração, mas também em ações feedforward do sinal de referência e de um distúrbio que reflete diferenças entre um modelo nominal e o vibrador real. Para o projeto do controlador, apenas o modo da suspensão é representado, sendo que a função de transferência inversa da máquina é utilizada para determinar as ações de controle. Com algumas modificações, Liaw, Yu e Chen (2002) aplicaram esta técnica também em ensaios com referências randômicas.

Apesar de demonstrar robustez à variação da massa do corpo de prova, os trabalhos de Chen e Liaw (1999b) e Liaw, Yu e Chen (2002) foram desenvolvidos assumindo a operação do amplificador em modo corrente e utilizando realização analógica, o que restringe o uso de amplificadores típicos e dificulta a implementação em plataformas digitais de controle e análise de vibrações. O fator mais relevante, além disso, não foi avaliado e nem reconhecido: a robustez às ressonâncias desconhecidas do corpo de prova.

Estas limitações motivaram o desenvolvimento do controlador de aceleração senoidal descrito neste capítulo. Apesar de idealizado e implementado durante o estágio no exterior, tal trabalho representa também outros esforços dedicados anteriormente, os quais podem ser encontrados em (DELLA FLORA; GRÜNDLING, 2005, 2006a, 2006b, 2007a). Um comparativo entre estas propostas indica que a disponibilidade de um amplificador adequado e da plataforma SignalStar Scalar foram determinantes para examinar efeitos como o modo do enrolamento móvel e principalmente as dificuldades impostas por ressonâncias do corpo de prova. Por isso, embora a análise experimental revelou a sensibilidade do controlador aos modos ressonantes da estrutura sob teste, como será demonstrado, esta investigação contribui ao avaliar o desempenho sob condições típicas em ensaios de vibração, mas não reconhecidas por Chen e Liaw (1999b) e Liaw, Yu e Chen (2002). Os resultados apresentados a seguir foram publicados por Della Flora e Gründling (2008c).

Este capítulo descreve, portanto, o controlador proposto, com ênfase à filosofia de projeto, análise de estabilidade, implementação digital e verificação experimental. Uma síntese das soluções de Chen e Liaw (1999b) e Liaw, Yu e Chen (2002) é também apresentada por serem as principais referências consideradas no desenvolvimento deste trabalho.

# 5.2 Um Controlador Feedforward Robusto

## 5.2.1 Descrição da Planta e Estrutura do Controlador

A proposta de Chen e Liaw (1999b) para o controle de aceleração senoidal de máquinas de vibração eletrodinâmicas considera o uso de um inversor PWM para realizar o aciona-

mento. Neste sentido, o artigo apresenta também a descrição de um sistema de controle da corrente no filtro de saída do inversor, cuja referência é determinada pelo controlador de vibração. Este, por sua vez, é composto de uma malha interna para ajustar a forma de onda da aceleração e de uma malha externa para controlar a amplitude.

Uma representação do sistema é mostrada na figura 58. A aceleração a da mesa vibratória corresponde ao sinal de realimentação dos controladores da forma de onda e amplitude. A saída  $A_c$  da malha de controle de amplitude é multiplicada pelo sinal gerado por um oscilador programável que determina a freqüência de vibração. O sinal  $a^*$  resultante representa a referência a ser seguida pelo controlador de forma de onda, cuja saída  $i_L^*$  excita a malha que controla a corrente  $i_L$  do indutor no filtro de saída. Toda a estrutura de controle é implementada numa plataforma analógica.



Figura 58: Diagrama esquemático do controlador proposto por Chen e Liaw (1999b).

O modelo dinâmico admitido para representar o comportamento da máquina é descrito por apenas um grau de liberdade como mostra a figura 59(a), onde M é o valor da massa móvel total, isto é, o somatório da massa  $M_D$  do corpo de prova com a massa  $M_O$  da armadura. Com esta abordagem, é assumido por hipótese que o enrolamento da armadura e a mesa de vibração formam uma massa rígida, ou seja, apenas o modo da suspensão é considerado para realizar o projeto do controlador de aceleração. Neste caso, além da equação (2.36) determinada no capítulo 2 para descrever o comportamento do vibrador admitindo somente o modo da suspensão, isto é:

$$M\ddot{x}_T + C_S\dot{x}_T + K_S x_T = \Gamma i_o \tag{5.1}$$

as equações que governam o circuito equivalente incluem o filtro de saída do inversor

$$v_{pwm} = L_o \frac{di_L}{dt} + R_L i_L + v_o \tag{5.2}$$

$$C_o \frac{dv_o}{dt} = i_C = i_L - i_o \tag{5.3}$$

$$\upsilon_o = L \frac{di_o}{dt} + Ri_o + e \tag{5.4}$$

$$e = \Gamma \dot{x}_T \tag{5.5}$$

onde  $L_o$  e  $R_L$  representam a indutância e a resistência do indutor,  $C_o$  e  $i_C$  correspondem à capacitância e à corrente do capacitor e  $v_{pwm}$  é a tensão de saída do inversor.





Figura 59: Modelo dinâmico. (a) Circuito equivalente. (b) Diagrama de blocos.

Como mostra a figura 59(b), o sinal de referência  $i_L^*$  da malha interna que controla a corrente do indutor é obtido a partir de uma referência  $i_o^*$  para a corrente da armadura e de uma estimativa  $\hat{i}_C$  da corrente do capacitor. Os valores de  $i_o^*$  e  $\hat{i}_C$  são determinados pelo controlador de aceleração. O sistema de controle de  $i_L$  é projetado para reduzir o conteúdo harmônico e aproximar o valor desta corrente à referência  $i_L^*$ , tal que, para o projeto do controlador de aceleração, é assumido que  $k_s i_L = i_L^*$  na faixa de freqüências de operação do sistema (5Hz a 2kHz), onde  $k_s$  é a sensibilidade do sensor de corrente. Na solução de Chen e Liaw (1999b), portanto, o sinal de comando  $v_o^*$  discutido nos capítulos anteriores corresponde à referência  $i_L^*$  para um estado interno do filtro, o que não é usual em sistemas de controle de ensaios de vibrações, pois restringe a aplicabilidade ao assumir uma determinada estrutura para o amplificador. Além disso, o valor de  $i_L^*$  depende também de uma estimativa da corrente no capacitor, ou seja, não há uma distinção exata entre o controle de vibração e de corrente.

As próximas seções apresentam o esquema de controle da forma de onda e da magnitude da aceleração. Modificações propostas por Liaw, Yu e Chen (2002) para controlar vibração randômica são também discutidas, pois relaxam a necessidade da estimativa da corrente no capacitor do filtro e especificam como sinal de comando um valor para a corrente  $i_o$  da armadura. Para manter o foco no controle de vibração, o sistema desenvolvido por Chen e Liaw (1999b) para regular  $i_L$  não será descrito.

## 5.2.2 Controlador de Forma de Onda

O sistema de controle da forma de onda da aceleração a é mostrado na figura 60. Para determinar o sinal de comando  $i_L^*$  a partir de  $i_o^* \in \hat{i}_C$ , utiliza-se ações de controle feedforward  $i_{acf}$  da referência  $a^* \in i_{adf}$  do distúrbio  $\Delta i_o$ , assim como um sinal  $i_{ab}$  obtido com a realimentação da aceleração. O somatório de  $i_{acf}$ ,  $i_{adf} \in i_{ab}$  resulta na referência  $i_o^*$ para a corrente na armadura da máquina, enquanto o estimador  $\overline{H}_{ic}(s)$  determina  $\hat{i}_C$ .



Figura 60: Controlador de forma de onda proposto por Chen e Liaw (1999b).

Como pode ser observado, a ação feedforward  $i_{acf}$  da referência é calculada com base no inverso da função de transferência  $G_{i_oa}(s)$ , a qual representa o modelo do vibrador obtido na equação (2.37) considerando apenas o modo da suspensão, isto é:

$$G_{acf}(s) = \frac{i_{acf}(s)}{a^*(s)} = \frac{\overline{k}_s}{\overline{G}_{i_oa}(s)} = \frac{\overline{k}_s \left(\overline{M}s^2 + \overline{C}_S s + \overline{K}_s\right)}{\overline{\Gamma}s^2}$$
(5.6)

onde a barra superior indica valor nominal. A sensibilidade  $k_s$  do sensor de corrente é também inserida para compensar o fator de escala entre  $i_L$  e  $i_L^*$ .

O distúrbio  $\Delta i_o$  da corrente da armadura é admitido como resultado de discrepâncias entre a função de transferência nominal  $\overline{G}_{i_oa}(s)$  e real  $G_{i_oa}(s)$  devido à variação da massa M com relação ao valor  $\overline{M}$ . Este sinal  $\Delta i_o$  é realimentado segundo o fator de ponderação  $\omega_a$  (parâmetro de projeto) e filtrado por um filtro passa-banda estreito de quarta ordem com função de transferência  $H_{bpf}(s)$ , o que determina a ação de controle  $i_{adf}$ .

A diferença  $\varepsilon_a$  entre a aceleração de referência  $a^*$  e o valor medido a é utilizada para calcular  $i_{ab}$  segundo a função:

$$G_{ab}(s) = \frac{i_{ab}(s)}{\varepsilon_a(s)} = G_{acf}(s) \frac{k_{a1}(\mu_{az1}s+1)}{(\mu_{ap1}s+1)(\mu_{ap2}s+1)}$$
(5.7)

onde  $k_{a1}$ ,  $\mu_{a21}$ ,  $\mu_{ap1}$  e  $\mu_{ap2}$  são parâmetros de projeto.

A estimativa  $\hat{i}_C$  da corrente no capacitor é determinada conforme uma aproximação nominal  $\overline{H}_{ic}(s)$  da função  $H_{ic}(s)$  indicada na figura, onde os valores verdadeiros da aceleração e da corrente são substituídos pelos valores de referência, do que resulta:

$$\hat{i}_C(s) = \left[\overline{k}_s \overline{C}_o \overline{\Gamma} a^*(s) + \overline{C}_o s(\overline{L}_o s + \overline{R}) i_o^*(s)\right] H_{bpf}(s)$$
(5.8)

O filtro passa-banda  $H_{bpf}(s)$  é utilizado para evitar que o ruído de medida presente no sinal de aceleração seja realimentado. Este filtro é projetado tal que a freqüência central da banda passante rastreia a freqüência de vibração programada no oscilador.

Nesta estrutura de controle, portanto, o compensador  $G_{acf}(s)$  cancela o modo da suspensão da máquina ao ser definido como o inverso da função de transferência  $G_{i_oa}(s)$ e inserido na malha direta do controlador. Os demais pólos e o zero na função  $G_{ab}(s)$  são utilizados para aproximar a resposta em freqüência do sistema em malha fechada a um valor constante na faixa de interesse.

A ação de controle feedforward do sinal de referência, ao incorporar o modelo inverso da planta, contribui para cancelar o modo da suspensão, melhorar o desempenho do controlador no período transitório e aumentar indiretamente a margem de estabilidade.

A característica de robustez a variações paramétricas apresentada por este controlador

é dependente do projeto do fator de ponderação  $\omega_a$ . Para manter a estabilidade, Chen e Liaw (1999b) definiram:

$$0 < |\omega_a| \le 1 \tag{5.9}$$

Quanto mais próximo à unidade, maior a robustez a variações dos parâmetros da máquina, o que equivale a aumentar o ganho de malha aberta do sistema. Por outro lado, a margem de estabilidade do controlador diminui com o incremento de  $\omega_a$ . Por isso, um valor intermediário é utilizado, segundo o procedimento de projeto apresentado.

### 5.2.3 Controlador de Amplitude

Para realizar o controle da amplitude  $A_m$  da aceleração conforme o valor de referência  $A_m^*$ , Chen e Liaw (1999b) utilizaram o compensador proporcional-integral mostrado na figura 61. Como se observa, a resposta da planta à amplitude de controle  $A_c$  é modelada como uma função de transferência  $A_m(s)/A_c(s)$  descrita pelos parâmetros  $k_A \in \mu_A$ .



Figura 61: Controlador de amplitude proposto por Chen e Liaw (1999b).

Na medição da amplitude, é utilizado um dispositivo que produz um sinal de saída proporcional ao valor eficaz do sinal de entrada (figura 58). A amplitude  $A_m$  é, então, obtida multiplicando o resultado por  $\sqrt{2}$ . Este método, no entanto, estima o valor eficaz da aceleração, incluindo componentes harmônicas e ruído, ao invés de identificar somente a amplitude na freqüência fundamental, como será discutido no próximo capítulo. Tal abordagem, segundo ratificado por Keller (2002), é deficiente para medições principalmente em baixas freqüências, onde a relação sinal-ruído diminui consideravelmente.

O trabalho de Chen e Liaw (1999b) explica o procedimento de projeto dos sistemas de controle da forma de onda e amplitude da aceleração, assim como a estimação experimental dos parâmetros do modelo dinâmico da máquina. O vibrador modelo V406 considerado no capítulo 2 para a aplicação do método de determinação dos parâmetros mecânicos é também utilizado neste artigo. Os resultados da avaliação experimental do controlador foram demonstrados em termos de testes com freqüência fixa em 5Hz e 2kHz e testes com varredura entre estes limites, os quais indicaram a capacidade do sistema de controle em rastrear a aceleração de referência  $a^*$  mesmo para diferentes valores de massa  $M_D$  do corpo de prova (robustez a variações paramétricas). No entanto, a verificação de robustez sob os efeitos de modos ressonantes desconhecidos da estrutura sob teste não foi realizada e nem ao menos reconhecida como característica relevante do controlador.

# 5.2.4 Modificações para Controlar Aceleração Randômica

O trabalho de Liaw, Yu e Chen (2002) representa uma evolução da proposta de Chen e Liaw (1999b) por permitir realizar o controle de aceleração randômica utilizando inversores com modulação por largura de pulso. Seguindo o mesmo método, é proposto um esquema de controle dos estados do amplificador internamente ao controlador de vibração com referência randômica. Neste caso, entretanto, existe uma separação exata entre a malha de ajuste de variáveis elétricas e a malha de aceleração, isto é, o sistema de controle de vibração independe da estimação de estados internos do amplificador.

A figura 62 apresenta a estrutura do controlador de Liaw, Yu e Chen (2002). Comparando com o diagrama da figura 61, observa-se que o sinal de comando é modificado para a referência  $i_o^*$  da corrente no enrolamento da armadura, tal que a determinação deste sinal não depende da estimação da corrente no capacitor de saída do amplificador, sendo o resultado apenas do somatório de  $i_{acf}$ ,  $i_{adf}$  e  $i_{ab}$ . Assim, assumindo que o sistema de controle de  $i_o$  satisfaz a aproximação  $k_s i_o = i_o^*$ , o controlador de aceleração é projetado considerando somente a resposta da máquina devido ao modo da suspensão.



Figura 62: Controlador de aceleração randômica proposto por Liaw, Yu e Chen (2002).

Outras modificações incluem a remoção do filtro passa-banda  $H_{bpf}(s)$  aplicado à ação feedforward  $i_{adf}$  do distúrbio  $\Delta i_o$ , assim como a substituição por um ganho  $k_{a1}$  do compensador  $G_{ab}(s)$  da malha de realimentação. Contudo, a simplicidade do sistema de controle de aceleração resultou do aumento da complexidade do controlador interno. Para garantir  $k_s i_o = i_o^*$ , além da malha interna de regulação da corrente  $i_L$ , foram adicionadas uma malha para ajustar a tensão  $v_o$  que excita o enrolamento da armadura e mais uma malha

156

para controlar a corrente  $i_o$ . Portanto, para reproduzir a aceleração randômica de referência, a estrutura proposta se baseia em quatro controladores em cascata, sendo apenas um para ajuste da vibração e três para assegurar a operação do amplificador em modo corrente com baixa distorção harmônica e bom rastreamento do sinal  $i_o^*$  de referência.

Apesar do esforço empreendido na proposta, a avaliação experimental novamente considerou apenas a análise de desempenho com variações paramétricas e sem o reconhecimento aos efeitos das ressonâncias e anti-ressonâncias do corpo de prova.

# 5.3 Controlador de Aceleração Proposto

Além de não realizar a avaliação experimental considerando que os modos ressonantes do corpo de prova podem modificar significativamente a resposta do vibrador, as propostas de Chen e Liaw (1999b) e Liaw, Yu e Chen (2002) para o controle de aceleração foram desenvolvidas assumindo a operação do amplificador em modo corrente, o que contradiz a abordagem usual de amplificadores industriais e restringe a aplicação da estratégia de controle. Outro fator relevante se refere à realização analógica do controlador, a qual dificulta a implementação em plataformas digitais de controle e análise de vibrações.

Estas três limitações motivaram o desenvolvimento do controlador de aceleração senoidal descrito a seguir, no qual é admitido o modo de operação típico do amplificador, onde a tensão de saída  $v_o$  que excita o enrolamento da armadura é assumida proporcional ao sinal de comando  $v_o^*$  computado pelo controlador de aceleração. A filosofia de projeto consiste em preservar a separação usual entre a malha de controle do amplificador e a malha de vibração e integrar numa estrutura única os controladores de forma de onda e magnitude da aceleração senoidal. A lei de controle é implementada, neste caso, numa plataforma digital e a análise de desempenho considera não apenas os efeitos de variações paramétricas, mas também de ressonâncias e anti-ressonâncias do corpo de prova.

### 5.3.1 Estrutura do Controlador

A figura 63 mostra uma representação do sistema de controle digital proposto para regular a aceleração *a* do vibrador de acordo com a referência  $a^*$ . A planta corresponde à função de transferência  $G_{v_o^*a}(s)$  considerada a partir do sinal de comando  $v_o^*$  para a aceleração da máquina de vibração, a qual inclui, portanto, o amplificador de potência. Os conversores A/D e D/A são representados pelo amostrador ideal e pelo retentor de ordem zero com função de transferência  $G_{h0}(s)$  e amostrador na entrada, respectivamente. A cada intervalo de amostragem  $T_s$ , a saída do conversor D/A é atualizada com  $v_o^*$  e uma amostra da aceleração *a* é adquirida. Para realizar o controle, o compensador  $G_{ab}(z)$ proposto consiste de três compensadores com funções de transferência  $G_{ab1}(z)$ ,  $G_{ab2}(z)$ e  $G_{ab3}(z)$  em cascata projetados para cancelar os modos da suspensão e do enrolamento móvel e garantir o rastreamento do sinal de referência. Um filtro passa-banda  $H_{bpf}(z)$  é utilizado para evitar a realimentação do ruído de medida no sinal de comando.



Figura 63: Controlador digital de aceleração.

Seguindo o procedimento de projeto tradicional em sistemas de controle digitais, inicialmente os compensadores  $G_{ab1}(s)$ ,  $G_{ab2}(s) \in G_{ab3}(s)$  serão projetados em tempo contínuo e, então, aproximados por funções de transferência em tempo discreto. O vibrador V406 é também considerado para a verificação experimental do desempenho do controlador.

#### 5.3.1.1 Compensador do Modo da Suspensão

O projeto do compensador  $G_{ab1}(s)$  responsável por cancelar a ressonância da suspensão é realizado admitindo o comportamento da máquina descrito apenas por um grau de liberdade  $x_T = x_C$ , isto é, o enrolamento móvel e a mesa de vibração são tratados como a massa rígida  $M_O$  considerada na seção 2.5.1. Assim, as equações que governam a resposta dinâmica do vibrador podem ser escritas como:

$$(M_D + M_O)\ddot{x}_T + C_S\dot{x}_T + K_S x_T = \Gamma i_o$$
(5.10)

$$\upsilon_o = L \frac{di_o}{dt} + Ri_o + e \tag{5.11}$$

$$e = \Gamma \dot{x}_T \tag{5.12}$$

sendo a força contra-eletromotriz e obtida fazendo  $\dot{x}_B = 0$  na equação (2.2).

Assumindo operação em modo tensão e considerando que a banda passante do amplificador é consideravelmente superior à banda do controlador de aceleração (isto é, a resposta dinâmica do amplificador é significativamente mais rápida do que a resposta do sistema de controle de aceleração), a tensão  $v_o$  de excitação do enrolamento móvel como função do sinal de comando  $v_o^*$  pode ser aproximada por:

$$v_o = k_{PA} v_o^* \tag{5.13}$$

onde  $k_{PA}$  é o ganho nominal do amplificador. A partir das equações (5.10) a (5.13), pode-se determinar a função de transferência que relaciona a aceleração de saída ao sinal de comando, isto é:

$$G_{v_o^*a}(s) \stackrel{\Delta}{=} \frac{a(s)}{v_o^*(s)} = \frac{k_{PA}\Gamma s^2}{[(M_D + M_O)s^2 + C_S s + K_S](sL + R) + \Gamma^2 s}$$
(5.14)

Para cancelar a ressonância da suspensão, é necessário projetar  $G_{ab1}(s)$  como o inverso de  $G_{v_o^*a}(s)$ . Entretanto, a função de transferência resultaria imprópria e, conseqüentemente, não realizável. Por outro lado, observando que no modo da suspensão a reatância  $\omega L$  é desprezível com relação à resistência R do enrolamento da armadura, conforme discutido na seção 2.3.3,  $G_{v_o^*a}(s)$  pode ser aproximada segundo a função:

$$G_{v_o^*a}(s) = \frac{k_{PA}\Gamma s^2}{[(M_D + M_O)s^2 + C_S s + K_S]R + \Gamma^2 s}$$
(5.15)

Assim, o compensador  $G_{ab1}(s)$  é definido como:

$$G_{ab1}(s) \stackrel{\Delta}{=} \frac{[(M_D + M_O)s^2 + C_S s + K_S]R + \Gamma^2 s}{k_{PA}\Gamma s^2}$$
(5.16)

No entanto, a presença da dupla integração  $1/s^2$  no denominador de  $G_{ab1}(s)$  amplifica sinais de baixas freqüências e pode levar o sinal de comando  $v_o^*$  à saturação, uma vez que a máquina não apresenta resposta à excitação CC devido aos dois zeros  $z_{1,2} = 0$ no numerador de  $G_{v_o^*a}(s)$ . Para evitar que isso ocorra, os pólos  $p_{1,2} = 0$  de  $G_{ab1}(s)$  são substituídos por pólos  $p_{1,2} = -1/\mu_1$ :

$$G_{ab1}(s) \stackrel{\Delta}{=} \mu_1^2 \frac{[(M_D + M_O)s^2 + C_S s + K_S]R + \Gamma^2 s}{k_{PA}\Gamma(\mu_1 s + 1)^2}$$
(5.17)

onde  $\mu_1$  é um parâmetro de projeto que redefine a magnitude de  $G_{ab1}(s)$  em baixas freqüências. A mesma modificação foi realizada por Chen e Liaw (1999b) para implementar o compensador  $G_{acf}(s)$  mostrado na equação (5.6).

Portanto, com a inserção do compensador  $G_{ab1}(s)$  na malha direta do controlador de aceleração e assumindo que os parâmetros  $M_D$ ,  $M_O$ ,  $C_S$ ,  $K_S$ ,  $\Gamma$ ,  $R \in k_{PA}$  são conhecidos, o modo da suspensão é cancelado para freqüências acima de  $1/2\pi\mu_1$ . Particularmente no caso da massa  $M_D$ , apesar de variável conforme o corpo de prova, admite-se que o valor é especificado pelo operador antes de realizar o ensaio, o que serve não apenas ao projeto do controlador, mas principalmente para proteger os limites de operação da máquina de vibração segundo as restrições discutidas no capítulo 2.

#### 5.3.1.2 Compensador do Modo do Enrolamento Móvel

A resposta *a* da máquina de vibração devido ao sinal de comando  $v_o^*$  considerando apenas o modo do enrolamento móvel pode ser determinada utilizando a função de transferência  $G_{i_oa}(s)$  expressa na equação (2.47). Para isso, é observado que, nesta faixa de freqüências, a força contra-eletromotriz é praticamente nula, tal que a relação entre a tensão  $v_o$  e a corrente  $i_o$  da armadura pode ser escrita segundo:

$$\frac{\upsilon_o(s)}{i_o(s)} = sL + R \tag{5.18}$$

Utilizando esta relação para determinar  $G_{v_a^*a}(s)$  conforme:

$$G_{v_o^*a}(s) = \frac{a(s)}{v_o^*(s)} = k_{PA} \frac{a(s)}{v_o(s)} = \frac{k_{PA}}{(sL+R)} \frac{a(s)}{i_o(s)} = \frac{k_{PA}}{(sL+R)} G_{i_oa}(s)$$
(5.19)

e substituindo  $G_{i_o a}(s)$  da equação (2.47), obtém-se:

$$G_{v_o^*a}(s) = \frac{k_{PA}\Gamma K_C}{[(M_D + M_T)M_C s^2 + (M_D + M_O)C_C s + (M_D + M_O)K_C](sL + R)}$$
(5.20)

Desta forma, para compensar a ressonância devido à rigidez finita da armadura, ao invés de utilizar o inverso da função de transferência  $G_{v_o^*a}(s)$ , o que não seria realizável, é proposto o uso de um compensador tipo rejeita-faixa (KUO; GOLNARAGHI, 2003) que cancela somente os pólos representantes do modo do enrolamento móvel, isto é:

$$G_{ab2}(s) \stackrel{\Delta}{=} \frac{s^2 + 2\zeta_p \omega_p s + \omega_p^2}{s^2 + 2\zeta_m \omega_p s + \omega_p^2} \tag{5.21}$$

onde  $\zeta_m$  é um parâmetro de projeto e:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{M_D + M_O}{(M_D + M_T)M_C}K_C}, \quad \zeta_p = \frac{C_C}{2}\sqrt{\frac{M_D + M_O}{(M_D + M_T)M_CK_C}}$$
(5.22)

os quais correspondem, respectivamente, à freqüência natural não amortecida e à taxa de amortecimento dos pólos complexos conjugados devido ao modo do enrolamento móvel.

Assim, os pólos complexos de  $G_{v_o^*a}(s)$  são cancelados pelos zeros de  $G_{ab2}(s)$  e substituídos por um par de pólos com maior taxa de amortecimento  $\zeta_m$ . Como no projeto de  $G_{ab1}(s)$ , a compensação adequada dos efeitos da ressonância é dependente do conhecimento dos parâmetros da máquina de vibração e da massa do corpo de prova.

#### 5.3.1.3 Compensador para Rastreamento da Referência

Os compensadores  $G_{ab1}(s)$  e  $G_{ab2}(s)$  atenuam os modos da suspensão e do enrolamento móvel do vibrador, tornando plana a resposta em freqüência da malha direta do controlador na faixa de operação da máquina, o que contribui para o aumento da margem de estabilidade. No entanto, não há garantia de que o erro de rastreamento  $\varepsilon_a$  entre a aceleração  $a^*$  de referência e a aceleração medida *a* convergirá para zero no decorrer do tempo. Para este fim, o seguinte compensador é proposto:

$$G_{ab3}(s) \stackrel{\Delta}{=} \frac{s^2 + \omega_o/Q_{ab}s + \omega_o^2}{s^2 + \omega_o^2} \tag{5.23}$$

o qual, segundo o princípio do modelo interno e admitindo que o sinal de referência  $a^*$ é senoidal de freqüência angular  $\omega_o = 2\pi f$ , garante ganho elevado da malha direta do controlador especificamente na freqüência  $\omega_o$ . Tal condição é suficiente para reduzir o erro de rastreamento  $\varepsilon_a = a^* - a$  a zero de forma assintótica (CHEN, 1984).

Com esta estrutura, o compensador  $G_{ab3}(s)$  deve ser sintonizado continuamente com  $\omega_o$  ao longo do ensaio. O parâmetro  $Q_{ab}$  é determinado no projeto do controlador e influencia a velocidade da resposta do sistema de controle.

#### 5.3.1.4 Filtro Passa-Banda

Conforme será discutido no próximo capítulo, sistemas industriais competitivos para controle de magnitude em ensaios de vibração senoidal utilizam um filtro passa-banda estreito centrado na freqüência de varredura, o qual extrai a amplitude e a fase da componente fundamental do sinal de aceleração e atenua a influência do ruído e das componentes harmônicas na estimação da amplitude. Conseqüentemente, conforme Keller (2002), o uso do filtro passa-banda aumenta a faixa dinâmica do controlador, melhora as estimativas de funções de transferência e evita que fatores não necessariamente relacionados à vibração interferiram nas medições, o que pode reduzir a confiabilidade dos resultados.

Uma realização do filtro de rastreamento é discutida em detalhes na seção 6.5.1. No presente caso, para remover principalmente o ruído presente na medição da aceleração a, um filtro Butterworth de segunda ordem com largura de banda  $w_{BW}$  é utilizado:

$$H_{bpf}(s) = \frac{a'(s)}{a(s)} = \frac{w_{BW}s}{s^2 + w_{BW}s + \omega_o^2}$$
(5.24)

o qual dever ser sintonizado continuamente com a freqüência  $\omega_o$  do sinal de referência. A aceleração filtrada a', portanto, constitui o sinal comparado com a referência (figura 63).

## 5.3.2 Projeto do Controlador

O projeto do controlador de aceleração senoidal depende predominantemente do conhecimento dos parâmetros mecânicos do vibrador, da resistência do enrolamento da armadura, do ganho nominal do amplificador de potência e da massa do corpo de prova. Para este propósito, os valores de  $M_O$ ,  $M_T$ ,  $M_C$ ,  $C_S$ ,  $C_C$ ,  $K_S$ ,  $K_C$  e  $\Gamma$  foram determinados na seção 2.5.1 (ver tabela 2). A resistência R necessária para a realização de  $G_{ab1}(s)$ , por sua vez, é definida como o valor medido em 2kHz (aproximadamente 3 $\Omega$ ).

Considerando o ganho  $k_{PA}$ , a especificação nominal correspondente ao amplificador linear modelo PA300E (desenvolvido por Data Physics Corporation (2007) para acionar o vibrador V406) é igual a 20. A figura 64 mostra a resposta em freqüência experimental do amplificador admitida a partir do sinal de comando  $v_o^*$  para a tensão de saída  $v_o$ , onde a magnitude é plotada com relação ao valor na faixa intermediária. Observa-se que, embora a freqüência de corte superior exceda 20kHz, o amplificador é projetado para operar com ganho constante somente a partir de 50Hz, o que determina um limite mínimo para a faixa de operação do sistema. No entanto, para avaliar o controlador também em freqüências inferiores a 20Hz conforme as especificações típicas de ensaios de vibração, a equação (5.13) é assumida verdadeira a partir de 10Hz, onde o deslocamento de fase é igual a 50°.



Figura 64: Resposta em freqüência  $v_o(s)/v_o^*(s)$  do amplificador linear PA300E.

Com relação ao parâmetro  $\mu_1$  que redefine a magnitude de  $G_{ab1}(s)$  em baixas freqüências e evita a saturação do sinal de comando  $v_o^*$ , fazendo  $\mu_1 = 1/2\pi 1$ Hz, obtém-se redução do nível de amplificação de componentes inferiores a 1Hz sem comprometer na faixa de interesse a compensação da ressonância devido à suspensão da máquina.

O projeto de  $G_{ab2}(s)$ , por sua vez, depende da definição da taxa de amortecimento  $\zeta_m$  dos pólos complexos conjugados que substituem os pólos devido à ressonância do enrolamento móvel. Neste caso, definindo  $\zeta_m = 1$ , o amortecimento crítico resultante garante o cancelamento dos efeitos da ressonância do enrolamento.

Considerando o compensador  $G_{ab3}(s)$  responsável por reduzir o erro de rastreamento assintoticamente a zero, é necessário projetar o parâmetro  $Q_{ab}$ , o qual estabelece a taxa de amortecimento dos zeros complexos conjugados de  $G_{ab3}(s)$  e contribui para determinar a dinâmica do compensador. Para exemplificar, a figura 65 mostra a resposta de  $G_{ab3}(s)$ à excitação senoidal sen $(\omega_o t)$  quando projetado com  $\omega_o = 2\pi 10$ Hz e para três valores diferentes de  $Q_{ab}$ . Nota-se que o aumento de  $Q_{ab}$  tende a anular o efeito do modelo  $s^2 + \omega_o^2$ da senóide inserido no denominador de  $G_{ab3}(s)$  segundo o princípio do modelo interno. Por outro lado, valores reduzidos deste parâmetro tornam a resposta mais rápida. Um valor intermediário  $Q_{ab} = 3$  é definido, o que garante erro inferior a 10% da referência mesmo em testes realizados a altas taxas de varredura como será demonstrado experimentalmente.



Figura 65: Resposta de  $G_{ab3}(s)$  à excitação senoidal sen $(\omega_o t)$  com  $\omega_o = 2\pi 10$ Hz.

O último parâmetro de projeto a ser determinado corresponde à largura de banda  $w_{BW}$ do filtro  $H_{bpf}(s)$ . Para garantir a remoção do ruído de medida no sinal de realimentação sem comprometer de forma significativa a velocidade de resposta do controlador em ensaios com varredura,  $w_{BW}$  é definido igual à freqüência angular  $\omega_o$  de vibração.

## 5.3.3 Discretização dos Compensadores

A realização digital do controlador resulta da aproximação em tempo discreto das funções de transferência dos compensadores. Com esta finalidade, pode-se aplicar transformação bilinear às funções  $G_{ab1}(s)$ ,  $G_{ab2}(s)$ ,  $G_{ab3}(s) \in H_{bpf}(s)$  com pré-deformação particularmente das freqüências  $\omega_p \in \omega_o$  (KUO, 1992). Obviamente, é necessário também especificar o período de amostragem  $T_s = 1/f_s$ , onde  $f_s$  corresponde à taxa de aquisição do sinal de aceleração a e de atualização do sinal de comando  $v_o^*$ . Para isto, considerando o limite superior da faixa de freqüências de operação do controlador (2kHz), obtém-se uma representação adequada dos compensadores em tempo discreto definindo a freqüência de amostragem igual a 50kHz como realizado no capítulo 4.

## 5.3.4 Análise de Estabilidade

A análise de estabilidade consiste em avaliar as margens de ganho e fase da função de transferência considerada a partir do erro de rastreamento  $\varepsilon_a$  para a aceleração filtrada a', o que inclui, portanto, não apenas a planta  $G_{v_o^*a}(s)$  e os compensadores  $G_{ab1}(z)$ ,  $G_{ab2}(z)$ ,  $G_{ab3}(z)$ , mas também o filtro  $H_{bpf}(z)$  e o retentor de ordem zero  $G_{h0}(s)$ , como pode ser verificado no diagrama de blocos da figura 63. A função  $G_{v_o^*a}(s)$ , neste caso, deve representar tanto o modo da suspensão quanto a ressonância do enrolamento móvel.

Para determinar a função de transferência da planta considerando o modelo mecânico da máquina de vibração com dois graus de liberdade  $x_T$  e  $x_C$ , procede-se conforme o desenvolvimento apresentado na seção 2.3.2, mas fazendo  $x_B$  e suas derivadas iguais a zero na equação (2.14), o que equivale a reduzir a ordem das matrizes e vetores. Desta forma, assumindo que a igualdade (5.13) é válida, obtém-se:

$$G_{v_o^*a}(s) = \frac{a(s)}{v_o^*(s)} = k_{PA} \left[ (\mathbf{M}_{\mathbf{v}}s^2 + \mathbf{C}_{\mathbf{v}}s + \mathbf{K}_{\mathbf{v}})^{-1} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{v}}s^2 \right]_2$$
(5.25)

onde

$$\mathbf{M}_{\mathbf{v}} \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} M_{C} & 0 & 0 \\ 0 & M_{T} + M_{D} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_{\mathbf{v}} \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} C_{C} & -C_{C} & 0 \\ -C_{C} & C_{C} + C_{S} & 0 \\ \Gamma & 0 & L \end{bmatrix}$$
(5.26)  
$$\mathbf{K}_{\mathbf{v}} \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} K_{C} & -K_{C} & -\Gamma \\ -K_{C} & K_{C} + K_{S} & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \quad \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{v}} \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

A figura 66 mostra a resposta em freqüência da função admitida de  $\varepsilon_a$  para a' quando a massa  $M_D$  do corpo de prova e a freqüência angular  $\omega_o$  da aceleração de referência são iguais a 0,142kg e  $2\pi \times 10$ Hz, respectivamente. A resposta  $G_{v_o^*a}(s)$  da planta incluindo o retentor de ordem zero é também plotada para demonstrar os efeitos dos compensadores e do filtro passa-banda na margem de estabilidade. Como se observa, além de haver uma melhora significativa das margens de ganho e fase, a magnitude do sistema compensado apresenta um valor muito elevado exatamente na freqüência  $\omega_o$ , o que garante o rastreamento do sinal  $a^*$  de referência. Além disso, mesmo se for acrescentado 50° na fase devido à característica do amplificador PA300E nesta freqüência, o que ocorre na prática segundo demonstrado na seção 5.3.2, a estabilidade do controlador é garantida.

As curvas de magnitude e fase na figura 67 representam o sistema compensado quando a freqüência angular  $\omega_o$  da aceleração de referência é igual a  $2\pi \times 2$ kHz. Pode-se observar que a operação em malha fechada será também estável nesta freqüência.

## 5.3.5 Implementação Digital

A placa de desenvolvimento TMS320C6713 DSK e o módulo D.Module.ADDA16 com conversores de arquitetura SAR considerados no capítulo anterior constituíram também a plataforma digital de implementação do controlador de aceleração. Antes de iniciar um teste, os coeficientes das funções de transferência  $G_{ab1}(z)$  e  $G_{ab2}(z)$  foram determinados conforme a especificação da massa  $M_D$  do corpo de prova. Os coeficientes de  $G_{ab3}(z)$ e  $H_{bpf}(z)$  foram calculados de acordo com o valor inicial da freqüência angular  $\omega_o$  de vibração e atualizados em testes com varredura em freqüência. Em cada interrupção realizada segundo o intervalo  $T_s$ , o processador executou as seguintes tarefas:

- 1. Atualizar a freqüência de vibração f(k);
- 2. Calcular a aceleração de referência  $a^*(k)$ ;
- 3. Adquirir a aceleração da máquina a(k);
- 4. Atualizar os coeficientes de  $G_{ab3}(z)$ ;
- 5. Atualizar os coeficientes de  $H_{bpf}(z)$ ;
- 6. Filtrar a aceleração a(k);
- 7. Calcular o sinal de comando  $v_o^*(k)$ ;

CAPÍTULO 5. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DO TEMPO



Figura 66: Resposta em freqüência das funções de transferência de  $v_o^*$  para a e de  $\varepsilon_a$  para a' com  $M_D = 0.142$ kg e  $\omega_o = 2\pi \times 10$ Hz. (a) Magnitude. (b) Fase.

Para o cálculo do sinal de comando  $v_o^*$ , os compensadores  $G_{ab1}(z)$ ,  $G_{ab2}(z)$  e  $G_{ab3}(z)$ foram escritos como uma cascata de equações de diferenças de segunda ordem. No início e término dos ensaios, a amplitude da referência  $a^*$  foi incrementada e decrementada durante

CAPÍTULO 5. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DO TEMPO



Figura 67: Resposta em freqüência das funções de transferência de  $v_o^*$  para a e de  $\varepsilon_a$  para a' com  $M_D = 0.142$ kg e  $\omega_o = 2\pi \times 2$ kHz. (a) Magnitude. (b) Fase.

5s até atingir o respectivo valor final, evitando, assim, eventuais danos à estrutura sob teste devido à inicialização ou interrupção abrupta do ensaio.

# 5.3.6 Análise de Desempenho Experimental

Para avaliar o desempenho experimental do controlador proposto, testes de freqüência fixa e com varredura foram realizados admitindo a amplitude da aceleração de referência como constante e igual a  $10 \text{m/s}^2$  entre 10Hz e 2kHz. Considerou-se, inicialmente, a operação do vibrador em vazio e também com um corpo de prova rígido de 0,435kg que não apresenta modos ressonantes. Em seguida, um par de barras flexíveis totalizando 0,142kg foram instaladas na mesa vibratória para avaliar a robustez da estabilidade do controlador sob os efeitos de ressonâncias do corpo de prova (ver figura 132).

As figuras 68 e 69 mostram a referência  $a^*$  e a aceleração filtrada a' em 10Hz e 2kHz, respectivamente, e sob as condições em vazio e com a massa rígida. Observa-se que a aceleração do vibrador rastreia o sinal de referência, havendo distorção em 10Hz devido ao comportamento não-linear da máquina em baixas freqüências e com deslocamento significativo (5mm pico-a-pico no presente caso), conforme discutido na seção 2.3.4.

Para examinar o desempenho do controlador em testes com varredura logarítmica, a freqüência foi variada de 10Hz para 2kHz e de volta a 10Hz à taxa de 4 oitavas por minuto conforme o perfil indicado na figura 70. Devido a limitações do espaço disponível na memória da placa TMS320C6713 DSK, as amostras foram armazenadas durante um ciclo completo a cada 2Hz, o que é suficiente para avaliar o desempenho do sistema mesmo próximo ao limite inferior da faixa de freqüências.

A figura 71(a) exibe a referência  $a^*$  e a aceleração filtrada a' durante a varredura na condição de massa  $M_D = 0$ kg. Observa-se pelos resultados da figura 71(b) que o erro de rastreamento  $\varepsilon_a$  é inferior a 10% durante toda a varredura, sendo mais significativo próximo a 10Hz devido a não-linearidades da máquina. Desempenho semelhante foi verificado considerando a operação com a massa rígida  $M_D = 0,435$ kg (figura 72). O sinal de comando  $v_o^*$  durante a varredura é mostrado na figura 73 nas duas condições de massa.

Admitindo as barras flexíveis como estrutura sob teste instalada na mesa vibratória, determinou-se, primeiramente, a resposta em freqüência experimental da planta a partir de  $v_o^*$  para *a* como mostra a figura 74. A resposta do modelo  $G_{v_o^*a}(s)$  considerando a massa total das barras  $M_D = 0,142$ kg é também exibida para avaliar as discrepâncias da curva experimental com relação ao modelo. Como pode ser notado, além da diferença de fase em baixas freqüências devido às dinâmicas não modeladas do amplificador, as ressonâncias do corpo de prova modificaram significativamente a resposta do vibrador. Neste caso, considerando, por exemplo, o compensador  $G_{ab}(z)$  projetado para controlar a aceleração em 142,5Hz, segundo ilustra a figura 75, vê-se que a margem de fase se torna negativa

CAPÍTULO 5. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DO TEMPO



Figura 68: Referência  $a^*$  e aceleração a' em 10Hz. (a)  $M_D = 0$ kg. (b)  $M_D = 0,435$ kg.

devido à ressonância das barras nesta freqüência, o que, portanto, levaria o sistema de controle à instabilidade com a realimentação da aceleração.

Estes testes demonstram que o controlador proposto é particularmente sensível aos efeitos de ressonâncias do corpo de prova, apesar de garantir bom rastreamento da aceleração de referência quando a estrutura sob teste não possui modos ressonantes. O projeto

CAPÍTULO 5. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DO TEMPO



Figura 69: Referência  $a^*$  e aceleração a' em 2kHz. (a)  $M_D = 0$ kg. (b)  $M_D = 0.435$ kg.

realizado atende à filosofia definida em termos do desenvolvimento de um controlador que considera a operação do amplificador em modo tensão, mantém a separação entre a malha de vibração e o sistema de controle do amplificador e utiliza implementação digital. No entanto, para evitar a instabilidade devido a ressonâncias do corpo de prova, pode-se concluir que, além de atenuar o modo da suspensão e do enrolamento móvel da máquina,

CAPÍTULO 5. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DO TEMPO



Figura 70: Variação da freqüência durante a varredura logarítmica.

o controlador deveria compensar também os modos do corpo de prova, o que constitui uma tarefa extremamente complexa, uma vez que estas ressonâncias são desconhecidas e variam conforme a estrutura sob teste. Além disso, tal característica exige que a banda passante do sistema de controle deveria ser tão elevada quanto a faixa na qual os modos desconhecidos modificam consideravelmente a resposta do sistema.

Outra conclusão se refere à necessidade de conhecimento de parâmetros específicos do modelo dinâmico do vibrador. Tanto esta proposta quanto os trabalhos de Chen e Liaw (1999b) e Liaw, Yu e Chen (2002) abordam o problema de controle da aceleração assumindo que os parâmetros do modelo foram determinados experimentalmente. Contudo, para desenvolver um controlador com potencial para aplicação na indústria, tal hipótese é extremamente restritiva, pois as informações disponíveis usualmente se restringem ao nível de descrição mínimo do vibrador, segundo recomenda a norma ISO 5344 (1978) mencionada no capítulo 2. Realizar ensaios especiais para determinar estes parâmetros, por outro lado, também não é uma alternativa viável em aplicações industriais, onde poderá ser exigido que o mesmo controlador opere com diferentes máquinas de vibração.

Portanto, além de compensar modos ressonantes desconhecidos do corpo de prova e apresentar banda passante elevada, o controlador deveria admitir o conhecimento elementar sobre os parâmetros do modelo da máquina, o que acrescenta mais um grau de complexidade ao projeto. Não foi encontrada na literatura nenhuma técnica de controle

CAPÍTULO 5. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DO TEMPO



Figura 71: Desempenho do sistema de controle durante varredura a 4 oitavas por minuto com  $M_D = 0$ kg. (a) Referência  $a^*$  e aceleração a'. (b) Erro de rastreamento  $\varepsilon_a$ .

no domínio do tempo que apresente robustez suficiente para atender a todos estes requisitos. Por isso, como alternativa, o próximo capítulo considera a abordagem no domínio da freqüência, a qual é usual em controladores industriais.

CAPÍTULO 5. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DO TEMPO



Figura 72: Desempenho do sistema de controle durante varredura a 4 oitavas por minuto com  $M_D = 0.435$ kg. (a) Referência  $a^*$  e aceleração a'. (b) Erro de rastreamento  $\varepsilon_a$ .

# 5.4 Sumário

Este capítulo apresentou uma solução para o controle de aceleração senoidal de vibradores eletrodinâmicos. A abordagem admitida considerou a compensação não apenas

CAPÍTULO 5. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DO TEMPO



Figura 73: Sinal de comando  $v_o^*$  durante varredura a 4 oitavas por minuto com: (a)  $M_D = 0$ kg e (b)  $M_D = 0.435$ kg.

da amplitude da aceleração, mas também do valor instantâneo, o que caracteriza uma estratégia de controle no domínio do tempo. O desenvolvimento foi motivado observando que as principais soluções propostas na literatura para o controle da aceleração instantâ-

CAPÍTULO 5. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DO TEMPO



Figura 74: Resposta em freqüência da função de transferência considerada de  $v_o^*$  para  $a \operatorname{com} M_D = 0.142 \operatorname{kg.}$  (a) Magnitude. (b) Fase.

nea assumem hipóteses não usuais, como a operação do amplificador em modo corrente e a implementação analógica da técnica de controle. Além disto, verificou-se que tais soluções não avaliaram e nem reconheceram os efeitos das ressonâncias do corpo de prova

CAPÍTULO 5. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DO TEMPO



Figura 75: Resposta em freqüência da função de transferência considerada de  $\varepsilon_a$  para a' com  $M_D = 0.142$ kg e  $\omega_o = 2\pi \times 142.5$ Hz. (a) Magnitude. (b) Fase.

na resposta da máquina, mas somente as variações de massa da estrutura sob teste.

A filosofia de projeto adotada considerou o modo de operação típico de amplificador e a implementação digital da lei de controle. O sistema foi desenvolvido para compensar

176

o modo da suspensão e o modo do enrolamento móvel e reduzir assintoticamente a zero o erro entre a referência e a aceleração medida. Para este propósito, uma cascata de três compensadores foi inserida na malha direta do controlador, sendo um projetado segundo o inverso da função de transferência da máquina no modo da suspensão, o segundo para cancelar os pólos pouco amortecidos que representam a ressonância do enrolamento e o terceiro projetado conforme o princípio do modelo interno.

O procedimento de projeto, a análise de estabilidade e a implementação digital foram descritos detalhadamente. A avaliação de desempenho experimental indicou que o controlador proposto garante bom rastreamento da aceleração de referência quando a estrutura sob teste não possui modos ressonantes, mas se torna instável se esta condição é violada. Neste caso, para garantir robustez de desempenho e estabilidade sob os efeitos de ressonâncias do corpo de prova, verificou-se que é necessário compensar também os modos da estrutura ensaiada, o que constitui uma tarefa complexa, uma vez que estas ressonâncias são desconhecidas e variam conforme o corpo de prova. Além disso, tal característica requer que a banda passante do sistema de controle seja tão elevada quanto a faixa na qual os modos desconhecidos modificam consideravelmente a resposta do vibrador.

Observou-se, ainda, que o desenvolvimento de um controlador com potencial para aplicação industrial deve admitir o conhecimento mínimo sobre os parâmetros da máquina. Tal requisito somado à capacidade de compensação de ressonâncias desconhecidas não foram atendidos pela estratégia proposta. Também não se encontrou na literatura soluções de controle no domínio do tempo que atendam a todas estas condições.

As contribuições deste capítulo incluem o relaxamento das hipóteses assumidas pelas soluções propostas na literatura para o controle da aceleração instantânea, assim como a investigação de desempenho considerando as ressonâncias do corpo de prova, o que, apesar de usual em ensaios de vibração, não havia sido avaliado nas propostas anteriores.

# 6 CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA

# 6.1 Considerações Gerais

O controle de aceleração senoidal no domínio da freqüência compreende a compensação da magnitude da aceleração em detrimento da forma de onda. Por meio do uso de alguma técnica de estimação de amplitude, o nível da aceleração é determinado e comparado ao valor de referência. O erro resultante é, então, utilizado pelo controlador para regular a amplitude do sinal de comando, de modo a manter a magnitude da aceleração dentro de níveis considerados aceitáveis. O valor e a variação da freqüência de vibração é, obviamente, função das especificações do ensaio (senoidal de freqüência fixa, com varredura ou de rastreamento de modos ressonantes). Em testes com múltiplas entradas, dois ou mais sensores são instalados em diferentes pontos, sendo suas respostas combinadas para formar um único sinal a ser compensado pelo controlador.

Segundo Keller (2002), as técnicas envolvidas na realização prática de controladores de magnitude de aceleração senoidal têm sido relativamente consistentes nas últimas décadas. Além de um método adequado de estimação e controle da amplitude, a confiabilidade dos resultados do ensaio está diretamente ligada à qualidade do sinal de comando, à existência de malhas de auto-escala para medir os sinais de entrada e à disponibilidade em tempo real dessas medições para que o operador acompanhe e compreenda a execução do ensaio. Uma análise detalhada das especificações de controladores industriais modernos (ver Data Physics Corporation (2008), Spectral Dynamics Corporation (2008a), Vibration Research Corporation (2008), LDS Test and Measurement (2008)) indica que tais atributos se tornaram padrão em equipamentos competitivos, embora ainda inexista uma exigência formal sobre as características e requisitos de desempenho desses sistemas. A literatura, por outro lado, apresenta poucos registros disponíveis de investigações e resultados obtidos no desenvolvimento de controladores de magnitude de aceleração senoidal. Sabe-se, por exemplo, que testes com varredura de freqüência realizados sob os efeitos de ressonâncias e anti-ressonâncias de alto fator Q constituem, ainda, condição de operação severa em que os limites de aplicação do controlador normalmente se tornam aparentes. Nesse caso, apesar de inexistirem requisitos mínimos de desempenho e métodos que permitam avaliar e comparar objetivamente a performance dos controladores, o desenvolvimento de técnicas de estimação e controle de magnitude que permitam estender a capacidade dos sistemas atuais continuam sendo requisitados. Para esse fim, no presente capítulo, os artigos mais relevantes encontrados na literatura envolvendo o controle de magnitude da aceleração são revistos e utilizados para desenvolver o controlador proposto.

# 6.2 Fundamentos do Controle de Magnitude

Provavelmente, o registro mais completo sobre as técnicas e equipamentos utilizados na realização de ensaios de vibração até a metade da década de 70 seja a compilação de artigos apresentados no seminário promovido pelo Naval Research Laboratory (1975). Esses trabalhos contêm importância histórica por sintetizar não apenas o estado da arte tal como se apresentava em 1975, mas também por registrar o exato período de consolidação dos sistemas digitais de controle e análise de vibrações em substituição aos sistemas essencialmente analógicos. Temas abordados incluíram os aspectos relativos aos métodos de controle e análise de dados em ensaios senoidais e randômicos, assim como considerações relativas ao projeto de hardware e software para suporte a esses ensaios. Atualmente, uma das compilações mais significativas abordando tópicos semelhantes, embora com menor grau de detalhamento, é apresentado por Underwood (2001), cientista cujo trabalho tem contribuído de forma muito relevante para o desenvolvimento de técnicas de controle de ensaios de vibração, especialmente em sistemas com múltiplos vibradores<sup>7</sup>.

Dentre os trabalhos reunidos pelo Naval Research Laboratory (1975), especificamente o artigo de Ratz (1975) se destaca por apresentar uma revisão detalhada sobre os fundamentos da teoria de ensaios de vibração senoidal com varredura, com ênfase sobretudo para as vantagens de sistemas digitais com relação a sistemas analógicos equivalentes. Apesar do melhoramento e desenvolvimento de novas tecnologias, muitos dos princípios, procedimentos e técnicas desenvolvidas e implementadas com os recursos disponíveis na época se tornaram padrão e, como tal, ainda hoje podem ser encontrados em contro-

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>A primeira patente requisitando o direito sobre a invenção de um sistema de controle de ensaios de vibração que utiliza múltiplos-vibradores foi deferida a Underwood (1994).

ladores industriais. Por isso, os tópicos mais importantes e que constituem a base para o desenvolvimento do controlador proposto serão resumidos e complementados nesta seção.

# 6.2.1 Controlador Elementar de Magnitude

A figura 76 mostra os elementos básicos que compõem um sistema de controle digital de magnitude da aceleração. A referência corresponde à amplitude a ser reproduzida na mesa de vibração ou no suporte próximo ao corpo de prova. A diferença entre o valor de referência e o determinado pelo detector de amplitude produz o sinal de erro, o qual é integrado e utilizado na programação do nível de atenuação do amplificador de saída responsável por reduzir a magnitude do sinal gerado pelo oscilador digital.



Figura 76: Controlador elementar de magnitude (RATZ, 1975).

Tal técnica é conhecida comumente como controle automático de volume. A essência do método consiste em determinar o nível de vibração (valor de pico ou eficaz) e atenuar ou amplificar o sinal de comando  $v_o^*$  de modo a manter o erro de rastreamento  $\varepsilon$  entre a referência e a magnitude da aceleração dentro de níveis aceitáveis, isto é, entre os limites de tolerância discutidos no capítulo 1.

## 6.2.2 Esquema de Controle Logarítmico

A faixa dinâmica dentro da qual os sinais podem variar na malha de controle é de fundamental importância para o sucesso de um ensaio de vibração. Em situações limite, o corpo de prova pode apresentar ressonâncias e anti-ressonâncias de fator Q excedendo 1000. Mesmo assim, a exatidão exigida do controlador pode ser tão elevada quanto 2% do valor de referência, o que significa que a magnitude do sinal de comando pode variar numa faixa de 1000:1, enquanto o desvio máximo da amplitude da aceleração com relação à referência deve ser mantido inferior a 2% ao longo da varredura.

Se a amplitude do sinal de comando fosse representada linearmente, três dígitos decimais seriam necessários para representar a exatidão e três dígitos para representar a faixa dinâmica. Como conseqüência, o número excessivo de dígitos levou à busca de alternativas para representar os sinais. O formato logarítmico permite tratar sinais numa ampla faixa dinâmica com exatidão relativa constante (por exemplo, uma diferença percentual de 1% entre a magnitude de referência e o valor medido é aproximadamente 0,1dB independentemente do valor da referência ser 1dB ou 1000dB). Por essa razão, a maioria dos sistemas de controle de aceleração senoidal opera com sinais em escala logarítmica<sup>8</sup>. Nesse caso, com base na sensibilidade  $S_{va}$  (em mV/m/s<sup>2</sup>) do conjunto sensor, pré-amplificador e condicionador de sinais desenvolvido no capítulo 3, o perfil de amplitude da aceleração de referência  $A_m^*(f)$  é convertido num perfil de tensão  $C^*(f)$  especificado em dBV, isto é:

$$C^*(f) = 20 \log_{10} \left[ \frac{S_{va} A_m^*(f)}{\sqrt{2}} \times 10^{-3} \right]$$
(6.1)

Da mesma forma, o sinal da aceleração *a* representado pela componente alternada  $v_{ca}$  da tensão de saída do condicionador é convertido em dBV aplicando algum método de estimação da amplitude  $V_{ca}$  (em mV) e utilizando:

$$C(f) = 20 \log_{10} \left[ \frac{V_{ca}(f)}{\sqrt{2}} \times 10^{-3} \right]$$
(6.2)

### 6.2.3 Malhas de Auto-Escala

Ao longo da varredura, as acelerações de resposta podem variar numa ampla faixa dependendo das dinâmicas do corpo de prova. Para evitar que os sinais de tensão correspondentes excedam o limite de excursão disponível durante ressonâncias severas, pode-se projetar o circuito de condicionamento de modo a permitir que tais sinais excurcionem por uma faixa de  $\pm 10$ V, por exemplo. Entretanto, nessas condições, durante a maior parte do teste, os sinais de entrada permaneceriam em valores muito inferiores a 10V, o que reduz a relação entre o sinal e o ruído de quantização e, conseqüentemente, o número de bits efetivos do conversor A/D. A solução inventada há mais de quarenta anos, segundo ratificado por Keller (2002) e também descrito em (LDS TEST AND MEASUREMENT, 2005a), consiste em utilizar amplificadores de ganho programável em cada canal de entrada para amplificar continuamente os sinais através de malhas de auto-escala, as quais determinam o nível de amplificação com base na magnitude do sinal (calculada pelo detector

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Conforme será tratado posteriormente, uma vantagem extra de operar os sinais em dB consiste em transformar multiplicações e divisões em somas e subtrações, respectivamente, o que facilita o projeto e a análise do sistema de controle.
de amplitude ou valor eficaz) e no fundo de escala do conversor analógico-digital. Dessa forma, a utilização do número de bits disponível no conversor A/D é maximizada e o grampeamento dos sinais analógicos durante picos de ressonâncias é evitado.

### 6.2.4 Atenuador de Saída

A faixa dinâmica e a distorção do sinal de comando também constituem dois fatores determinantes do bom desempenho do controlador. Para otimizar esses fatores, a abordagem tipicamente utilizada consiste em operar o conversor D/A conforme um sinal senoidal de amplitude igual ao fundo de escala  $V_{FS}$  do conversor e freqüência f determinada pelas especificações do ensaio. O sinal de comando  $v_o^*$  (figura 76) é, então, obtido utilizando um atenuador de ganho variável atuando sobre o sinal de saída do conversor D/A segundo o nível de atenuação D em dB determinado pelo controlador, isto é:

$$v_o^*(t) = 10^{D(f)/20} V_{FS} \operatorname{sen}(2\pi f t)$$
(6.3)

Com isso, o número de bits efetivos do conversor é maximizado e a distorção do sinal de comando é minimizada. No entanto, para manter a exatidão do controlador numa faixa igual a  $\pm 2\%$ , por exemplo, é também essencial que a resolução do atenuador seja, no mínimo, igual a 0,4dB, o que exige amplificadores programáveis de passo reduzido.

### 6.2.5 Oscilador Digital

Nos sistemas de controle digitais, a freqüência do sinal de comando durante a varredura é modificada segundo valores discretos. Nesse caso, é importante que o incremento seja tão suave quanto possível para evitar o aparecimento de transitórios significativos. Considerando, por exemplo, a variação da freqüência f com relação ao tempo t numa varredura logarítmica, ou seja:

$$\frac{df(t)}{dt} = \frac{SR\ln 2}{60}f(t) \tag{6.4}$$

onde SR é a taxa de varredura (oit/min), pode-se determinar o incremento  $\Delta f$  da freqüência com base no intervalo  $\Delta T$  entre as atualizações, isto é:

$$\Delta f = \left[\frac{SR\ln 2}{60}f\right]\Delta T \tag{6.5}$$

No esquema apresentado por Ratz (1975), a freqüência é atualizada a cada 0,1s, o que a 1 oit/min resulta em incrementos de 0,006Hz em 5Hz e 6Hz em 5kHz. Controladores

de ensaios de vibração modernos, por outro lado, possibilitam a variação da freqüência com passos de até 0,00001Hz (SPECTRAL DYNAMICS CORPORATION, 2008a), o que se aproxima melhor do desempenho de um gerador de varredura analógico.

Outra implicação do incremento discreto da freqüência ao longo da varredura se refere ao máximo fator Q detectável pelo sistema de controle. Da definição do fator Q de uma ressonância e considerando a equação (6.5), deve-se garantir que:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{SR\ln 2}{60} \Delta T \le \frac{\alpha_q}{Q_{\max}} \tag{6.6}$$

onde  $Q_{\text{max}}$  é o máximo fator Q a ser controlado e  $\alpha_q$  é um número positivo menor do que a unidade (de acordo com Ratz (1975),  $\alpha_q = 0,3$  é normalmente admitido como valor máximo para um oscilador de boa qualidade). Obviamente, quanto menor o intervalo  $\Delta T$ , maior será a sensibilidade do controlador a picos e vales mais acentuados.

### 6.2.6 Detecção de Amplitude

O detector de magnitude é um dos elementos fundamentais do sistema de controle de aceleração senoidal. A exatidão e a velocidade de detecção influenciam diretamente na qualidade dos resultados e na estabilidade do controlador. Se o desempenho do estimador de magnitude for limitado em termos de rejeição de ruído e componentes harmônicas, a medição representará não apenas a amplitude na freqüência fundamental. Conseqüentemente, o controlador responderá reduzindo a magnitude do sinal de comando para compensar um erro que não representa somente a diferença entre a referência e a amplitude na freqüência controlada, o que pode resultar em níveis de vibração real significativamente inferiores aos valores de referência mesmo quando o sistema de controle registra erro de rastreamento dentro da faixa admissível. Por outro lado, detectores com habilidade para atenuar com elevada taxa de rejeição componentes de freqüência diferente da fundamental também reduzem substancialmente a velocidade de compensação do controlador, o que diminui a capacidade de manter o erro de rastreamento dentro dos limites estipulados durante a varredura, especialmente sob os efeitos de ressonâncias e anti-ressonâncias de alto fator Q e/ou em testes realizados com rápidas taxas de varredura.

Tradicionalmente, as técnicas utilizadas para determinar a magnitude da aceleração de controle e de resposta incluem detecção de valor eficaz e uso de filtros de rastreamento. No primeiro caso, a amplitude é determinada com base no valor eficaz do sinal de aceleração medido considerando o espectro desde a componente contínua até a metade da freqüência de amostragem. Ocasionalmente, tal técnica pode levar o sistema a operar sob níveis de vibração menores do que os valores representativos do ambiente de serviço do corpo de prova, sobretudo em condições onde o ruído é relevante com relação à freqüência fundamental. Entretanto, o controle de aceleração por meio do valor eficaz é utilizado particularmente por ser um método conservativo que inclui não apenas a resposta na freqüência controlada, mas também os efeitos das componentes harmônicas (SPECTRAL DYNAMICS CORPORATION, 2008b).

Filtros de rastreamento implementam um filtro passa-banda estreito centrado na freqüência gerada pelo sistema de controle. Tais filtros são utilizados para extrair a amplitude da componente fundamental e a fase com relação ao sinal de modulação empregado na implementação do filtro (UNDERWOOD, 2001). Ao contrário do caráter conservativo do detector de valor eficaz, o uso de filtros de rastreamento mantém o foco no controle da amplitude especificamente na freqüência controlada, o que também aumenta a faixa dinâmica do controlador e, quando requisitado, melhora as estimativas de funções de transferência durante a varredura (KELLER, 2002).

Nas seções relativas ao projeto e à avaliação experimental do sistema de controle, tanto o detector de valor eficaz quanto o estimador de magnitude baseado em filtros de rastreamento serão considerados. No entanto, dada a importância e as dificuldades intrínsecas à realização de um filtro de rastreamento de boa qualidade, a seção 6.5 apresenta em detalhes a solução digital proposta por Pelletier e Underwood (1994).

### 6.2.7 Taxa de Compressão

A velocidade de resposta do sistema de controle de magnitude é um dos parâmetros mais importantes para a qualidade dos resultados do ensaio. Conhecida como taxa de compressão, trata-se de uma figura de mérito que indica em dB/s a velocidade com que o controlador ajusta a magnitude do sinal de comando em resposta a uma variação no ganho do sistema devido aos efeitos de ressonâncias e anti-ressonâncias do corpo de prova. Analiticamente, a taxa de compressão CR do controlador é determinada considerando uma variação de ganho do tipo degrau unitário (UNDERWOOD, 1981), isto é:

$$CR = \frac{dD}{dt} = \frac{0.8 \text{dB}}{t_r} \tag{6.7}$$

onde  $t_r$  é o tempo necessário para que a magnitude D do sinal de comando varie de 10% a 90% do seu valor final em resposta à variação do ganho como degrau unitário.

Para manter o erro de rastreamento entre a aceleração de referência e o valor medido dentro de limites satisfatórios ao longo da varredura, a taxa de compressão deve ser suficientemente alta, mas sem causar instabilidade no sistema de controle. Por outro lado, a velocidade de compensação também deve ser lenta o suficiente para evitar que o controlador responda à variação instantânea do sinal de aceleração, o que pode introduzir distorções no sinal de comando (RATZ, 1975).

### 6.2.8 Ação de Controle

De acordo com a seção 6.2.1, o controlador de magnitude é baseado na ação integral atuando sobre o sinal de erro  $\varepsilon$ , ou seja, em se tratando de um sistema de controle digital, a magnitude D do sinal de comando é atualizada a cada iteração k a partir de:

$$D(k+1) = K_i \sum_{l=1}^{k} \varepsilon(l) = D(k) + K_i \varepsilon(k)$$
(6.8)

onde  $K_i$  é o ganho do integrador.

Na estrutura de controle descrita por Ratz (1975), as iterações k correspondem a um período da freqüência fundamental somado a um intervalo de tempo fixo necessário para a realização dos cálculos matemáticos, ou seja, embora as amostras dos sinais da aceleração de controle e de resposta são adquiridos a uma taxa  $T_s$  significativamente inferior ao período da senóide, o nível de atenuação do sinal de saída do conversor D/A é atualizado em intervalos de tempo  $T_L$  (conhecidos como tempo de malha<sup>9</sup>) maiores do que um ciclo na freqüência controlada. Conseqüentemente, à medida que a freqüência aumenta, a taxa de atualização da magnitude do sinal de comando cresce proporcionalmente, isto é, a taxa de compressão do controlador é proporcional à freqüência controlada até o limite em que o período da senóide se torna muito inferior ao intervalo necessário para que o processador realize as operações matemáticas.

### 6.2.9 Ajuste da Taxa de Compressão

Uma lacuna evidente no trabalho de Ratz (1975) se refere ao projeto do ganho do integrador, principalmente considerando os efeitos das dinâmicas das malhas de autoescala e do detector de magnitude. Ao determinar o quanto do erro de rastreamento na iteração k é utilizado para corrigir a magnitude do sinal de comando, o ganho  $K_i$  influencia não apenas a taxa de compressão, mas também a margem de estabilidade do controlador, o que não foi examinado com mais detalhes. O artigo, por outro lado, reconhece que o fator Q das ressonâncias e anti-ressonâncias do corpo de prova possui influência direta

 $<sup>^9 \</sup>mathrm{Nas}$ especificações de controladores industriais, o tempo de malha é descrito como "loop time".

sobre a estabilidade do sistema, pois picos ou vales mais agudos requerem redução da velocidade de resposta do controlador para preservar a operação estável, embora o erro de rastreamento aumente com a redução da taxa de compressão.

Duas possibilidades foram apontadas para diminuir a taxa de compressão do controlador com o aumento do fator Q dos picos e vales: 1. incrementar o intervalo de tempo entre as correções da amplitude do sinal de comando ou 2. reduzir o ganho do integrador. Na abordagem proposta, o operador especifica antes do início do ensaio qual o máximo fator Q esperado: baixo ( $Q \leq 50$ ), médio ( $50 < Q \leq 200$ ) ou alto (Q > 200), ou seja, assume-se que o fator Q das ressonâncias e anti-ressonâncias é constante ao longo de toda a faixa de freqüências na qual o teste será realizado. De acordo com a especificação, o ganho  $K_i$  do integrador é determinado: máximo e igual a  $K_{io}$  para fator Q baixo,  $K_{io}/8$  para fator Q médio e  $K_{io}/64$  para fator Q elevado. Se durante o ensaio o erro de rastreamento ultrapassar os limites de alarme por, no mínimo, três ciclos consecutivos, uma condição de instabilidade é detectada e o ganho é automaticamente reduzido multiplicando o valor atual de  $K_i$  por  $2^{-1}$  até o sistema recuperar a operação estável (ou, em determinados casos, até o sistema abortar o ensaio). Tal técnica, conforme afirmado, era passível de ser realizada somente com os recursos disponíveis nos sistemas digitais da época, sendo por isso reconhecida como uma vantagem com relação aos controladores analógicos.

Ao iniciar uma varredura em baixas freqüências, a diminuição do tempo de malha  $T_L$ com o incremento da freqüência e a redução do ganho do integrador conforme o aumento do fator Q dos picos e vales forçavam a taxa de compressão do sistema de controle a seguir curvas semelhantes às mostradas na figura 77. Se o operador especificasse, por exemplo, baixo fator Q, então a velocidade de correção do controlador seguiria a curva indicada como "Baixo Q". Entretanto, se durante o ensaio fosse necessário reduzir o ganho do integrador até três vezes devido a instabilidades, então a taxa de compressão descreveria uma curva intermediária entre "Baixo Q" e "Médio Q". Caso fosse necessário reduzir  $K_i$ entre três e seis vezes, a trajetória da taxa de compressão englobaria a região entre "Médio Q" e "Alto Q". Para mais de seis vezes, a curva estaria também abaixo de "Alto Q". O limite superior da taxa de compressão, por sua vez, era determinado pelo intervalo de tempo mínimo necessário para o processador realizar as operações.

Embora não se disponha de detalhes mais específicos, é possível reconhecer que, pelo menos em parte, esse método é ainda utilizado em controladores industriais menos competitivos, como o modelo 801B (TRIG-TEK INC., 2008), no qual o usuário especifica uma das três opções de taxa de compressão (1, 3 ou 10 dB/s), bem como o fator de multiplicação correspondente (1 a 100). Nesse caso, as três possibilidades de velocidade de correção se

CAPÍTULO 6. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA



Figura 77: Curvas de taxa de compressão automática (RATZ, 1975).

assemelham às opções alto, médio e baixo fator Q, respectivamente. No entanto, não há referência à utilização de alguma técnica de adaptação da taxa de compressão.

Uma desvantagem clara do método de adaptação da taxa de compressão apresentado por Ratz (1975) consiste em assumir que o fator Q das ressonâncias e anti-ressonâncias é uniforme em toda a faixa de freqüências na qual o teste é realizado, o que raramente ocorre na prática. Como conseqüência, o desempenho do sistema de controle ao longo da varredura pode ser significativamente deteriorado nos picos e vales menos acentuados. Além disso, uma vez que o ganho do integrador é reduzido automaticamente ao longo do teste quando o controlador encontra ressonâncias ou anti-ressonâncias de fator Q maior do que o especificado, não é possível restabelecer  $K_i$  para o valor anterior após a passagem dos picos ou vales, o que também prejudica o desempenho nas demais faixas. Outras limitações se referem à lacuna mencionada anteriormente, ou seja, à falta de um procedimento de projeto do ganho máximo  $K_{io}$  do integrador, principalmente considerando os efeitos das dinâmicas das malhas de auto-escala e do detector de magnitude.

# 6.3 Um Controlador de Aceleração Eficaz

Um artigo que propôs a aplicação de conceitos de controle ótimo para melhorar o desempenho de controladores de magnitude da aceleração senoidal foi publicado por Underwood (1981). Com uma estrutura de controle e técnicas de realização desenvolvidas seguindo os conceitos discutidos na seção anterior, tal trabalho contribuiu ao apresentar um procedimento de projeto do controlador, com consideração particular às dinâmicas das malhas de auto-escala e do detector de magnitude. Na presente seção, a técnica de projeto é revista e discutida em detalhes, sendo modificada na seção 6.4 para possibilitar a realização com os recursos disponíveis.

187

### 6.3.1 Estrutura de Controle

A figura 78 mostra o diagrama de blocos do sistema de controle de aceleração senoidal exatamente como apresentado por Underwood (1981). Nesse esquema, a magnitude C em dBV da tensão de entrada c(t) que representa a aceleração a ser controlada é estimada como  $\hat{C}$  por meio de um detector de valor eficaz com malha de auto-escala. O resultado é comparado ao valor de referência  $C^*$  e o erro resultante é integrado, determinando a magnitude D em dB referente ao atenuador do sinal de comando  $v_o^*(t)$ . O gerador de varredura é responsável por determinar a freqüência de vibração f, da qual dependem a freqüência de corte  $f_c$  do filtro passa-baixas existente no detector de valor eficaz, o ganho  $K_i$  do integrador da malha de compensação do erro e da malha de auto-escala, assim como a freqüência de corte 16f do filtro passa-baixas de saída. Nota-se que, apesar de ser um sistema de controle digital, Underwood (1981) optou por representar e projetar o controlador como um sistema analógico equivalente.



Figura 78: O sistema de controle de aceleração eficaz (UNDERWOOD, 1981).

### 6.3.2 Detector de Valor Eficaz e Malha de Auto-Escala

Considerando a aceleração a ser controlada como um sinal senoidal puro de freqüência f, amplitude  $C_m$  e fase  $\phi$  com relação ao sinal gerado pelo oscilador digital, isto é:

$$c(t) = C_m \operatorname{sen}(2\pi f t + \phi) \tag{6.9}$$

o valor em dBV é determinado como:

$$C = 10 \log_{10} C_{MS} \tag{6.10}$$

onde  $C_{MS}$  corresponde ao valor médio quadrático de c(t) calculado para o período T da senóide de acordo com (MCCONNELL, 1995):

$$C_{MS} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} c^{2}(t) dt$$
(6.11)

Elevando (6.9) ao quadrado:

$$c^{2}(t) = C_{m}^{2} \operatorname{sen}^{2}(2\pi f t + \phi)$$
(6.12)

e desde que

$$\operatorname{sen}^{2}(2\pi ft + \phi) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\left[2\left(2\pi ft + \phi\right)\right]$$
(6.13)

obtém-se:

$$c^{2}(t) = \frac{C_{m}^{2}}{2} - \frac{C_{m}^{2}}{2} \cos\left[2\left(2\pi ft + \phi\right)\right]$$
(6.14)

Substituindo (6.14) em (6.11) e calculando a integral em um período T:

$$C_{MS} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} c^{2}(t)dt = \frac{C_{m}^{2}}{2}$$
(6.15)

Logo, da equação (6.10):

$$C = 10\log_{10}\frac{C_m^2}{2} \tag{6.16}$$

Tal procedimento determina matematicamente a magnitude em dBV do sinal de aceleração. A questão, no entanto, consiste em desenvolver um método de realização prática do detector considerando também a necessidade de implementar uma malha de auto-escala. A solução apresentada por Underwood (1981) e mostrada na figura 79 aplica diretamente a definição da equação (6.11), ou seja, o valor médio quadrático é determinado elevando o sinal ponderado  $\bar{c}(t)$  ao quadrado e filtrando o resultado obtido, o que atenua a ondulação de freqüência igual a 2f indicada na equação (6.14). O resultado é, então, convertido em dBV aplicando a função logarítmica. Para realizar a malha de auto-escala, o integrador calcula o fator de amplificação de c(t) de forma que o valor eficaz do sinal ponderado  $\bar{c}(t)$ seja sempre igual  $1V_{eficaz}$ . Em regime permanente, a entrada do integrador é nula e o sinal de saída  $\hat{C}$  representa a estimativa da magnitude C em dBV do sinal de aceleração. A exatidão e a velocidade de resposta do detector dependem do tipo e da freqüência de corte  $f_c$  do filtro passa-baixas, bem como do ganho  $K_i$  do integrador.



Figura 79: Detector de valor eficaz com malha de auto-escala.

### 6.3.3 Modelagem do Sistema de Controle

Dada a representação em dB dos sinais no interior do sistema de controle, as multiplicações e divisões podem ser modeladas como adições e subtrações, o que simplifica a análise e o projeto do sistema de controle. Por exemplo, no domínio da freqüência e assumindo que o sistema é linear, invariante no tempo e relaxado em t igual a 0, a relação entre c(s) e  $v_o^*(s)$  pode ser representada como uma função de transferência:

$$\mathbf{H}_{\mathbf{s}}(s) \stackrel{\Delta}{=} \frac{c(s)}{v_{a}^{*}(s)} \tag{6.17}$$

189

onde  $s = \sigma + j\omega$  é uma variável complexa. Sendo  $C \in D$  a magnitude em dB de  $c(t) \in v_o^*(t)$ , respectivamente, o ganho  $H_s$  em dB da função de transferência  $H_s(s)$  na freqüência f resulta como uma subtração de  $C \in D$ , isto é:

$$H_s(f) = C(f) - D(f)$$
 (6.18)

Com isso, o sistema de controle da figura 78 pode ser modelado como o diagrama de blocos da figura 80, onde  $\varepsilon$  é o sinal de erro dado pela diferença entre o valor de referência  $C^*$  e o estimado  $\hat{C}$ , enquanto  $H_{lps}(s)$  representa a função de transferência do detector de valor eficaz com malha de auto-escala.

O detector de valor eficaz da figura 79, por sua vez, pode ser representado pelo diagrama de blocos indicado na figura 81, sendo  $B_n(s)$  o polinômio característico da função de transferência do filtro passa-baixas com freqüência de corte igual a 1 rad/s.

Aplicando as técnicas de análise de sistemas de controle lineares, a função de transfe-



Figura 80: Diagrama de blocos do sistema de controle.



Figura 81: Diagrama de blocos do detector de valor eficaz.

rência  $H_{lps}(s)$  do detector de valor eficaz com malha de auto-escala é determinada como:

$$H_{lps}(s) \stackrel{\Delta}{=} \frac{\hat{C}(s)}{C(s)} = \frac{(s+K_i)}{sB_n(s)+K_i}$$
(6.19)

Substituindo  $H_{lps}(s)$  no diagrama e blocos da figura 80, determina-se a função de transferência  $H_{cl}(s)$  do sistema de controle em malha fechada, a qual representa o efeito da variação do ganho  $H_s$  na magnitude D do sinal de comando, isto é:

$$H_{cl}(s) \stackrel{\Delta}{=} \frac{D(s)}{H_s(s)} = \frac{-K_i(s+K_i)}{s^2 B_n(s) + K_i(2s+K_i)}$$
(6.20)

Essa equação é importante para projetar e analisar o desempenho e a estabilidade do sistema de controle como um todo, isto é, considerando a dinâmica do detector de valor eficaz com malha de auto-escala e a ação do integrador para compensar o erro de rastreamento entre a magnitude de referência  $C^*$  e o valor estimado  $\hat{C}$ .

### 6.3.4 Projeto do Sistema de Controle

O projeto do sistema de controle compreende a determinação do ganho dos integradores utilizados nas malhas de auto-escala e compensação do erro, bem como a escolha do polinômio característico e da freqüência de corte do filtro passa-baixas responsável por atenuar a ondulação presente na estimativa da magnitude de aceleração.

### 6.3.4.1 Projeto do Filtro Passa-Baixas

Conforme deduzido na equação (6.14), após elevar  $\overline{c}(t)$  ao quadrado, o sinal resultante apresenta a componente contínua de interesse somada à componente alternada de mesma magnitude, mas freqüência igual 2f. Para garantir que a ondulação na estimativa  $\hat{C}$  da aceleração de controle apresente valor reduzido, deve-se projetar o tipo, o grau e a freqüência de corte  $f_c$  do polinômio característico do filtro tal que a atenuação em 2f reduza a componente alternada sem tornar a velocidade de resposta do detector demasiadamente lenta, o que diminuiria a taxa de compressão do controlador.

Na abordagem proposta por Underwood (1981), a atenuação mínima admitida em 2f é igual a 100 vezes (-40dB), o que garante o valor de pico da componente alternada em  $\hat{C}$  igual a 1% da componente contínua. Um filtro Butterworth de terceira ordem com resposta em freqüência normalizada mostrada na figura 82 foi utilizado. Nesse caso, sendo a taxa de atenuação de -18dB/oit e definindo  $N_{oit}$  como o número de oitavas entre 2f e  $f_c$ , isto é:

$$N_{oit} = \log_2 \frac{2f}{f_c} \tag{6.21}$$

a relação entre  $f_c$  e f é obtida a partir de:

$$18 \text{dB/oit} \times N_{oit} \ge 40 \text{dB}$$
 (6.22)

ou seja, para garantir a rejeição mínima, estipulou-se como condição inviolável:

$$f_c \le 0.43f \tag{6.23}$$

Obviamente, a taxa de compressão do controlador é maximizada sincronizando a freqüência de corte do filtro com a freqüência de varredura conforme o valor máximo da equação (6.23).

#### 6.3.4.2 Projeto do Ganho do Integrador

A determinação do ganho  $K_i$  dos integradores utilizados nas malhas de auto-escala e de compensação do erro foi realizada construindo, primeiramente, o lugar das raízes do sistema em malha fechada. Para tanto, o polinômio normalizado  $B_n(s)$  do filtro Butterworth, isto é,

$$B_n(s) = s^3 + 2s^2 + 2s + 1 \tag{6.24}$$

foi substituído no denominador da equação (6.20) e as raízes do polinômio característico resultante foram calculadas para diferentes valores de  $K_i$ . A figura 83 mostra a localização

CAPÍTULO 6. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA



Figura 82: Resposta em freqüência do filtro Butterworth de terceira ordem normalizado. dos pólos de  $H_{cl}(s)$  no plano s, onde se observa que o sistema é instável para  $K_i > 0, 3$ .



Figura 83: Lugar das raízes do sistema de controle.

Para determinar o ganho que resultasse na resposta mais rápida ao degrau unitário em  $H_s$  sem tornar o sistema instável, Underwood (1981) considerou como ganho ótimo aquele para o qual a magnitude na ressonância da resposta em freqüência do sistema em malha fechada é igual a 2dB, o que corresponde a uma taxa de amortecimento de aproximadamente 0,45 (OGATA, 1998). Nesse caso, analisando a resposta em freqüência de  $H_{cl}(s)$  na figura 84 para três valores de  $K_i$  (0,175, 0,2 e 0,225), conclui-se que a amplificação de 2dB na ressonância é obtida com  $K_i$  igual a 0,2.



Figura 84: Resposta em freqüência do sistema de controle em malha fechada.

A figura 85 mostra a variação da magnitude D do sinal de comando em resposta ao degrau unitário para os três valores de  $K_i$ . Como esperado, o sistema responde ao incremento de  $H_s$  comprimindo o sinal  $v_o^*(t)$ , sendo que, com  $K_i = 0,225$ , a resposta do controlador é mais rápida, mas demasiadamente oscilatória. Com  $K_i = 0,175$ , a oscilação diminui, assim como a velocidade de correção. Fazendo  $K_i = 0,2$ , obtém-se o desempenho intermediário, onde a sobrelevação é exatamente igual a 10%. Nos três casos, a taxa de compressão pode ser calculada aplicando a equação (6.7), ou seja, para  $K_i = 0,2$ :



$$CR = \frac{dD}{dt} = \frac{0.8 \text{dB}}{4\text{s}} = 0.2 \text{dB/s}$$
 (6.25)

Figura 85: Resposta do controlador ao degrau unitário em  $H_s$ .

Uma importante consideração se refere ao projeto do ganho  $K_i$  assumindo freqüência de corte igual a 1 rad/s. Conforme discutido no procedimento de projeto do filtro, para obter a rejeição mínima admitida da ondulação e maximizar a taxa de compressão do controlador, é necessário sincronizar a freqüência de corte  $f_c$  à freqüência controlada f. Nesse sentido, Underwood (1981) propôs sincronizar também o ganho  $K_i$  a  $f_c$ , ou seja,

$$K_i(\omega_c) = K_{io} \times \omega_c = 0.2 \times 2\pi f_c \tag{6.26}$$

onde  $K_{io} = 0.2$  corresponde ao ganho do integrador determinado quando a freqüência angular de corte  $\omega_c$  do filtro passa-baixas é igual a 1 rad/s. Tal modificação garante a independência da taxa de amortecimento e, conseqüentemente, da sobrelevação do controlador com relação a  $f_c$ . Para exemplificar, a figura 86 mostra a resposta do sistema de controle ao degrau unitário em  $H_s$  para dois valores de  $\omega_c$  (1 e 2 rad/s). Nota-se que o tempo de subida do sistema diminuiu de forma inversamente proporcional ao aumento da freqüência de corte, enquanto a sobrelevação permaneceu inalterada.

# CAPÍTULO 6. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA



Figura 86: Resposta do controlador ao degrau em  $H_s$  para dois valores de  $\omega_c$ .

### 6.3.5 Taxa de Compressão Adaptativa

Conforme demonstrado, o tempo de subida  $t_r$  do controlador é inversamente proporcional à freqüência de corte do filtro passa-baixas, e desde que a taxa de compressão varia com o recíproco do tempo de subida, pode-se generalizar o cálculo de CR considerando diferentes valores de  $\omega_c$  ao invés de apenas 1 rad/s como na equação (6.26), isto é:

$$CR(\omega_c) = 0.2 \mathrm{dB/s} \times \omega_c$$
 (6.27)

o que é válido somente para  $K_{io} = 0,2$ .

Estando a freqüência de corte sincronizada à freqüência controlada de acordo com a equação (6.23), a taxa de compressão aumenta proporcionalmente com f, sendo máxima em cada freqüência para  $f_c = 0,43f$  como mostra a figura 87. Se, por outro lado, a relação  $f_c/f$  for inferior a 0,43 e/ou  $K_{io}$  for menor do que 0,2, a taxa de compressão como função da freqüência descreverá uma curva abaixo da plotada.

O procedimento de projeto de Underwood (1981) resulta, portanto, num sistema de controle onde a taxa de compressão é adaptada suavemente com a freqüência ao longo da varredura. Isso evita, por exemplo, que o controlador opere a 1000dB/s em 5Hz (caso em que o sistema se tornaria instável ao compensar a variação instantânea da aceleração) ou a 1dB/s em 5kHz (caso em que, por não conseguir compensar o erro de rastreamento a tempo, o sistema seria forçado a abortar o ensaio ao passar por picos ou vales).

196



Figura 87: Taxa de compressão como função de f para  $f_c = 0.43f$  e  $K_{io} = 0.2$ .

Em cada freqüência f, a taxa de compressão é determinada pela relação  $f_c/f$  e pelo ganho  $K_{io}$  dos integradores. A questão ainda a ser respondida, no entanto, se refere à variação da taxa de compressão do controlador como função do fator Q das ressonâncias e anti-ressonâncias encontradas durante a varredura. Na abordagem de Ratz (1975), sempre que um pico ou vale de fator Q maior do que o especificado é identificado ao causar uma condição de instabilidade, o ganho  $K_{io}$  é gradativamente reduzido até o sistema recuperar a operação estável. Na solução de Underwood (1981), por outro lado, diz-se que:

"A taxa de compressão é determinada com base na taxa de varredura e no fator Q na freqüência corrente. O sistema monitora a taxa de variação da magnitude do sinal de comando e do sinal de erro e, com base nessas informações, calcula a 'taxa de compressão ótima'. Se a resposta em freqüência do vibrador for plana, a velocidade do controlador é baixa, mas se uma ressonância ou anti-ressonância for encontrada, o sistema aumenta a taxa de compressão".

Tal afirmação reconhece a existência de alguma lei de adaptação da velocidade de resposta do controlador que é sensível não apenas à freqüência, como já demonstrado, mas também à taxa de varredura e ao fator Q dos picos e vales. Como declarado, a adaptação ocorre segundo a taxa de variação da magnitude do sinal de comando e do sinal de erro. O problema, no entanto, é a ausência da descrição matemática desse mecanismo de ajuste ou mesmo a demonstração experimental do seu desempenho. Também não

foram encontradas patentes ou artigos reportando algum algoritmo de adaptação com características semelhantes. Isso, no entanto, não é suficiente para julgar a veracidade da afirmação, mas indica apenas que inexistem detalhes suficientes para aplicar e investigar o desempenho do referido adaptador.

# 6.4 Modificando o Controlador de Aceleração Eficaz

A estrutura de controle apresentada por Underwood (1981) na figura 78 requer o uso de hardware dedicado, sobretudo devido ao amplificador programável de entrada utilizado na implementação da malha de auto-escala e ao atenuador analógico de saída empregado para ajustar a amplitude do sinal de comando, ambos sendo dispositivos de alta resolução. O desenvolvimento de uma plataforma de controle com esses atributos, entretanto, está fora do escopo do presente trabalho. Para avaliar na seção 6.8 o desempenho experimental do controlador de magnitude desenvolvido neste capítulo, será empregada a placa de desenvolvimento TMS320C6713 DSK considerada nos capítulos 4 e 5. No entanto, ao invés de utilizar o módulo de aquisição D.Module.ADDA16, a conversão do sinal de aceleração c(t) para a forma digital e do sinal de comando  $v_o^*(t)$  para a forma analógica será realizada com o uso de conversores A/D e D/A com tecnologia sigma-delta ( $\Sigma\Delta$ ), mais especificamente com o codificador e decodificador de sinais (CODEC) modelo TLV320AIC23B descrito no apêndice A. Desta forma, a elevada faixa dinâmica e a baixa distorção do sinal de comando serão garantidas pelo alto desempenho e resolução do conversor D/A com arquitetura  $\Sigma\Delta$  operando com rápida taxa de amostragem. A malha de auto-escala, contudo, não será realizada, o que requer a modificação da modelagem e do projeto do sistema de controle de aceleração eficaz proposto por Underwood (1981).

Nessa seção, além de modificar o modelo e o projeto do controlador desenvolvido por Underwood (1981), a ação de controle é considerada também em tempo discreto e os efeitos do atraso de transporte inerentes à tecnologia de conversão  $\Sigma\Delta$  são analisados. Uma técnica de adaptação da taxa de compressão conforme o fator Q das ressonâncias e anti-ressonâncias é proposta. O desempenho do controlador durante a varredura é examinado através de simulação computacional. Na seção 6.6, o controlador é modificado para incorporar um filtro de rastreamento obtido a partir de simplificações na seção 6.5 da solução proposta por Pelletier e Underwood (1994). Um procedimento de inicialização e desligamento suave do ensaio é desenvolvido na seção 6.7. Por fim, a análise experimental do desempenho do controlador utilizando tanto o detector de valor eficaz quanto o filtro de rastreamento para determinar magnitude da aceleração é realizada na seção 6.8.

### 6.4.1 Estrutura do Sistema de Controle

As motivações para utilizar malhas de auto-escala na medição dos sinais de aceleração, como explicado na seção 6.2.3, consistem em evitar o grampeamento dos sinais analógicos durante picos de ressonâncias e maximizar a utilização do número de bits disponível no conversor A/D, o que otimiza a faixa dinâmica do controlador ao aumentar o nível do sinal com relação ao ruído de quantização.

No presente caso, apenas um sinal da aceleração de controle é considerado durante a varredura. Logo, ao garantir que a magnitude da tensão de referência equivalente  $C^*$  é compatível com o fundo de escala da instrumentação de entrada, o nível C do sinal de aceleração estará restrito à faixa de excursão disponível, ou seja, não haverá problema de grampeamento do sinal c(t) e o único prejuízo efetivo decorrente da eliminação da malha de auto-escala será a não otimização da faixa dinâmica do controlador. Entretanto, as especificações do CODEC TLV320AIC23B indicam que a faixa dinâmica típica do conversor é igual a 90dB para um fundo de escala de  $1V_{eficaz}$ , faixa essa consistente com a maioria dos controladores industriais.

A eliminação do atenuador analógico do sinal de comando  $v_o^*(t)$  também reduz a faixa dinâmica do controlador, uma vez que, nesse caso, a amplitude do sinal digital a ser sintetizado pelo conversor D/A não é igual ao fundo de escala do conversor, mas sim um valor determinado pela magnitude D calculada pelo sistema de controle. As especificações do CODEC, contudo, reportam que a faixa dinâmica típica do conversor é igual a 100dB para um fundo de escala de  $1V_{eficaz}$ , o que condiz com a descrição de controladores modernos.

Removendo a malha de auto-escala e o atenuador de saída da figura 78, obtém-se o controlador de aceleração eficaz simplificado da figura 88. Observa-se que a magnitude D atua diretamente sobre a amplitude do sinal digital gerado pelo oscilador. Tal como a abordagem de Underwood (1981), o sistema de controle digital é representado e projetado como um sistema analógico equivalente, mas, nesse caso, o estudo da estabilidade considera também os efeitos do atraso de transporte dos conversores.

### 6.4.2 Modelagem do Sistema de Controle

Sem a malha de auto-escala, a dinâmica do detector de valor eficaz é dominada pelo polinômio característico  $B_n(s)$  do filtro passa-baixas. Conseqüentemente, a função de



Figura 88: O sistema de controle de aceleração eficaz simplificado.

transferência  $H_{cl}(s)$  do sistema em malha fechada (figura 89) resulta simplificada como:

$$H_{cl}(s) \stackrel{\Delta}{=} \frac{D(s)}{H_s(s)} = \frac{-K_i}{sB_n(s) + K_i}$$
(6.28)

$$H_{s} + C \xrightarrow{f_{c}} C^{*} \xrightarrow{f_{i}} D \xrightarrow{f_{i}} B_{n}(s) \xrightarrow{\hat{C}_{-}} \xrightarrow{F_{i}} \varepsilon \xrightarrow{K_{i}} D \xrightarrow{K_{i}} S \xrightarrow{K_{i}} D$$

Figura 89: Diagrama de blocos do sistema de controle simplificado.

Essa função representa o efeito da variação do ganho  $H_s$  na magnitude D do sinal de comando e é utilizada para projetar e analisar o desempenho e a estabilidade do sistema.

### 6.4.3 Projeto do Sistema de Controle

Utilizando o filtro passa-baixas tipo Butterworth de terceira ordem no detector de valor eficaz, o projeto do controlador compreende a determinação do ganho máximo  $K_{io}$  do integrador e da relação entre a freqüência de corte  $f_c$  e a freqüência controlada f.

### 6.4.3.1 Projeto do Filtro Passa-Baixas

Seguindo a abordagem de Underwood (1981), para que o valor de pico da componente alternada de freqüência 2f em  $\hat{C}$  seja igual a, no máximo, 1% da componente contínua,

é necessário obedecer à equação (6.23), sendo que a taxa de compressão é maximizada fazendo  $f_c/f = 0.43$ . Os resultados da análise por computador realizada na seção 6.4.6, no entanto, indicam que utilizar o valor máximo da relação  $f_c/f$  também potencializa a instabilidade do controlador quando sob os efeitos de ressonâncias ou anti-ressonâncias mais acentuadas. Reduzir a relação  $f_c/f$  para 0,1, por outro lado, diminui a máxima taxa de compressão que o sistema pode oferecer numa determinada freqüência, mas reduz também a suscetibilidade do controlador à instabilidade.

Como exemplo, a figura 90 permite comparar a resposta do detector de valor eficaz ao degrau de amplitude ( $C_m = \sqrt{2}$ V) para  $f_c/f$  igual a 0,43, 0,1 e 0,05. Observa-se que a diminuição da freqüência de corte com relação à freqüência de varredura aumenta o número de ciclos necessários para que a estimativa da magnitude do sinal de aceleração acomode na faixa  $\pm 2\%$  do valor final, o que equivale a reduzir a taxa de compressão.



Figura 90: Resposta do detector de valor eficaz ao degrau de amplitude.

#### 6.4.3.2 Projeto do Ganho do Integrador

Para determinar o ganho  $K_{io}$  do integrador, o polinômio normalizado  $B_n(s)$  do filtro passa-baixas indicado na equação (6.24) foi substituído no denominador da função de transferência (6.28) e as raízes do polinômio característico resultante foram calculadas para diferentes valores de  $K_i = K_{io}$ . A figura 91 mostra a localização dos pólos de  $H_{cl}(s)$ no plano s, donde se conclui que o sistema é instável para  $K_{io} > 0.75$ . Na figura 92, a variação da magnitude D do sinal de comando em resposta ao degrau unitário é ilustrada para três valores de  $K_{io}$ : 0,2, 0,26 e 0,32.



Figura 91: Lugar das raízes do sistema de controle simplificado.



Figura 92: Resposta do controlador simplificado ao degrau unitário em  $H_s$ .

Segundo discutido, o critério de Underwood (1981) estabelece que o ganho  $K_{io}$  ótimo é aquele para o qual a taxa de amortecimento dos pólos dominantes de  $H_{cl}(s)$  é aproximadamente 0,45, o que resulta numa sobrelevação de 10% para o degrau em  $H_s$ . Se o mesmo critério de projeto for aplicado, a sobrelevação máxima permitida será 10% com  $K_{io} = 0,26$ . Ocorre, entretanto, que a dinâmica apresentada pelo sistema de controle ao reduzir a magnitude do sinal de comando em resposta ao degrau em  $H_s$  corresponde também à dinâmica descrita em  $\hat{C}$  devido ao degrau no sinal de referência  $C^*$ , o que pode ser verificado deduzindo a função de transferência de  $C^*$  para  $\hat{C}$  no diagrama de blocos da figura 89, isto é:

$$\frac{\hat{C}(s)}{C^*(s)} = -\frac{D(s)}{H_s(s)} = \frac{K_i}{sB_n(s) + K_i}$$
(6.29)

202

Logo, se durante a etapa de inicialização do controlador for aplicado um degrau unitário em  $C^*$ , a sobrelevação e, conseqüentemente, o erro de rastreamento entre  $C^*$ e  $\hat{C}$  será igual a 0,1dB. Entretanto, se o degrau aplicado em  $C^*$  for de 80dB, por exemplo, então o erro será igual a 8dB, valor esse capaz de levar o sistema a abortar o ensaio. Para evitar isso, no presente caso, o ganho  $K_{io}$  considerado ótimo será aquele para o qual a taxa de amortecimento dos pólos dominantes de  $H_{cl}(s)$  é unitária, ou seja, não será admitida sobrelevação na resposta ao degrau. Como mostra a figura 92, a resposta do sistema é criticamente amortecida com  $K_{io} = 0,2$ .

Entende-se que, na abordagem de Underwood (1981), tal problema de inicialização talvez não fosse verificado devido ao mecanismo de adaptação da velocidade de resposta do controlador, o qual, segundo afirmado, garante que a oscilação é sempre inferior a 0,2dB para qualquer degrau que não faça o sistema abortar o teste.

### 6.4.4 Taxa de Compressão Máxima

Sendo  $K_{io} = 0,2$ , o ganho do integrador como função da freqüência de corte do filtro passa-baixas é determinado conforme:

$$K_i(\omega_c) = K_{io} \times \omega_c = 0.2 \times 2\pi f_c \tag{6.30}$$

e a taxa de compressão para  $\omega_c = 1 \text{ rad/s}$  é obtida com base no tempo de subida da resposta ao degrau mostrada na figura 92 para  $K_{io} = 0,2$ , ou seja:

$$CR = \frac{dD}{dt} = \frac{0.8 \text{dB}}{5.5 \text{s}} = 0.15 \text{dB/s}$$
 (6.31)

Generalizando para diferentes valores de  $\omega_c$ :

$$CR(\omega_c) = 0.15 \text{dB/s} \times \omega_c$$
 (6.32)

e substituindo  $f_c$  em  $\omega_c = 2\pi f_c$  por 0,1f projetado na seção 6.4.3.1, isto é:

$$CR(f) = 0.15 \text{dB/s} \times 2\pi \times 0.1f = 0.1 \text{dB/s} \times f$$
 (6.33)

obtém-se a máxima taxa de compressão que o controlador pode apresentar para cada freqüência de varredura.

### 6.4.5 Discretização do Sistema de Controle

Uma vez definida a relação  $f_c/f$  e o ganho  $K_{io}$  do integrador, a realização do sistema de controle requer uma aproximação em tempo discreto da ação integral. Nessa seção, além de discretizar o integrador, é feita uma análise dos efeitos do atraso de transporte inerentes à tecnologia de conversão  $\Sigma\Delta$  presente nos conversores A/D e D/A.

#### 6.4.5.1 Ação de Controle

A integral do erro de rastreamento representada em tempo contínuo na figura 88 pode ser aproximada em tempo discreto utilizando integração retangular de uma passo atrás (KUO, 1992), isto é:

$$D(k+1) = D(k) + K_i(\omega_c)T_L\varepsilon(k)$$
(6.34)

ou, substituindo a equação (6.30) em (6.34):

$$D(k+1) = D(k) + K_{io}2\pi f_c T_L \varepsilon(k)$$
(6.35)

onde  $T_L$  é o período de atualização da lei de controle (tempo de malha).

Na determinação do intervalo  $T_L$ , pode-se considerar o tempo de acomodação da resposta do detector de valor eficaz. Por exemplo, na seção 6.4.3.1, foi verificado que a diminuição da relação entre freqüência de corte e a freqüência de varredura aumenta proporcionalmente o número de ciclos  $N_c$  necessários para que a estimativa  $\hat{C}$  da magnitude do sinal de aceleração acomode na faixa  $\pm 2\%$  do valor final, isto é:

$$N_c \approx \frac{f}{f_c} \tag{6.36}$$

Logo, é possível atualizar D somente a cada  $N_c$  ciclos da freqüência f controlada:

$$T_L \stackrel{\Delta}{=} \frac{N_c}{f} \tag{6.37}$$

Com isso, a equação (6.35) pode ser reescrita como:

$$D(k+1) = D(k) + K_{io}2\pi\varepsilon(k) \tag{6.38}$$

Tal possibilidade de realização prática da lei de controle permite, caso requerido, reduzir a demanda da capacidade de processamento do DSP, pois, ao invés de desempenhar as tarefas segundo a alta taxa de amostragem dos conversores A/D e D/A, o processador teria à disposição  $N_c$  ciclos para filtrar as amostras adquiridas, estimar a magnitude do sinal de aceleração, recalcular a lei de controle, atualizar a freqüência para cada uma das amostras dos próximos  $N_c$  ciclos do sinal de comando e recarregar os resultados em uma memória externa tipo primeiro a entrar/primeiro a sair (FIFO). No presente caso, não sendo detectadas restrições impostas pela capacidade do processador, todas as tarefas relativas ao sistema de controle são realizadas conforme o período de amostragem  $T_s$  dos conversores A/D e D/A, sendo a magnitude do sinal de comando atualizada, portanto, de acordo com a equação (6.35) fazendo  $T_L$  igual a  $T_s$ . Para manter a consistência com os testes realizados nos capítulos anteriores, a freqüência de amostragem  $f_s = 1/T_s$  foi definida igual a 48kHz, valor esse que garante distorção harmônica total (THD) típica entre -80dB e -90dB para sinais senoidais de entrada e saída no CODEC com amplitude igual ao fundo de escala e freqüência de 1kHz (TEXAS INSTRUMENTS, INC., 2004).

#### 6.4.5.2 Efeitos do Atraso de Transporte

A figura 93 representa o diagrama de blocos do sistema de controle em tempo discreto considerando o atraso de transporte em amostras  $N_{di}$  e  $N_{do}$  relativas aos conversores A/D e D/A do CODEC, respectivamente. A função de transferência do filtro Butterworth de terceira ordem é obtida em z como  $H_{lpf}(z)$  utilizando discretização bilinear.



Figura 93: Diagrama de blocos do sistema de controle em tempo discreto.

Para analisar os efeitos do atraso na estabilidade do sistema de controle, a resposta ao degrau unitário em  $H_s$  é plotada na figura 94 levando em conta o número total de amostras  $N_d$  de atraso dos conversores (TEXAS INSTRUMENTS, INC., 2004), isto é:

$$N_d = N_{di} + N_{do} = 29 \tag{6.39}$$

sendo que a freqüência de varredura f considerada é igual a 5kHz, pois o deslocamento de fase devido ao atraso é mais significativo em freqüências próximas à taxa de amostragem.



Figura 94: Resposta do controlador em tempo discreto ao degrau em  $H_s$  (f = 5 kHz).

Comparando a resposta do sistema sem e com atraso de transporte para  $K_{io}$  igual a 0,2, observa-se que a magnitude do sinal de comando se torna significativamente oscilatória. Isso ocorre porque, com o aumento da freqüência de varredura, o sistema é automaticamente projetado para a operar numa faixa onde a diminuição da margem de fase devido ao atraso de conversão se torna relevante, podendo levar à instabilidade. Para evitar que isso ocorra e reduzir a sobrelevação, é necessário, como mostrado, diminuir o valor de  $K_{io}$  em altas freqüências. Em faixas inferiores, a redução da margem de fase não é pertinente e  $K_{io}$  pode ser mantido igual a 0,2 como indicado na figura 95.

### 6.4.6 Análise de Desempenho por Computador

Para avaliar através de simulação computacional o desempenho do sistema de controle durante a varredura, considerou-se o modelo em tempo discreto do filtro desafio descrito no apêndice B, o qual é usualmente empregado por fabricantes de controladores de ensaios de vibração para examinar a faixa dinâmica e a performance do sistema de controle. Neste



Figura 95: Resposta do controlador em tempo discreto ao degrau em  $H_s$  (f = 1kHz).

filtro, a tensão de entrada corresponde ao sinal de comando  $v_o^*(t)$ , enquanto a tensão de saída representa o sinal de aceleração c(t). Os picos e vales da resposta em freqüência do filtro representam um desafio à capacidade do controlador em manter o sinal de saída dentro das margens de tolerância, sendo por isto referenciado como *filtro desafio*.

Na simulação do controlador, executou-se a seguinte seqüência a cada intervalo  $T_s$ :

- 1. Atualizar a freqüência de varredura f(k);
- 2. Calcular a magnitude de referência  $C^*(k)$ ;
- 3. Atualizar os coeficientes da função de transferência  $H_{lpf}(z)$  do filtro passa-baixas;
- 4. Adquirir o sinal de aceleração c(k);
- 5. Calcular  $c^2(k)$ ;
- 6. Filtrar  $c^2(k)$ ;
- 7. Determinar a estimativa  $\hat{C}(k)$  da magnitude do sinal de aceleração;
- 8. Calcular o erro de rastreamento  $\varepsilon(k)$ ;
- 9. Determinar a magnitude do sinal acionamento D(k+1) para o próximo intervalo;
- 10. Atualizar  $v_o^*(k+1);$

O atraso de transporte de  $N_d$  amostras dos conversores A/D e D/A foi também inserido na simulação para aproximar os resultados ao desempenho real do controlador.

207

Com relação à faixa de variação do sinais internos ao sistema de controle, observou-se que, na placa de desenvolvimento TMS320C6713 DSK, o resultado da conversão A/D corresponde a uma palavra de 32 bits, onde os 16 primeiros bits representam o valor do canal esquerdo do codificador estéreo e os 16 últimos, o valor do canal direito, o mesmo ocorrendo com relação aos canais esquerdo e direito do conversor D/A. Com isso, a faixa dinâmica dos sinais de entrada e saída resulta aproximadamente igual a 96dB, ou seja, a faixa de variação dos sinais  $C^*$ , C,  $\hat{C} \in D$  é restrita de -96dB a 0dB, sendo que 0dB corresponde a um sinal com valor eficaz igual ao fundo de escala dos conversores ( $1V_{eficaz}$ ).

Para examinar o desempenho do sistema de controle, considerou-se uma varredura realizada à taxa de 1 oit/min entre 5Hz e 5kHz, sendo a magnitude de referência  $C^*$ fixada em -40dB. Definindo a relação  $f_c/f$  igual a 0,43 e utilizando  $K_{io} = 0,2$ , vê-se pelos resultados na figura 96 que o sistema se torna instável ao passar pela anti-ressonância de alta freqüência do filtro desafio. Reduzindo  $f_c/f$  para 0,1 de acordo com o discutido na seção 6.4.3.1, a instabilidade é ainda verificada, mas os efeitos são menos significativos como mostra a figura 97. Nesse caso, mantendo a relação  $f_c/f$  igual a 0,1, mas diminuindo o ganho  $K_{io}$  do integrador de 0,2 para 0,07, a estabilidade do sistema é garantida e o erro de rastreamento é inferior a  $\pm 3$ dB (figura 98). Isso demonstra, portanto, que uma vez definida a relação  $f_c/f$  capaz de atenuar a ondulação na estimativa  $\hat{C}$  sem reduzir demasiadamente a velocidade do controlador, é necessário adaptar o ganho  $K_{io}$  de acordo o fator Q dos picos e vales encontrados durante a varredura.

O desenvolvimento de um mecanismo de auto-ajuste de  $K_{io}$ , conforme discutido na seção 6.3.5, constitui um tema com muito potencial para contribuições. Existem e continuam a ser exploradas na literatura inúmeras técnicas de controle que garantem estabilidade e bom desempenho no rastreamento de sinais de referência, mesmo sob os efeitos de incertezas no modelo dinâmico da planta. O problema, entretanto, é que esses métodos normalmente assumem hipóteses ou limites sobre as incertezas do processo a ser controlado, o que, como já demonstrado, não se aplica ao presente caso, uma vez que a resposta da máquina de vibração pode ser significativamente modificada pelas ressonâncias do corpo de prova. Por isso, apesar de um esforço despendido na experimentação de técnicas de controle adaptativo robusto, como, por exemplo, a aplicação da solução proposta por Narendra e Bosković (1992), não foi obtido sucesso e se optou por uma abordagem relativamente simples e eficiente, na qual é permitido ao operador do ensaio especificar o

208



Figura 96: Resultados de simulação com  $f_c/f = 0.43$  e  $K_{io} = 0.2$ . (a) Magnitude  $H_s$  do filtro desafio e dos sinais de aceleração  $\hat{C}$  e acionamento D. (b) Erro de rastreamento.

ganho do integrador por faixas de freqüências conforme:

$$K_{io}(\alpha) = 0.2 \times 2^{1-\alpha}$$
 (6.40)



Figura 97: Resultados de simulação com  $f_c/f = 0,1$  e  $K_{io} = 0,2$ . (a) Magnitude  $H_s$  do filtro desafio e dos sinais de aceleração  $\hat{C}$  e acionamento D. (b) Erro de rastreamento.

onde  $\alpha \in [1, +\infty)$  é o parâmetro a ser especificado. Nesse caso, antes do ensaio, é realizado um pré-teste consistindo de apenas uma varredura iniciada com o valor de  $\alpha$  declarado pelo operador. Se, durante o pré-teste, o erro de rastreamento for maior do que os limites

CAPÍTULO 6. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA



Figura 98: Resultados de simulação com  $f_c/f = 0,1$  e  $K_{io} = 0,07$ . (a) Magnitude  $H_s$  do filtro desafio e dos sinais de aceleração  $\hat{C}$  e acionamento D. (b) Erro de rastreamento.

para abortar, ocorrerá uma interrupção para proteger o corpo de prova e o operador deverá ajustar o valor de  $\alpha$  conforme a causa da suspensão: 1. se por excesso de taxa de compressão, como mostrado nas figuras 96 e 97, ou 2. por velocidade de correção

muito baixa (figura 99). Na primeira possibilidade, será necessário aumentar o valor  $\alpha$  de acordo com os limites estipulados. Do contrário, o operador deverá diminuir  $\alpha$ . Após a adaptação, o pré-teste será retomado e, em caso de nova interrupção, realizar-se-á o ajuste correspondente seguindo o mesmo procedimento.

Com os resultados do pré-teste, define-se o valor de  $\alpha$  para cada faixa de freqüências entre as quais houve interrupção e, assim, o ensaio poderá ser efetivamente realizado. Como indica a equação (6.40), as alterações de  $K_{io}$  ocorrem em potências de 2 como no adaptador descrito por Ratz (1975). Entretanto, diferentemente deste, uma vez que  $K_{io}$ tenha sido reduzido, é possível aumentar o seu valor em outras faixas de freqüência de acordo com a necessidade. Como regra geral, se o ensaio for iniciado em baixas freqüências (5Hz, por exemplo), convém fazer  $\alpha$  igual a 1, pois, como indica a equação (6.33), a taxa de compressão é relativamente reduzida nessa faixa. Acima de 1kHz, segundo discutido na seção 6.4.5.2, é necessário especificar  $\alpha \geq 2$  para diminuir a sobrelevação decorrente do atraso de transporte dos conversores A/D e D/A. Para exemplificar o desempenho do controlador, a figura 100 demonstra os resultados obtidos durante uma varredura realizada entre 5Hz e 5kHz a 1 oit/min e fazendo  $\alpha$  igual a 1 até 300Hz e 2,5 acima dessa freqüência. Como se vê, o erro de rastreamento é inferior a ±3dB durante toda a varredura.

Nas próximas seções, o controlador é modificado para possibilitar também o uso de um filtro de rastreamento na detecção de magnitude do sinal de aceleração. A análise de desempenho experimental é realizada na seção 6.8 com um protótipo do filtro desafio e também com uma máquina de vibração eletrodinâmica. Antes disto, convém um comentário acerca do ineditismo do método de adaptação do ganho do integrador: de acordo com a descrição de controladores industriais competitivos (ver, por exemplo, especificações de Data Physics Corporation (2008), Spectral Dynamics Corporation (2008a), Vibration Research Corporation (2008), LDS Test and Measurement (2008)), é usual conceder ao operador um certo grau de liberdade sobre o percentual de correção da magnitude do sinal de comando em cada iteração. No presente caso, isso é realizado por meio da definição do parâmetro  $\alpha$ . A questão, porém, é que não se dispõe de detalhes mais específicos com relação à lei de controle nesses equipamentos e, principalmente, à forma como a interação do operador afeta a correção, o que confere, portanto, caráter inédito à solução proposta.

# 6.5 O Filtro de Rastreamento

Conforme discutido na seção 6.2.6, filtros de rastreamento implementam um filtro passa-banda estreito centrado na freqüência de varredura para extrair a amplitude e a

CAPÍTULO 6. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA



Figura 99: Resultados de simulação com  $f_c/f = 0,1$  e  $K_{io} = 0,003$ . (a) Magnitude  $H_s$  do filtro desafio e dos sinais de aceleração  $\hat{C}$  e acionamento D. (b) Erro de rastreamento.

fase do sinal de aceleração. Ao contrário do detector de valor eficaz, o uso de filtros de rastreamento possibilita controlar e/ou analisar a componente do espectro da aceleração especificamente na freqüência controlada, o que aumenta a faixa dinâmica do controlador,

CAPÍTULO 6. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA



Figura 100: Resultados de simulação com  $f_c/f = 0,1$  e  $\alpha$  adaptado. (a) Magnitude  $H_s$  do filtro desafio e dos sinais de aceleração  $\hat{C}$  e acionamento D. (b) Erro de rastreamento.

melhora as estimativas de funções de transferência e evita que fatores não necessariamente relacionados à vibração possam eventualmente interferir nas medições.

De acordo com Keller (2002), um bom filtro de rastreamento deve apresentar magni-

tude constante na banda-passante, ganho unitário na freqüência central, taxa de rejeição mínima igual a -80dB/oit na faixa de transição, atenuação de pelo menos -70dB na banda de rejeição e, ainda, possibilitar a seleção de largura de banda fixa ou proporcional à freqüência central. Em medições com múltiplos canais, a presença de um filtro de rastreamento dedicado para cada canal não deve modificar a relação de fase entre os sinais. Além disso, durante a varredura, a banda passante deve variar com resolução tão reduzida quanto 0,1 Hz para permitir a identificação de ressonâncias com alto fator Q.

Tais requisitos, segundo enfatizado por Keller (2002), tornam complexa e dispendiosa a implementação digital de filtros de rastreamento de boa qualidade, especialmente em sistemas com vários canais de medição. Por isso, de acordo com Underwood (2001), muitos controladores comerciais de ensaios de vibração, por simplicidade, não utilizam filtros de rastreamento, mas aproximam a função por meio de métodos baseados na transformada rápida de Fourier (FFT). No entanto, a aplicação da FFT é fundamentada na hipótese de que o sinal é estacionário durante o intervalo de medição, o que não condiz com a natureza da aceleração numa varredura contínua. Por essa razão, nesses equipamentos, conforme ratificado por Pelletier e Underwood (1994), a freqüência do sinal de comando é mantida constante durante o intervalo de medição e modificada abruptamente para o próximo valor realizável assim que as amostras tenham sido armazenadas. Os valores realizáveis de freqüência são, nesse caso, aqueles cujo período é submúltiplo da duração do bloco de amostras, o que é também requisito para a aplicação da FFT, mas contradiz a necessidade de variar a freqüência suavemente para evitar transitórios.

Nesta seção, a solução proposta por Pelletier e Underwood (1994) para a realização digital de filtros de rastreamento é descrita e simplificada para operar em conjunto com o esquema de controle da seção anterior. O trabalho de Pelletier e Underwood (1994) é o único registro encontrado propondo um método de implementação digital para o filtro que não se baseia no uso da FFT. A patente deferida a Burrow (1962) reconhece o direito sobre a invenção do filtro de rastreamento, mas, nesse caso, com a tecnologia essencialmente analógica disponível na época e de desempenho limitado.

## 6.5.1 Filtro de Rastreamento com Detector de Freqüência Intermediária 0Hz

Uma representação simplificada do filtro de rastreamento proposto por Pelletier e Underwood (1994) é mostrada na figura 101, onde

$$\theta(t) = 2\pi f t \tag{6.41}$$

representa a fase dos sinais moduladores  $\operatorname{sen}\theta(t) \operatorname{e} \cos\theta(t)$  na freqüência de varredura f e no instante t, enquanto  $\phi$  corresponde à diferença de fase do sinal de aceleração c(t) com relação aos sinais moduladores. Nota-se que  $\theta(t)$  é também a fase do oscilador digital utilizado para produzir o sinal de comando  $v_a^*(t)$ .





Ao multiplicar o sinal de aceleração c(t) por  $sen\theta(t) e \cos\theta(t)$ , obtém-se:

$$c(t)\operatorname{sen}\theta(t) = \frac{C_m}{2}\cos\phi - \frac{C_m}{2}\cos[2\theta(t) + \phi]$$
(6.42)

$$c(t)\cos\theta(t) = \frac{C_m}{2}\sin\phi + \frac{C_m}{2}\sin[2\theta(t) + \phi]$$
(6.43)

que representam, respectivamente, a parte real e imaginária da amplitude complexa do sinal de aceleração. Para estimar a amplitude  $C_m$  e a fase  $\phi$ , as componentes alternadas de freqüência 2f são atenuadas por meio dos filtros passa-baixas indicados na figura 101.

A técnica de Pelletier e Underwood (1994) translada, portanto, a energia de c(t) na freqüência f para 0Hz, o que explica o termo filtro de rastreamento com detector de freqüência intermediária 0Hz. A operação de multiplicação por um sinal modulador do sinal contendo a informação a ser decodificada e o uso de um detector de freqüência intermediária são comuns em receptores de rádio tipo super-heteródino (HAYKIN, 1994). Uma característica relevante desse método se refere ao sincronismo das estimativas dos sinais de aceleração nos sistemas com múltiplos canais: uma vez que os sinais moduladores sen $\theta(t)$  e cos  $\theta(t)$  são comuns a todos os canais, a diferença de fase e, conseqüentemente, o sincronismo entre um canal e outro é preservado independentemente do número de canais.

Para filtrar a parte real e a imaginária da amplitude complexa do sinal de aceleração, Pelletier e Underwood (1994) propuseram o uso de uma cascata de filtros passa-baixas de decimação do tipo Butterworth de terceira ordem, tal como mostrado na figura 102. Cada bloco  $\div 2$ ,  $\div 5$  e  $\div 8$  representa um filtro Butterworth com o respectivo fator de decimação. Os dois primeiros blocos constituem o primeiro detector de freqüência intermediária (DFI)

216

e, para cada bloco adicional, obtém-se mais um detector. A freqüência de corte dos filtros é determinada de forma que 13 filtros em série implementam 12 detectores com constantes de tempo espaçadas por oitavas. O resultado é a obtenção de um filtro passa-banda centrado em f e progressivamente estreito conforme o número de detectores considerado.



Figura 102: Detectores de freqüência intermediária utilizados no filtro de rastreamento.

O processo de controle de medição usa o valor atual da freqüência de varredura e os parâmetros especificados pelo usuário, como, por exemplo, largura de banda fixa ou proporcional à freqüência central, para determinar qual detector (e, conseqüentemente, qual largura de banda) deve ser utilizado. A freqüência da ondulação produzida no primeiro estágio do filtro de rastreamento limita a mínima constante de tempo que pode ser selecionada. Os filtros Butterworth são projetados de modo a permitir que a máxima freqüência de corte dos detectores seja 160% da freqüência de varredura atual, o que determina a mínima atenuação da ondulação. Havendo 12 detectores com freqüências de corte espaçadas por oitavas, o sistema pode operar de 160% a apenas 0.078% da freqüência de varredura. Cada canal de entrada possui um par de detectores de freqüência intermediária sendo processados paralelamente: um para a parte real e o outro para a parte imaginária da amplitude da aceleração. Com isso, as saídas dos detectores correspondem aos valores médios dos sinais nas equações (6.42) e (6.43) mais qualquer eventual ruído ou distorção com freqüência inferior à freqüência de corte do detector utilizado .
Com algumas alterações mostradas na figura 103, o filtro de rastreamento pode implementar um detector de valor eficaz semelhante ao apresentado na seção 6.3.2. Nesse caso, a operação de multiplicação do sinal de aceleração c(t) pelos sinais moduladores  $\operatorname{sen}\theta(t) \in \cos\theta(t)$  é substituída pela geração do sinal  $c^2(t)$ , isto é:

$$c^{2}(t) = \frac{C_{m}^{2}}{2} - \frac{C_{m}^{2}}{2} \cos\left[2\left(2\pi ft + \phi\right)\right]$$
(6.44)

o qual representa o valor médio quadrático do sinal somado à ondulação de freqüência 2f.

$$c(t) = C_m \operatorname{sen}[\theta(t) + \phi] \xrightarrow{\operatorname{real}} \operatorname{Filtro} \xrightarrow{\frac{C_m^2}{2}} \xrightarrow{2}$$

Figura 103: O detector de valor eficaz.

Para remover a componente alternada, utiliza-se apenas o conjunto de detectores de freqüência intermediária responsáveis por filtrar a componente real da magnitude da aceleração. A conexão dos filtros Butterworth digitais em cascata é realizada para implementar uma família de 12 detectores de valor eficaz com bandas ajustadas por oitavas. A freqüência de corte dos filtros passa-baixas determina a constante de tempo dos detectores correspondentes. O processo de controle de medição é organizado de forma que a largura de banda do detector utilizado é tão próxima quanto possível de 160% da freqüência de varredura, o que garante a rejeição mínima admitida da componente alternada e maximiza a taxa de compressão do sistema de controle.

## 6.5.2 Simplificando o Filtro de Rastreamento

A implementação digital de 2 conjuntos de 13 filtros Butterworth de terceira ordem em cascata, totalizando 26 blocos para apenas um canal, apresenta dificuldades de realização prática, sobretudo quando múltiplos canais necessitam ser processados simultaneamente. Por isso, conforme Keller (2002), se a implementação não for realizada de forma correta, o custo do controlador/analisador pode se tornar consideravelmente elevado, o que muitas vezes conduz à aplicação de soluções com desempenho inferior.

O desenvolvimento de hardware dedicado para a realização de um filtro de rastreamento com as características descritas por Pelletier e Underwood (1994) está fora do escopo do presente trabalho. Ao invés disso, o que se pretende é simplificar a estrutura proposta, mas mantendo o princípio elementar com a finalidade principal de analisar o impacto do filtro no sistema de controle desenvolvido na seção 6.4. Essa é, na verdade, a proposta de trabalho futuro sugerida por Pelletier e Underwood (1994), mas não desenvolvida em artigos posteriores.

Para simplificar a implementação do filtro de rastreamento preservando a essência do mesmo, apenas o primeiro detector de freqüência intermediária será considerado em cada conjunto de filtros mostrado na figura 102. Dessa forma, a operação de multiplicação do sinal de aceleração c(t) pelos sinais moduladores  $sen\theta(t) e \cos\theta(t)$  será mantida e somente dois blocos de filtros passa-baixas com mesma freqüência de corte  $f_c$  serão utilizados em cascata para filtrar a parte real e a parte imaginária do sinal de aceleração. A variação da largura de banda do filtro de rastreamento será obtida, portanto, sincronizando a freqüência de corte  $f_c$  com a freqüência de varredura f segundo uma relação pré-determinada.

Na determinação da relação máxima entre a freqüência de corte  $f_c$  e a freqüência de varredura f para os dois filtros Butterworth em cascata que compõem cada detector, pode-se considerar como critério de projeto que a atenuação da componente alternada de freqüência 2f dos sinais  $c(t) \operatorname{sen}\theta(t) e c(t) \cos \theta(t)$  deverá ser igual a 100 vezes (-40dB). Logo, sendo a taxa de atenuação de -36dB/oit para dois filtros Butterworth de terceira ordem em série e definindo  $N_{oit}$  como o número de oitavas entre 2f e  $f_c$  (exatamente como realizado na seção 6.3.4.1), isto é:

$$N_{oit} = \log_2 \frac{2f}{f_c} \tag{6.45}$$

a relação entre  $f_c$  e f é obtida a partir de:

$$36 \text{dB/oit} \times N_{oit} \ge 40 \text{dB}$$
 (6.46)

ou seja, para garantir a rejeição mínima, é necessário que:

$$f_c \le 0.93f \tag{6.47}$$

Definindo  $f_c = 0.93f$ , a amplitude da ondulação na saída do detector de freqüência intermediária (tanto da parte real quanto da parte imaginária) é apenas 1% do valor da entrada. Para determinar a largura de banda do filtro de rastreamento resultante, determinou-se a resposta em freqüência do sistema em simulação para diferentes valores de  $f_c/f$ . A figura 104(a) mostra os resultados obtidos com f = 200Hz. Observa-se que a largura de banda definida em -3dB resulta igual a 160% da freqüência central para  $f_c = 0.93f$  e, de forma genérica:

$$BW_{-3dB\%} = \frac{160\%}{0.93} \times \frac{f_c}{f} \tag{6.48}$$

CAPÍTULO 6. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA



Figura 104: Resultados de simulação do filtro de rastreamento simplificado para diferentes larguras de banda. (a) Resposta em freqüência. (b) Resposta ao degrau de amplitude.

Na seção 6.4.6, foi demonstrado que garantir atenuação de -40dB da componente alternada de freqüência 2f possibilita maximizar a taxa de compressão do controlador numa determinada freqüência, mas também aumenta a suscetibilidade do sistema de controle à instabilidade quando sob os efeitos de ressonâncias de alto fator Q. Por isso, ao invés de utilizar o valor máximo da desigualdade expressa pela equação (6.47), o que se propõe é limitar a largura de banda percentual  $BW_{-3dB\%}$  do filtro de rastreamento a 100% da freqüência de varredura, o que aumenta o valor mínimo da atenuação na freqüência 2f de -40dB para -64dB. Nesse caso, conforme o valor atual da freqüência de varredura e a largura de banda especificada pelo usuário, o sistema atualiza automaticamente a freqüência de corte dos filtros passa-baixas de acordo com:

$$f_c = \frac{BW_{-3\mathrm{dB\%}}}{160\%} \times 0,93f \tag{6.49}$$

220

onde  $BW_{-3dB\%} \le 100\%$ .

Nota-se na figura 104(a) que, quanto menor a largura de banda, maior a taxa de atenuação do filtro, mas também, como mostra a figura 104(b), mais ciclos são necessários para que a estimativa acomode na faixa  $\pm 2\%$ . Com  $f_c/f = 0,06$  ou, de forma equivalente,  $BW_{-3dB\%} = 10\%$ , a taxa de rejeição do filtro é de aproximadamente -340dB/oit, o que é compatível com as especificações de um bom filtro de rastreamento. Com esse valor em particular, são necessários em torno de 32 ciclos para que a estimativa acomode.

Para realizar o detector de valor eficaz a partir do filtro de rastreamento tal como proposto por Pelletier e Underwood (1994), apenas um detector de freqüência intermediária é considerado. Nesse caso, a relação entre a freqüência de corte  $f_c$  dos filtros Butterworth e a freqüência de varredura pode ser determinada fazendo  $BW_{-3dB\%} = 100\%$  na equação (6.49), o que garante atenuação de -64dB na freqüência da ondulação presente em  $c^2(t)$ . Entretanto, para manter a consistência com o detector projetado na seção 6.4.3.1 em termos de número de ciclos necessários para que a estimativa da magnitude do sinal de aceleração acomode, a relação é definida:

$$f_c \stackrel{\Delta}{=} 0.2f \tag{6.50}$$

o que, conforme demonstra a figura 105, resulta em aproximadamente 10 ciclos para a acomodação. Nesse caso, a rejeição da componente alternada de freqüência 2f aumenta de -78dB referentes ao projeto da seção 6.4.3.1 para -120dB.

# 6.5.3 Compensação do Atraso de Transporte

Na implementação digital do filtro de rastreamento, é necessário compensar o atraso de transporte de  $N_d$  amostras de período  $T_s$  dos conversores A/D e D/A, principalmente para eliminar o erro no cálculo da fase do sinal de aceleração. Para tanto, o argumento  $\theta$  dos sinais moduladores expresso na equação (6.41) é redefinido como  $\theta_h$  e obtido na

## CAPÍTULO 6. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA



Figura 105: Resposta do detector de valor eficaz ao degrau de amplitude.

iteração k como:

$$\theta_h(k) = \theta(k) - \omega N_d T_s \tag{6.51}$$

onde  $\theta(k)$  representa na iteração k a fase do oscilador digital utilizado para gerar o sinal de comando, isto é:

$$\theta(k) = \theta(k-1) + \omega T_s \tag{6.52}$$

Dessa forma, como demonstram no apêndice B os resultados obtidos na determinação experimental da resposta em freqüência do filtro desafio, o atraso de fase decorrente da operação dos conversores com tecnologia  $\Sigma\Delta$  é devidamente compensado.

# 6.6 Inserindo o Filtro de Rastreamento

Nesta seção, o filtro de rastreamento e o detector de valor eficaz realizados com dois filtros Butterworth em cascata são considerados na operação com o sistema de controle desenvolvido na seção 6.4. Seguindo o mesmo procedimento de projeto, inicialmente é determinado o modelo dinâmico do sistema em tempo contínuo e, uma vez definida a relação  $f_c/f$  na seção 6.5.2 tanto para o filtro de rastreamento quanto para o detector de valor eficaz, procede-se à determinação do máximo ganho  $K_{io}$  do integrador. A ação de controle é, então, considerada em tempo discreto para analisar os efeitos do atraso de transporte. O desempenho do controlador durante a varredura é examinado através de simulação computacional considerando o filtro desafio.

## 6.6.1 Modelagem do Sistema de Controle

Com dois filtros Butterworth de terceira ordem em cascata tanto na implementação do filtro de rastreamento quanto do detector de valor eficaz, a dinâmica do sistema de detecção é dominada pelo polinômio característico  $B_n(s)$  do filtro passa-baixas elevado ao quadrado. Conseqüentemente, a função de transferência  $H_{cl}(s)$  do sistema em malha fechada indicado na figura 106 resulta:





Figura 106: Diagrama de blocos do sistema de controle.

### 6.6.2 Projeto do Ganho do Integrador

Para determinar o ganho  $K_{io}$  do integrador, o polinômio normalizado  $B_n(s)$  do filtro passa-baixas indicado na equação (6.24) foi substituído no denominador da função de transferência (6.53) e as raízes do polinômio característico resultante foram calculadas para diferentes valores de  $K_i = K_{io}$ . A figura 107 mostra a localização dos pólos de  $H_{cl}(s)$ no plano s, donde se conclui que o sistema é instável para  $K_{io} > 0.38$ . Na figura 108, a variação da magnitude D do sinal de comando em resposta ao degrau unitário é ilustrada para três valores de  $K_{io}$ : 0.1, 0.14 e 0.17.

Utilizando o mesmo critério de projeto da seção 6.4.3.2, conclui-se que a taxa de amortecimento dos pólos dominantes de  $H_{cl}(s)$  é unitária com  $K_{io} = 0,1$ . Comparando com os resultados obtidos na seção 6.4.3.2, observa-se que a inserção de mais um bloco de filtro Butterworth tem como conseqüência a redução do valor máximo de  $K_{io}$  para evitar sobrelevação, ou seja, há uma diminuição da margem de estabilidade do sistema.

# CAPÍTULO 6. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA



Figura 107: Lugar das raízes do sistema de controle.



Figura 108: Resposta do controlador ao degrau unitário em  $H_s$ .

# 6.6.3 Taxa de Compressão Máxima

Com  $K_{io} = 0,1$ , o ganho do integrador como função da freqüência de corte dos filtros passa-baixas é determinado conforme:

$$K_i(\omega_c) = K_{io} \times \omega_c = 0, 1 \times 2\pi f_c \tag{6.54}$$

o que, conforme demonstrado, garante a independência da taxa de amortecimento do sistema de controle com relação a  $f_c$  nas faixas de freqüência de varredura onde o atraso de transporte dos conversores não influencia significativamente a margem de fase do sistema.

A taxa de compressão para  $\omega_c = 1 \text{ rad/s}$  é obtida com base no tempo de subida da resposta ao degrau mostrada na figura 108 para  $K_{io} = 0,1$ , ou seja:

$$CR = \frac{dD}{dt} = \frac{0.8 \text{dB}}{11.2 \text{s}} = 0.07 \text{dB/s}$$
 (6.55)

Generalizando para diferentes valores de  $\omega_c$ :

$$CR(\omega_c) = 0.07 \text{dB/s} \times \omega_c \tag{6.56}$$

e substituindo  $f_c$  em  $\omega_c = 2\pi f_c$  pelo valor determinado na equação (6.49):

$$CR(f, BW_{-3dB\%}) = 0.07 dB/s \times 2\pi \times \frac{BW_{-3dB\%}}{160\%} \times 0.93 f$$
  
= 0.26 dB/s ×  $\frac{BW_{-3dB\%}}{100\%} \times f$  (6.57)

obtém-se a máxima taxa de compressão que o controlador com filtro de rastreamento pode apresentar como função da freqüência de varredura f e da largura de banda  $BW_{-3dB\%}$ .

Com o detector de valor eficaz, a máxima taxa de compressão do sistema de controle numa determinada freqüência de varredura é obtida substituindo  $f_c$  em  $\omega_c = 2\pi f_c$  pelo valor determinado na equação (6.50):

$$CR(f) = 0.07 \text{dB/s} \times 2\pi \times 0.2f = 0.09 \text{dB/s} \times f$$
 (6.58)

o que condiz com o resultado obtido na equação (6.33).

Nota-se que a máxima taxa de compressão do controlador com filtro de rastreamento é menor do que a taxa de compressão do sistema com detector de valor eficaz somente quando a largura de banda  $BW_{-3dB\%}$  é inferior a 35%.

## 6.6.4 Discretização do Sistema de Controle

Para implementar a lei de controle, a integral do erro de rastreamento é aproximada em tempo discreto utilizando a integração retangular de uma passo atrás que resulta na equação (6.34). O período de atualização da magnitude do sinal de comando é, no presente caso, igual ao intervalo de amostragem dos conversores A/D e D/A. A figura 109 representa o diagrama de blocos do sistema em tempo discreto considerando o atraso de transporte dos conversores. Como realizado anteriormente, a função de transferência dos filtros Butterworth é obtida em z como  $H_{lpf}(z)$  utilizando discretização bilinear.



Figura 109: Diagrama de blocos do sistema de controle em tempo discreto.

Para analisar os efeitos do atraso de transporte na estabilidade do sistema de controle quando o filtro de rastreamento é usado como método de detecção, a resposta ao degrau unitário em  $H_s$  obtida com freqüência de varredura igual a 5kHz é plotada na figura 110 para dois valores de largura de banda  $BW_{-3dB\%}$ : 100 e 10%.

Como também verificado na seção 6.4.5.2, vê-se pelos resultados da figura 110(a) que, para  $N_d = 29$  e  $K_{io} = 0,1$ , a magnitude do sinal de comando se torna oscilatória devido à redução significativa da margem de fase do sistema em altas freqüências ocasionada pelo atraso de conversão. Reduzindo  $K_{io}$  para 0,02, a oscilação é suprimida, mas há também uma diminuição da taxa de compressão do controlador com relação ao valor expresso na equação (6.57) para f = 5kHz e  $BW_{-3dB\%} = 100\%$ .

Por outro lado, conforme demonstra a figura 110(b), reduzindo a largura de banda do filtro de rastreamento de 100 para 10%, por exemplo, na mesma freqüência de varredura e mantendo  $K_{io} = 0.1$ , a redução da margem de fase do sistema de controle devido ao atraso de transporte é menos significativa, de forma que a redução do ganho  $K_{io}$  de 0,1 para 0,08 é suficiente para suprimir a oscilação nessas condições de operação. Isso demonstra que, quando o sistema de controle emprega o filtro de rastreamento como método de detecção, além do ganho  $K_{io}$  do integrador, a especificação por parte do operador da largura de banda percentual  $BW_{-3dB\%}$  do filtro também determina a margem de estabilidade do sistema numa determinada freqüência: valores elevados de  $BW_{-3dB\%}$  resultam em maior taxa de compressão, mas também diminuem a margem de estabilidade do controlador, tornando-o mais suscetível aos efeitos do atraso de transporte dos conversores (e, como será visto na próxima seção, às ressonâncias e anti-ressonâncias encontradas ao longo da varredura). Valores reduzidos de  $BW_{-3dB\%}$ , em contrapartida, diminuem a taxa de compressão, mas aumentam a margem de estabilidade.

Tais conclusões apenas ratificam os resultados da análise realizada na seção 6.4.6, na qual a diminuição da relação  $f_c/f$  do detector de valor eficaz de 0,43 para 0,1 reduziu a

CAPÍTULO 6. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA



Figura 110: Resposta do controlador em tempo discreto ao degrau em  $H_s$  e utilizando o filtro de rastreamento (f = 5 kHz). (a)  $BW_{-3dB\%} = 100\%$ . (b)  $BW_{-3dB\%} = 10\%$ .

sensibilidade do controlador à operação instável quando sob os efeitos dos picos e vales acentuados. Considerando o caso presente onde o detector de valor eficaz é implementado com dois filtros Butterworth, a figura 111 mostra os efeitos do atraso de transporte na resposta do controlador ao degrau em  $H_s$ . Nota-se que a redução do ganho  $K_{io}$  de 0,1

227



Figura 111: Resposta do controlador em tempo discreto ao degrau em  $H_s$  e utilizando o detector de valor eficaz (f = 5 kHz).

para 0,05 elimina a oscilação ao restaurar a margem de fase do sistema.

## 6.6.5 Análise de Desempenho por Computador

A análise através de simulação computacional do desempenho do sistema de controle durante a varredura foi realizada considerando as mesmas condições estabelecidas na seção 6.4.6, ou seja, utilizando o modelo em tempo discreto do filtro desafio, inserindo o atraso de transporte equivalente a  $N_d$  amostras dos conversores e executando a rotina de controle conforme a seqüência definida e com freqüência de amostragem igual a 48kHz. As varreduras foram realizadas à taxa de 1 oit/min entre 5Hz e 5kHz, sendo o valor de referência  $C^*$  fixado em -40dB. A adaptação do ganho  $K_{io}$  do integrador por faixas de freqüências conforme a necessidade foi realizada especificando o parâmetro  $\alpha$  na equação:

$$K_{io}(\alpha) = 0.1 \times 2^{1-\alpha}$$
(6.59)

onde  $\alpha \in [1, +\infty)$ .

A figura 112 apresenta os resultados obtidos na simulação do sistema de controle utilizando o filtro de rastreamento com largura de banda  $BW_{-3dB\%} = 20\%$ . Para garantir a estabilidade e obter erro de rastreamento tão reduzido quanto possível e inferior a ±3dB ao longo da varredura, foi necessário fazer  $\alpha$  igual a 1 entre 5Hz e 300Hz e 2,5 acima dessa freqüência. Os resultados da figura 113 também se referem à simulação do controlador usando o filtro de rastreamento como método de detecção, mas com largura de banda  $BW_{-3dB\%} = 100\%$ . Nesse caso, o parâmetro  $\alpha$  foi feito igual a 1 entre 5Hz e 300Hz, 5 entre 300Hz e 500Hz, 2 entre 500Hz e 1kHz, 6 entre 1kHz e 1,3kHz e 3 acima de 1,3kHz. Nas duas simulações, os valores de  $\alpha$  especificados foram os mínimos encontrados capazes de manter a estabilidade e garantir o menor erro com as respectivas larguras de banda.

Nota-se que, com relação aos resultados da figura 112, o erro de rastreamento apresentado pelo sistema com  $BW_{-3dB\%} = 100\%$  diminuiu nas faixas de freqüência que excluem os vales em 400Hz e 1,1kHz, o que é explicado pelo aumento da taxa de compressão devido a maior largura de banda do filtro de rastreamento. Entretanto, especificamente ao passar pelas anti-ressonâncias, a elevada taxa de compressão tornou o sistema mais suscetível à instabilidade, o que conduziu à necessidade de reduzir mais o ganho do integrador com relação aos valores para  $BW_{-3dB\%} = 20\%$ , ou seja, com  $BW_{-3dB\%} = 100\%$ , o desempenho foi inferior em torno das anti-ressonâncias, mas superior nas demais faixas.

A figura 114 apresenta os resultados da simulação realizada utilizando o detector de valor eficaz. Para garantir a estabilidade e obter o mínimo erro de rastreamento possível durante a varredura, o parâmetro  $\alpha$  foi definido igual a 1 entre 5Hz e 300Hz, 2,5 entre 300Hz e 1kHz e 3 acima de 1kHz. Comparando esses resultados com os mostrados na figura 100, conclui-se que o desempenho é consistente com o controlador que utiliza apenas um bloco de filtro Butterworth na realização do detector de valor eficaz. Logo, não havendo redução do erro devido aos picos e vales encontrados ao longo da varredura, o uso de dois filtros em cascata ao invés de apenas um reflete somente no aumento da rejeição à ondulação presente na estimativa da magnitude da aceleração.

# 6.7 Procedimento de Inicialização e Desligamento

Um fator relevante para a qualidade dos resultados dos ensaios de vibração senoidal se relaciona aos métodos de inicialização e término do teste. Isto porque, dependendo das características do corpo de prova, entre outros fatores, o início ou a interrupção abrupta podem danificar o objeto sob estudo como ocorre em ensaios de choque mecânico, o que obviamente não é a finalidade de um teste de vibração senoidal. Para esse fim em particular, existem normas que recomendam o meio ciclo da senóide como pulso de referência, mas especificamente em ensaios de simulação de impacto (TUSTIN, 2005).

Nesta seção, um método de inicialização e desligamento do ensaio, o qual foi aplicado

CAPÍTULO 6. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA



Figura 112: Resultados de simulação do controlador utilizando o filtro de rastreamento com  $BW_{-3dB\%} = 20\%$ . (a) Magnitude  $H_s$  do filtro desafio e dos sinais de aceleração  $\hat{C}$  e acionamento D. (b) Erro de rastreamento.

nas análises por computador realizadas anteriormente, é discutido em detalhes. A técnica proposta garante a convergência suave da magnitude da aceleração tanto no início quanto

CAPÍTULO 6. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA



Figura 113: Resultados de simulação do controlador utilizando o filtro de rastreamento com  $BW_{-3dB\%} = 100\%$ . (a) Magnitude  $H_s$  do filtro desafio e dos sinais de aceleração  $\hat{C}$  e acionamento D. (b) Erro de rastreamento.

no término do ensaio e independentemente da referência e da freqüência de varredura.

CAPÍTULO 6. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA



Figura 114: Resultados de simulação do controlador utilizando o detector de valor eficaz. (a) Magnitude  $H_s$  do filtro desafio e dos sinais de aceleração  $\hat{C}$  e acionamento D. (b) Erro de rastreamento.

# 6.7.1 Tempo de Acomodação da Resposta do Controlador

O projeto do sistema de controle, tal como realizado, garante que a magnitude da aceleração medida rastreará o valor de referência com oscilação mínima durante o início

da operação do controlador, sendo o tempo de subida inversamente proporcional à freqüência de vibração e dependente também do ganho  $K_{io}$  do integrador. Um detalhe a ser investigado, no entanto, se refere ao intervalo de tempo a ser considerado para que o erro de rastreamento diminua até um valor suficientemente reduzido antes de se iniciar a varredura. Para esse fim, é necessário avaliar o tempo de acomodação do sistema.

A função de transferência que relaciona a magnitude estimada  $\hat{C}$  do sinal de aceleração com a referência  $C^*$  é determinada a partir do diagrama de blocos da figura 106, isto é:

$$\frac{\hat{C}(s)}{C^*(s)} = -\frac{D(s)}{H_s(s)} = \frac{K_i}{sB_n^2(s) + K_i}$$
(6.60)

Considerando diferentes valores da freqüência de corte dos filtros passa-baixas e do ganho  $K_{io}$  do integrador, o tempo necessário para que a estimativa  $\hat{C}$  acomode na faixa  $\pm 2\%$  em resposta ao degrau unitário na magnitude  $C^*$  de referência é obtido na figura 115. Nota-se que, como esperado, o tempo de acomodação é inversamente proporcional à freqüência de corte dos filtros, enquanto a relação com o ganho do integrador é exatamente inversa somente para valores reduzidos de  $K_{io}$ . Por simplicidade, entretanto, pode-se aproximar a relação entre o tempo de acomodação  $\tau_c \operatorname{com} K_{io} \in \omega_c$  fazendo:

$$\tau_c \approx \frac{4}{K_{io}\omega_c} \tag{6.61}$$



Figura 115: Tempo de acomodação da resposta do controlador ao degrau unitário em função do ganho  $K_{io}$  do integrador e da freqüência de corte  $\omega_c$  dos filtros passa-baixas.

Assim, para o degrau unitário na magnitude de referência  $C^*$ , o intervalo  $\tau_c$  representa aproximadamente o tempo necessário para que o erro de rastreamento diminua até 0,02dB (0,2%). Se, como condição extrema, o degrau em  $C^*$  for igual a 100dB, então  $\tau_c$  indicará o intervalo para que o erro seja reduzido a 2dB (20%), valor esse ainda inferior aos limites ±3dB de interrupção do ensaio. Portanto, o tempo de acomodação calculado com a equação (6.61) pode ser definido como o intervalo mínimo para o início da varredura.

## 6.7.2 Inicialização e Desligamento Suave

Tomando, como exemplo, os valores de  $K_{io}$  e  $\omega_c$  obtidos na análise computacional da seção 6.6.5, o tempo de acomodação da resposta do controlador utilizando o filtro de rastreamento com  $BW_{-3dB\%} = 20\%$  é igual a 11s se a varredura for iniciada em 5Hz e 0,04s se iniciada em 5kHz. No primeiro caso, a magnitude do sinal de aceleração varia de -96dB (limite inferior da excursão dos sinais internos ao sistema de controle) a -40dB em aproximadamente 11s, mas, iniciando a operação em 5kHz, a mesma variação é verificada em apenas 0,04s, o que, dependendo das características do corpo de prova, pode ser considerada uma mudança abrupta de aceleração semelhante à verificada em ensaios de simulação de choques mecânicos. Como esse não é o objetivo dos testes de vibração senoidal, é necessário desenvolver um método para garantir a inicialização suave.

Uma técnica simples que se propõe consiste em variar a magnitude da referência linearmente com o tempo desde -96dB até o valor  $C_o^*$  especificado para o início da varredura de freqüência, mas somente se  $\tau_c$  for inferior a um valor mínimo  $\tau_{\min}$ , isto é:

$$C^*(t)|_{\tau_c < \tau_{\min}} = -96 dB + \frac{C_o^* + 96 dB}{\tau_{\min} - \tau_c} \times t$$
 (6.62)

Dessa forma, definido  $\tau_{\rm min} = 4$ s, por exemplo, sempre que o intervalo de acomodação do sistema for inferior a 4s, a magnitude de referência iniciará em rampa com taxa de variação no tempo decrescente com o aumento da velocidade do controlador. Para ilustrar, as figuras 116 e 117 mostram os resultados da inicialização do controlador em 5Hz e 5kHz, respectivamente. Os valores de  $K_{io}$  correspondem aos obtidos na análise computacional da seção 6.6.5 utilizando o filtro de rastreamento com largura de banda  $BW_{-3dB\%}$  igual a 20%. Vê-se que a magnitude do sinal de aceleração converge suavemente para o valor de referência e o erro de rastreamento é praticamente nulo ao término da inicialização.

Para finalizar o ensaio também de maneira suave, pode-se reduzir linearmente durante o intervalo  $\tau_{\min}$  a magnitude do sinal de comando desde o último valor  $D_o$  determinado



Figura 116: Inicialização do controlador em 5Hz com o filtro de rastreamento ( $BW_{-3dB\%} = 20\%$ ). (a) Magnitude de referência  $C^*$ , estimada  $\hat{C}$  e do sinal de comando D. (b) Erro de rastreamento.

pela lei de controle até -96dB, ou seja:

$$D(t) = D_o - \frac{96 \text{dB} - D_o}{\tau_{\min}} \times t$$
(6.63)

235



Figura 117: Inicialização do controlador em 5kHz com o filtro de rastreamento  $(BW_{-3dB\%} = 20\%)$ . (a) Magnitude de referência  $C^*$ , estimada  $\hat{C}$  e do sinal de comando D. (b) Erro de rastreamento.

Com isso, a variação brusca da magnitude da aceleração é evitada também no desligamento do sistema, seja pelo término do tempo de realização do ensaio ou porque o erro de rastreamento ultrapassou os limites  $\pm 3$ dB para abortar.

# 6.8 Análise Experimental

O desempenho experimental do controlador projetado na seção 6.6 é investigado em detalhes nesta seção. Primeiramente, os testes realizados em simulação considerando o modelo discreto do filtro desafio são repetidos utilizando o protótipo experimental descrito no apêndice B. Em seguida, o desempenho do sistema de controle é examinado com um vibrador eletrodinâmico sob duas condições de carga: em vazio e com um corpo de prova que apresenta modos ressonantes significativos. A análise de desempenho é realizada considerando como métodos de detecção de magnitude tanto o filtro de rastreamento quanto o detector de valor eficaz.

# 6.8.1 Avaliação Experimental com o Filtro Desafio

A análise experimental do desempenho do sistema de controle durante a varredura e considerando o protótipo do filtro desafio foi executada sob as mesmas condições estabelecidas na seção 6.6.5, ou seja, com o valor de referência  $C^*$  fixado em -40dB e realizando a varredura à taxa de 1 oit/min entre 5Hz e 5kHz. A adaptação do ganho  $K_{io}$  do integrador por faixas de freqüências conforme a necessidade foi efetuada especificando o parâmetro  $\alpha$  na equação (6.59). Nos testes que utilizam o filtro de rastreamento como método de detecção de amplitude, definiu-se a largura de banda proporcional à freqüência de varredura com  $BW_{-3dB\%} = 20\%$ , o que garante o alto nível de rejeição de ruído e distorção indicada na figura 104(a) sem reduzir demasiadamente a taxa de compressão do sistema.

A figura 118 apresenta os resultados obtidos durante a varredura com o filtro de rastreamento. Para manter a estabilidade e reduzir o erro de rastreamento ao mínimo possível, o parâmetro  $\alpha$  foi definido igual a 1 entre 5Hz e 300Hz, 3,5 entre 300Hz e 500Hz, 1 entre 500Hz e 1kHz, 4 entre 1kHz e 1,2kHz e 1 acima de 1,2kHz. Comparando o erro mostrado na figura 118(b) com os resultados de simulação da figura 112(b), vê-se que os efeitos das anti-ressonâncias em 400Hz e 1,1kHz são mais significativos no protótipo experimental, o que tornou necessário aumentar  $\alpha$  de 2,5 referente à simulação para 3,5 e 4 nas faixas em torno dos vales em 400Hz e 1,1kHz, respectivamente. Ainda assim, o valor máximo do erro de rastreamento é inferior aos limites ±3dB para abortar.

Na figura 119, são apresentados os resultados experimentais obtidos utilizando o detector de valor eficaz como método de estimação da magnitude do sinal de aceleração.

# CAPÍTULO 6. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA



Figura 118: Resultados experimentais do controlador utilizando o filtro de rastreamento com  $BW_{-3dB\%} = 20\%$ . (a) Magnitude de referência  $C^*$ , estimada  $\hat{C}$  e do sinal de comando D. (b) Erro de rastreamento.

Nesse caso, os valores do parâmetro  $\alpha$  foram especificados por faixas de freqüência exatamente como no teste realizado com o filtro de rastreamento. Comparando as figuras

# CAPÍTULO 6. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA



Figura 119: Resultados experimentais do controlador utilizando o detector de valor eficaz. (a) Magnitude de referência  $C^*$ , estimada  $\hat{C}$  e do sinal de comando D. (b) Erro de rastreamento.

118(b) e 119(b), constata-se que o valor máximo do erro é inferior no teste executado com o detector de valor eficaz, o que condiz com as conclusões da seção 6.6.3, isto é,

para os mesmos ganhos  $K_{io}$ , a taxa de compressão do controlador utilizando o filtro de rastreamento com  $BW_{-3dB\%} = 20\%$  é inferior à taxa de compressão com o detector de valor eficaz, o que por fim determina o menor erro de rastreamento.

# 6.8.2 Avaliação Experimental com a Máquina de Vibração

#### 6.8.2.1 Descrição do Sistema

Para avaliar o desempenho do sistema de controle com uma máquina de vibração eletrodinâmica, o vibrador disponível corresponde ao modelo St 5000/300 fabricado por (TIRA, 1965). Na tabela 11, são apresentadas as especificações técnicas da máquina. Não há suporte de isolação e nem sistema de levitação da armadura. Como conseqüência, a amplitude máxima disponível para excursão da mesa vibratória é reduzida com o aumento da massa da estrutura sob teste. Além disso, o suporte existente para fixação do corpo de prova possui aproximadamente 13,5kg, ou seja, mais de 1,5 vezes a massa da armadura, o que reduz de forma significativa a capacidade de operação e a eficiência do vibrador.

Tabela 11: Especificações técnicas do vibrador eletrodinâmico TIRA modelo St 5000/300.

Parâmetro	Símbolo	Valor
Força senoidal de pico nominal	$F_o$	3kN
Máximo deslocamento pico-a-pico da armadura	$x_{\max}$	$12 \mathrm{mm}$
Máxima massa do corpo de prova	$M_{\rm max}$	$60 \mathrm{kg}$
Massa da armadura	$M_o$	8,5kg
Corrente eficaz nominal da armadura	$I_o$	10A

Originalmente, a máquina de vibração era acionada por um amplificador linear com potência e tensão eficaz de saída nominais iguais a 1kVA e 120V, sendo a faixa de freqüências de operação entre 20Hz e 5kHz. Devido à indisponibilidade desse equipamento, um amplificador linear de áudio estéreo modelo DBL6000 (CICLOTRON, 2008) foi utilizado para realizar o acionamento do vibrador eletrodinâmico. A tabela 12 apresenta as especificações nominais de cada canal do amplificador determinadas pelo fabricante com o uso de uma carga resistiva de  $4\Omega$  conectada à saída.

Comparando as especificações desse modelo com o amplificador projetado para operar com a máquina de vibração, observa-se que a tensão máxima eficaz de saída em cada canal é inferior à metade da tensão necessária, o que, como explicado no capítulo 2, limita ainda mais a máxima aceleração que pode ser obtida com o vibrador. Para evitar isso, conectouse a máquina de vibração às saídas do amplificador estéreo utilizando uma configuração

Parâmetro	Valor
Potência de saída por canal	750W
Tensão eficaz de saída por canal	$55\mathrm{V}$
Faixa de freqüências -3dB	20 Hz  a  37 kHz
Distorção harmônica $+$ ruído	${<}0{,}15\%$ de 20Hz a 20kHz
Relação sinal/ruído	$90\mathrm{dB}$
Tensão eficaz máxima de entrada	$0,775\mathrm{V}$
Ganho de tensão	70,7

Tabela 12: Especificações técnicas do amplificador de áudio Ciclotron modelo DBL6000.

240

diferencial e aplicou-se às entradas do mesmo dois sinais em anti-fase, os quais foram obtidos com os dois canais do conversor D/A estéreo. Dessa forma, a máxima tensão eficaz de saída foi aumentada de 55V para 110V.

Outros detalhes relevantes do amplificador se referem, por exemplo, à existência de filtros subsônicos de 18Hz nas entradas, o que restringe a mínima freqüência de operação ao limite inferior da faixa audível. Especificamente em 20Hz, como indicado na tabela 12, a potência máxima de saída é apenas a metade da potência nominal.

Para realimentar a aceleração da mesa vibratória, utilizou-se a instrumentação desenvolvida no capítulo 3 referente ao canal de medição da aceleração de controle. Nesse caso, a sensibilidade  $S_{va}$  do conjunto sensor, pré-amplificador e condicionador de sinais resultou, como determinado, igual a 24,1mV/m/s<sup>2</sup>.

Nos testes realizados operando a máquina e vibração com carga, dois silenciadores que juntos totalizam aproximadamente 15kg foram instalados na mesa vibratória através do suporte de fixação. Nos testes com operação em vazio, apenas o suporte foi considerado.

#### 6.8.2.2 Determinação da Resposta em Freqüência

Antes de proceder à análise de desempenho do sistema de controle durante a varredura, a resposta em freqüência da função de transferência considerada a partir do sinal de comando  $v_o^*(t)$  para o sinal de aceleração c(t) foi determinada utilizando o filtro de rastreamento e o detector de valor eficaz. Esse teste tem por finalidade comparar o desempenho dos dois métodos de estimação de magnitude quando aplicados para identificar a resposta em freqüência de sistemas a partir de sinais que podem variar numa ampla faixa dinâmica.

O procedimento consistiu em manter constante em -40dB a magnitude do sinal de comando e varrer a freqüência entre 5Hz e 5kHz a 1 oit/min. Com o filtro de rastreamento, a resposta em freqüência foi determinada com base nas diferenças de magnitude e de fase dos sinais de aceleração e de comando. Com o detector de valor eficaz, estimou-se apenas a magnitude da função de transferência.

A figura 120 mostra a resposta em freqüência obtida com a máquina de vibração operando em vazio e utilizando o filtro de rastreamento com  $BW_{-3dB\%} = 20\%$ . Observase que a ressonância do enrolamento da armadura ocorre em aproximadamente 2kHz. Em baixas freqüências, o deslocamento de fase é considerável devido não apenas à resposta da máquina de vibração, mas também à presença dos filtros passa-altas na saída do conversor D/A, na entrada do amplificador e na entrada do conversor A/D.

Os resultados da figura 121 correspondem à resposta em freqüência obtida também utilizando o filtro de rastreamento com  $BW_{-3dB\%} = 20\%$ , mas operando a máquina de vibração com carga. Nota-se que a resposta do vibrador é significativamente modificada pelo corpo de prova em determinadas freqüências.

Refazendo os testes empregando o detector de valor eficaz como método de estimação da magnitude do sinal de aceleração, obteve-se os resultados mostrados na figura 122. Comparando esses dados com os exibidos nas figuras 120 e 121, vê-se que as magnitudes das funções de transferência em vazio e com carga obtidas com o detector de valor eficaz são consistentes com as determinadas utilizando o filtro de rastreamento, exceto em baixas freqüências. Nessa faixa em particular, somando -40dB à magnitude em 5Hz na figura 120(b), por exemplo, conclui-se que a magnitude do sinal de aceleração nessa freqüência é igual a -92dB, ou seja, próximo ao nível do ruído de quantização. Logo, sendo a relação sinal/ruído significativamente reduzida, o erro na estimação da resposta em freqüência com base no valor eficaz se torna relevante nessa faixa. O uso de uma malha de autoescala certamente melhoraria os resultados, mas ainda sim a identificação utilizando um filtro de rastreamento é mais exata.

Um importante comentário se refere ao procedimento adotado para identificar a resposta em freqüência do sistema: ao manter a magnitude do sinal de comando constante ao longo da varredura, é possível que o objeto sob estudo seja submetido a níveis de vibração normalmente não encontrados em serviço e que podem danificá-lo, especialmente durante ressonâncias severas. O procedimento típico, contudo, consiste em ajustar a magnitude do sinal de comando para que a amplitude da aceleração controlada seja igual ao valor de referência. Assim, a resposta em freqüência é calculada com base nas diferenças de magnitude e de fase dos sinais que representam a função de transferência analisada. No presente caso, optou-se por manter constante a amplitude do sinal de comando apenas para exemplificar o desempenho superior do uso de filtros de rastreamento na identificação

242



Figura 120: Resposta em freqüência obtida operando a máquina de vibração em vazio e utilizando o filtro de rastreamento com  $BW_{-3dB\%} = 20\%$ . (a) Magnitude. (b) Fase.

de sistemas quando os sinais de aceleração variam numa ampla faixa dinâmica.



Figura 121: Resposta em freqüência obtida operando a máquina de vibração com carga e utilizando o filtro de rastreamento com  $BW_{-3dB\%} = 20\%$ . (a) Magnitude. (b) Fase.

### 6.8.2.3 Determinação do Perfil de Referência

Para analisar o desempenho do sistema de controle com a máquina de vibração operando sob as mesmas condições de carga dos testes da seção anterior, determinou-se,

244



Figura 122: Magnitude da resposta em freqüência obtida com o detector de valor eficaz e operando a máquina de vibração: (a) Em vazio. (b) Com carga.

primeiramente, o perfil de referência  $C^*(f)$  da magnitude do sinal c(t) em função do perfil  $A_m^*(f)$  da aceleração a ser reproduzida na mesa vibratória e da sensibilidade  $S_{va}$  da instrumentação. Tomando, como exemplo, as especificações do ensaio de busca de ressonância

conforme a norma ANSI/ASAE EP455 (1991), a identificação de modos ressonantes em função da aceleração de resposta do corpo de prova deve ser realizada mantendo a amplitude da aceleração de controle constante e igual a  $39m/s^2$  durante a varredura realizada entre 10Hz e 2kHz e à taxa de 1 oit/min, ou seja,  $A_m^*(f) = 39m/s^2$  entre 10Hz e 2kHz. Aplicando esse valor e a sensibilidade  $S_{va} = 24,1mV/m/s^2$  da instrumentação na equação (6.1), obtém-se  $C^*(f) = -3,6dB$  na faixa de freqüências especificada.

Considerando as limitações da magnitude D do sinal de comando, deve ser garantido a partir da equação (6.18) que:

$$D(f) = C(f) - H_s(f) \le 0$$
(6.64)

e assumindo que o erro de rastreamento é reduzido, isto é,  $C(f) \approx C^*(f)$ :

$$H_s(f) \ge C^*(f) \tag{6.65}$$

Analisando a figura 121(a), conclui-se que, para  $C^*(f) = -3,6$ dB e  $f \in [10$ Hz, 2kHz], a desigualdade expressa pela equação (6.65) não é verificada abaixo de 30Hz e em torno do vale em 272Hz. Conseqüentemente, a realização do teste com o perfil especificado levaria o sistema a abortar o ensaio em baixas freqüências e na região da anti-ressonância.

A elevada atenuação de baixa freqüência, como explicado anteriormente, é conseqüência não apenas da própria resposta da máquina de vibração, mas também da presença de três filtros passa-altas em cascata: dois no CODEC e um na entrada do amplificador, sendo que todos apresentam freqüência de corte aproximadamente igual a 20Hz. Logo, é possível reduzir o nível de atenuação diminuindo a freqüência de corte dos filtros. Entretanto, conforme informações obtidas com o fabricante, não é recomendado operar o amplificador em freqüências abaixo de 20Hz devido ao risco de sobreaquecimento. Além disso, mesmo com a realização de tais alterações, não seria possível manter a magnitude do sinal de aceleração em -3,6dB ao passar pela anti-ressonância.

Por essas razões, para poder analisar o comportamento do controlador também abaixo de 30Hz e em torno do vale em 272Hz, além de estender a faixa acima de 2kHz, definiu-se o perfil  $C^*(f)$  como mostrado na figura 123(a). Nesse caso, uma vez que a aceleração de referência resulta inferior aos valores especificados pela norma ANSI/ASAE EP455 (1991), não é o objetivo do teste avaliar a resistência à vibração senoidal ou mesmo determinar os modos ressonantes do corpo de prova, mas sim analisar o desempenho do sistema de controle em manter o erro de rastreamento na faixa  $\pm 3$ dB durante a varredura, especialmente sob os efeitos dos picos e vales encontrados na resposta em freqüência do

246

sistema. Deve-se notar, ainda, que a variação da magnitude com a freqüência à taxa de 12dB/oit em baixas freqüências não apenas compensa as limitações do sistema, mas também reproduz as especificações de ensaios que recomendam um valor constante para o deslocamento pico-a-pico nessa faixa de operação. Acima de 2kHz, a magnitude de referência é também reduzida à taxa de 12dB/oit, mas para proteger o enrolamento da armadura da máquina, uma vez que essa faixa está acima do modo do enrolamento.

#### 6.8.2.4 Avaliação Experimental

Operando a máquina de vibração em vazio e utilizando o filtro de rastreamento com largura de banda  $BW_{-3dB\%} = 20\%$ , obteve-se os resultados mostrados na figura 123 durante varredura realizada à taxa de 1 oit/min. Para manter a estabilidade e reduzir o erro de rastreamento ao mínimo possível, o parâmetro  $\alpha$  foi definido igual a 1 entre 5Hz e 1,6kHz e 3 acima de 1,6kHz. A figura 124 apresenta os resultados obtidos sob a mesma condição de carga, mas com o detector de valor eficaz e utilizando os mesmos valores de  $\alpha$ referentes ao ensaio com o filtro de rastreamento. Observa-se que o erro é limitado à faixa ±3dB independentemente do método de estimação da magnitude, mas os valores são mais reduzidos com o detector de valor eficaz devido à maior taxa de compressão resultante.

Considerando a operação da máquina com a carga utilizada para determinar a função de transferência do sistema, obteve-se os resultados mostrados na figura 125 usando o filtro de rastreamento. O parâmetro  $\alpha$  foi estipulado igual a 1 entre 5Hz e 200Hz, 3 entre 200Hz e 300Hz, 2 entre 300Hz e 1,6kHz e 3 acima de 1,6kHz. Os resultados da figura 126 correspondem à mesma condição de carga, mas com o detector de valor eficaz. Nesse caso,  $\alpha$  foi definido também igual a 1 entre 5Hz e 200Hz, mas 3,5 entre 200Hz e 300Hz e 3 acima de 300Hz. Vê-se que o erro de rastreamento é superior com relação aos valores verificados na operação em vazio, mas ainda assim limitado a ±3dB apesar dos picos e vales acentuados. A varredura foi realizada também à taxa de 1 oit/min.

### 6.8.3 Análise de Desempenho

Os resultados da avaliação experimental realizada com o filtro desafio e com a máquina de vibração sob duas condições de carga indicaram que o sistema de controle de magnitude da aceleração senoidal apresenta bom desempenho durante a varredura, mesmo sob os efeitos de ressonâncias e anti-ressonâncias acentuadas. Deve-se ressaltar, no entanto, que o critério de qualidade utilizado consistiu em manter o erro de rastreamento limitado à faixa  $\pm 3$ dB ao longo da varredura executada à taxa de 1 oit/min, valores esses típicos em

CAPÍTULO 6. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA



Figura 123: Resultados experimentais do controlador utilizando o filtro de rastreamento com  $BW_{-3dB\%} = 20\%$  e operando a máquina de vibração em vazio. (a) Magnitude  $C^*$  de referência e dos sinais de aceleração  $\hat{C}$  e acionamento D. (b) Erro de rastreamento.

ensaios de vibração senoidal e, por essa razão, considerados na verificação experimental.

Conforme discutido na seção 6.1, ainda não foram definidos requisitos mínimos de

CAPÍTULO 6. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA



Figura 124: Resultados experimentais do controlador utilizando o detector de valor eficaz e operando a máquina de vibração em vazio. (a) Magnitude  $C^*$  de referência e dos sinais de aceleração  $\hat{C}$  e acionamento D. (b) Erro de rastreamento.

desempenho e métodos que permitam avaliar e comparar objetivamente a performance de controladores de ensaios de vibração. Por isso, entende-se que o uso do filtro desafio

CAPÍTULO 6. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA



Figura 125: Resultados experimentais do controlador utilizando o filtro de rastreamento com  $BW_{-3dB\%} = 20\%$  e operando a máquina de vibração com carga. (a) Magnitude  $C^*$  de referência e dos sinais de aceleração  $\hat{C}$  e acionamento D. (b) Erro de rastreamento.

para este fim representa um esforço de alguns fabricantes em direção à padronização dos métodos de avaliação. Nesse caso, assumindo o critério de qualidade discutido e

CAPÍTULO 6. CONTROLE DE ACELERAÇÃO SENOIDAL NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA



Figura 126: Resultados experimentais do controlador utilizando o detector de valor eficaz e operando a máquina de vibração com carga. (a) Magnitude  $C^*$  de referência e dos sinais de aceleração  $\hat{C}$  e acionamento D. (b) Erro de rastreamento.

considerando o desempenho do controlador especificamente com o filtro desafio, observouse que o sistema de controle proposto apresenta desempenho satisfatório para ressonâncias e anti-ressonâncias com fator Q inferior a 200, ou seja, para valores baixos e médios segundo a classificação de Ratz (1975). Em se tratando de picos ou vales mais agudos, existe a possibilidade de manter o erro de rastreamento limitado à faixa ±3dB, mas somente se a velocidade de varredura for inferior a 1 oit/min. Compreende-se, contudo, que a taxa de varredura expressa de forma implícita o possível grau de severidade dos picos e vales encontrados na resposta em freqüência do objeto sob estudo. Para exemplificar, as especificações do ensaio de busca de ressonância conforme a norma ANSI/ASAE EP455 (1991) consideram relevantes ressonâncias com fator  $Q \ge 5$  e, para realizar a identificação, a taxa de varredura é definida igual a 1 oit/min. Para testes em que é possível encontrar ressonâncias de alto fator Q, por outro lado, entende-se que os resultados serão mais representativos se a varredura for executada com taxa mais lenta. Sendo essa condição verdadeira, a capacidade de operação do sistema de controle desenvolvido em termos de severidade dos picos e vales encontrados poderá ser estendida além das faixas mencionadas.

Com relação ao procedimento proposto para a adaptação do ganho do integrador ao longo da varredura, observou-se como desvantagem o aumento do tempo final de processamento do teste devido à varredura inicial relativa ao pré-teste. Conforme a faixa de freqüências, a taxa de varredura e as características do corpo de prova, pode ser necessário suspender o pré-teste várias vezes até que o parâmetro  $\alpha$  especificado seja adequado para manter o erro nos limites especificados. Uma abordagem de alguns controladores comerciais consiste em utilizar ruído randômico no pré-teste para excitar o sistema e determinar a função de transferência do sinal de comando para o sinal de aceleração. Assim, se aplicada no presente caso, o operador poderia atribuir valores de  $\alpha$  por faixas de freqüência de acordo com os resultados obtidos e iniciar o teste sem necessitar realizar uma varredura completa como pré-teste. O ensaio seria eventualmente suspenso somente se o valor especificado fosse impróprio para manter o erro inferior aos limites de interrupção. Entretanto, segundo ratificado por Underwood (2001), o uso de ruído randômico para a identificação pode não ser adequado quando o grau de não-linearidade da resposta do sistema é significativo, o que justifica a realização do pré-teste com varredura.

Entende-se que o desenvolvido de um mecanismo robusto de adaptação automática da taxa de compressão em função da freqüência, da taxa de varredura e do fator Q dos picos e vales poderia suprimir a identificação inicial por varredura no pré-teste, reduzir a interferência do operador durante o teste e, possivelmente, estender a capacidade do controlador em operar sob os efeitos de ressonâncias e anti-ressonâncias mais severas. Por isso, embora se tenha despendido esforços nessa direção sem obter sucesso, o desenvolvimento de uma lei de controle e de adaptação que ofereça robustez de desempenho e estabilidade

252

mesmo com conhecimento extremamente reduzido sobre a dinâmica do processo constitui uma das propostas de pesquisas futuras a serem realizadas como continuação do presente trabalho. Inclui-se, também, a investigação de um esquema de controle da freqüência de vibração aplicado a ensaios de excitação de modos ressonantes identificados com o teste de busca de ressonância, mais especificamente em ensaios onde é necessário rastrear eventuais mudanças na freqüência de ressonância em função da diferença de fase entre a aceleração de controle e a aceleração de resposta.

# 6.9 Sumário

Este capítulo tratou especificamente do controle de aceleração senoidal no domínio da freqüência, isto é, da compensação da magnitude da aceleração em detrimento da forma de onda. Os artigos mais relevantes encontrados na literatura relacionados ao controle de magnitude foram revistos e utilizados para desenvolver o controlador proposto.

Na primeira parte, os princípios e técnicas tradicionalmente empregados em controladores industriais foram descritos e complementados. Viu-se que, no esquema conhecido como controle automático de volume, a magnitude da vibração é determinada e o valor obtido é utilizado para atenuar o sinal de comando de modo a manter o erro de rastreamento entre a referência e a magnitude da aceleração dentro de níveis aceitáveis. Os sinais internos ao sistema de controle são convertidos para escala logarítmica e, para evitar o grampeamento e otimizar o número efetivo de bits do conversor A/D, malhas de auto-escala são usadas para amplificar os sinais a serem digitalizados. O uso de um atenuador analógico de alta resolução operando conjuntamente com um oscilador digital maximiza o número de bits do conversor D/A e reduz a distorção harmônica do sinal de comando. O intervalo de atualização da freqüência de varredura deve ser reduzido para evitar transitórios e possibilitar a detecção de ressonâncias e anti-ressonâncias de alto fator Q. Verificou-se, ainda, que os métodos de estimação de magnitude mais utilizados são o detector de valor eficaz e o filtro de rastreamento. A velocidade do controlador em resposta às mudanças no ganho do sistema é representada pela taxa de compressão, a qual deve ser adaptada conforme o fator Q dos picos e vales encontrados. Observouse, também, que a atualização da magnitude do sinal de acionamento não é realizada necessariamente na freqüência de amostragem dos conversores.

Um artigo que propôs a aplicação de conceitos de controle ótimo para melhorar o desempenho de controladores de magnitude da aceleração senoidal foi analisado detalhadamente. Considerando o sistema de controle em tempo contínuo e utilizando um detector
253

de valor eficaz para avaliar a magnitude do sinal de aceleração, viu-se que a relação entre a freqüência de corte dos filtros presentes na realização do detector e a freqüência de varredura, bem como o ganho da ação integral presente na malha de auto-escala e na compensação do erro de rastreamento, determinam a máxima taxa de compressão numa determinada freqüência e o grau de rejeição da ondulação na estimativa da magnitude. Constatou-se como mérito mais relevante do trabalho a apresentação de um procedimento de projeto com consideração particular às dinâmicas das malhas de auto-escala e do detector de magnitude, e também à adaptação suave da taxa de compressão com a freqüência de varredura. Com relação à variação da velocidade do controlador com o fator Q dos picos e vales, observou-se que, apesar de mencionar um mecanismo de ajuste da taxa de compressão sensível à taxa de varredura e ao fator Q das ressonâncias e anti-ressonâncias, não há descrição matemática da lei de adaptação e nem demonstração experimental do desempenho, o que dificulta aplicar e avaliar o referido adaptador.

Simplificando o controlador através da remoção da malha de auto-escala e do atenuador de saída para possibilitar a implementação com os recursos disponíveis, realizou-se a modelagem e o projeto em tempo contínuo, mas considerando a ação de controle também em tempo discreto para avaliar os efeitos do atraso de transporte inerentes à tecnologia de conversão  $\Sigma\Delta$ . Com algumas modificações referentes aos critérios de projeto, a máxima taxa de compressão foi determinada em função da freqüência de varredura. Verificou-se que o atraso de transporte dos conversores A/D e D/A reduz a margem de fase do sistema em altas freqüências, o que leva à necessidade de diminuir o máximo ganho do integrador nessa faixa de operação para preservar a estabilidade. O desempenho do controlador durante a varredura foi examinado através de simulação computacional considerando um filtro desafio cuja resposta em freqüência apresenta picos e vales acentuados. Constatouse que a relação entre a freqüência de corte do filtro passa-baixas presente no detector de valor eficaz e a freqüência de varredura influencia também a suscetibilidade do controlador à operação instável quando sob os efeitos de picos e vales agudos encontrados na resposta em freqüência do sistema. Uma técnica relativamente simples de adaptação da taxa de compressão conforme o fator Q das ressonâncias e anti-ressonâncias foi proposta e validada tanto em simulação quanto experimentalmente.

Os benefícios do uso de filtros de rastreamento, assim como os requisitos de desempenho e as dificuldades de realização foram discutidos com base nas descrições encontradas na literatura. Verificou-se que a complexidade e os custos envolvidos na realização de filtros de boa qualidade, principalmente em sistemas com múltiplos canais, levaram a maioria dos fabricantes de controladores industriais a aproximar a função por meio de métodos baseados no uso da FFT, embora as hipóteses para a aplicação dessa técnica não condizem com a natureza do sinal de aceleração numa varredura. O único registro encontrado propondo um método de implementação digital para o filtro que não se baseia no uso da FFT foi caracterizado e simplificado para operar com o sistema de controle desenvolvido. Conforme discutido, o método consiste em transladar a energia na freqüência de varredura para 0Hz e utilizar detectores da componente contínua do sinal resultante, os quais são implementados com uma cascata de filtros passa-baixas. Com isso, tanto a amplitude quanto a fase do sinal de aceleração são determinadas. A abordagem simplificada mantém a estrutura elementar do filtro, mas reduz o número de detectores em série. Ainda assim, a taxa de rejeição de freqüências diferente da fundamental é condizente com as especificações de um bom filtro de rastreamento. O operador do ensaio especifica a largura de banda do filtro (proporcional à freqüência central ou fixa), o que determina a relação entre a freqüência de corte dos filtros que compõem os detectores e a freqüência de varredura. Quanto mais estreita a largura de banda, maior a taxa de rejeição, mas também mais ciclos são necessários para que a estimativa da magnitude acomode numa faixa aceitável, o que reduz a taxa de compressão do controlador. Com algumas alterações, o filtro de rastreamento pode implementar também um detector de valor eficaz.

O projeto e análise do sistema de controle foram refeitos considerando o filtro de rastreamento simplificado e o detector de valor eficaz obtido a partir de modificações do filtro. Viu-se que a inserção de mais blocos de filtros passa-baixas em cascata para implementar os detectores da componente contínua aumenta a taxa de rejeição, mas também reduz a margem de estabilidade do controlador. Constatou-se, ainda, que quando o sistema de controle emprega o filtro de rastreamento como método de detecção, além do ganho do integrador, a largura de banda especificada pelo operador também determina a margem de estabilidade do sistema numa determinada freqüência: valores elevados da largura de banda resultam em maior taxa de compressão, mas também tornam o controlador mais suscetível aos efeitos do atraso de transporte dos conversores e às ressonâncias e antiressonâncias encontradas ao longo da varredura. Se o detector de valor eficaz é utilizado, a relação entre a freqüência de corte dos filtros passa-baixas e a freqüência de varredura também determina a margem de estabilidade, mas, nesse caso, a relação é fixa.

Um método de inicialização e desligamento do sistema foi proposto para garantir a convergência suave da magnitude da aceleração tanto no início quanto no término do ensaio e independentemente do valor da referência e da freqüência de varredura, o que evita danos ao objeto sob estudo devido à variação abrupta do nível de vibração. Além disso, garante-se que a varredura iniciará somente quando o erro de rastreamento for reduzido a menos de 2% da magnitude de referência.

Na análise de desempenho experimental do controlador, tanto o filtro de rastreamento quanto o detector de valor eficaz foram considerados como métodos de detecção de magnitude. Aplicando a técnica desenvolvida para a adaptação da taxa de compressão conforme o fator Q dos picos e vales, os testes realizados com um protótipo do filtro desafio e com um vibrador eletrodinâmico sob duas condições de carga indicaram que o sistema de controle apresenta desempenho satisfatório para ressonâncias e anti-ressonâncias com fator Q inferior a 200. O critério de qualidade considerado consistiu em manter o erro de rastreamento limitado à faixa  $\pm 3$ dB ao realizar uma varredura de 5Hz a 5kHz e à taxa de 1 oit/min, sendo que a capacidade de operação do sistema de controle em termos da severidade dos picos e vales encontrados pode ser estendida desde que sob velocidades de varredura inferiores a 1 oit/min.

Como principais contribuições deste capítulo, cita-se:

- 1. Análise dos efeitos do atraso de transporte no sistema de controle;
- 2. Investigação dos fatores que determinam a suscetibilidade do controlador à operação instável quando sob os efeitos das ressonâncias e anti-ressonâncias do corpo de prova;
- Desenvolvimento de uma técnica de adaptação da taxa de compressão conforme o fator Q das ressonâncias e anti-ressonâncias;
- 4. Investigação do impacto do filtro de rastreamento no sistema de controle desenvolvido inicialmente para o operar apenas com o detector de valor eficaz;
- 5. Desenvolvimento de um método de inicialização e desligamento suave do sistema;

Como propostas de pesquisas futuras, tem-se o desenvolvimento de uma lei de controle e de adaptação automática da taxa de compressão que admita, sobretudo, conhecimento extremamente reduzido sobre a dinâmica do processo, ofereça robustez aos efeitos das ressonâncias e anti-ressonâncias do corpo de prova, reduza a necessidade de intervenção do operador na adaptação e permita estender a capacidade do controlador em operar sob os efeitos de picos e vales mais severos. Inclui-se, também, a investigação de um esquema de controle da freqüência de vibração aplicado a ensaios de excitação de modos ressonantes identificados com o teste de busca de ressonância, mais especificamente em ensaios onde é necessário rastrear eventuais mudanças na freqüência de ressonância em função da diferença de fase entre a aceleração de controle e a aceleração de resposta.

### 7 CONCLUSÕES

#### 7.1 Síntese do Trabalho

Esta tese buscou contribuir com a área de ensaios de vibração através do desenvolvimento de controladores de aceleração senoidal para vibradores eletrodinâmicos. O trabalho foi motivado observando que, entre os métodos conhecidos para o controle de aceleração senoidal, algumas soluções não avaliaram o desempenho sob os efeitos de ressonâncias da estrutura sob teste e admitiram hipóteses não usuais com relação ao modo de operação do amplificador e ao tipo de implementação do sistema de controle. Outra solução, também descrita no domínio do tempo contínuo, não apresentou o mecanismo de ajuste da taxa de compressão do controlador em função da severidade das ressonâncias e considerou apenas o uso de detectores de valor eficaz para identificar a amplitude da aceleração.

Nesta pesquisa, admitiu-se, portanto, a operação do amplificador de potência em modo tensão e a implementação digital das estratégias de controle propostas. Para analisar o comportamento dos controladores considerando modificações que ressonâncias do corpo de prova produzem na resposta do vibrador, estruturas que apresentam modos ressonantes pouco amortecidos foram utilizadas nas avaliações de desempenho experimental.

Duas abordagens distintas foram consideradas para a solução do problema: controle no domínio do tempo (ou da forma de onda), onde o valor instantâneo da aceleração foi ajustado para seguir a referência senoidal, e controle no domínio da freqüência, na qual apenas a amplitude ou o valor eficaz da aceleração foi controlado.

Inicialmente, assumindo um modelo dinâmico com dois graus de liberdade para representar o vibrador e projetar o sistema de controle de aceleração instantânea, um procedimento de determinação experimental dos parâmetros do modelo foi proposto. O método é baseado na medição da resposta em freqüência da máquina considerada a partir da corrente da armadura para a aceleração da mesa vibratória e sob duas condições de massa do corpo de prova. Validou-se o procedimento por comparação entre a resposta em freqüência experimental e a resposta do modelo estimado. A estrutura do controlador de valor instantâneo da aceleração senoidal foi desenvolvida para compensar as ressonâncias da suspensão e do enrolamento móvel do vibrador e reduzir assintoticamente a zero o erro entre a referência e a aceleração medida. A avaliação experimental indicou que a estratégia proposta garante bom rastreamento da aceleração de referência quando a estrutura sob teste não possui modos ressonantes, mas se torna instável se esta condição não é atendida. Verificou-se que é necessário compensar também as ressonâncias da estrutura ensaiada, o que constitui uma tarefa de alta complexidade, uma vez que estes modos ressonantes são desconhecidos e variam conforme o corpo de prova. Constatou-se, ainda, que tal característica requer que a banda passante do sistema de controle seja tão elevada quanto a faixa na qual os modos desconhecidos modificam consideravelmente a resposta do sistema, o que introduz mais um grau de dificuldade.

O sistema de controle de amplitude da aceleração foi desenvolvido a partir de modificações de uma técnica apresentada na literatura. Uma estratégia relativamente simples de adaptação da taxa de compressão do sistema de controle conforme o fator Q das ressonâncias e anti-ressonâncias foi proposta. Para identificar a amplitude da aceleração, considerou-se não apenas o uso de um detector de valor eficaz, mas também a utilização de um filtro de rastreamento. O impacto do filtro no sistema de controle, assim como os fatores que determinam a suscetibilidade à operação instável quando sob os efeitos das ressonâncias do corpo de prova, foram investigados. Testes experimentais indicaram que o controlador proposto apresenta desempenho satisfatório durante a varredura realizada à taxa de 1 oit/min para ressonâncias e anti-ressonâncias com fator Q inferior a 200, sendo que a capacidade de operação do sistema de controle em termos da severidade dos picos e vales encontrados pode ser estendida sob velocidades de varredura mais lentas. Um método de inicialização e desligamento suave do ensaio foi também desenvolvido.

Para garantir o potencial de aplicação do controlador de amplitude proposto, a placa de desenvolvimento TMS320C6713 DSK foi utilizada na implementação, a qual apresenta características semelhantes às plataformas comerciais de controle de ensaios de vibração, como, por exemplo, processamento de sinais em aritmética de ponto flutuante e conversão de dados com tecnologia  $\Sigma\Delta$ . O atraso de transporte decorrente da utilização de conversores com esta arquitetura foi também considerado no desenvolvimento do controlador.

Além das propostas de controladores de aceleração senoidal, procurou-se contribuir também em outros aspectos relacionados a ensaios de vibração. Com esta finalidade, uma estratégia de controle adaptativo robusto por modelo de referência foi avaliada para ajustar a tensão de saída de um amplificador industrial em função do sinal de comando determinado pela plataforma de controle do ensaio. O uso desta técnica reduziu a distorção da tensão e aproximou a resposta em freqüência do amplificador a um valor constante, mas particularmente com referências senoidais. O desempenho limitado com excitação randômica de banda larga revelou que o algoritmo adaptativo requer desenvolvimento adicional para atender aos requisitos da aplicação. O impacto positivo na performance de uma plataforma comercial de controle de ensaios de vibração se restringiu a baixas freqüências em testes senoidais, especificamente. Prioridades para o desenvolvimento futuro de sistemas de controle do amplificador foram identificadas com este estudo, como, por exemplo, a redução do nível de distorção e ruído na tensão de saída e a capacidade de operar com referências arbitrárias, de amplo espectro de freqüências e amplitudes.

Um procedimento de projeto e realização de circuitos pré-amplificadores de carga e de condicionamento de sinais para acelerômetros piezoelétricos foi proposto. Com relação à implementação do pré-amplificador, para preservar a sensibilidade em medições de baixas freqüências, necessitou-se utilizar um arranjo particular de resistores na realimentação do sinal de saída, bem como um capacitor com resistência de isolação elevada. Tais dificuldades de implementação não foram abordadas na literatura encontrada. Os resultados experimentais indicaram que o projeto realizado permite medir a aceleração numa ampla faixa dinâmica e com sensibilidade constante na banda de freqüências considerada.

#### 7.2 Contribuições do Autor

As contribuições do autor para a área de ensaios de vibração se referem ao estudo do modelo dinâmico da máquina, à instrumentação aplicada para medir e realimentar a aceleração, ao controle da tensão de amplificadores de potência que utilizam inversores com modulação por largura de pulso para acionar o vibrador e ao desenvolvimento de técnicas para o controle de aceleração senoidal de vibradores eletrodinâmicos.

Com relação ao modelo dinâmico da máquina, descreveu-se um método para determinar os parâmetros mecânicos de um modelo que representa a ressonância da suspensão e do enrolamento móvel do vibrador. Conforme discutido, a norma ISO 5344 não apresenta recomendações que permitam identificar parâmetros como a rigidez, o coeficiente de amortecimento e a massa do enrolamento. Alguns trabalhos encontrados na literatura, assim como a norma, consideram apenas a ressonância da suspensão, enquanto outros não descrevem o procedimento ou determinam os parâmetros por tentativa e erro.

A contribuição à instrumentação compreende o procedimento de projeto e realização de circuitos pré-amplificadores de carga e de condicionamento de sinais para acelerômetros piezoelétricos. Verificou-se que a medição de vibrações em baixas freqüências requer alta impedância no caminho de realimentação do pré-amplificador de carga. Para obter resistências da ordem de  $G\Omega$ , necessitou-se utilizar um arranjo particular de resistores na realimentação e um capacitor com resistência de isolação elevada. Tais dificuldades não foram reconhecidas na literatura encontrada tratando deste tipo de pré-amplificador.

No que se refere à tecnologia de acionamento do vibrador, apesar de aplicar ao controle da tensão de um amplificador industrial um algoritmo adaptativo robusto proposto na literatura, a investigação sobre o impacto no desempenho do amplificador e na performance de uma plataforma comercial de controle de ensaios de vibrações contribuiu para identificar prioridades no desenvolvimento futuro de controladores para o amplificador.

O controlador de aceleração instantânea desenvolvido, embora instável sob os efeitos das ressonâncias do corpo de prova, contribuiu ao relaxar hipóteses assumidas pelas soluções propostas na literatura especificamente para o controle da aceleração no domínio do tempo. Mais importante do que isto, a investigação de desempenho incluiu a verificação da influência dos modos ressonantes da estrutura sob teste, o que, apesar de usual em ensaios de vibração, não havia sido avaliado e nem reconhecido nas propostas anteriores.

As contribuições ao controle de amplitude da aceleração incluem:

- 1. Desenvolvimento de uma técnica de adaptação da taxa de compressão do controlador como função do fator Q das ressonâncias e anti-ressonâncias;
- 2. Desenvolvimento de um método de inicialização e desligamento suave do ensaio;
- Investigação dos fatores que determinam a suscetibilidade do controlador à operação instável quando sob os efeitos das ressonâncias do corpo de prova;
- 4. Investigação do impacto do filtro de rastreamento no sistema de controle desenvolvido inicialmente para o operar apenas com o detector de valor eficaz;
- 5. Análise dos efeitos do atraso de transporte no sistema de controle devido à utilização de conversores com tecnologia  $\Sigma\Delta$ .

#### 7.3 Sugestões para Trabalhos Futuros

Como sugestão de pesquisa futura especificamente para o controle de amplitude da aceleração, cita-se o desenvolvimento de uma lei de controle e de adaptação automática

da taxa de compressão que admita, sobretudo, conhecimento extremamente reduzido sobre a dinâmica do processo, ofereça robustez aos efeitos das ressonâncias do corpo de prova, reduza a necessidade de intervenção do operador na adaptação e permita estender a capacidade do controlador em operar sob os efeitos de picos e vales com fator Q superior a 200. Inclui-se, também, a investigação de um esquema de controle da freqüência em ensaios de excitação discreta de modos ressonantes, mais especificamente em testes onde é necessário rastrear eventuais mudanças na freqüência de ressonância em função da diferença de fase entre a aceleração de controle e a aceleração de resposta.

O desenvolvimento de controladores para a tensão do amplificador de potência constitui também uma recomendação de trabalho futuro. Como especificações de projeto, sugere-se priorizar a redução do nível de distorção e ruído na tensão de saída e manter a habilidade do amplificador em operar com formas de onda arbitrárias e de amplo espectro de freqüências e amplitudes. Se for utilizada implementação digital, deve-se considerar o uso de conversores de dados com arquitetura  $\Sigma\Delta$  para garantir a elevada faixa dinâmica requerida pela aplicação. Neste caso, é recomendado assegurar a robustez do controlador aos efeitos do atraso de transporte inerente à utilização de conversores com esta tecnologia. Outra questão a ser examinada se refere às influências do projeto do amplificador nos requisitos de desempenho do controlador. Uma investigação que inclua não apenas o desenvolvimento do sistema de controle da tensão, mas também o projeto integrado do amplificador, poderá contribuir de forma relevante para a qualidade dos ensaios.

# REFERÊNCIAS

AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE/AGRICULTURAL EQUIP-MENT AUTOMATION COMMITTEE. ANSI/ASAE EP455: Environmental considerations in development of mobile agricultural electrical/electronic components. St Joseph, jul. 1991. 8 p.

ASTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. *Adaptive Control.* 2nd. ed. New York: Addison Wesley, 1995.

BAKER, B. Delta-sigma adcs in a nutshell, part 4: noise versus data rate. *EDN Magazine*, n. 3, p. 30–30, mar. 2008.

BAREN, P. V.; LANG, G. F. Examining the dynamic range of your vibration controller. *Sound and Vibration Magazine*, v. 41, n. 8, p. 12–20, ago. 2007.

BONTEMPS, S.; GOODFELLOW, J. K.; GRAFHAM, D. 75A/250V/75kHz intelligent half bridge power module. In: IEE COLLOQUIUM ON DEVICES, DRIVE CIRCUITS AND PROTECTION, 1994, London, UK. *Proceedings*. London: IEE, 1994. p. 4/1–4/5.

BROCH, J. T. Mechanical Vibration and Shock Measurements. 2nd. ed. Naerum: Brüel & Kjaer, 1980.

BRÜEL & KJAER. 4370V Piezoelectric Accelerometer Product Data. Naerum, 2003.

BURROW, L. R. Automatic Wave Analyzer. 1962. US Patent 3,018,439.

CARATI, E. G. Controle Adaptativo Robusto por Modelo de Referência e Controle Repetitivo em Tempo Discreto: uma Abordagem Entrada/Saída. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2003.

CHASSAING, R. Digital Signal Processing and Applications with the C6713 and C6416 DSK. New York: John Wiley & Sons, 2005.

CHEN, C. T. *Linear System Theory and Design*. New York: CBS College Publishing, 1984.

CHEN, T. H.; HUANG, K. C.; LIAW, C. M. High-frequency switching-mode power amplifier for shaker armature excitation. *IEE Electric Power Applications*, v. 144, n. 6, p. 415–422, nov. 1997.

CHEN, T. H.; LIAW, C. M. Soft-switching inverter for electrodynamic shaker. *IEE Electric Power Applications*, v. 146, n. 5, p. 515–523, set. 1999.

CHEN, T. H.; LIAW, C. M. Vibration acceleration control of an inverter-fed electrodynamic shaker. *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*, v. 4, n. 1, p. 60–70, mar. 1999.

CHU, A. S. Vibration transducers. In: \_\_\_\_\_. Shock and Vibration Handbook. 5th. ed. New York: McGraw-Hill, 2001. cap. 12, p. 12.1–12.40.

CICLOTRON. DBL 6000 Audioamplificador de Potência Profissional. Barra Bonita, 2008.

DATA PHYSICS CORPORATION. SignalForce Shakers, Amplifiers and Accessories. San Jose, 2007.

DATA PHYSICS CORPORATION. SignalStar Scalar Shaker Control System. San Jose, 2008.

DELLA FLORA, L. Controle de Aceleração de uma Máquina de Vibração Eletrodinâmica. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2005.

DELLA FLORA, L.; GRÜNDLING, H. A. Vibration acceleration control of an ac power source-fed electrodynamic shaker. In: POWER ELECTRONICS SPECIALISTS CONFERENCE, 36., 2005, Recife. *Proceedings*. Recife, Brazil: IEEE, 2005. p. 1175–1181.

DELLA FLORA, L.; GRÜNDLING, H. A. Acceleration control of an ac power source-fed electrodynamic shaker. In: CONFERÊNCIA INTERNACIONAL DE APLICAÇÕES INDUSTRIAIS, 7., 2006, Recife. *Proceedings*. Recife, Brazil: IEEE, 2006.

DELLA FLORA, L.; GRÜNDLING, H. A. Acceleration control of an inverter-fed electrodynamic shaker. In: POWER ELECTRONICS SPECIALISTS CONFERENCE, 37., 2006, Jeju. *Proceedings.* Jeju, Korea: IEEE, 2006. p. 2799–2805.

DELLA FLORA, L.; GRÜNDLING, H. A. Digital environment for sinusoidal vibration test control of an ac power source-fed electrodynamic shaker. *Eletrônica de Potência*, v. 11, n. 3, p. 167–174, nov. 2006.

DELLA FLORA, L.; GRÜNDLING, H. A. Adaptive acceleration control of an ac power source-fed electrodynamic shaker. In: ANNUAL MEETING OF THE IEEE INDUSTRY APPLICATIONS SOCIETY, 42., 2007, New Orleans. *Proceedings*. New Orleans, USA: IEEE, 2007. p. 1831–1836.

DELLA FLORA, L.; GRÜNDLING, H. A. A high performance switching-mode ac power source for excitation of an electrodynamic shaker. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA, 9., 2009, Blumenau. *Anais*. Blumenau, Brazil: SOBRAEP, 2007. p. 1048–1053.

DELLA FLORA, L.; GRÜNDLING, H. A. Design of a robust model reference adaptive voltage controller for an electrodynamic shaker. *Eletrônica de Potência*, v. 13, n. 3, p. 133–140, ago. 2008.

DELLA FLORA, L.; GRÜNDLING, H. A. Projeto e implementação de circuitos de pré-amplificação e condicionamento de sinais para acelerômetros piezoelétricos. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 17., 2008, Juiz de Fora. *Anais.* Juiz de Fora, Brasil: SBA, 2008.

DELLA FLORA, L.; GRÜNDLING, H. A. Time domain sinusoidal acceleration controller for an electrodynamic shaker. *IET Control Theory and Applications*, v. 2, n. 12, p. 1044–1053, dez. 2008.

D.SIGNT. D.Module. ADDA16 Technical Data Sheet. Kerken, 2005.

EREN, H. Acceleration, vibration, and shock measurement. In: \_\_\_\_\_. *The Measurement, Instrumentation and Sensors Handbook*. Boca Raton: CRC Press, 1999. cap. 17, p. 17.1–17.32.

FAIR, R. J. Analysis and Design of Electromagnetic Moving Coil Vibration Generators. Tese (Doutorado) — University of London, London, 1989.

GEARING & WATSON ELECTRONICS LTD. Vibration Test Manual: Power Amplifier Model DSA1-1K and Vibrator Model V55. East Sussex, 2007.

GRÜNDLING, H. A. Controle Adaptativo Robusto por Modelo de Referência. Tese (Doutorado) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 1995.

HARRIS, C. M. Measurement techniques. In: \_\_\_\_\_. Shock and Vibration Handbook. 5th. ed. New York: McGraw-Hill, 2001. cap. 15, p. 15.1–15.23.

HARRIS, C. M.; PIERSOL, A. G. *Shock and Vibration Handbook.* 5th. ed. New York: McGraw-Hill, 2001.

HAYKIN, S. An Introduction to Analog and Digital Communications. New York: John Wiley & Sons, 1994.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION. *IEC 60068-2-6*: Environmental testing - part 2-6: Tests - test fc: Vibration sinusoidal. Geneva, dez. 2007. 86 p.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. *ISO 5344*: Electrodynamic test equipment for generating vibration - methods of describing equipment characteristics. Geneva, abr. 1978. 46 p.

IOANNOU, P.; TSAKALIS, K. A robust direct adaptive controller. *IEEE Transactions* on Automatic Control, v. 31, n. 11, p. 1033–1043, nov. 1986.

IOANNOU, P. A.; FIDAN, B. *Adaptive Control Tutorial*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006.

IOANNOU, P. A.; SUN, J. *Robust Adaptive Control*. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1996.

KARKI, J. 3-V Accelerometer Featuring TLV2772. Texas Instruments Application Report SLVA040, 1998.

KARKI, J. Signal Conditioning Piezoelectric Sensors. Texas Instruments Application Report SLOA033A, set. 2000.

KARSHENAS, A. M. Random Vibration and Shock Control of an Electrodynamic Shaker. Tese (Doutorado) — Heriot-Watt University, Edinburgh, 1997.

KELLER, T. On the use of tracking filters during sine vibration testing. Sound and Vibration Magazine, v. 36, n. 1, p. 82–85, jan. 2002.

KESTER, W. Analog-Digital Conversion. [S.l.]: Analog Devices, Inc., 2004.

KUO, B. C. Digital Control Systems. 2nd. ed. New York: Oxford University Press, 1992.

KUO, B. C.; GOLNARAGHI, F. Automatic Control Systems. 8th. ed. New York: John Wiley & Sons, 2003.

KUSKO, A.; GALLER, D.; MEDORA, N. Output impedance of PWM UPS inverter-feedback vs. filters. In: ANNUAL MEETING OF THE IEEE INDUSTRY APPLICATIONS SOCIETY, 1990. *Conf. Records.* [S.l.]: IEEE, 1990. p. 1044–1048.

LANG, G. F.; SNYDER, D. Understanding the physics of electrodynamic shaker performance. *Sound and Vibration Magazine*, v. 35, n. 10, p. 24–33, out. 2001.

LDS TEST AND MEASUREMENT. Technical Note TN002: Control Dynamic Range. Middleton, 2005.

LDS TEST AND MEASUREMENT. Technical Note TN007: Transfer Function Equalization. Middleton, 2005.

LDS TEST AND MEASUREMENT. Permanent Magnet Vibration Test Systems. Middleton, 2007.

LDS TEST AND MEASUREMENT. Vibration Test Systems: Amplifiers. Middleton, 2007.

LDS TEST AND MEASUREMENT. LASER Shaker Control System. Middleton, 2008.

LEEDHAM, R. *High Frequency Switch-Mode Power Amplifier*. 2005. US Patent 6,882,219.

LEVINE, W. S. The Control Handbook. Boca Raton: CRC Press IEEE Press, 1996.

LIAW, C. M.; YU, W. C.; CHEN, T. H. Random vibration test control of an inverter-fed electrodynamic shaker. *IEEE Transactions On Industrial Electronics*, v. 49, n. 3, p. 587–594, jun. 2002.

LINEAR TECHNOLOGY CORPORATION. LT1169 Operational Amplifier Product Data. Milpitas, 2004.

MACDONALD, H. M.; GREEN, T. C.; WILLIAMS, B. W. Analysis and control of a moving coil electrodynamic actuator. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, CONTROL AND INSTRUMENTATION, 1993, Maui. *Proceedings*. Maui, USA: IEEE, 1993. p. 2184–2189.

MARSHALL, S. V.; SKITEK, G. G. *Electromagnetic Concepts and Applications*. 3rd. ed. London: Prentice Hall, 1990.

MCCONNELL, K. G. Vibration Testing: Theory and Practice. New York: John Wiley & Sons, 1995.

MOHAN, N.; UNDELAND, T. M.; ROBBINS, W. P. Power Electronics: Converters, Applications and Design. 3rd. ed. New York: John Wiley & Sons, 2003.

NARENDRA, K. S.; BOSKOVIĆ, J. D. A combined direct, indirect and variable structure method for robust adaptive control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 37, n. 2, p. 262–268, fev. 1992.

NAVAL RESEARCH LABORATORY. Seminar on Understanding Digital Control and Analysis in Vibration Test Systems Parts 1 and 2. Washington, D.C.: The Shock and Vibration Information Center, 1975.

NORSWORTHY, S. R.; SCHREIER, R.; TEMES, G. C. *Delta-Sigma Data Converters: Theory, Design and Simulation.* New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1997.

OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 3. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1998.

OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W.; BUCK, J. R. *Discrete-Time Signal Processing*. 2. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall International, 1999.

PAULY, W. Shaker Table Amplifier. 1986. US Patent 4,700,148.

PELLETIER, M. P.; UNDERWOOD, M. A. Multichannel simultaneous digital tracking filters for swept-sine vibration control. *Journal of The Institute of Environmental Sciences*, v. 37, n. 5, p. 23–29, September/October 1994.

PIERSOL, A. G. Test criteria and specifications. In: \_\_\_\_\_. Shock and Vibration Handbook. 5th. ed. New York: McGraw-Hill, 2001. cap. 20, p. 20.1–20.20.

RANDALL, R. B. Vibration measurement instrumentation. In: \_\_\_\_\_. Shock and Vibration Handbook. 5th. ed. New York: McGraw-Hill, 2001. cap. 13, p. 13.1–13.17.

RATZ, A. G. Sine-sweep testing using digital control. In: SEMINAR ON UNDER-STANDING DIGITAL CONTROL AND ANALYSIS IN VIBRATION TEST SYSTEMS PART 2 OF 2, 1975, Greenbelt and Pasadena, USA. *Proceedings*. Washington, D.C.: The Shock and Vibration Information Center, Naval Research Laboratory, 1975. p. 11–22.

SAVANT, C. J.; RODEN, M. S.; CARPENTER, G. L. *Electronic Design: Circuits and Systems.* 2nd. ed. Redwood City: Benjamin/Cummings, 1991.

SCHILDT, H. C Completo e Total. 3. ed. São Paulo: Makron Books, 1996.

SERRIDGE, M.; LICHT, T. R. Piezoelectric Accelerometers and Vibration Preamplifiers: Theory and Application Handbook. Naerum: Brüel & Kjaer, 1987.

SILVA, C. W. Vibration Monitoring, Testing and Instrumentation. Boca Raton: CRC Press, 2007.

SMALLWOOD, D. O. Vibration testing machine. In: \_\_\_\_\_. Shock and Vibration Handbook. 5th. ed. New York: McGraw-Hill, 2001. cap. 25, p. 25.1–25.22.

SPECTRAL DYNAMICS CORPORATION. Puma Shaker Control. San Jose, 2008.

SPECTRAL DYNAMICS CORPORATION. Technical Note: An Advanced Sinusoidal Control Algorithm. San Jose, 2008.

SPECTRAL DYNAMICS CORPORATION. Technical Note: Control System Dynamic Range. San Jose, 2008.

SPECTRUM DIGITAL, INC. TMS320C6713 DSK Technical Reference. Stafford, 2003.

STEFANELLO, M.; CARATI, E. G. Environment for random and sinusoidal vibration test control of an inverter-fed electrodynamic shaker. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, 2., 2003, Rio de Janeiro. *Proceedings*. Rio de Janeiro, Brazil: IEEE, 2003. p. 1093–1098.

TEXAS INSTRUMENTS, INC. TLV2772 Operational Amplifier Product Data. Dallas, 2001.

TEXAS INSTRUMENTS, INC. *TLV320AIC23B Stereo Audio CODEC Data Manual*. Dallas, 2004.

TEXAS INSTRUMENTS, INC. TMS320C6713 Floating-Point Digital Signal Processor. Dallas, 2005.

TIRA. Mesa para Ensaios de Vibrações ST 5000/300: Manual de Utilização. Schalkau, 1965.

TOMLINSON, G. R. Force distortion in resonance testing of structures with electrodynamic vibration exciters. *Journal of Sound and Vibration*, v. 63, n. 3, p. 337–350, 1979.

TRIG-TEK INC. 801B Vibration Compressor. Anaheim, 2008.

TUSTIN, W. Random Vibration & Shock Testing. Santa Barbara: Equipment Reliability Institute, 2005.

UNDERWOOD, M. A. Applications of optimal control concepts to digital shaker control systems. In: INSTITUTE OF ENVIRONMENTAL SCIENCES. *Proceedings.* [S.I.], 1981. p. 165–173.

UNDERWOOD, M. A. Adaptive Control Method for Multiexciter Sine Tests. 1994. US Patent 5,299,454.

UNDERWOOD, M. A. Applications of digital computer. In: \_\_\_\_\_. Shock and Vibration Handbook. 5th. ed. New York: McGraw-Hill, 2001. cap. 27, p. 27.1–27.36.

US DEPARTMENT OF DEFENSE. *MIL-STD-810G*: Environmental engineering considerations and laboratory tests. USA, 2008. 269 p.

VIBRATION RESEARCH CORPORATION. VR8500 Multi-Function Shaker Controller/Analyzer. Jenison, 2008.

WALTER, P. L. The Handbook of Dynamic Force, Pressure and Acceleration Measurement. San Juan Capistrano: Endevco Corporation, 2001.

WALTER, P. L. The history of the accelerometer. *Sound and Vibration Magazine*, v. 41, n. 1, p. 84–92, jan. 2007.

WEBSTER, J. G. The Measurement, Instrumentation and Sensors Handbook. Boca Raton: CRC Press, 1999.

WELARATNA, R. Effects of sampling and aliasing on the conversion of analog signals to digital format. *Sound and Vibration Magazine*, v. 36, n. 12, p. 12–13, jan. 2002.

# APÊNDICE A – FAIXA DINÂMICA DE PLATAFORMAS DIGITAIS DE CONTROLE DE ENSAIOS DE VIBRAÇÃO

#### A.1 Considerações Gerais

Este apêndice apresenta um estudo sobre as influências da taxa de amostragem e da arquitetura de conversores A/D e D/A na faixa dinâmica de plataformas digitais de controle de ensaios de vibração. Como será verificado, plataformas industriais competitivas normalmente utilizam conversores de dados com tecnologia sigma-delta ( $\Sigma\Delta$ ), os quais relaxam os requisitos de desempenho do filtro passa-baixas projetado para atenuar o efeito de *aliasing*, além de aumentar a faixa dinâmica efetiva. Entretanto, o uso deste tipo de conversor também limita a banda de aquisição e introduz atraso de transporte, o que pode alterar a margem de estabilidade do sistema de controle do ensaio.

O exame realizado é importante para enfatizar a utilização de conversores  $\Sigma\Delta$  na implementação de sistemas digitais de controle e análise de vibrações. Na presente tese, a tecnologia sigma-delta é empregada somente na realização do controlador de aceleração desenvolvido no capítulo 6. No entanto, o uso também no controle digital da tensão de saída do amplificador de potência é identificado no capítulo 4 como trabalho futuro.

#### A.2 Importância da Faixa Dinâmica

A faixa dinâmica de uma plataforma de controle de ensaios de vibração representa a relação entre a máxima e a mínima amplitude da aceleração que podem ser medidas e controladas simultaneamente durante o teste. Trata-se de um dos parâmetros mais importantes para a confiabilidade dos resultados do ensaio. Dependendo das características do corpo de prova, a amplificação na ressonância mais severa e a atenuação na anti-ressonância mais aguda podem exigir que os sinais manipulados pela plataforma de controle variem desde unidades de volts até apenas algumas dezenas de microvolts. Uma eventual falha em atender à faixa dinâmica requerida pode resultar em níveis de vibração fora dos limites especificados, mesmo quando o sistema de controle indica o contrário, o que mascara os resultados do teste e pode até mesmo danificar o corpo de prova.

Conforme Baren e Lang (2007), a faixa dinâmica do sistema empregado para realizar um ensaio de vibração depende não apenas das características da plataforma de controle, mas também da faixa dinâmica de todos os elementos envolvidos, o que inclui, portanto, o vibrador, o amplificador de potência, os acelerômetros e os circuitos de pré-amplificação e condicionamento de sinais. O método de instalação dos sensores na mesa de vibração e no corpo de prova também influencia a faixa resultante. No que se refere especificamente à plataforma, no entanto, a faixa dinâmica é determinada diretamente pelo comprimento da palavra digital utilizada para representar os sinais envolvidos, assim como pela resolução dos conversores A/D e D/A, pela freqüência de amostragem e pela taxa de rejeição do filtro que atenua o efeito de *aliasing* e do filtro de reconstrução do sinal analógico.

Na próxima seção, os efeitos da taxa de amostragem e da arquitetura dos conversores de dados na faixa dinâmica da plataforma de controle são examinadas em detalhes. Para realizar a análise, considera-se somente o processo de conversão analógico-digital, mas estudo semelhante pode ser efetuado admitindo a conversão digital-analógica.

#### A.3 Conversores de Dados com Arquitetura $\Sigma\Delta$

No processo de conversão analógico-digital, o teorema da amostragem de Nyquist determina que a máxima componente do espectro do sinal a ser amostrado deve ser menor ou igual à metade da freqüência  $f_s$  de amostragem do conversor. Do contrário, após a conversão, componentes do sinal analógico com freqüências superiores a  $f_s/2$  não poderão ser diferenciadas de componentes com freqüências mais baixas, ocorrendo o efeito de sobreposição irreversível conhecido como aliasing (OPPENHEIM; SCHAFER; BUCK, 1999). Como na prática o sinal analógico normalmente apresenta componentes de freqüências superiores a  $f_s/2$ , é usual o emprego de um filtro passa-baixas para limitar o espectro a ser amostrado, o que contribui para determinar a faixa dinâmica do sinal digital.

Para ilustrar, seja um sinal analógico com espectro uniforme de amplitude igual ao fundo de escala do conversor A/D e freqüência máxima de interesse igual a BW. Para limitar o espectro do sinal e reduzir o efeito de *aliasing*, um filtro passa-baixas é projetado

com taxa de rejeição RO (em dB/oitava) e freqüência de corte com valor  $f_H$ , tal que apenas componentes acima de BW são atenuadas. Após a conversão para a forma digital, como mostra a figura 127(a), componentes com freqüências superiores a  $f_s - BW$  não poderão ser diferenciadas de componentes verdadeiras com freqüência inferior a BW. Conseqüentemente, a faixa dinâmica DR do sinal digital estará limitada à atenuação do filtro especificamente em  $f_s - BW$ . Neste caso, assumindo que  $f_H < (f_s - BW)$ , o valor de DR pode ser calculado em função de BW, RO,  $f_H$  e  $f_s$  como:

$$DR = RO \times \left(\log_2 \frac{f_s - BW}{f_H}\right) \tag{A.1}$$

o que é válido somente considerando que o espectro do sinal antes da filtragem é uniforme e de amplitude igual ao fundo de escala do conversor A/D. Se o valor máximo da magnitude do espectro em freqüências acima de  $f_s - BW$  for inferior ao fundo de escala, então a faixa dinâmica resultante será superior ao valor calculado.



Figura 127: Espectro do sinal amostrado com taxa (a)  $f_s$  e (b)  $Kf_s$  (KESTER, 2004).

A equação (A.1) é importante por mostrar explicitamente alguns fatores que determinam a faixa dinâmica do sinal digital. Como se observa, desde que BW é uma propriedade do sinal a ser digitalizado, enquanto  $f_H$  depende de BW, a faixa dinâmica resultante do efeito de *aliasing* é função da taxa de amostragem do conversor e da taxa de rejeição do filtro passa-baixas, além, obviamente, do espectro do sinal. Considerando o segundo fator, aumentar RO implica em elevar a complexidade do filtro analógico, o que introduz erros devido às variações de ganho na banda-passante, dispersão do sinal e discrepâncias de fase em aplicações com medição simultânea de múltiplos sinais (WELARATNA, 2002). Aumentar a taxa de amostragem, por outro lado, equivale a expandir a banda de transição do filtro como indica a figura 127(b), o que reduz a complexidade, mas também exige conversores mais rápidos e processamento de dados a uma taxa mais elevada. Uma abordagem intermediária usualmente aplicada a sistemas digitais de controle e análise de vibrações, segundo Underwood (2001), consiste em utilizar conversores de dados com tecnologia sigma-delta ( $\Sigma\Delta$ ). Tais dispositivos relaxam os requisitos de desempenho do filtro passa-baixas e aumentam a faixa dinâmica efetiva do conversor através da sobreamostragem do sinal analógico e posterior filtragem e decimação do sinal digital.

Na figura 128, é mostrado um diagrama de blocos com os elementos básicos que constituem um conversor A/D com arquitetura  $\Sigma\Delta$ . O modulador (responsável por converter o sinal analógico para a forma digital) e o filtro operam a uma freqüência de amostragem K vezes maior do que a freqüência  $f_s$  de atualização da saída do conversor, ou seja, o fator de sobre-amostragem do sinal analógico é igual a K. O filtro digital reduz a freqüência de amostragem de  $Kf_s$  para  $f_s$  através de múltiplos estágios de filtragem e decimação. Como conseqüência da sobre-amostragem, a banda de transição do filtro passa-baixas aumenta de BW a  $f_s - BW$  para BW a  $Kf_s - BW$ , e desde que o valor típico do parâmetro K, de acordo com Underwood (2001), é igual a 64, há uma drástica redução dos requisitos de desempenho e complexidade de realização do filtro analógico passa-baixas. Além disso, considerando a faixa dinâmica como resultado do nível de atenuação de componentes de altas freqüências, o valor calculado pela equação (A.1) aumenta para:

$$DR = RO \times \left(\log_2 \frac{Kf_s - BW}{f_H}\right) \tag{A.2}$$

sendo que a maioria dos conversores  $\Sigma \Delta$  pode produzir amostras livres do efeito de *aliasing* até freqüências iguais a 0.45 vezes a taxa  $f_s$  de atualização dos dados na saída.



Figura 128: Diagrama de blocos do conversor A/D com arquitetura  $\Sigma\Delta$ .

Outra característica relevante deste tipo de conversor se refere ao espectro do ruído devido à quantização das amostras. Conforme demonstrado por Oppenheim, Schafer e Buck (1999), a densidade espectral de potência do ruído, que normalmente é uniforme até  $f_s/2$  em conversores convencionais, é concentrada pelo modulador em freqüências mais elevadas e posteriormente removida pelo filtro digital. Conseqüentemente, de acordo com Baker (2008), os conversores  $\Sigma\Delta$  mais modernos, além de produzir amostras livres do efeito de *aliasing* até  $0.45f_s$ , podem oferecer resolução de até 22 bits efetivos, isto é, mais de 130dB de faixa dinâmica. Por estas razões e considerando o baixo custo de produção (KESTER, 2004), a tecnologia  $\Sigma\Delta$  atualmente predomina em aplicações que exigem alta resolução. Detalhes mais específicos sobre a teoria, o projeto e a construção dos conversores podem encontrados em (NORSWORTHY; SCHREIER; TEMES, 1997).

Para realizar a conversão digital do sinal de aceleração e converter para a forma analógica o sinal de comando determinado pelo controlador proposto no capítulo 6, os conversores A/D e D/A com tecnologia  $\Sigma\Delta$  disponíveis no codificador e decodificador de sinais (CODEC) modelo TLV320AIC23B (TEXAS INSTRUMENTS, INC., 2004) são considerados. Estes dispositivos acompanham a placa de desenvolvimento TMS320C6713 DSK (SPECTRUM DIGITAL, INC., 2003) utilizada na implementação do sistema de controle. Conforme a folha de dados, a taxa de conversão pode ser programada segundo valores pré-definidos desde 8kHz a 96kHz, sendo que, particularmente com  $f_s = 48$ kHz, o fator de sobre-amostragem é igual a 256 e o valor típico da faixa dinâmica corresponde a 90dB, isto é, aproximadamente 15 bits de resolução efetiva. Neste caso, assumindo a uniformidade do espectro dos sinais de saída da instrumentação desenvolvida no capítulo 3 especificamente para a avaliação experimental do controlador proposto no capítulo 6, a limitação da faixa dinâmica devido ao efeito de *aliasing* pode ser calculada aplicando na equação (A.2) a freqüência de corte  $f_H = 20$ kHz e a taxa de rejeição RO = 12dB/oitava do filtro analógico passa-baixas presente no circuito de condicionamento de sinais, isto é:

$$DR = 12 \text{dB/oit} \times \left( \log_2 \frac{256 \times 48 \text{kHz} - 2 \text{kHz}}{20 \text{kHz}} \right) \approx 111 \text{dB}$$
 (A.3)

Como o resultado é superior à especificação nominal do conversor, predomina o menor valor, isto é, 90dB, e desde que a relação sinal-ruído da tensão de saída referente à instrumentação desenvolvida é igual a 80dB (conforme determinado na seção 3.6.4), conclui-se que a faixa dinâmica do sistema de medição é limitada pelo ruído dos circuitos de préamplificação e condicionamento. Ainda assim, o valor resultante é compatível com as necessidades típicas de ensaios de vibração segundo McConnell (1995).

Apesar de simplificar o projeto do filtro analógico e otimizar a faixa dinâmica, o processo de filtragem e decimação digital intrínseco à arquitetura  $\Sigma\Delta$  restringe a banda de aquisição do conversor (normalmente a 80kHz) e introduz atraso de transporte, o que pode desestabilizar o sistema de controle de ensaios de vibração (UNDERWOOD, 2001). O valor do atraso, usualmente referenciado como atraso de grupo do filtro digital, é especificado em termos do número de amostras na freqüência de amostragem  $f_s$ . No caso do codificador e decodificador de sinais TLV320AIC23B, o atraso de grupo total  $N_d$ 

que inclui o processamento dos conversores A/D e D/A totaliza 29 amostras quando a freqüência de atualização dos sinais é programada para  $f_s = 48$ kHz, o que produz o atraso de fase igual a  $\omega N_d T_s$  mostrado na figura 129 ( $T_s = 1/f_s$  é o intervalo de amostragem).



Figura 129: Atraso de fase total  $\omega N_d T_s$  dos conversores A/D e D/A com arquitetura  $\Sigma \Delta$  presentes no CODEC modelo TLV320AIC23B ( $N_d = 29$  amostras e  $f_s = 1/T_s = 48$ kHz).

Nota-se que, em 5kHz, por exemplo, a diferença de fase equivalente a 3 ciclos pode reduzir significativamente a margem de estabilidade do sistema de controle, o que requer compensação adequada. No capítulo 6, o efeito do atraso de transporte no desempenho do controlador de magnitude da aceleração é analisado detalhadamente.

### APÊNDICE B - FILTRO DESAFIO

#### B.1 Considerações Gerais

Este apêndice trata de um circuito eletrônico constituído por dois filtros rejeita-faixa em cascata utilizados por fabricantes de sistemas de controle de ensaios de vibração para avaliar e demonstrar a faixa dinâmica e o desempenho do controlador. Neste circuito, a tensão de entrada corresponde ao sinal de comando determinado pela plataforma de controle, enquanto a tensão de saída representa o sinal de aceleração a ser controlado. Desde que os picos e vales da resposta em freqüência do circuito representam um desafio à capacidade do sistema de controle em manter a magnitude do sinal de saída dentro das margens de tolerância, o circuito eletrônico é referenciado como *filtro desafio*.

Uma vez que inexistem requisitos mínimos de desempenho e métodos que permitam investigar e comparar objetivamente a performance de controladores de ensaios de vibração, entende-se que o uso do filtro desafio para este fim representa um esforço de alguns fabricantes em direção à padronização dos métodos de avaliação. Por esta razão, o circuito é implementado especificamente para examinar o desempenho do sistema de controle de magnitude da aceleração senoidal desenvolvido no capítulo 6.

#### B.2 Estudo da Faixa Dinâmica do Controlador

A faixa dinâmica de uma plataforma de controle de ensaios de vibração, conforme discutido no apêndice A, constitui um dos parâmetros mais importantes para a confiabilidade dos resultados do ensaio. Um artigo que analisa detalhadamente os métodos usuais empregados para determinar a faixa dinâmica do controlador foi publicado por Baren e Lang (2007). Entre as técnicas discutidas, está o uso de um filtro ativo construído a partir de dois filtros rejeita-faixa em cascata como o mostrado na figura 130, o qual é referenciado como filtro desafio. Os resultados da investigação indicam que a utilização deste método é apropriada somente para examinar a faixa de variação do sinal de comando aplicado à entrada do filtro e exercitar a lei de controle, mas não para determinar a faixa dinâmica do controlador. Isto porque, conforme demonstrado, a amplitude do sinal de aceleração representado pela saída do filtro é mantida constante ao longo do ensaio ao invés de variar segundo a possível faixa dinâmica. Ainda assim, o circuito é reconhecido como útil para investigar o desempenho do controlador sob os efeitos de picos e vales agudos normalmente encontrados na resposta em freqüência do corpo de prova.

A próxima seção descreve o modelo e o projeto do filtro desafio considerado na análise de Baren e Lang (2007). A função de transferência de um protótipo experimental semelhante é obtida com o uso do filtro de rastreamento desenvolvido na seção 6.5.2. O resultado é utilizado para extrair um modelo dinâmico que considera também os filtros analógicos passa-altas presentes no codificador e decodificador de sinais modelo TLV320AIC23B, o qual é empregado na avaliação experimental do controlador de magnitude da aceleração senoidal desenvolvido no capítulo 6. Tanto o modelo matemático quanto o protótipo do filtro desafio são considerados na análise de desempenho do controlador de aceleração.

#### B.3 O Filtro Desafio

A função de transferência de um filtro rejeita-faixa típico com freqüência de ressonância  $\omega_P$  é dada por (KUO; GOLNARAGHI, 2003):

$$H_{n}(s) = \frac{s^{2} + Q_{Z}^{-1}\omega_{P}s + \omega_{P}^{2}}{s^{2} + Q_{P}^{-1}\omega_{P}s + \omega_{P}^{2}}$$
(B.1)

onde a relação entre os fatores de qualidade  $Q_P$  e  $Q_Z$  dos respectivos pólos e zeros complexos conjugados determina o nível de rejeição na freqüência  $\omega_P$ , ou seja:

$$|\mathcal{H}_{n}(j\omega_{P})| = \frac{Q_{P}}{Q_{Z}} \tag{B.2}$$

Para realizar o filtro desafio, a freqüência natural  $\omega_Z$  dos zeros de  $H_n(s)$  é definida diferente da freqüência  $\omega_P$  dos pólos, de forma que o ganho em altas freqüências  $K_n$ resulta também diferente da magnitude do filtro em baixas freqüências, isto é:

$$H_{n}(s) = K_{n} \frac{s^{2} + Q_{Z}^{-1}\omega_{Z}s + \omega_{Z}^{2}}{s^{2} + Q_{P}^{-1}\omega_{P}s + \omega_{P}^{2}}$$
(B.3)

Assim, o filtro rejeita-faixa passa a apresentar um pico em  $\omega_P$  com fator de qualidade  $Q_P$  e um vale em  $\omega_Z$  com fator  $Q_Z$ , sendo a magnitude em baixas freqüências dependente do ganho em altas freqüências multiplicado pela relação  $(\omega_Z/\omega_P)^2$ .

Considerando a implementação de  $H_n(s)$  como descrita por Baren e Lang (2007) e mostrada na figura 130, a função de transferência da entrada para a saída é obtida em termos dos parâmetros do circuito como:

$$H_{n}(s) = \frac{R_{n}}{R_{B}} \frac{s^{2} + \frac{R_{B}}{R_{A}} \left(\frac{1}{R_{F}C_{F}}\right)^{2}}{s^{2} + \frac{3R_{n}}{R_{n} + R_{Q}} \frac{1}{R_{F}C_{F}}s + \left(\frac{1}{R_{F}C_{F}}\right)^{2}}$$
(B.4)

e a relação de  $K_n$ ,  $\omega_P$ ,  $\omega_Z$ ,  $Q_P$  e  $Q_Z$  com as resistências e capacitâncias é determinada por comparação das equações (B.3) e (B.4). Os resultados são indicados na tabela 13.



Figura 130: Filtro rejeita-faixa utilizado na realização do filtro desafio.

 $K_n = \frac{R_n}{R_B}$  $\frac{R_B}{R_A}\omega_P \quad Q_P = \frac{R_n + R_Q}{3R_n} \quad Q_Z = \infty$  $\omega_P = \frac{-}{R_F \underline{C_F}}$ Parâmetro  $\omega_Z =$ Filtro 1  $2\pi \times 400 \text{Hz}$ 1001,12 $2\pi \times 190$ Hz 0,85Filtro 2  $2\pi \times 678 \text{Hz}$  $2\pi \times 1, 14$ kHz 25100

Tabela 13: Parâmetros do filtro desafio.

Nota-se que, uma que vez definido o valor do resistor  $R_n$ , a resistência  $R_F$  e o capacitor  $C_F$  determinam a freqüência de ressonância  $\omega_P$ , o resistor  $R_B$  estipula a magnitude  $K_n$  do filtro em altas freqüências,  $R_A$  define juntamente com  $\omega_P$  e  $R_B$  a freqüência  $\omega_Z$  do vale, enquanto o resistor  $R_Q$  determina o fator de qualidade  $Q_P$  na freqüência do pico. Idealmente, o fator de qualidade  $Q_Z$  da anti-ressonância é infinito, o que não ocorre na prática devido às resistências finitas do circuito real.

Para implementar o filtro desafio, considerou-se os parâmetros dos filtros rejeita-faixa definidos na tabela 13, os quais correspondem aproximadamente aos valores utilizados na análise de Baren e Lang (2007). Com o filtro de rastreamento desenvolvido na seção 6.5.2, obteve-se a resposta em freqüência do protótipo experimental mostrada na figura 131.



Figura 131: Resposta em freqüência do filtro desafio (experimental e modelo  $H_s(s)$ ). (a) Magnitude. (b) Fase.

Observa-se que, em baixas freqüências, a magnitude do filtro é atenuada devido aos filtros analógicos passa-altas presentes na entrada e saída dos conversores  $A/D \in D/A$  do CODEC, respectivamente. Nesse caso, apesar de não incluídos na descrição de Baren e

Lang (2007), os efeitos desses filtros aproximam melhor o comportamento do circuito à resposta em freqüência real de uma máquina de vibração eletrodinâmica.

Para determinar um modelo  $H_s(s)$  do filtro considerando também os filtros passa-altas, as funções de transferência  $H_{n1}(s) \in H_{n2}(s)$  dos filtros rejeita-faixa obtidas aplicando na equação (B.3) os valores indicados na tabela 13 são arranjadas como:

$$H_{s}(s) = \frac{s^{2}}{(s + \omega_{hpf})^{2}} \times H_{n1}(s) \times H_{n2}(s)$$
(B.5)

onde  $\omega_{hpf} = 2\pi \times 15$ Hz é a freqüência de corte dos filtros passa-altas. Assim, como pode ser visto na figura 131, a resposta em freqüência do modelo do filtro desafio resulta aproximadamente igual à resposta do protótipo experimental, sendo a faixa de variação da magnitude em torno de -77dB um valor representativo para a análise da faixa dinâmica do sinal de comando. No capítulo 6, além dos testes experimentais realizados com o protótipo, um modelo discreto de  $H_s(s)$  obtido aplicando discretização bilinear é utilizado para analisar por computador o desempenho do controlador de magnitude da aceleração.

### ANEXO A – FOTOGRAFIAS DOS EQUIPAMENTOS UTILIZADOS

Este anexo apresenta fotografias referentes aos equipamentos utilizados no desenvolvimento experimental das propostas da tese. Na figura figura 132, tem-se o vibrador V406, o amplificador linear PA300E e a placa de desenvolvimento TMS320C6713 DSK com o módulo de conversores A/D e D/A modelo D.Module.ADDA16. A figura 133 mostra



Figura 132: Vibrador V406, amplificador PA300E e placa de desenvolvimento TMS320C6713 DSK com módulo D.Module.ADDA16.



Figura 133: Protótipo do pré-amplificador/condicionador de sinais com os acelerômetros piezoelétricos 4370V e do filtro desafio conectado ao codificador/decodificador de sinais modelo TLV320AIC23B (presente na placa de desenvolvimento TMS320C6713 DSK).

os protótipos do pré-amplificador/condicionador de sinais e do filtro desafio, enquanto a figura 134 apresenta o vibrador V55, o amplificador digital DSA1-1K e a plataforma de controle e análise de ensaios de vibração modelo SignalStar Scalar. O vibrador St 5000/300 e o amplificador linear DBL6000 são mostrados na figura 135.





Figura 134: Vibrador V55, amplificador digital DSA1-1K e plataforma de controle e análise de ensaios de vibração modelo SignalStar Scalar.



Figura 135: Vibrador St5000/300e amplificador linear DBL6000.

No capítulo 2, utilizou-se a máquina de vibração V406 para validar experimentalmente o procedimento de determinação dos parâmetros mecânicos referentes ao modelo dinâmico do vibrador. O sinal randômico de banda larga empregado para medir a resposta em freqüência da aceleração da mesa vibratória com relação à corrente da armadura foi gerado pela plataforma SignalStar Scalar e amplificado pelo amplificador PA300E. Neste caso, ao invés das barras flexíveis mostradas na figura 132, determinou-se a resposta em freqüência nas condições em vazio e também com uma massa rígida instalada na mesa.

O estudo efetuado no capítulo 4 acerca do impacto do controlador adaptativo no desempenho de um amplificador industrial e na performance de uma plataforma comercial de controle e análise de ensaios de vibração considerou, conforme explicado, o amplificador DSA1-1K e a plataforma SignalStar Scalar. Para realizar o projeto do controlador e analisar o desempenho experimental, o vibrador V55 foi conectado à saída do amplificador. Utilizou-se a placa de desenvolvimento TMS320C6713 DSK e o módulo de aquisição D.Module.ADDA16 para realizar a implementação do sistema de controle de tensão.

No capítulo 5, o controlador de aceleração foi projetado considerando o vibrador V406 e o amplificador PA300E. Para executar a análise de desempenho experimental, o sinal de comando e a aceleração da mesa vibratória foram convertidos para as formas analógica e digital, respectivamente, com o uso do módulo D.Module.ADDA16 instalado na placa TMS320C6713 DSK. Mediu-se a aceleração com o emprego de um sensor piezoelétrico tipo IEPE modelo 8704B100M1 (fabricado por Kistler Instrument Corporation) e de um condicionador de sinais modelo 480E09 (produzido por PCB Piezotronics, Inc.). As barras flexíveis empregadas na verificação do comportamento do controlador quando da existência de modos ressonantes significativos do corpo de prova são mostradas na figura 132.

A avaliação experimental do sistema de controle de magnitude da aceleração desenvolvido no capítulo 6 admitiu, primeiramente, o desempenho sob os efeitos das ressonâncias e anti-ressonâncias do protótipo do filtro desafio. Nos testes com uma máquina de vibração, por outro lado, empregou-se o vibrador St 5000/300 acionado pelo amplificador linear DBL6000. A aceleração foi medida com o sensor piezoelétrico 4370V (fabricado por Brüel & Kjaer) conectado à entrada do protótipo do pré-amplificador de carga/condicionador de sinais descrito no capítulo 3. O sistema de controle foi implementado na placa de desenvolvimento TMS320C6713 DSK. Para realizar a conversão de dados, foram utilizados os conversores A/D e D/A com arquitetura  $\Sigma\Delta$  presentes no codificador-decodificador de sinais TLV320AIC23B. Tal dispositivo acompanha a placa TMS320C6713 DSK. O corpo de prova considerado nos testes experimentais corresponde aos dois silenciadores instalados na máquina de vibração conforme mostra a figura 135.