

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

CONTROLE ADAPTATIVO ROBUSTO DE
ESTRUTURA VARIÁVEL POR MODELO DE
REFERÊNCIA APLICADO A FILTROS ATIVOS DE
POTÊNCIA

TESE DE DOUTORADO

Márcio Stefanello

Santa Maria, RS, Brasil

2010

**CONTROLE ADAPTATIVO ROBUSTO DE
ESTRUTURA VARIÁVEL POR MODELO DE
REFERÊNCIA APLICADO A FILTROS ATIVOS DE
POTÊNCIA**

por

Márcio Stefanello

Tese apresentada ao Curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Controle de Processos, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de
Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Sc. Hilton A. Gründling

Santa Maria, RS, Brasil

2010

S816c Stefanello, Márcio, 1978-

Controle adaptativo robusto de estrutura variável por modelo de referência aplicado a filtros ativos de potência. / por Márcio Stefanello. Santa Maria, 2010.

124 f. ; 30 cm; il.

Orientador: Hilton A. Gründling.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Santa Maria, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, RS, 2010.

I. Controle adaptativo 2. Controlador de Estrutura variável 3. Modelo de referência 4. Filtro ativo paralelo I. Gründling, Hilton A.
II. Título.

CDU: 621.3

Ficha catalográfica elaborada por Cláudia Carmem Baggio – CRB - 10/830

©2010

Todos os direitos autorais reservados a Márcio Stefanello. A reprodução de partes ou do todo deste trabalho só poderá ser feita com autorização por escrito do autor.

Endereço: Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Tecnologia, Av. Roraima, 1000, prédio 10, sala 524, Santa Maria, RS, CEP 97.105-450

Fone: 0xx55-3220-8344; Endereço eletrônico: marciost@ieee.org

**Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Tese de Doutorado

**CONTROLE ADAPTATIVO ROBUSTO DE ESTRUTURA
VARIÁVEL POR MODELO DE REFERÊNCIA APLICADO A
FILTROS ATIVOS DE POTÊNCIA**

elaborada por
Márcio Stefanello

como requisito parcial para obtenção do grau de
Doutor em Engenharia Elétrica

COMISSÃO EXAMINADORA:

Hilton A. Gründling, Dr. Sc.
(Presidente/Orientador)

Emerson Giovanni Carati, Dr.Eng. (UTFPR)

Rafael Cardoso, Dr.Eng. (UTFPR)

Humberto Pinheiro, Ph.D. (UFSM)

Robinson Figueredo de Camargo, Dr.Eng. (UFSM)

Santa Maria, 27 de Agosto de 2010

AGRADECIMENTOS

A realização desse trabalho foi possível graças aos colegas e amigos que de alguma maneira colaboraram para o seu desenvolvimento, seja tecnicamente, seja pela agradável companhia. Dentre todas estas pessoas, o professor Hilton – orientador de iniciação científica, mestrado e doutorado – foi a pessoa com a qual eu convivi mais tempo, sendo um amigo e orientador na busca do conhecimento técnico que hoje possuo, sempre associando a teoria com a prática. Quero agradecer também ao professor Humberto Pinheiro, pela sua amizade e pelas discussões técnicas e trabalhos realizados em conjunto, e aos professores José Renes Pinheiro e Hélio Leães Hey, pelos ensinamentos e pelas aulas ministradas.

Toda a minha pós-graduação foi realizada nos laboratórios do Grupo de Eletrônica de Potência e Controle – GEPOC, onde a amizade e o profissionalismo entre os colegas geram um ambiente de trabalho excelente. Dentre os vários amigos que tive durante estes últimos 6 anos, quero agradecer de modo especial ao Jorge, Ivan, Rodrigo Azzolin, Rodrigo Vieira, Jean, Cristiane, Diego, Igor, Rodrigo Varella, Tiago, Felipe, Fernanda, Douglas, Rafael Scapini, João, Rafael Cardoso, Leandro Michels e Robinson. Que são pessoas que fizeram parte de uma excelente etapa da minha vida.

Quero agradecer também à Universidade Federal de Santa Maria pela infraestrutura e à CAPES pelos recursos financeiros, sem os quais, não teria sido possível a realização desse trabalho.

Um agradecimento especial à Sirlei, pelo seu amor e compreensão pelo tempo que deixei de dedicar à nossa relação. Aos meus pais Olivindo e Maria pelos valores que me ensinaram, pelo seu exemplo de vida e de sabedoria e pelo apoio e confiança que sempre depositaram em mim. À minha irmã Andréia, que sempre foi para mim um exemplo de pessoa batalhadora e uma irmã em todos os sentidos da palavra.

À Deus por tudo.

RESUMO

Tese de Doutorado

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil

CONTROLE ADAPTATIVO ROBUSTO DE ESTRUTURA VARIÁVEL POR MODELO DE REFERÊNCIA APLICADO A FILTROS ATIVOS DE POTÊNCIA

AUTOR: MÁRCIO STEFANELLO

ORIENTADOR: HILTON A. GRÜNDLING

Local da Defesa e Data: Santa Maria, 27 de Agosto de 2010.

Este trabalho apresenta um Controle Adaptativo Robusto de Estrutura Variável por Modelo de Referência denotado VS-RMRAC (do inglês, *Variable Structure-Robust Model Reference Adaptive Control*). Para obter esta estratégia de controle adaptativa, cada parâmetro da lei de controle é obtido pela soma de duas outras parcelas adaptativas. Uma delas é associada ao algoritmo de controle RMRAC, enquanto a outra é composta de um ganho adaptativo multiplicando uma função sinal aproximada, e é relacionada com o controlador VS. O RMRAC convencional tem a propriedade de robustez com respeito a determinada classe de dinâmicas não-modeladas, enquanto que o VS convencional possui rápida resposta e pode ser projetado para garantir a invariância dos estados da planta em malha fechada, a partir do conhecimento de determinados limites de incerteza da planta. Deste modo, a principal motivação da combinação é obter um controlador adaptativo com propriedades de ambos os esquemas de controle, ou seja, robustez e rápida resposta, que são conflitantes entre si em algoritmos adaptativos convencionais. O método de combinação utilizado já havia sido proposto na literatura, porém, diferentemente da proposta original, as leis de adaptação são modificadas para considerar o efeito das dinâmicas não modeladas, que são por hipótese, dos tipos multiplicativa e aditiva. A modificação para robustez com respeito as dinâmicas não-modeladas utiliza normalização da entrada da lei de adaptação. Para o caso discreto, é também necessária uma modificação na equação do erro para tornar o algoritmo de controle causal. Esta modificação implica num algoritmo adaptativo que é projetado com base no método Gradiente. As provas de estabilidade são desenvolvidas para os casos contínuo e discreto. O desempenho do controlador pode ser verificado quantitativamente, a partir da análise da estabilidade robusta, ou qualitativamente, a partir de resultados experimentais. Com relação a este último, o desempenho dos algoritmos de controle RMRAC e VS-RMRAC são testados para o controle de corrente de um Filtro Ativo de Potência conectado em paralelo na rede elétrica. Deste modo, este é um sistema sujeito à variações paramétricas, dinâmicas não-modeladas e distúrbios. Além disso, as referências de corrente de compensação são formas de onda complexas, incluindo várias componentes harmônicas resultantes do processo de comutação de cargas não-lineares. Por estas razões, estabilidade e desempenho são características necessárias em aplicações de Filtros Ativos de Potência a este sistema foi escolhido para a verificação experimental do algoritmo de controle VS-RMRAC.

ABSTRACT

Doctoral Thesis

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Federal University of Santa Maria, RS, Brazil

ROBUST VARIABLE STRUCTURE MODEL REFERENCE ADAPTIVE CONTROL APPLIED TO ACTIVE POWER FILTERS

AUTHOR: MÁRCIO STEFANELLO

ADVISOR: HILTON A. GRÜNDLING

Place and Date: Santa Maria, August 27th, 2010.

This work presents a Robust Variable Structure Model Reference Adaptive Control scheme denoted VS-RMRAC. In this adaptive control strategy, each parameter of the control law is obtained by the sum of two other adaptive terms. One of them is associated with the RMRAC algorithm, while the other is composed of an adaptive gain rated by an approximated sign function, being associated with the VS controller. The conventional RMRAC has the property of robustness with respect to certain types of unmodeled dynamics, while the conventional VS improves the system performance and can use certain information about the plant uncertainties to attain a sliding surface and invariance of the states of the closed-loop plant with respect to these uncertainties. The main motivation for combining the RMRAC and VS schemes is to obtain an adaptive control strategy with composite properties, namely, robustness and fast response, which are conflicting each other in conventional adaptive algorithms. The method of combination was already proposed in the literature, however, unlike the original proposal, the adaptation laws are modified to cope with the effect of the unmodeled dynamics, which are by hypothesis, of multiplicative and additive types. The modification includes normalization for robustness with respect to such dynamics. For the discrete-time case it is also necessary a modification on the error equation for causality of the adaptive algorithm. This modification implies a suitable adaptive algorithm, designed according to the Gradient approach. The stability proofs are stated for the continuous-time case, as well as for the discrete-time case. The performance of the overall controller can be verified quantitatively, from the analysis of the robust stability, as well as qualitatively, from simulations and analysis of experimental results. Regarding to the last, the performance of the RMRAC and VS-RMRAC algorithms are tested for the current control of an Active Power Filter connected in parallel with the grid. Once the filter is connected to the grid, it is subject to parametric uncertainties, unmodeled dynamics and disturbances. Besides, the references for the compensation currents are complex waveforms, including several harmonic components of low order. For these reasons, stability and performance are mandatory in applications of Active Power Filters and this system was elected to experimentally test the performance of the VS-RMRAC adaptive algorithm.

SUMÁRIO

Agradecimentos

Resumo

Abstract

Lista de Siglas e Abreviaturas

Lista de Símbolos

1	Introdução	p. 18
1.1	Visão Geral Sobre FAP's	p. 20
1.2	Escopo do Trabalho	p. 24
1.2.1	Revisão Bibliográfica: Principais técnicas de controle aplicadas a FAP's	p. 24
1.2.2	Contribuição do Trabalho	p. 27
1.2.3	Revisão Bibliográfica: Desempenho e robustez de algoritmos de controle MRAC	p. 31
1.2.4	Revisão Bibliográfica: Controle combinado	p. 33
1.3	Organização da Tese	p. 34
2	Controle VS–RMRAC: Caso Contínuo	p. 35
2.1	Notação do Capítulo	p. 36
2.2	Hipóteses sobre a Planta e Modelo de Referência	p. 36
2.3	Projeto do Algoritmo de Controle VS–RMRAC	p. 37

2.3.1	Equações Básicas	p. 37
2.3.2	Projeto do Controle VS–RMRAC	p. 39
2.4	Análise de Estabilidade Robusta	p. 40
2.4.1	Limitação do Vetor de Parâmetros	p. 41
2.4.2	Magnitude dos Sinais Internos da Malha Adaptativa	p. 41
2.4.3	Limitação do Erro e do Normalizador m	p. 47
2.4.3.1	Representação Não–Mínima do Erro em Espaço de Estados	p. 47
2.4.3.2	Realização Mínima em Espaço de Estados do Erro	p. 48
2.4.3.3	Prova para \dot{W}	p. 49
2.5	Exemplo de Projeto	p. 52
2.6	Sumário	p. 55
3	Controle VS–RMRAC: Caso Discreto	p. 57
3.1	Notação do Capítulo	p. 57
3.2	Hipóteses Sobre a Planta e o Modelo de Referência	p. 58
3.3	Estrutura do Algoritmo Adaptativo	p. 59
3.3.1	Equações Básicas	p. 59
3.3.2	Projeto do Algoritmo de Controle VS–RMRAC	p. 62
3.4	Algoritmo de Adaptação Paramétrica Combinado	p. 62
3.5	Análise de Estabilidade Robusta	p. 64
3.5.1	Limitação do Vetor de Parâmetros	p. 64
3.5.2	Magnitude dos Sinais Internos da Malha Adaptativa	p. 66
3.6	Exemplo de Projeto	p. 72
3.7	Sumário	p. 75
4	Modelagem do Filtro Ativo Paralelo	p. 77
4.1	Modelo Contínuo para o FAP Paralelo	p. 81

4.2	Modelo Discreto para o FAP Paralelo	p. 82
4.3	Rejeição Adaptativa de Distúrbios	p. 83
4.4	Sumário	p. 84
5	Resultados Experimentais	p. 85
5.1	Implementação do Protótipo	p. 86
5.2	Resultados Experimentais em Curto-Circuito	p. 87
5.3	Resultados Experimentais do FAP Paralelo Conectado na Rede Elétrica de Baixa Tensão	p. 92
5.3.1	Projeto do Controlador da Malha Externa	p. 93
5.3.2	Análise Comparativa dos Algoritmos de Controle RMRAC e VS-RMRAC	p. 95
5.4	Sumário	p. 100
6	Conclusão	p. 102
	Proposta para trabalhos futuros	p. 104
	Referências	p. 106
	Apêndice A – Fluxograma para Implementação Digital do Algoritmo Adaptativo Discreto	p. 114
	Anexo A – Definições Matemáticas e Lemas Utilizados nas Provas de Estabilidade	p. 116
A.1	Normas \mathcal{L}_p	p. 116
A.2	Desigualdades Importantes	p. 117
A.2.1	Desigualdade de Schwarz	p. 117
A.3	Lemas Utilizados nas Provas Matemáticas	p. 117
	Anexo B – Influência do Tipo de Carga no Desempenho de Compensação de FAP's Paralelo	p. 122

- B.1 Compensação de harmônicos de uma carga do tipo fonte de corrente . . . p.123
- B.2 Compensação de harmônicos de uma carga do tipo fonte de tensão . . . p.124

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
DSP	<i>Digital Signal Processor</i>
FAP	Filtro Ativo de Potência
LTI	Linear e Invariante no Tempo
MRAC	do inglês <i>Model Reference Adaptive Control</i>
OSAP	<i>One Sample Ahead Preview</i>
PI	Proporcional Integral
PLL	Phase Locked Loop
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i>
RMRAC	MRAC Robusto
THD	<i>Total Harmonic Distortion</i>
VS	<i>Variable Structure</i>
VS-RMRAC	Controle Adaptativo Robusto de Estrutura Variável por Modelo de Referência
VSI	<i>Voltage Source Inverter</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

s	Variável associada à Transformada de Laplace
t	Variável associada ao tempo contínuo
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais
\mathbb{Z}	Conjunto dos números inteiros
y	Saída da planta
u	Entrada da planta
G	Função de transferência da planta
G_0	Função de transferência da parte modelada da planta
k_p	Ganho da parte modelada da planta
Z_0, P_0	Polinômios mônicos da parte modelada do sistema
m_0, n_0	Graus dos polinômios Z_0 e P_0
Δ_m, Δ_a	Funções de transferência das dinâmicas não-modeladas
y_m	Saída do modelo de referência
r	Referência de entrada para modelo de referência
W_m	Modelo de referência estável
k_m	Ganho do modelo de referência
P_m	Polinômio mônico do modelo de referência
n^*	Grau de P_m
μ	Ganho positivo das dinâmicas não-modeladas
μ^*	Limite superior do ganho das dinâmicas não-modeladas

Lista de Símbolos

θ	Vetor de parâmetros da lei de controle ($\in \mathbb{R}^{2n_0}$)
θ_1, θ_2	Vetores de parâmetros $\in \mathbb{R}^{n_0-1}$
θ^*	Vetor θ desejado
ω	Vetor regressor ($\in \mathbb{R}^{2n_0}$)
ω_1, ω_2	Entrada e saída da planta filtradas ($\in \mathbb{R}^{n_0-1}$)
(F, q)	Matriz e vetor utilizados na representação em espaço de estados dos filtros auxiliares
ϕ	Vetor de erro dos parâmetros da lei de controle
η	Sinal que modela o efeito das dinâmicas não-modeladas
$\Delta(\cdot)$	Função de transferência estritamente própria e estável
e_1	Erro de rastreamento
e_2	Sinal de aumento do erro
ζ	Vetor regressor filtrado
e_a	Erro aumentado
ρ	Estimação da divisão do ganho da planta pelo do modelo de referência
ρ^*	Valor verdadeiro da divisão do ganho da planta pelo do modelo de referência
$\tilde{\rho}$	Erro da estimação da divisão do ganho da planta pelo do modelo de referência
δ	Parâmetro utilizado na implementação da função sinal aproximada
θ_{id}	i -ésimo parâmetro associado ao controle RMRAC
θ_{is}	i -ésimo parâmetro associado ao controlador VS
sgn	Função sinal

Lista de Símbolos

θ_{id}^*	Valor desejado do i -ésimo parâmetro associado ao controle RMRAC
θ_{is}^*	Vetor nulo $\in \mathbb{R}^{2n_0}$
ϕ_i	Erro de estimação do i -ésimo parâmetro da lei de controle
ϕ_{id}	Erro de estimação do i -ésimo parâmetro associado ao controle RMRAC
ϕ_{is}	Erro de estimação do i -ésimo parâmetro associado ao controlador VS
$\gamma_d, \gamma_s, \lambda, \gamma$	Ganhos das leis de adaptação ($\in \mathbb{R}^+$)
m	Sinal de normalização
δ_0	Constante $\in \mathbb{R}^+$ utilizada no normalizador para o projeto da robustez das leis de adaptação
V	Função definida positiva
θ_s	Parâmetros da parcela VS
$\ \cdot\ $	Norma Euclidiana
$ \cdot $	Valor absoluto
γ_η	Limite superior do sinal normalizado que modela o efeito das dinâmicas não-modeladas
ϵ_t	Termo positivo que decai exponencialmente com o tempo
\mathcal{O}	Notação <i>big O</i>
ϵ_0	Parâmetro $\in (0, 1]$
z	Variável associada à transformada discreta \mathbb{Z}
δ^*	Limite superior do módulo dos pólos das dinâmicas não-modeladas
k	Variável associada ao tempo discreto
α	Vetor do numerados da função de transferência dos filtros auxiliares

k_{p0}	Limite superior do módulo do ganho da parte modelada da planta
Λ	Polinômio mônico estável do denominador da função de transferência dos filtros auxiliares
\bar{m}	Normalizador das leis de adaptação do caso discreto
\mathcal{S}	Conjunto cujo argumento indica o limite superior do sinal ao qual está associado
$\ \cdot\ _{2\delta}$	Norma \mathcal{L}^2 truncada
$\ \cdot\ _{\infty\delta}$	Norma \mathcal{L}^∞ truncada
$\bar{\delta}_0$	Escalar utilizado para indicar o módulo dos zeros da parte modelada da planta discreta
m_f	Sinal de normalização fictício
abc	Coordenadas associadas ao sistema trifásico em eixos estacionários
$\alpha\beta$	Coordenadas associadas aos sistemas monofásicos desacoplados equivalentes do sistema trifásico
$T_{\alpha\beta}$	Matriz de transformação linear de abc para $\alpha\beta$
$(\cdot)_L$	Grandeza elétrica associada a linha
$(\cdot)_F$	Grandeza elétrica associada ao filtro de saída do FAP
$(\cdot)_C$	Grandeza elétrica associada a carga
I_0	Fonte de corrente utilizada para modelar a carga
Z_f	Filtro sintonizado de alta frequência
$L_{C_1}, C_{C_1}, r_{C_1}$	Parâmetros associados ao filtro sintonizado
C_{C_2}, r_{C_2}	Parâmetros associados ao filtro passa-alta
C_C, r_C	Parâmetros associados ao banco de capacitores paralelo
ψ	Lei de controle com atraso de uma amostra

Lista de Símbolos

i_F^*	Referência de corrente de compensação
v_{Fd}^*	Parcela da ação de controle ideal para cancelamento do distúrbio
$(\cdot)_{cc}$	Grandeza elétrica associada ao elo CC
K_P, K_I	Ganhos do controlador proporcional–integral discreto

1 INTRODUÇÃO

O termo “Qualidade de Energia” é utilizado para se referir a qualidade da tensão e corrente elétrica. Este tema tem sido objeto de estudo uma vez que a sociedade depende cada vez mais da energia elétrica para suprir as suas necessidades. Sabe-se que idealmente a tensão disponível no sistema elétrico é senoidal, balanceada com amplitude e frequência fixas, as correntes de linha são senoidais e o fator de potência é unitário. Não se pode garantir completamente estes padrões, e qualquer modificação pode resultar em um problema de qualidade de energia. Pode-se dizer, então, que os problemas de qualidade de energia elétrica se originam da característica da tensão disponível na rede elétrica, da característica das cargas, ou então devido a ambas.

Desconsiderando possíveis problemas na geração e transmissão, problemas de qualidade de energia devido a cargas presentes no sistema ocorriam de modo mais acentuado em ambientes industriais, devido a cargas de maior potência instaladas na média ou alta tensão, tais como: fornos a arco, conversores tiristorizados para acionamento de grandes motores CC, transformadores e cicloconversores. Fornos a arco causam variações bruscas de energia reativa e ao mesmo tempo drenam correntes harmônicas do sistema elétrico. Este é o caso também das cargas não-lineares, como é o caso dos conversores e dos elementos magnéticos saturados. Além destas cargas, a crescente utilização de dispositivos eletrônicos de potência presentes nos equipamentos eletro-eletrônicos, tão comuns atualmente nas residências, contribuíram no sentido de agravar os problemas de qualidade de energia. Isto porque nestes equipamentos existe invariavelmente um estágio de entrada, muitas vezes sem correção de fator de potência, que drena correntes distorcidas da rede elétrica (ver e.g. [Mansoor et al. 1995]). A maioria destas cargas não-lineares são monofásicas e possuem um filtro capacitivo resultando em uma corrente de neutro de terceira harmônica em sistemas trifásicos a quatro-fios. Esta corrente de terceira pode ter inclusive uma magnitude maior que a da própria componente fundamental da corrente de linha [Chend, Hou e Huang 2004]. Esta última consequência pode resultar numa tensão entre o condutor de neutro e o de proteção, com risco de choque elétrico. Devido

principalmente à vulnerabilidade de muitos equipamentos modernos quanto aos problemas de qualidade de energia, foram criadas algumas normas internacionais, tais como a IEC 1000-3-2 [IEC 2000] e a IEEE 519-1992 [IEEE 1993], com o objetivo de estabelecer os limites de Distorção Harmônica Total ou THD (do inglês *Total Harmonic Distortion*) para consumidores individuais de energia elétrica.

Associados aos problemas de qualidade de energia citados acima, existem várias conseqüências indesejáveis. As principais são: aquecimento dos transformadores e dos condutores (considerando que para a mesma potência ativa transferida, correntes reativas também passam a existir); mal-funcionamento de cargas sensíveis conectadas no sistema de distribuição, principalmente em baixa-tensão e interferência entre as cargas devido às correntes elétricas drenadas individualmente [Miller 1982].

Para compensar ou, ao menos mitigar os problemas de qualidade de energia, pode-se utilizar filtros de potência conectados em série com a carga, em paralelo, ou então numa configuração combinada série-paralela. Estes filtros podem ser implementados com elementos passivos (L, R, C) [ABB Power Technologies 2001, ABB Power Technologies 2005] ou ativos (chaves semicondutoras de potência). Filtros de potência implementados com elementos passivos resultam nos “filtros passivos”, enquanto que, os implementados com dispositivos ativos resultam nos “filtros ativos de potência” ou FAP’s . Quando no mesmo filtro são utilizados elementos passivos e ativos, têm-se os chamados “filtros híbridos” [Akagi e Nabae 1990, Fujita e Akagi 1991, Inzunza e Akagi 2005]. A Figura 1 mostra as principais configurações de filtros que podem ser empregados para a compensação dos problemas de qualidade de energia (ver [Akagi 1993, Akagi 1996, Peng 1998, Peng 2001, Inzunza e Akagi 2005] para uma revisão geral sobre filtros).

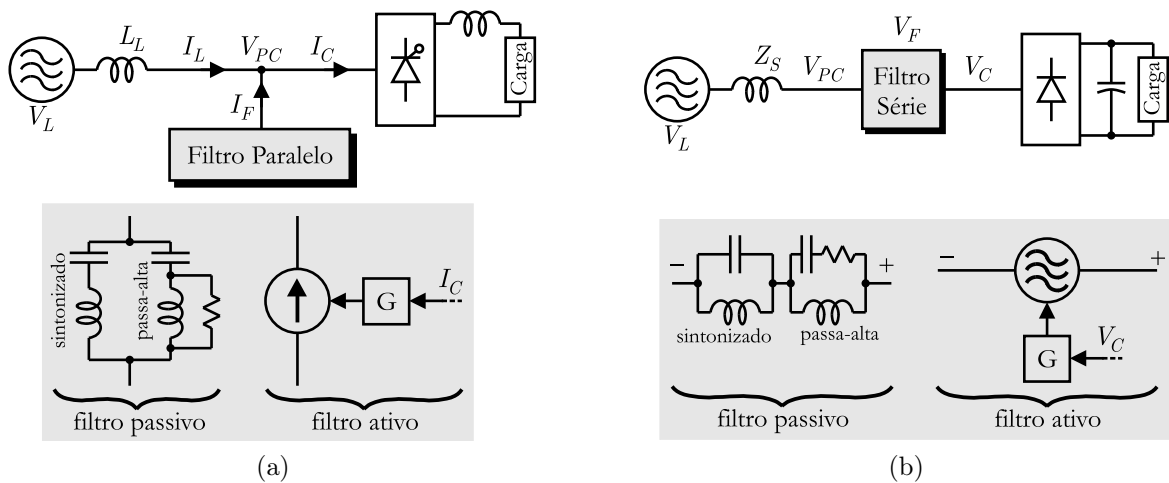


Figura 1: Configurações gerais de filtros passivos e ativos. (a) Filtros conectados em paralelo. (b) Conectados em série

Em se tratando especificamente de problemas de qualidade de energia associados a harmônicos de tensão e/ou corrente, a utilização de filtros passivos oferece vantagens sob o ponto de vista técnico e de custo inicial se comparada com a de filtros ativos. Filtros passivos LC conectados em série [Peng, Su e Farquharson 1999] ou em paralelo [Morán, Dixon e Wallace 1995] são mais simples de serem projetados, mas podem oscilar com a impedância de linha e ter a capacidade de compensação comprometida devido a efeitos externos, tais como o envelhecimento dos componentes. Além disso, a capacidade de compensação é limitada, considerando que para cada componente harmônica, um reator deve ser projetado. A partir da década de 70, os FAP's passaram a ser considerados uma alternativa para a solução dos problemas de qualidade de energia [Sasaki e Machida 1971, Gyugyi e Strycula 1976, Ametani 1976, Mohan 1977]. Entretanto, mesmo após a teoria de compensação ativa estar bem estabelecida, a efetiva aplicação de técnicas de compensação ativa ainda possuíam problemas associados as limitações tecnológicas. Foi somente com o desenvolvimento da tecnologia dos dispositivos semicondutores de potência (GTO's e IGBT's principalmente), que os FAP's passaram a ser utilizados em algumas aplicações [Akagi 1996]. Mais recentemente, a evolução da tecnologia associada aos microcontroladores e processadores digitais de sinal (DSP) ou controladores digitais de sinal (DSC) facilitou a execução de algoritmos mais avançados de modulação [Pinheiro et al. 2005], geração de referências, controle e de programas supervisórios. Atualmente, os FAP's estão disponíveis comercialmente, sendo fabricados por algumas grandes empresas do setor de energia (ABB, Bluestrip Equipments, Fuji, Mitsubishi).

1.1 Visão Geral Sobre FAP's

Os FAP's paralelo e série foram representados na Figura 1 por fontes ideais de corrente e de tensão, respectivamente. Esta representação é válida desde que o controlador tenha banda passante suficientemente elevada para sintetizar as referências e rejeitar distúrbios do sistema. Do ponto de vista estrutural, um FAP é implementado por um “inversor de potência” que pode ser do tipo fonte de tensão (VSI) ou fonte de corrente [Routimo, Salo e Tuusa 2007] (sendo mais comum a utilização do VSI) e por um filtro de saída para supressão das harmônicas de comutação do inversor. Na prática, FAP's não possuem uma banda passante infinita de modo que a compensação não é em geral perfeita. Adicionalmente, um filtro de potência, seja ele ativo ou passivo, tem capacidade de compensação de tensão e/ou corrente limitada e dependente da “topologia do FAP” e do “tipo de carga” [Magoarou e Monteil 1994, Peng 2001]. Se a carga predominante no sistema

for do tipo fonte de tensão e o FAP estiver conectado em paralelo na rede elétrica, a compensação será comprometida pois, sobre-correntes serão drenadas do FAP pela carga. Uma das possíveis soluções neste caso seria a inserção de indutores na linha entre o FAP paralelo e a carga de modo a conferir uma certa característica indutiva, suavizando os picos de corrente drenados pela carga. Entretanto, esta é uma solução que pode resultar num sistema de compensação que pode ser financeiramente inviável pois o indutor deve ser projetado para a potência nominal da carga. Quando a carga for do tipo fonte de corrente e o FAP estiver conectado em série no sistema, a síntese das tensões de compensação é prejudicada pois a corrente de carga é a fonte de distúrbio neste caso. Nota-se portanto que o tipo de carga conectado no sistema aliado as limitações do inversor, fazem com que as fontes ideais de tensão e corrente da Figura 1 não se verificam na prática.

Os inversores série e paralelo são utilizados para sintetizar formas de onda de tensão e corrente cuja referência é obtida por meio de um algoritmo de “geração de referência”. Finalmente, um “controlador” é utilizado para o rastreamento destas referências (ver [Singh, Al-Haddad e Chandra 1999, El-Habrouk, Darwish e Mehta 2000] para uma revisão sobre filtros ativos).

O conversor de potência é implementado utilizando chaves semicondutoras GTO ou IGBT. Para definir o estado de condução de cada uma das chaves, a referência é comparada com uma portadora triangular ou do tipo dente-de-serra de frequência mais elevada (geralmente da ordem de alguns kilohertz). A forma de onda da tensão de saída do inversor tem largura de pulso variável de modo que o valor médio do pulso é igual ao valor da referência. Esta é a “modulação por largura de pulso” ou PWM (do inglês, *Pulse Width Modulation*). A forma de onda PWM possui geralmente dois ou três níveis de tensão. Algumas publicações mais recentes têm proposto a aplicação de inversores multiníveis em FAP's [Rudnick, Dixon e Moran 2003, Ortúzar et al. 2006]. Neste caso, a THD da forma de onda PWM diminui a medida que o número de níveis aumenta.

A obtenção dos sinais de compensação em tensão ou em corrente pode ser realizada no domínio da frequência ou no domínio do tempo [Singh, Al-Haddad e Chandra 1999, Green e Marks 2005, Asiminoaei, Blaabjerg e Hansen 2007]. A Tabela 1 mostra os principais métodos utilizados para geração de referências.

No domínio da frequência os métodos são baseados na análise de Fourier do sinal em questão. A DFT fornece as componentes real e imaginária de cada uma das componentes harmônicas. A FFT e a RDFT usam o mesmo princípio que a DFT, com a diferença de que são feitas modificações com o objetivo de diminuir o número

Tabela 1: Classificação dos métodos mais utilizados para detecção de harmônicos em FAP's

Domínio	Método de Detecção
frequência	Transformada Discreta de Fourier (DFT)
	Transformada de Fourier (FFT)
	Transformada de Fourier Discreta Recursiva (RDFT)
Tempo	Cálculo em eixos síncronos dq
	Teoria da Potência Instantânea e Variantes

de interações necessárias para o cálculo das componentes harmônicas. Uma PLL é utilizada para a sincronização das componentes com as variáveis elétricas da rede elétrica.

No domínio do Tempo os sinais de compensação são obtidos diretamente. A velocidade de processamento e o número de cálculos necessários são reduzidos se comparadas com as técnicas no domínio da frequência. O cálculo das referências em eixos síncronos dq é obtido a partir de uma transformação sobre as variáveis em coordenadas estacionárias abc . Esta transformada pode ser aplicada para a componente fundamental ou então para as componentes harmônicas. No primeiro caso, a componente fundamental em abc corresponde a um nível CC em dq e as harmônicas por oscilações sobrepostas a este nível. Utilizando um filtro passa-alta, pode-se então obter as componentes harmônicas do sinal. No segundo caso, a Transformada de Park é aplicada no sinal de entrada em cada uma das frequências harmônicas. Deste modo, o nível CC obtido corresponde à harmônica selecionada, enquanto que as oscilações se devem as outras componentes harmônicas e a fundamental. Apesar de ser muito utilizada em aplicações de filtros ativos, uma vez que o controlador necessário pode ser facilmente projetado (geralmente controladores PI), os métodos de geração de referência em eixos síncronos dq apresentam alguns problemas, principalmente no que se refere à implementação dos filtros para a obtenção das componentes desejadas e à necessidade de um PLL [Hsieh e Hung 1996] para sincronização.

Quando da utilização da Teoria da Potência Instantânea, pode-se determinar a distorção harmônica pela obtenção das potências instantâneas num sistema trifásico. Os cálculos são realizados em eixos estacionários $\alpha\beta$ resultando em potências ativa e reativa p e q respectivamente. Estas potências possuem um nível CC e um nível CA onde o nível CC se deve a componente fundamental e o alternado as harmônicas de corrente. Caso existam componentes de seqüência zero (sistema a quatro-fios), uma terceira potência $p\theta$ pode ser calculada. A Teoria da Potência Instantânea têm sido amplamente utilizadas aplicadas na geração de referências para FAP's [Akagi,

Watanabe e Aredes 2007] devido a sua simplicidade e a não necessidade de PLL's para obtenção do ângulo de referência. Entretanto, a medida que a distorção da tensão de linha aumenta, a qualidade da referência fica comprometida.

Existem ainda outros métodos de geração de referências que podem ser citados tais como em [Tepper et al. 1996] que aborda o problema de cálculo das referências para casos de variação de frequência, correntes reativas e harmônicas. Mais recentemente, outros métodos de geração de referência foram propostos para casos de rede com desbalanceamento e harmônicos de tensão e corrente [Petit, Robles e Amarís 2007] (sistemas a quatro-fios), e variações de amplitude e frequência [Svensson 2001, Ghartemani-Karimi e Iravani 2004, Camargo e Pinheiro 2006, Cardoso et al. 2008].

Para o rastreamento da referência num FAP, duas malhas de controle são geralmente utilizadas conforme mostrado na Figura 2. A malha externa gera uma referência adicional r_{cc}^* para a regulação da tensão do barramento CC [Lo, Pan e Wang 2008]. Para a implementação desta malha pode ser utilizado um controlador do tipo PI. O sinal de referência r_{cc}^* é então somado com a referência obtida do algoritmo de geração de referência para compensação r^* da tensão/corrente, gerando o sinal de referência do filtro r_f^* utilizado na malha interna. Deste modo, o FAP em malha fechada deve garantir a regulação da tensão do barramento CC e ao mesmo tempo, compensar o problema de qualidade de energia.

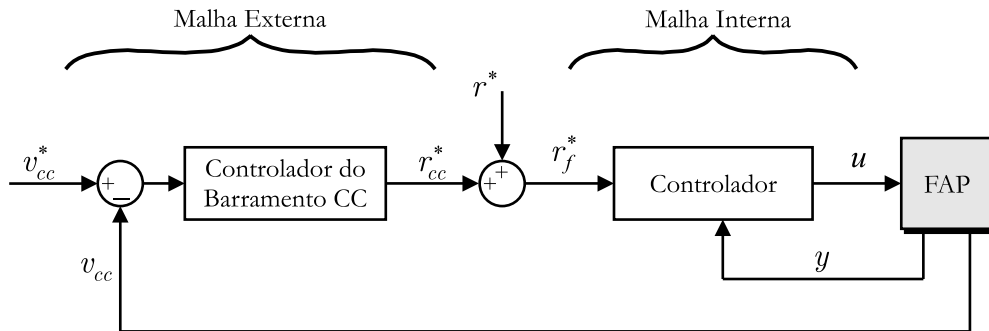


Figura 2: Malhas de Controle Utilizadas num FAP

O controle da malha interna possui as seguintes particularidades: *i)* as referências são formas de onda que podem incluir componentes harmônicas da fundamental; *ii)* a impedância da linha é cada vez mais significativa, com valor que em muitos casos não pode ser desprezado e *iii)* existem distúrbios elétricos na planta que são cada vez mais dependentes das cargas e da impedância do próprio sistema. A partir de todas estas considerações, é desejável que o controlador utilizado na implementação da malha interna num FAP possua banda passante elevada e seja robusto com respeito às variações

paramétricas do sistema, distúrbios externos e dependentes de estado. Deste modo, as características básicas associadas ao problema de controle citadas acima resultam num compromisso difícil de ser atendido.

Outra particularidade dos FAP's é quanto a sua localização no alimentador de uma rede de distribuição. Para a compensação de harmônicos de tensão com um FAP paralelo, por exemplo, o melhor ponto de conexão é próximo da carga poluidora, enquanto que para a compensação de harmônicos de corrente, o melhor ponto de conexão é no final do alimentador [Akagi 1997].

Conforme o exposto, várias são as possibilidades de estudo em se tratando de FAP's, incluindo a topologia do filtro, do conversor, da técnica de geração de referência e de controle. Neste trabalho será dada ênfase ao problema de controle da malha interna de um FAP. A seguir, o escopo do trabalho é apresentado com mais detalhes.

1.2 Escopo do Trabalho

Este trabalho realiza uma contribuição ao controle de FAP's, com ênfase no filtro paralelo. Com base nos requisitos de desempenho e robustez necessários, é justificada a utilização de um controlador adaptativo, pois sabe-se que estes controladores tem a capacidade de compensar variações paramétricas da planta. Com relação às dinâmicas extras que não são modeladas, é utilizado um normalizador para garantir robustez. A melhoria da resposta transitória é obtida utilizando uma combinação do algoritmo de controle MRAC Robusto ou RMRAC com o de Estrutura Variável ou VS.

Dado o escopo do trabalho, é necessário realizar uma revisão bibliográfica sobre as principais técnicas de controle aplicadas à FAP's e uma visão geral sobre controladores adaptativos e métodos de melhoria de resposta.

1.2.1 Revisão Bibliográfica: Principais técnicas de controle aplicadas a FAP's

Existem várias técnicas de controle aplicadas a FAP's propostas na literatura [Buso, Malesani e Mattavelli 1998, Green e Marks 2005]. Dentre as técnicas de controle comumente utilizadas em aplicações de FAP's podem-se citar os controladores lineares em eixos síncronos, controladores por Histerese, *Dead-Beat*, OSAP [Green e Marks 2005] e variantes. Entretanto, a medida que o desempenho e a robustez começaram a ser mais investigados ou passam a ser um problema dada a crescente complexidade da rede elétrica,

principalmente quanto à incerteza da impedância no ponto de conexão, a aplicação de estratégias de controle mais avançadas passaram a ser propostas.

Os controladores lineares mais comumente aplicados em FAP's são os do tipo "PI", analógicos ou discretos. A implementação analógica resulta num sistema de controle com resposta transitória rápida, mas pode apresentar problemas de sintonia devido às variações paramétricas dos componentes eletrônicos. Um sistema de controle implementado digitalmente oferece mais flexibilidade e permite a aplicação de controladores do tipo PI ressonante, que podem ser sintonizados em frequências harmônicas específicas nas quais se deseja compensar o sistema. Em FAP's com ação integral na malha de controle de corrente, a implementação é geralmente realizada no referencial síncrono dq [Rowan e Kerkman 1986], onde é possível compensar as harmônicas seletivamente. Entretanto, para distúrbios CC este esquema de controle leva a erros de regime que não podem ser cancelados e para sistemas monofásicos, a transformação dq não é em geral utilizada. Por estes motivos, alguns autores têm utilizado controladores baseados no "Princípio do Modelo Interno" que dispensam a transformação dq tal como em [Fukuda e Yoda 2001, Lascu et al. 2007, Miret et al. 2009].

O "controlador por histerese" [Aredes, Häfner e Heumann 1997] gera os sinais de comutação a partir da comparação do erro de corrente com uma banda de histerese fixa. Este esquema de controle é simples e extremamente robusto, sendo considerado por muitos autores o controlador mais adequado para o controle de corrente de FAP's, dada a sua robustez e rápida resposta [Buso et al. 2000]. Contudo, possui alguns problemas tais como um índice de modulação de frequência variável, o que pode dificultar o projeto de filtros e causar ressonâncias entre o conversor e elementos reativos presentes no sistema. Além disso a variação do índice de modulação de frequência pode levar a interferência entre as fases num sistema trifásico. O problema de manter o índice de modulação de frequência fixo, removendo assim a principal desvantagem do controlador por Histerese, foi abordado em vários trabalhos como em [Kawamura e Hoft 1984, Malesani e Tenti 1990, Buso et al. 2000, Kale e Ozdemir 2005].

Com os avanços da tecnologia dos μC 's e DSP's, muitos controladores passaram a ser implementados digitalmente. Foi neste contexto que o controlador "*Dead-Beat*" foi desenvolvido. Uma vez conhecida a planta, é possível calcular a ação de controle de modo que a saída do sistema atinja a referência num período de tempo proporcional a ordem do sistema. Um dos grandes problemas é a necessidade de se conhecer os parâmetros da planta de modo a projetar adequadamente a lei de controle.

O sistema obtido a partir da modelagem de um FAP é não-linear. Por este motivo, algumas propostas têm sido feitas no sentido de realizar o controle deste tipo de sistema a partir do modelo linearizado [Mendalek et al. 2001] ou então utilizando técnicas de controle não-linear tal como o “controle por modos deslizantes” (ver [Matas et al. 2008]). É importante mencionar que em sistemas conectados a rede elétrica existe uma interação entre a impedância do filtro conectado na saída do FAP e a impedância de linha. Num FAP, este problema é ainda mais acentuado, uma vez que além da impedância de linha, têm-se a impedância da carga que pode vir a comprometer tanto a estabilidade quanto o desempenho, conforme comentado anteriormente. O controlador por modos deslizantes (e também o controlador por histerese) vem de encontro a estas características uma vez que, apesar de apresentar o fenômeno de *chattering*, é um controlador muito robusto (pouca dependência dos parâmetros da linha e de carga) e possui resposta rápida a distúrbios e a alterações abruptas na referência, tal como ocorre em FAP’s.

Outras técnicas de controle comumente aplicadas no controle de FAP’s são baseadas no princípio do modelo interno. Como o conteúdo harmônico possui um espectro de frequências bem conhecido para determinada configuração da rede e da carga, é possível realizar uma compensação seletiva, ou seja, compensar apenas determinadas frequências harmônicas que são as mais problemáticas. Existem na literatura vários trabalhos que tratam do projeto de controladores para a compensação seletiva de determinadas componentes harmônicas [Mattavelli 2001, Fukuda e Yoda 2001, Mattavelli e Marafão 2004, Costa-Castelló, Griño e Fossas 2004, Lascu et al. 2007] e aplicação de controladores repetitivos [Griño et al. 2007, García-Cerrada et al. 2007].

Como comentado anteriormente, um problema de controle em sistemas conectados a rede elétrica é a incerteza quanto ao valor dos parâmetros do sistema bem como a possibilidade de variação destes parâmetros. Para solucionar este problema, uma técnica de controle adequada é uma que tenha característica adaptativa. Em [Massing et al. 2009] um algoritmo de controle MRAC foi utilizado no controle de corrente de um filtro *LCL* conectado na saída de um conversor para aplicações em geração distribuída. Para o caso específico de um FAP, proposta similar foi feita em [Shyu et al. 2008], também utilizando um controle MRAC para o rastreamento dos estados do sistema, que no caso eram representados pela corrente de saída (de compensação) e da tensão do barramento CC. Em [Valdez, Escobar e Ortega 2009] foi proposta uma abordagem onde as dinâmicas da linha e da carga são consideradas no projeto do controlador, que possui um ganho direto e filtros para compensação seletiva de harmônicos. Um controlador adaptativo é então projetado para a estimação do ganho direto do controlador.

A partir de todas as considerações feitas, podem-se citar as seguintes características desejáveis no controle de um FAP's:

1. Estabilidade quanto a variações paramétricas, principalmente quanto a impedância da rede (característica intrínsecas dos controladores não-lineares, adaptativo e controladores fixos robustos);
2. Robustez quanto a estrutura da rede e da carga (obtida com controladores tais como os não-lineares e adaptativos robustos);
3. Capacidade de rejeição de distúrbios. No caso do FAP paralelo, o distúrbio é representado pela tensão no ponto de conexão com a rede e pela corrente de carga (obtido com controladores baseados no princípio do modelo interno);
4. Resposta rápida aos distúrbios e variações de referência (característica de controladores tais como o OSAP, *Dead-Beat*, Histerese, etc.);

A Figura 3 resume estas características.

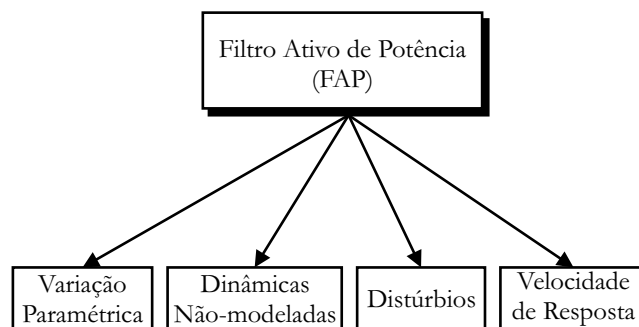


Figura 3: Características de um FAP que impõem condições para o projeto do controlador.

1.2.2 Contribuição do Trabalho

Dadas as características desejáveis de um controlador para um filtro ativo, este trabalho propõem um controlador combinado composto de uma estrutura baseada no algoritmo de controle RMRAC, com uma ação de controle VS. A estratégia de controle resultante é chamada de “Controle Adaptativo Robusto de Estrutura Variável por Modelo de Referência” ou VS-RMRAC. Esta estratégia de controle tem o objetivo de combinar as características de cada uma das técnicas de controle, adaptativa robusta e de estrutura variável. Deste modo, é esperado que o sistema em malha fechada tenha uma rápida resposta transitória e apresente estabilidade e robustez com respeito à variações

paramétricas e dinâmicas não-modeladas. Todas as provas de estabilidade robusta serão desenvolvidas para os casos contínuo e discreto numa abordagem E/S, ou seja, apenas as medições da entrada e da saída da planta serão utilizadas para o cálculo da lei de controle. A Figura 4 mostra a estrutura geral de um esquema de controle por modelo de referência numa abordagem E/S. O método utilizado para obter robustez e a combinação do algoritmo de controle RMRAC com o controlador VS não estão demonstrados pois são executados na lei de adaptação paramétrica.

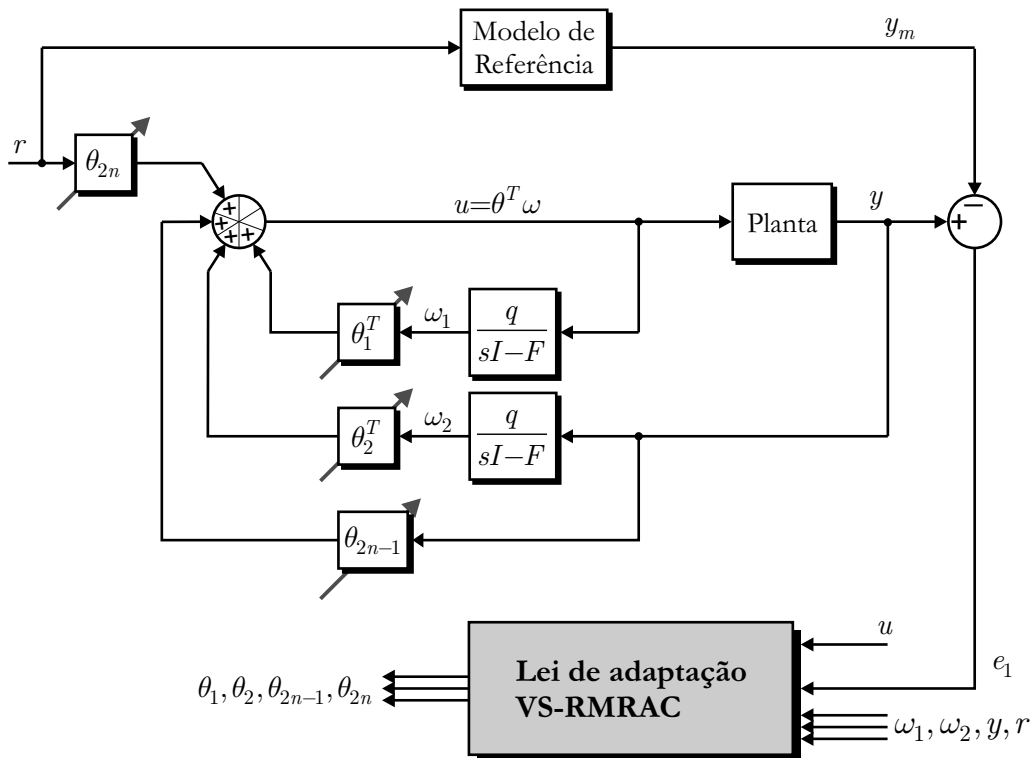


Figura 4: Diagrama de blocos de um controle por modelo de referência numa abordagem E/S, com lei de adaptação VS-RMRAC.

Uma outra contribuição do trabalho é a aplicação do algoritmo de controle VS-RMRAC discreto para o controle de corrente de um FAP paralelo de modo a corroborar os resultados teóricos obtidos. Neste caso, a modelagem da planta resultou num sistema de segunda ordem onde ambos os estados são conhecidos. Deste modo será utilizada uma lei de controle adaptativa com retroação de estados, o que não altera os resultados sobre a estabilidade robusta do controlador, uma vez que a combinação ocorre na equação dos parâmetros e não na da lei de controle.

A Figura 5 mostra o diagrama unifilar de um FAP paralelo conectado a uma rede elétrica. No diagrama, L_F , Z_L , Z_C e I_0 representam respectivamente, o indutor de saída que fornece ao inversor a característica de fonte de corrente, as impedâncias de linha, de carga e um possível distúrbio de corrente exógeno, ou seja, independente da tensão no

ponto de conexão. Na saída do FAP paralelo são usualmente conectados filtros de alta frequência para supressão das harmônicas de comutação do inversor [Bhattacharya et al. 1998]. Note que a modelagem da planta considerando todos os elementos do sistema não é viável e na prática é impossível de ser obtida precisamente.

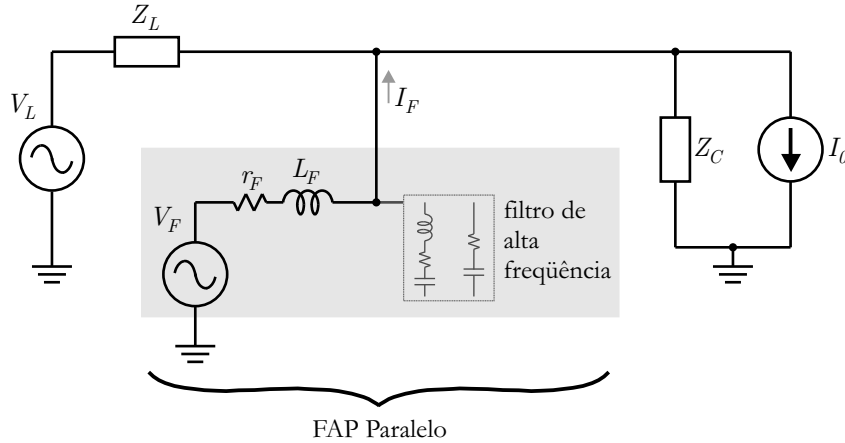


Figura 5: Diagrama unifilar de um FAP. A impedância de linha Z_L e de carga Z_C são parâmetros desconhecidos e o distúrbio de corrente I_0 deve ser compensado.

O modelo do sistema possui uma parcela de estrutura conhecida e outra parcela não-modelada, cuja estrutura pode ser não-conhecida. Nos capítulos seguintes será demonstrado matematicamente e através de resultados experimentais que o algoritmo de controle VS-RMRAC garante robustez para uma classe de plantas cujo modelo é dado por¹

$$G = \frac{I_F}{V_F} = G_0 [1 + \mu\Delta_m] + \mu\Delta_a$$

onde G_0 representa a parte modelada da planta, cuja estrutura é conhecida, e $\mu\Delta_m$ e $\mu\Delta_a$ as dinâmicas não-modeladas multiplicativas e aditivas. É interessante notar que no caso de uma implementação digital, é possível diminuir a frequência de amostragem do controlador para torná-lo menos suscetível à influência das dinâmicas não-modeladas. Isto porque, por hipótese, estas dinâmicas possuem maior amplitude nas frequências mais elevadas. Entretanto, amostrando o controlador numa frequência mais baixa, ocorre uma redução da banda passante e comprometimento do desempenho do sistema.

A partir das características desejáveis de um controlador para um FAP resumidas na Figura 5, a outra característica desejável é a capacidade de rejeição de distúrbios e a velocidade de resposta. A rejeição de distúrbio pode ser obtida, ao menos parcialmente, pela inserção dos sinais que modelam o distúrbio multiplicando parâmetros adaptativos na própria lei de controle [Bodson, Sacks e Khosla 1994, Tao 2003]. Esta abordagem será

¹ G , G_0 , Δ_m e Δ_a são funções de transferência contínuas (domínio s) ou discretas (domínio z), enquanto que I_F e V_F representam a saída e a entrada da planta.

utilizada para a obtenção dos resultados experimentais no protótipo trifásico de um FAP paralelo.

A velocidade de resposta é um fator crítico no controle de FAP's com respeito tanto a variações abruptas de referência quanto a variações paramétricas do sistema. A resposta a variações na referência pode ser projetada pelo modelo de referência, cuja discrepância com a planta em malha fechada é tanto maior quanto mais acentuada for a influência das dinâmicas não-modeladas e a ausência de sinais persistentemente excitantes na malha [Narendra e Annaswamy 1987]. A evolução dos parâmetros do controlador adaptativo em resposta a variações paramétricas do sistema é comprometida pelo projeto robusto do algoritmo adaptativo, visto que a robustez envolve o uso de um normalizador na função de excitação da lei de adaptação paramétrica, o que reduz o ganho de adaptação.

O algoritmo de controle VS-RMRAC é baseado no método de combinação proposto por [Narendra e Bosković 1990]. Este controlador é aplicado no controle de plantas que possuem uma parcela modelada e dinâmicas não-modeladas. É assumido que a parte modelada G_0 da planta possui grau relativo maior ou igual a 1 e sinal do ganho de alta frequência conhecido (o caso em que o sinal do ganho da parte modelada da planta é desconhecido não será abordado neste trabalho). O objetivo do controlador é o rastreamento da saída da planta numa abordagem E/S, ou seja, tendo acesso apenas a entrada e à saída da planta. Deste modo, o conjunto de parâmetros utilizado para alcançar o objetivo do controle pode ser analisado no contexto do algoritmo de controle RMRAC. Na ausência de dinâmicas não-modeladas, o controlador garante erro nulo entre a saída da planta e a saída do modelo de referência. Quando da presença de dinâmicas não-modeladas, é possível projetar um normalizador de modo que este erro seja limitado. A medida que o erro tende a zero, a parcela de estrutura variável também tende a zero, permanecendo a contribuição dos termos convencionais.

Apesar de o método de combinação utilizado para se obter o controlador combinado ser o mesmo proposto em [Narendra e Bosković 1990, Narendra e Bosković 1992], algumas modificações são realizadas antes de proceder com as provas de estabilidade robusta. Primeiramente é definido o sinal de normalização comumente utilizado no caso de um algoritmo de controle RMRAC [Ioannou e Tsakalis 1986]. Posteriormente, a entrada de excitação da lei de adaptação dos termos VS foi normalizada por este sinal. No caso discreto, as modificações feitas levaram a uma equação do erro aumentado onde o vetor de parâmetros atrasado de uma amostra multiplica o vetor regressor da amostra atual. Obviamente, isto refletiu na lei de adaptação utilizada.

Uma das motivações para a combinação do algoritmo de controle RMRAC com o controlador VS adaptativo é a compensação da dinâmica lenta do RMRAC convencional, mantendo a característica de robustez deste sistema. Antes de realizar o desenvolvimento matemático com as provas de estabilidade robusta do algoritmo combinado, é necessário situar o leitor sobre algumas das técnicas existentes na literatura e que fazem uso da combinação de algoritmos adaptativos ou abordam o controlador VS adaptativo.

1.2.3 Revisão Bibliográfica: Desempenho e robustez de algoritmos de controle MRAC

Desde a concepção dos primeiros algoritmos adaptativos, algoritmo de controle MRAC têm sido largamente estudadas objetivando a aplicação em sistemas reais. O principal problema reside na ação integral dos algoritmos de adaptação, de modo que distúrbios podem levar o sistema à instabilidade. A robustez com respeito as dinâmicas não-modeladas também é um tema que originou vários estudos, principalmente na década de 80.

Em se tratando de distúrbios, a idéia é prevenir a instabilidade pela eliminação da ação integral das leis adaptativas. Isto pode ser obtido por meio de modificações tais como *zona morta*, *modificação- σ* e *modificação- e_1* , ou então pela inserção de uma referência persistentemente excitante e de grande magnitude se comparada a do distúrbio, de modo a garantir estabilidade exponencial e portanto, robustez com relação aos distúrbios (ver [Narendra e Annaswamy 1989, 8.3] para síntese destas técnicas).

Quando da presença de dinâmicas não-modeladas, a estabilidade global não pode ser obtida pela simples eliminação da ação integral, e outras modificações devem ser utilizadas. Isto se deve ao fato de que essas dinâmicas extras agem como distúrbios que não podem ser assumidos como sendo limitados.

A estabilidade robusta de algoritmos adaptativos com respeito a dinâmicas não modeladas e distúrbios, foi desenvolvida principalmente nos anos 80 com trabalhos como os de [Rohrs et al. 1982, Praly 1984, Ioannou e Kokotovic 1984, Ioannou e Tsakalis 1986, Narendra e Annaswamy 1986, Kreisselmeier e Anderson 1986, Lozano-Leal, Collado e Mondie 1990] para o caso contínuo. Para o caso discreto destacam-se os trabalhos de (LIM, 1982 apud CLUETT; SHAH; FISHER, 1988) e (GANTHROP; LIM, 1982 apud CLUETT; SHAH; FISHER, 1988). Entretanto, resultados mais completos foram obtidos em [Praly 1984, Ortega, Praly e Landau 1985, Ioannou e Tsakalis 1985, Datta 1993].

Contudo, não apenas estudos sobre robustez e estabilidade nortearam os trabalhos acerca de controladores adaptativos. A partir do momento em que várias modificações

passaram a ser desenvolvidas com o objetivo de garantir estabilidade, limitação dos sinais na malha fechada e rastreamento ou regulação do erro num conjunto residual, algumas técnicas passaram a ser desenvolvidas com o objetivo de obter melhorias de desempenho transitório dos algoritmos adaptativos. Notavelmente, [Sun 1993] estabeleceu um “Princípio de Equivalência a Certeza Modificado”, acrescentando na lei de controle convencional, um erro de estimação filtrado. Deste modo, as propriedades de convergência do algoritmo permanecem inalteradas uma vez que este termo adicional converge para zero a medida que o adaptador converge. Modificação semelhante foi proposta por [Datta e Ioannou 1994], onde a lei de controle convencional foi acrescida de um termo extra dependente do erro de estimação e da derivada temporal dos parâmetros do controlador. Foi demonstrado que o desempenho transitório pode ser arbitrariamente melhorado se comparado com o MRAC convencional. Em ambas as referências, a modificação foi inserida na lei de controle e não no algoritmo de adaptação paramétrica.

O problema de melhoria da resposta transitória em algoritmos de controle MRAC foi também abordado no sentido de tornar adaptativa algumas técnicas de controle até então fixas. Foi nesta linha que controladores VS adaptativos passaram a ser propostos. Estes controladores utilizam uma função de comutação com base nos estados da planta de modo a criar uma superfície de deslizamento ao longo da qual os estados convergem de acordo com um projeto pré-especificado. Uma vez atingida esta superfície, o comportamento dos estados é bem definido e com dinâmicas insensíveis às variações paramétricas e não-linearidades do sistema. No entanto, na abordagem convencional os estados da planta devem estar acessíveis via medição. Neste sentido, [Hsu 1990] propôs um algoritmo de controle VS-MRAC numa abordagem E/S. Devido a robustez intrínseca e a característica adaptativa conferida, o sistema em malha fechada responde rapidamente a distúrbios e alterações abruptas na referência.

Em [Yan et al. 2008], foi proposto um algoritmo adaptativo robusto baseado em uma função de monitoração com o objetivo de supervisionar a comutação do controlador de estrutura variável. É demonstrado que quando o grau relativo da planta for 1, o erro converge para zero e para os casos onde o grau relativo é maior, converge para um conjunto residual (resultados similares a este foram obtidos em [Chien e Fu 1999] para o caso de dinâmicas não-modeladas e distúrbios, mas utilizando outra estrutura). A investigação de controladores VS adaptativos para sistemas não-lineares também recebeu atenção de alguns pesquisadores mais recentemente, como por exemplo [Mirkin, Gutman e Shtessel 2009].

A combinação de diferentes controladores é uma outra possibilidade de se obter um

esquema de controle final com as características combinadas de cada um dos controladores quando operando individualmente. A seguir é feita uma revisão acerca de algumas destas técnicas.

1.2.4 Revisão Bibliográfica: Controle combinado

O conceito de combinação de controladores foi proposto inicialmente por [Duarte e Narendra 1987] e ainda constituiu um tópico de pesquisa tanto do ponto de vista teórico [Lavretsky 2009], quanto do de aplicação. Como é o caso do controle aplicado de ROV's [Corradini e Orlando 1997], máquinas elétricas [Park e Lee 1998], sistemas robóticos [Slotine e Li 1989, Huh e Bien 2007], dentre outros.

Uma estratégia de combinação particularmente interessante foi proposta em [Narendra e Bosković 1990, Narendra e Bosković 1992]. Nestes trabalhos foi realizada uma análise qualitativa de controladores adaptativos direto, indireto e VS combinados, com o objetivo de salientar as vantagens de cada tipo de combinação. A estrutura resultante que combina o algoritmo adaptativo direto com o VS adaptativo possui uma estrutura diferente da obtida anteriormente em [Bartolini e Zolezzi 1988]. Contudo, a motivação de ambas é melhorar a velocidade de resposta do controlador, mantendo a estabilidade.

Em [Narendra e Bosković 1990, Narendra e Bosković 1992] o controlador VS adaptativo atua na estimação dos parâmetros da lei de controle. Mais especificamente, dois conjuntos de parâmetros são obtidos separadamente e combinados para obter o conjunto final de ganhos adaptativos. Um destes conjuntos é utilizado para atingir o objetivo de controle enquanto que o outro conjunto de parâmetros é relacionado com a ação VS, a qual foi inserida com o objetivo de tornar o sistema mais robusto. O esquema de controle demonstrou vantagens sob o ponto de vista de convergência do erro e de comportamento dinâmico da ação de controle. Além disso, possui um projeto intuitivo e permite a extensão de vários resultados já estabelecidos para controladores adaptativos convencionais, para o caso combinado. Apesar das suas vantagens, não foi apresentada nenhuma prova matemática mais rigorosa para demonstrar as propriedades de estabilidade robusta para os casos onde a planta é corrompida por dinâmicas não-modeladas e distúrbios, e apenas uma análise qualitativa foi realizada.

1.3 Organização da Tese

Nos Capítulos 2 e 3 são apresentadas as provas matemáticas de estabilidade robusta do algoritmo de controle VS–RMRAC para os casos contínuo e discreto, respectivamente. A análise inicia com as hipóteses sobre a planta e o modelo de referência. Posteriormente, a partir da saída da planta em malha fechada, a equação do erro de rastreamento é obtida. De posse desta equação, define-se o erro aumentado a partir de um sinal de aumento. Com base na equação do erro são obtidas leis de adaptação do tipo Gradiente. Todas as provas de estabilidade robusta são apresentadas numa abordagem E/S sem considerar o modelo do FAP paralelo, que será considerado no Capítulo 4. Neste capítulo é obtido o modelo do sistema formado pelo FAP trifásico conectado num sistema a três-fios. Este modelo é utilizada no projeto do algoritmo de controle VS–RMRAC, que é realizado no Capítulo 5. Neste último, também são discutidos os vários resultados experimentais obtidos, buscando-se fazer uma análise comparativa entre o RMRAC e o VS–RMRAC.

O Capítulo 6 conclui o trabalho.

2 *CONTROLE VS-RMRAC: CASO CONTÍNUO*

Este capítulo apresenta as provas de estabilidade robusta de um algoritmo de controle RMRAC combinado com um controlador VS adaptativo, resultando num algoritmo de controle denominado VS-RMRAC. Os parâmetros da lei de controle são ajustados com base no método proposto por [Narendra e Bosković 1990, Narendra e Bosković 1992] e as provas de estabilidade são derivadas a partir da teoria apresentada em [Ioannou e Tsakalis 1986].

Seguindo a análise clássica para o projeto de controladores adaptativos utilizando o método Gradiente, a equação do erro será obtida para a planta em malha fechada sem distúrbios e com dinâmicas não-modeladas. A partir da equação do erro, leis de adaptação estáveis serão projetadas para a estimação dos parâmetros da lei de controle. A robustez com respeito às dinâmicas não-modeladas é obtida pelo projeto de um sinal de normalização que é utilizado na lei de adaptação.

Demonstra-se que é possível melhorar arbitrariamente a resposta transitória e manter a robustez com respeito às dinâmicas não-modeladas. Diz-se que a resposta transitória é melhorada arbitrariamente pelo fato de que a taxa de convergência do erro para zero ou para um conjunto residual, não pode ser determinada *a priori* ou ser projetada precisamente [Sun 1993], [Datta e Ioannou 1994], sendo que esta melhoria pode ser apenas garantida.

Na Seção 2.2 é apresentada a estrutura da planta, do modelo de referência e as hipóteses sobre as dinâmicas não modeladas. A estrutura do controlador adaptativo é apresentada na Seção 2.3 e a estabilidade robusta é analisada na Seção 2.4. Finalmente, a Seção 2.5 apresenta resultados de simulação para corroborar a teoria desenvolvida. A Seção 2.6 conclui o capítulo.

2.1 Notação do Capítulo

Desde que não seja definido o contrário, o símbolo s denota o operador associado a Transformada de Laplace $\mathcal{L}[\cdot]$, a partir da qual se obtém a variável hipotética $x(s)$ no domínio da frequência, da sua correspondente no domínio do tempo contínuo $x(t)$

$$x(s) = \mathcal{L}[x(t)], \quad x \in \mathbb{R}$$

A relação E/S entre a entrada u e a saída y pode ser expressa por

$$y = W(s)u \triangleq \mathcal{L}^{-1}[W(s)u(s)]$$

onde $\mathcal{L}^{-1}\{\cdot\}$ denota a Transformada Inversa de Laplace.

A equação em espaço de estados de uma planta LTI, SISO, contínua e de ordem $n > 0$ é dada por

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}$$

$$y = Cx + Du, \quad y \in \mathbb{R}$$

onde $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B, D \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ e $C \in \mathbb{R}^{1 \times n}$, pode também ser escrita como

$$sx(s) - x(0) = Ax(s) + Bu(s)$$

$$y(s) = Cx(s) + Du(s)$$

onde $x(0)$ é a condição inicial do vetor de estados.

2.2 Hipóteses sobre a Planta e Modelo de Referência

Considere a planta SISO LTI

$$\frac{y(s)}{u(s)} = G(s) = G_0(s) [1 + \mu\Delta_m(s)] + \mu\Delta_a(s) \quad (2.1)$$

onde G_0 representa a parte modelada da planta e $\mu\Delta_m(s)$ e $\mu\Delta_a(s)$, as dinâmicas não-modeladas multiplicativa e aditiva.

A parte modelada da planta é dada por

$$G_0(s) = k_p \frac{Z_0(s)}{P_0(s)} \quad (2.2)$$

onde $Z_0(s)$ e $P_0(s)$ são polinômios de graus m_0 e n_0 respectivamente, $Z_0(s)$ é um polinômio

estável e o sinal de k_p é assumido ser conhecido. Para as dinâmicas não-modeladas, têm-se as seguintes hipóteses:

H1) Δ_a é uma função de transferência estritamente própria e estável;

H2) Δ_m é uma função de transferência estável;

H3) A única informação *a priori* necessária sobre as dinâmicas não-modeladas Δ_m e Δ_a é o limite inferior p na margem de estabilidade dos seus polos;

Comentário 1. *A classe de plantas dadas por (2.1) é amplamente utilizada para modelar o comportamento de plantas descritas por modelos de perturbação singular. O parâmetro μ , neste caso, é equivalente ao parâmetro de perturbação singular [Ioannou e Tsakalis 1986].*

Comentário 2. *A estrutura completa da planta (2.1) não é conhecida e o limite p em H3 pode ser determinado a partir de hipóteses mais severas quanto a margem de estabilidade dos polos de Δ_m e Δ_a .*

Para o projeto do controlador adaptativo, considere o seguinte modelo de referência

$$\frac{y_m(s)}{r(s)} = W_m(s) = \frac{k_m}{P_m(s)}, \quad k_m > 0 \quad (2.3)$$

onde $P_m(s)$ é um polinômio mônico, estável de grau $n^* = n_0 - m_0 \geq 1$, r é um sinal de referência uniformemente limitado e y_m o valor desejado de y .

O objetivo do algoritmo de controle RMRAC é que, no caso ideal $\mu = 0$, a saída da planta y rastreie a saída do modelo de referência y_m e que, para $\mu^* > 0$ e qualquer $\mu \in [0, \mu^*)$, o controlador garanta a estabilidade robusta do sistema em malha fechada. Em se tratando do projeto da robustez, não se analisa um valor numérico para μ^* . Entretanto, será demonstrado que a presença de dinâmicas não-modeladas implica a não convergência para zero do erro entre a saída da planta e a do modelo de referência.

2.3 Projeto do Algoritmo de Controle VS-RMRAC

2.3.1 Equações Básicas

Considere a lei de controle

$$u = \theta^T \omega \quad (2.4)$$

onde $\theta^T = [\theta_1^T \ \theta_2^T \ \theta_{2n_0-1} \ \theta_{2n_0}] \in \mathbb{R}^{2n_0}$ é um vetor de parâmetros a ser ajustado utilizando um algoritmo adaptativo e $\omega^T = [\omega_1^T \ \omega_2^T \ y \ r] \in \mathbb{R}^{2n_0}$. A entrada da planta u e a saída y são utilizadas para gerar os sinais filtrados $\omega_1, \omega_2 \in \mathbb{R}^{n_0-1}$ de acordo com

$$\omega_1(s) = (sI - F)^{-1}qu(s), \quad \omega_2(s) = (sI - F)^{-1}qy(s) \quad (2.5)$$

onde (F, q) é um par estável.

Aplicando a lei de controle (2.4) em (2.1) e usando o princípio de equivalência a certeza, a saída da planta pode ser escrita da seguinte forma

$$y = \frac{1}{\theta_{2n_0}^*} W_m(s) \left(\phi^T \omega + \theta_{2n_0}^* r \right) + \mu \eta, \quad \theta_{2n_0}^* = \frac{k_m}{k_p} \quad (2.6)$$

onde $\phi = \theta - \theta^*$ é o vetor de erro paramétrico e $\theta^{T*} = [\theta_1^{T*} \ \theta_2^{T*} \ \theta_{2n_0-1}^* \ \theta_{2n_0}^*]$ é o vetor de parâmetros tal que, no caso ideal ($\mu = 0$), a lei de controle $u = \theta^{*T} \omega$ aplicada em (2.1) garante o objetivo do controle por modelo de referência, isto é, $y = y_m$.

Em (2.6), $\eta = \Delta(s)u$ modela o efeito das dinâmicas não-modeladas, onde $\Delta(s)$, $F_1(s)$ e $F_2(s)$ são dadas pelas seguintes funções de transferência estritamente próprias $\Delta(s) = \Delta_m(s)W_m(s)(1 - F_1(s))/\theta_{2n_0}^* + \Delta_a(s)(1 + W_m(s)F_2(s))/\theta_{2n_0}^*$, $F_1(s) = \theta_1^{*T}(sI - F)^{-1}q$ e $F_2(s) = \theta_2^{*T}(sI - F)^{-1}q + \theta_{2n_0-1}^*$.

A partir de (2.6) e como $y_m = W_m(s)r$, o erro de rastreamento pode ser escrito como

$$e_1 = y - y_m = \frac{1}{\theta_{2n_0}^*} W_m(s) \phi^T \omega + \mu \eta \quad (2.7)$$

Considerando o sinal de aumento do erro

$$e_2 = -W_m(s)\theta^T \omega + \theta^T \zeta, \quad \zeta = W_m(s)\omega \quad (2.8)$$

e definindo o erro aumentado

$$e_a = e_1 + \rho e_2 \quad (2.9)$$

onde ρ é a estimação de $\rho^* = 1/\theta_{2n_0}^*$. Após, substituindo (2.7), (2.8), $\rho \triangleq \tilde{\rho} + \rho^*$ e $\phi = \theta - \theta^*$ em (2.9) resulta

$$e_a = \rho^* \phi^T \zeta + \tilde{\rho} e_2 + \mu \eta \quad (2.10)$$

2.3.2 Projeto do Controle VS-RMRAC

A partir deste ponto pode-se definir o i -ésimo elemento do vetor de parâmetros θ tal como em [Narendra e Bosković 1990, Narendra e Bosković 1992].

$$\theta_i = \theta_{id} + \theta_{is} \frac{e_a \zeta_i}{|e_a \zeta_i| + \delta}, \quad 0 < \delta \ll 1 \quad (2.11)$$

onde $i = 1, 2, \dots, 2n_0$. Em (2.11), é utilizado o termo $e_a \zeta_i / (|e_a \zeta_i| + \delta)$ em substituição à função sinal $\text{sgn}(e_a \zeta_i)$ ($\text{sgn}(e_a \zeta_i) = 1$ se $e_a \zeta_i > 0$, $\text{sgn}(e_a \zeta_i) = -1$ se $e_a \zeta_i < 0$) de modo a evitar descontinuidades nos parâmetros θ_i . A continuidade dos parâmetros da lei de controle é um dos fatores que permite estender os resultados de estabilidade robusta obtidos em [Ioannou e Tsakalis 1986] para o VS-RMRAC.

Os parâmetros θ_{id} e θ_{is} em (2.11) são associados respectivamente com o algoritmo de controle RMRAC e com a parcela VS adaptativa. Note que a inserção do segundo termo do lado direito da igualdade (2.11) não altera a parte algébrica do problema de controle (2.4)–(2.10), que possui a mesma estrutura que no caso do RMRAC convencional.

Definindo o i -ésimo parâmetro de θ^* como $\theta_i^* = \theta_{id}^*$ ($\theta_{is}^* = 0$), tem-se (2.11) de modo que o erro paramétrico é dado por

$$\phi_i = \phi_{id} + \phi_{is} \frac{e_a \zeta_i}{|e_a \zeta_i| + \delta}, \quad 0 < \delta \ll 1 \quad (2.12)$$

De (2.12) e (2.10), e como θ_{is} deve convergir para zero a medida que e_a também decresce em magnitude, o método de projeto do tipo Gradiente sugere as seguintes leis adaptativas para estimação do i -ésimo parâmetro θ_{id} , θ_{is} , $i = 1, 2, \dots, 2n_0$ e de ρ :

$$\dot{\theta}_{id} = -\text{sgn} \rho^* \gamma_d \frac{e_a \zeta_i}{m^2} \quad (2.13a)$$

$$\dot{\theta}_{is} = -\lambda \theta_{is} - \text{sgn} \rho^* \gamma_s \frac{e_a^2 \zeta_i^2}{m^2 (|e_a \zeta_i| + \delta)} \quad (2.13b)$$

$$\dot{\rho} = -\gamma \frac{e_a e_2}{m^2} \quad (2.13c)$$

onde $\gamma_d, \gamma_s, \gamma$ e λ são constantes positivas, $\text{sgn} \rho^*$ é o sinal do parâmetro $\rho^* = 1/\theta_{2n_0}^*$, $\theta_{is}(0) \leq 0$ se $\text{sgn} \rho^* = 1$, $\theta_{is}(0) \geq 0$ se $\text{sgn} \rho^* = -1$ e . Observe que, como $\theta_{2n_0}^* = k_m/k_p$, o sinal de ρ^* é equivalente ao sinal de k_p , uma vez que k_m é conhecido.

Em (2.13), o sinal de normalização m é dado por

$$\dot{m} = -\delta_0 m + \delta_1 (1 + |u| + |y|), \quad (2.14)$$

onde $m(0) \geq \delta_1/\delta_0$, sendo $\delta_0 > 0$ projetado de modo que

$$\delta_0 + \delta_2 \leq \min[p_0, q_0], \quad \delta_2 > 0$$

Para p_0 e q_0 , as seguintes hipóteses devem ser satisfeitas [Ioannou e Tsakalis 1986]: *i)* $q_0 > 0$ é tal que os polos de $W_m(s - q_0)$ e os autovalores de $F + q_0I$ são estáveis; *ii)* $p_0 > 0$ é o limite inferior na margem de estabilidade de $p > 0$ para o qual os polos de $\Delta_m(s - p)$, $\Delta_a(s - p)$ são estáveis. Uma propriedade importante do sinal de normalização m que é utilizada na análise de estabilidade é dada pelo Lema 6.

Comentário 3. *No algoritmo adaptativo (2.13), nenhuma das modificações existentes na literatura para solucionar o problema da instabilidade devido a ação integral pura do algoritmo Gradiente foi utilizada (modificação- σ e modificação- σ chaveada [Ioannou e Tsakalis 1986], modificação- ϵ [Narendra e Annaswamy 1989], dentre outras). Entretanto, devido a maneira pela qual a combinação foi obtida, a inserção destas modificações pode ser feita tal como no caso convencional, diretamente na lei de adaptação paramétrica de θ_{id} , uma vez que θ_{is} é regido por uma equação diferencial estável ($\lambda > 0$).*

2.4 Análise de Estabilidade Robusta

A robustez do algoritmo (2.13) utiliza o conceito de normalização. Mais especificamente, uma vez projetado adequadamente os parâmetros δ_0 e δ_1 em (2.14), o sinal m assegura a robustez com respeito às dinâmicas não-modeladas Δ_m e Δ_a .

Na seqüência é apresentada a análise teórica que permite concluir sobre a estabilidade robusta do algoritmo de controle VS-RMRAC contínuo (2.4)–(2.13). A análise inicia pela verificação da limitação do vetor de parâmetros. Posteriormente, este resultado é utilizado para se obter a limitação de todos os sinais na malha adaptativa. A análise continua com a investigação do limite superior para o erro e para o sinal de normalização m . Finalmente, é provado que o erro de rastreamento pertence a um conjunto residual proporcional à magnitude da dinâmica não modelada. O procedimento envolvido na obtenção dos resultados sobre a estabilidade robusta é baseado em [Ioannou e Tsakalis 1986].

2.4.1 Limitação do Vetor de Parâmetros

Considere a função definida positiva

$$V = \frac{1}{|\theta_{2n_0}^*|} \left(\frac{1}{2\gamma_d} \sum_{i=1}^{2n_0} (\theta_{id} - \theta_i^*)^2 + \frac{1}{2\gamma_s} \sum_{i=1}^{2n_0} \theta_{is}^2 \right) + \frac{\tilde{\rho}^2}{2\gamma} \quad (2.15)$$

De (2.13a)–(2.13c) e como $k_m > 0$, a derivada de V é dada por

$$\dot{V} = -\frac{\lambda}{|\theta_{2n_0}^*| \gamma_s} \|\theta_s\|^2 - \frac{(\phi^T \zeta / \theta_{2n_0}^* + \tilde{\rho} e_2)^2}{m^2} - \mu \eta \frac{\phi^T \zeta / \theta_{2n_0}^* + \tilde{\rho} e_2}{m^2} \quad (2.16)$$

Desde que (2.14) é projetada tal que $|\eta|/m$ é limitada (ver Lema 1iii), de (2.16) resulta

$$\dot{V} \leq -\frac{\lambda}{|\theta_{2n_0}^*| \gamma_s} \|\theta_s\|^2 - \frac{1}{2} \frac{(\phi^T \zeta / \theta_{2n_0}^* + \tilde{\rho} e_2)^2}{m^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\phi^T \zeta / \theta_{2n_0}^* + \tilde{\rho} e_2}{m} + \mu \frac{\eta}{m} \right)^2 + \frac{\mu^2}{2} \gamma_\eta \quad (2.17)$$

onde γ_η é o limite para η^2/m^2 . De (2.17), $\dot{V} < 0$ para todo $V > \bar{V}$ para uma constante \bar{V} proporcional a $\mu^2 \gamma_\eta$ e portanto $\|\phi\| \leq k_\phi$.

2.4.2 Magnitude dos Sinais Internos da Malha Adaptativa

Além da limitação de θ , outro resultado importante diz respeito a limitação de vários sinais na malha adaptativa pelo sinal de normalização. Este resultado é dado pelo seguinte lema.

Lema 1. *O algoritmo de controle apresentado na Seção 2.3 garante:*

- i) $\frac{\|\zeta\|}{m} \leq c_1 + \epsilon_t$;
- ii) $\frac{\|\omega_1\|}{m}, \frac{\|\omega_2\|}{m} \leq c_2 + \epsilon_t$;
- iii) $\frac{|\eta|}{m} \leq c_3 + \epsilon_t$;
- iv) $\frac{|y|}{m} \leq c_4 + \epsilon_t$;
- v) $\frac{|u|}{m} \leq c_5 + \epsilon_t$;
- vi) $\frac{\|\zeta^{(j)}\|}{m} \leq c_{j6} + \epsilon_t, j = 1, 2, \dots, n^* + 1$;
- vii) $\left| \frac{d}{dt} \frac{\phi^T \zeta^{(j)}}{m} \right| \leq c_{j7} + \epsilon_t, j = 0, \dots, n^*$;
- viii) $\frac{|e_2|}{m} \leq c_8 + \epsilon_t$;
- ix) $\left| \frac{d}{dt} \frac{\tilde{\rho} e_2}{m} \right| \leq c_9 + \epsilon_t$;

onde ϵ_t é um termo que decai exponencialmente devido as condições iniciais, $c_1, \dots, c_5, c_8, c_9$ e c_{j6}, c_{j7} são constantes positivas e $\zeta^{(j)}$ denota a j -ésima derivada de ζ .

Demonstração. As provas de i)–vii) podem ser obtidas a partir do Lema 6, considerando o fato de que r é um sinal de entrada externo e limitado, e da estabilidade de $W_m(s)$.

Para provar viii) pode-se utilizar (2.8) e (2.4) resultando em $e_2 = -W_m(s)u + \theta^T \zeta$. Após, devido a limitação de θ , de i) e utilizando o Lema 6, a prova é concluída.

A prova de ix) pode ser obtida escrevendo

$$\frac{d}{dt} \frac{\tilde{\rho} e_2}{m} = \dot{\tilde{\rho}} \frac{e_2}{m} + \tilde{\rho} \frac{\dot{e}_2}{m} - \tilde{\rho} \frac{e_2}{m} \frac{\dot{m}}{m} \quad (2.18)$$

De (2.8) e (2.4) segue que

$$\dot{e}_2 = -sW_m(s)u + \dot{\theta}^T \zeta + \theta^T \dot{\zeta} \quad (2.19)$$

O Lema 6 também pode ser aplicado ao termo $sW_m(s)u$ da expressão (2.19), visto que $W_m(s)$ é uma função de transferência estritamente própria e estável e $|u| \leq \delta_3 m$, onde $\delta_3 > 0$ (ver [Ioannou e Tsakalis 1986, Remark B1]). A partir deste resultado, devido a limitação de θ , $\dot{\theta}$, $\tilde{\rho}$ e $\dot{\tilde{\rho}}$, de viii) e como $|\dot{m}|/m \leq \delta_0 + (1 + |u| + |y|)/m$, o resultado ix) resulta diretamente de (2.18).

□

Tomando o valor médio de (2.17) sobre um período $T > 0$ e utilizando o Lema 1 resulta

$$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \left(\frac{1}{2} \frac{(\phi^T \zeta / \theta_{2n_0}^* + \tilde{\rho} e_2)^2}{m^2} + \frac{\lambda}{|\theta_{2n_0}^*| \gamma_s} \|\theta_s\|^2 \right) dt \leq \frac{g_1}{T} + \mu^2 g_2, \quad \forall t_0 \geq 0 \quad (2.20)$$

onde $g_1 = \sup |V(t_0) - V(t_0 + T)|$ e $g_2 = \gamma_\eta/2$. Isto implica para um valor pequeno de μ , $(\phi^T \zeta / \theta_{2n_0}^* + \tilde{\rho} e_2)^2 / 2m^2$ e $\lambda \|\theta_s\|^2 / |\theta_{2n_0}^*| \gamma_s$ são pequenos na média.

A desigualdade (2.20) é um dos principais resultados que permite estabelecer o valor médio $\phi^T \omega / m$. Este resultado é dado pelo seguinte teorema.

Teorema 1 ($\phi^T \omega / m$ pequeno na média). *Se*

$$\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \frac{1}{2} \frac{(\phi^T \zeta / \theta_{2n_0}^* + \tilde{\rho} e_2)^2}{m^2} + \frac{\lambda}{|\theta_{2n_0}^*| \gamma_s} \|\theta_s\|^2 dt \leq \frac{g_1}{T} + \mu^2 g_2 \quad (2.21)$$

com g_1, g_2 constantes positivas, $T > 0$, $t \geq 0$ e ϕ limitado, então

$$\int_t^{t+T} \frac{|\phi^T \omega|}{m} d\tau \leq \frac{\gamma_1}{\epsilon_0^2} + \left(\mu^2 \frac{\gamma_2}{\epsilon_0^2} + \mu \frac{\gamma_3}{\sqrt{\epsilon_0}} + \gamma_4 \epsilon_0^x \right) T \quad (2.22)$$

com $\chi = 2^{-(n^*+1)}$, γ_1 a γ_4 constantes positivas e $\epsilon_0 \in (0, 1]$.

Demonstração. Para a prova do Teorema 1 alguns resultados preliminares são necessários. Estes resultados são dados pelos lemas a seguir.

Lema 2. *Se*

$$\frac{1}{2} \frac{(\phi^T \zeta / \theta_{2n_0}^* + \tilde{\rho} e_2)^2}{m^2} + \frac{\lambda}{|\theta_{2n_0}^*| \gamma_s} \|\theta_s\|^2 \leq \epsilon_0, \quad (2.23)$$

para qualquer $\epsilon_0 \in [0, 1]$, então

$$|\dot{\phi}_i| \leq g_3 \sqrt{\epsilon_0} + \mu g_4 \quad (2.24)$$

onde g_3 e g_4 são constantes positivas.

Demonstração. De (2.12), (2.13a) e (2.13b) pode-se escrever

$$|\dot{\phi}_i| \leq \lambda |\theta_{is}| + (\gamma_d + \gamma_s) \frac{|e_a| |\zeta_i|}{m} + |\theta_{is}| \left| \frac{d}{dt} \frac{e_a \zeta_i}{|e_a \zeta_i| + \delta} \right| \quad (2.25)$$

Com respeito a função $s = e_a \zeta_i / (|e_a \zeta_i| + \delta)$ tem-se

$$\dot{s} = \left(1 - \frac{e_a \zeta_i \text{sign}(e_a \zeta_i)}{|e_a \zeta_i| + \delta} \right) \frac{1}{|e_a \zeta_i| + \delta} \frac{d}{dt} e_a \zeta_i \quad (2.26)$$

onde $\text{sign } x = 0$ se $x = 0$, $\text{sign } x = x/|x|$ se $x \neq 0$. Devido a continuidade de $e_a \zeta_i$ e de (2.26) tem-se que

$$\left| \frac{d}{dt} \frac{e_a \zeta_i}{|e_a \zeta_i| + \delta} \right| \leq \frac{1}{\delta} \left| \frac{d}{dt} (e_a \zeta_i) \right| = \frac{c}{\delta}, \quad 0 \leq c < \infty \quad (2.27)$$

Substituindo (2.27) e e_a de acordo com (2.10) em (2.25), segue que

$$|\dot{\phi}_i| \leq \left(\lambda + \frac{c}{\delta} \right) |\theta_{is}| + (\gamma_d + \gamma_s) \left(\frac{1}{|\theta_{2n_0}^*|} \frac{|\phi^T \zeta|}{m} + \frac{|\tilde{\rho} e_2|}{m} + \mu \frac{|\eta|}{m} \right) \frac{|\zeta_i|}{m} \quad (2.28)$$

Se a desigualdade (2.23) é satisfeita, então $\phi^T \zeta / \theta_{2n_0}^* + \tilde{\rho} e_2 / m \leq \sqrt{2} \sqrt{\epsilon_0}$ e $\|\theta_s\| \leq \sqrt{|\theta_{2n_0}^*| \gamma_s / \lambda \sqrt{\epsilon_0}}$. Utilizando os resultados do Lema 1 i), iii) e fazendo $g_3 = (\lambda + c/\delta) \sqrt{|\theta_{2n_0}^*| \gamma_s / \lambda} + (\gamma_d + \gamma_s) \sqrt{2} c_1$ e $g_4 = (\gamma_d + \gamma_s) c_1 c_3$, pode-se obter diretamente a desigualdade (2.24). □

Lema 3. *Se*

$$\frac{1}{2} \frac{(\phi^T \zeta / \theta_{2n_0}^* + \tilde{\rho} e_2)^2}{m^2} + \frac{\lambda}{|\theta_{2n_0}^*| \gamma_s} \|\theta_s\|^2 \leq \epsilon_0 \quad (2.29)$$

é satisfeita $\forall t \in [t_K, t_K + \Delta t]$, $\forall \epsilon_0 \in (0, 1]$ onde $t_K \geq 0$ e $\Delta t \geq 1$, então existem constantes $\kappa_j > 0$ e funções contínuas $f_j(\epsilon_0)$, com $0 < f_j(\epsilon_0) \leq \mathcal{O}(\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0}})$, tal que

$$\frac{|\phi^T \zeta^{(j)}|}{m} \leq \kappa_j \epsilon_0^{\alpha_j} + \mu f_j(\epsilon_0) \forall t \in [t_K, t_K + \Delta t] \quad (2.30)$$

onde $\alpha_j = 2^{-(j+1)}$ com $j = 1, 2, \dots, n^*$.

Demonstração. Tomando a derivada

$$\frac{d}{d\tau} \frac{\phi^T \zeta^{(j-1)}}{m} = \frac{\dot{\phi}^T \zeta^{(j-1)}}{m} + \frac{\phi^T \zeta^{(j)}}{m} - \frac{\phi^T \zeta^{(j-1)}}{m} \frac{\dot{m}}{m}$$

e integrando $\phi^T \zeta^{(j)}/m$ de um dado instante de tempo $t \in [t_K, t_K + \Delta t]$, com $t_K \geq t_0$ grande o suficiente de modo que os sinais exponencialmente decrescentes dados no Lema 1 são pequenos o suficiente, resulta

$$\int_t^{t+\delta_t} \frac{\phi^T \zeta^{(j)}}{m} d\tau = \frac{\phi^T \zeta^{(j-1)}}{m} \Big|_t^{t+\delta_t} - \int_t^{t+\delta_t} \frac{\dot{\phi}^T \zeta^{(j-1)}}{m} d\tau + \int_t^{t+\delta_t} \frac{\phi^T \zeta^{(j-1)}}{m} \frac{\dot{m}}{m} d\tau \quad (2.31)$$

Agora, assumindo que (2.30) é válido para $(j-1)$, de (2.24), Lema 1 e como $\dot{m}/m \leq k_m$ para a constante $k_m > 0$, de (2.31) resulta

$$\left| \int_t^{t+\delta_t} \frac{\phi^T \zeta^{(j)}}{m} d\tau \right| \leq (1 + k_m \delta_t) (\kappa_{j-1} \epsilon_0^{\alpha_{j-1}} + \mu f_{j-1}(\epsilon_0)) + c_{(j-1)6} \delta_t (\bar{g}_3 \sqrt{\epsilon_0} + \mu \bar{g}_4) \quad (2.32)$$

para $j = 1, 2, \dots, n^*$ com $f_0(\epsilon_0) = 0$, $c_{06} = c_1$ e \bar{g}_3, \bar{g}_4 são múltiplos inteiros de g_3, g_4 .

Usando o Teorema do Valor Médio e a continuidade de $\phi^T \zeta^{(j)}/m$ segue que

$$\int_t^{t+\delta_t} \frac{\phi^T \zeta^{(j)}}{m} d\tau = \delta_t \frac{\phi^T(\tau) \zeta^{(j)}(\tau)}{m(\tau)} \Big|_{\tau=t+\delta_t^*} \quad (2.33)$$

para um $\delta_t^* \in [0, \delta_t]$. Substituindo (2.33) em (2.32) e fazendo $\delta_t = \epsilon_0^{\alpha_j}$, tem-se

$$\left| \frac{\phi^T(\tau) \zeta^{(j)}(\tau)}{m(\tau)} \right|_{\tau=t+\delta_t^*} \leq (1 + k_m \epsilon_0^{\alpha_j}) \left(\kappa_{j-1} \epsilon_0^{\alpha_j} + \mu \epsilon_0^{-\alpha_j} f_{j-1}(\epsilon_0) \right) + c_{(j-1)6} (\bar{g}_3 \sqrt{\epsilon_0} + \mu \bar{g}_4) \quad (2.34)$$

Desde que $\epsilon_0^{1/2} \leq \epsilon_0^{\alpha_j} \leq 1$, $j = 1, 2, \dots, n^*$, (2.34) pode ser escrita como

$$\left| \frac{\phi^T(\tau) \zeta^{(j)}(\tau)}{m(\tau)} \right|_{\tau=t+\delta_t^*} \leq \bar{\kappa}_j \epsilon_0^{\alpha_j} + \mu f_j(\epsilon_0) \quad (2.35)$$

onde

$$\begin{aligned}\bar{\kappa}_j &= (1 + k_m \epsilon_0^{\alpha_j}) \kappa_{j-1} + c_{(j-1)6} \bar{g}_3 \\ f_j(\epsilon_0) &= c_{(j-1)6} \bar{g}_4 + (1 + k_m \epsilon_0^{\alpha_j}) \epsilon_0^{-\alpha_j} f_{j-1}(\epsilon_0)\end{aligned}\quad (2.36)$$

para $j = 1, 2, \dots, n^*$, com $\kappa_0 = 1$ e $f_0(\epsilon_0) = 0$.

Do Lema vii), $\phi^T \zeta^{(j)} / m$ é uma função uniformemente contínua no tempo. Portanto, seu valor no intervalo $[t, t + \delta_t]$ não será diferente do seu valor em $t + \delta_t^*$ (ver (2.35)) além de um valor $c_{j7} \delta_t = c_{j7} \epsilon_0^{\alpha_j}$. Definindo $\kappa_j = \bar{\kappa}_j + c_{j7}$, de (2.34) resulta

$$\left| \frac{\phi^T(t) \zeta^{(j)}(t)}{m(t)} \right| \leq \kappa_j \epsilon_0^{\alpha_j} + \mu f_j(\epsilon_0) \quad \forall t \in [t, t + \delta_t] \quad (2.37)$$

Como $\epsilon_0 \in (0, 1]$, de (2.36) segue que $f_j(\epsilon_0) \leq \mathcal{O}(1/\sqrt{\epsilon_0})$ com $j = 1, 2, \dots, n^*$. A desigualdade (2.37) é válida para o intervalo $[t, t + \delta_t] \in [t_K, t_K + \Delta t]$. Considerando o conjunto de intervalos $[t_k, t_k + \delta_t]$, $k = 0, 1, \dots, n^*$ onde $l \geq \Delta t / \delta_t$ tal que $t_0 = t_K$, $t_k < t_{k+1} \leq t_k + \delta_t$ e $t_l + \delta_t = t_K + \Delta t$. O fato de que $U_{k=0}^l [t_k, t_k + \delta_t] = [t_K, t_K + \Delta t]$ juntamente com (2.37) implica em (2.30).

□

Lema 4. *Se*

$$\frac{1}{2} \frac{(\phi^T \zeta / \theta_{2n_0}^* + \tilde{\rho} e_2)^2}{m^2} + \frac{\lambda}{|\theta_{2n_0}^*| \gamma_s} \|\theta_s\|^2 \leq \epsilon_0 \quad (2.38)$$

é satisfeita $\forall t \in [t_K, t_K + \Delta t]$ e $t_K \geq t_0$, então

$$\left| \frac{\phi^T \omega}{m} \right| \leq h_0 \epsilon_0^\chi + \mu \frac{h_1}{\sqrt{\epsilon_0}}, \quad \forall t \in [t_K, t_K + \Delta t] \quad (2.39)$$

onde $\chi = 2^{-(n^*+1)}$, $\epsilon_0 \in (0, 1]$ e h_0, h_1 são constantes positivas.

Demonstração. Da definição de ζ em (2.8) resulta que $\omega = \sum_{j=0}^{n^*} d_j \zeta^{(j)}$ para um coeficiente constante d_j . Desde que $|\phi^T \omega| / m \leq \sum_{j=0}^{n^*} |d_j| |\phi^T \zeta^{(j)}| / m$ e utilizando o Lema 3 tem-se

$$\left| \frac{\phi^T \omega}{m} \right| \leq \sum_{j=0}^{n^*} |d_j| \kappa_j \epsilon_0^{\alpha_j} + \mu \sum_{j=0}^{n^*} |d_j| f_j(\epsilon_0) \quad (2.40)$$

Substituindo $f_j(\epsilon_0) \leq \bar{h}_j / \sqrt{\epsilon_0}$ e definindo o novo termo $\chi = 2^{-(n^*+1)}$, de (2.40) tem-se que

$$\left| \frac{\phi^T \omega}{m} \right| \leq \epsilon_0^\chi \sum_{j=0}^{n^*} |d_j| \kappa_j \epsilon_0^{-\chi} \epsilon_0^{\alpha_j} + \mu \frac{\sum_{j=0}^{n^*} |d_j| \bar{h}_j}{\sqrt{\epsilon_0}}$$

Fazendo $h_0 = \sum_{j=0}^{n^*} |d_j| \kappa_j$, $h_1 = \sum_{j=0}^{n^*} |d_j| \bar{h}_j$ e desde que $\epsilon_0^{-\chi} \epsilon_0^{\alpha_j} \leq 1$, (2.39) resulta imediatamente. □

Prova do Teorema 1. Seja $t_1 \geq t_0$ e considere o intervalo $[t_1, t_1 + T]$ onde por simplicidade $T > 0$ é assumido ser um inteiro. Particionando este intervalo em T subintervalos de dimensão 1, ou seja $U_{k'=1}^T [t_{k'}, t_{k'+1}] = [t_1, t_1 + T]$ os seguintes conjuntos são considerados

$$\Omega_1 = \left\{ [t_{k'}, t_{k'+1}] \mid \frac{(\phi^T \zeta / \theta_{2n_0}^* + \tilde{\rho} e_2)^2}{m^2} + \frac{\lambda}{|\theta_{2n_0}^*| \gamma_s} \|\theta_s\|^2 < \epsilon_0, \forall t \in [t_{k'}, t_{k'+1}] \right\} \quad (2.41)$$

$$\Omega_2 = [t_1, t_1 + T] \setminus \Omega_1 \quad (2.42)$$

Do Lema 4 tem-se que $|\phi^T \omega|/m \leq h_0 \epsilon_0^\chi + \mu h_1 / \sqrt{\epsilon_0}$, $\forall t \in \Omega_1$.

Definindo

$$\psi = \frac{1}{2} \frac{(\phi^T \zeta / \theta_{2n_0}^* + \tilde{\rho} e_2)^2}{m^2} + \frac{\lambda}{|\theta_{2n_0}^*| \gamma_s} \|\theta_s\|^2$$

Do Lema 1 i), iii), vii)–ix) e da limitação de θ_s e $\tilde{\rho}$ resulta que ψ é uma função Lipschitz contínua, com constante limitada por $k_\psi = c_9 + 2\lambda k_{\rho^*} \gamma_s^{-1} (\lambda k_{\theta_s}^2 + \gamma_s k_\phi k_{\rho^*} k_{\theta_s} c_1^2 + \gamma_s k_{\theta_s} k_{\tilde{\rho}} c_1 c_3 + \mu \gamma_s k_{\theta_s} c_1 c_3 + \gamma_s c_{07} / 2\lambda)$, onde k_{θ_s} , k_ϕ , k_{ρ^*} e $k_{\tilde{\rho}}$ são os limites superiores para $\|\theta_s\|$, $\|\phi\|$, $|\tilde{\rho}|$ e $1/|\theta_{2n_0}^*|$, respectivamente. Definindo $k_L = \max[1, k_\psi]$ então

$$|\psi(t) - \psi(\tau)| \leq k_L |t - \tau|, \forall t, \tau \geq t_0 \quad (2.43)$$

Se $[t_{k'}, t_{k'+1}] \in \Omega_2$, $\psi(t) \geq \epsilon_0$ para algum $t^* \in [t_{k'}, t_{k'+1}]$. Como $k_L \geq 1$ e $\epsilon_0 \in (0, 1]$, pode-se escrever

$$\int_{t_{k'}}^{t_{k'+1}} \psi(\tau) d\tau \geq \frac{\epsilon_0^2}{2k_L}, \quad \forall [t_{k'}, t_{k'+1}] \in \Omega_2 \quad (2.44)$$

Definindo M_1 e M_2 como sendo o número de subintervalos contidos em Ω_1 e Ω_2 , respectivamente. Então, de (2.21) e (2.44) tem-se que

$$M_2 \leq \frac{2k_L}{\epsilon_0^2} (g_1 + \mu^2 T g_2), \quad M_1 = T - M_2 \leq T \quad (2.45)$$

Como resultado

$$\int_{t_1}^{t_1+T} \frac{|\phi^T \omega|}{m} d\tau = \int_{\Omega_1} \frac{|\phi^T \omega|}{m} d\tau + \int_{\Omega_2} \frac{|\phi^T \omega|}{m} d\tau \leq M_1 \left(h_0 \epsilon_0^\chi + \mu \frac{h_1}{\sqrt{\epsilon_0}} \right) + M_2 k_\phi c_2, \quad (2.46)$$

e (2.22) pode ser obtida de de (2.45) e (2.46) fazendo $\gamma_1 = 2k_L g_1 c_2 k_\phi$, $\gamma_2 = 2k_L c_2 g_2 k_\phi$,

$\gamma_3 = h_1$ e $\gamma_4 = h_0$. □

□

Teorema 2. *Assumindo que $\mu = 0$. Se $[(\phi^T \zeta / \theta_{2n_0}^* + \tilde{\rho} e_2) / m]^2 + \lambda \|\theta_s\|^2 / |\theta_{2n_0}^*| \gamma_s \rightarrow 0$ para $t \rightarrow \infty$, então $\phi^T \omega / m \rightarrow 0$ a medida que $t \rightarrow \infty$.*

Demonstração. A prova pode ser obtida diretamente do Lema 4 fazendo $\mu = 0$, substituindo ϵ_0 por um parâmetro ϵ arbitrariamente pequeno. □

Comentário 4. *O algoritmo adaptativo (2.7), (2.8), (2.9), (2.11), (2.13), (2.14) garante, a limitação de ϕ (2.12) e $(\phi^T \zeta)^2 / m^2$, $|\phi^T \omega| / m$, $\|\theta_s\|$ pequenos na média para valores pequenos de μ e ϵ_0 , independentemente da limitação de m , ζ , ω , η ou qualquer outro sinal da malha adaptativa.*

2.4.3 Limitação do Erro e do Normalizador m

Os resultados acerca da limitação dos sinais na malha adaptativa obtidos até então, seguem da limitação de ϕ (2.12) e das propriedades do normalizador m . Contudo, é necessário verificar a limitação do erro de rastreamento e_1 e do sinal de normalização m de modo a se obter a limitação dos sinais na malha fechada. Para isto, considere a seguinte função definida positiva

$$W = k_1 e^T P e + m^2 / 2 \quad (2.47)$$

onde $k_1 > 0$ e $P = P^T > 0$ satisfaz $PA_c + A_c^T P = -I$.

De modo a analisar a derivada de (2.47) é necessário determinar \dot{e} . A seguir é apresentado o método para a obtenção desta derivada.

2.4.3.1 Representação Não-Mínima do Erro em Espaço de Estados

A saída da planta (2.1) pode ser escrita como

$$y = G_0(s)u + \mu G_0(s)q(s) \frac{\Delta_m(s)}{q(s)} u + \mu \Delta_a(s)u \quad (2.48)$$

onde $q(s)$ é um polinômio qualquer de grau $n^* - 1$ com raízes estáveis $q(s - p_0)$. A representação em espaço de estados é

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + bu + \mu \bar{b} \eta_m \\ y &= cx + \mu \eta_a \end{aligned} \quad (2.49)$$

onde A, b, c é a representação mínima em espaço de estados de $G_0(s)$, $\eta_a = \Delta_a(s)u$, $\eta_m = \bar{\Delta}_m(s)u$ e \bar{b} dependem de b e dos coeficientes de $q(s)$. A partir de (2.4), (2.49) e como $\phi = \theta - \theta^*$ pode-se escrever

$$u = \phi^T \omega + \theta_{2n_0}^* r + \theta_1^{*T} \omega_1 + \theta_2^{*T} \omega_2 + \theta_{2n_0-1}^* cx + \mu \theta_{2n_0-1}^* \eta_a \quad (2.50)$$

De (2.49) e da representação em espaço de estados de ω_1 e ω_2 (2.5), pode-se definir p vetor de estado aumentado $X = [x^T, \omega_1^T, \omega_2^T]^T$ tal que

$$\begin{aligned} \dot{X} &= A_c X + b_c (\phi^T \omega + \theta_{2n_0}^* r) + \mu b_{c1} \eta_a + \mu b_{c2} \eta_m \\ y &= c_c X + \mu \eta_a \end{aligned} \quad (2.51)$$

onde A_c é uma matriz estável, A_c, b_c, c_c são dadas em [Narendra e Valavani 1978], $b_{c1} = [b \theta_{2n_0-1}^*, q \theta_{2n_0-1}^*, q]^T$ e $b_{c2} = [b, 0, 0]^T$

Tomando $\phi = 0$ e desprezando os termos associados com as dinâmicas não-modeladas, pode-se obter a partir de (2.51) a representação não-mínima em espaço de estados para $W_m(s)$

$$\begin{aligned} \dot{X}_m &= A_c X_m + b_c \theta_{2n_0}^* r \\ y_m &= c_c X_m \end{aligned} \quad (2.52)$$

onde $X = [x_m^T, \omega_{1m}^T, \omega_{2m}^T]^T$. Definindo o erro de estados $e = X - X_m$, de (2.51) e (2.52) segue que

$$\begin{aligned} \dot{e} &= A_c e + b_c \phi^T \omega + \mu b_{c1} \eta_a + \mu b_{c2} \eta_m \\ e_1 &= c_c e + \mu \eta_a \end{aligned} \quad (2.53)$$

2.4.3.2 Realização Mínima em Espaço de Estados do Erro

Assumindo o modelo de referência dado por $W_m(s) = c_m (sI - A_m)^{-1} b_m$. A representação mínima do erro em espaço de estados (2.7) é

$$\begin{aligned} \dot{e}_0 &= A_m e_0 + b_m \phi^T \omega \\ e_1 &= c_m e_0 + \mu \eta \end{aligned} \quad (2.54)$$

onde $e_0 \in \mathbb{R}^{n^*}$ e A_m é uma matriz estável.

2.4.3.3 Prova para \dot{W}

De (2.14), (2.47) e (2.53), \dot{W} pode ser escrito como

$$\dot{W} = -k_1 \|e\|^2 + 2k_1 e^T P b_c \phi^T \omega + 2\mu k_1 e^T P (b_{c1} \eta_a + b_{c2} \eta_m) - \delta_0 m^2 + m(1 + |u| + |y|) \quad (2.55)$$

Com respeito a $|u| + |y|$, pode-se utilizar (2.50), (2.51), o fato de que ϕ é limitado e $e = X - X_m$ para mostrar que $|u| + |y| \leq \gamma_5 \|e\| + \gamma_6 + \mu \gamma_7 |\eta_a|$, onde γ_5 , γ_6 e γ_7 depende dos limites de $\|\theta\|$, $\|\omega\|$ e $|y_m|$. Como $k_1 \gamma_8 \|e\| |\phi^T \omega| \leq \sqrt{k_1} \beta_2 (|\phi^T \omega|/m) W$ onde $\beta_2 = \sqrt{2} \gamma_8 / \min \lambda(P)$, (2.55) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} \dot{W} \leq & -\frac{k_1}{2} \|e\|^2 - \frac{\delta_0}{2} m^2 + \sqrt{k_1} \beta_2 \frac{|\phi^T \omega|}{m} W - \frac{\|e\|^2}{2} \left(k_1 - \frac{4\beta_1^2}{\delta_0} - \mu^2 \frac{4k_1^2 \gamma_9^2}{\delta_0} \right) + 2\frac{\beta_0^2}{\delta_0} - \\ & \frac{\delta_0}{8} \left[\left(m - 4\frac{\beta_0}{\delta_0} \right)^2 + \left(m - 4\frac{\beta_1}{\delta_0} \|e\| \right)^2 + \left(m - 4\mu \frac{k_1 \gamma_9 \|e\|}{\delta_0} \right)^2 + \left(1 - 8\frac{\mu \gamma_7}{\delta_0} \right) m^2 \right] \end{aligned} \quad (2.56)$$

Desprezando os termos quadráticos positivos associados com $\delta_0/8$, fazendo $k_1 = 8\beta_1^2/\delta_0$, $\mu_0 = \min [\delta_0/8\beta_1\gamma_9, \delta_0/8\gamma_7]$ e somando e subtraindo o termo $-\beta W$ no lado direito de (2.56) então, para cada $\mu \in [0, \mu_0]$

$$\dot{W} \leq -\beta W + \sqrt{k_1} \beta_2 \frac{|\phi^T \omega|}{m} W + 2\frac{\beta_0^2}{\delta_0} - k_1 \|e\|^2 \left(\frac{1}{2} - \beta \|P\| \right) - \frac{m^2}{2} (\delta_0 - \beta) \quad (2.57)$$

Fazendo $\beta = \min [1/2 \|P\|, \delta_0]$ resulta

$$\dot{W} \leq -\beta W + \beta_3 \frac{|\phi^T \omega|}{m} W + \beta_4 \quad (2.58)$$

onde $\beta_3 = \sqrt{k_1} \beta_2$ e $\beta_4 = 2\beta_0^2/\delta_0$.

Para analisar a estabilidade de (2.58), considere a seguinte equação

$$\dot{W}_0 = -\beta W_0 + \beta_3 \frac{|\phi^T \omega|}{m} W_0 + \beta_4 \quad (2.59)$$

com a mesma condição inicial de (2.58), ou seja $W(t_0) = W_0(t_0)$. A parte homogênea de (2.59) é

$$\dot{\bar{W}}_0 = -\beta \bar{W}_0 + \beta_3 \frac{|\phi^T \omega|}{m} \bar{W}_0 \quad (2.60)$$

cuja solução é

$$\bar{W}_0(t) = \bar{W}_0(t_0) \exp \left[- \int_{t_0}^t \left(\beta - \beta_3 \frac{|\phi^T \omega|}{m} \right) d\tau \right] \quad \forall t \geq t_0 \geq 0 \quad (2.61)$$

Utilizando (2.22) em (2.61) resulta

$$\bar{W}_0(t) \leq \bar{W}_0(t_0) \exp \left[\frac{\beta_3 \gamma_1}{\epsilon_0^2} \right] \exp \left[- \left(\beta - \beta_3 \left(\mu^2 \frac{\gamma_2}{\epsilon_0^2} + \mu \frac{\gamma_3}{\sqrt{\epsilon_0}} + \gamma_4 \epsilon_0^\chi \right) \right) (t - t_0) \right] \quad (2.62)$$

de modo que o equilíbrio $\bar{W}_0 = 0$ é exponencialmente estável se

$$\beta - \beta_3 \left(\mu^2 \frac{\gamma_2}{\epsilon_0^2} + \mu \frac{\gamma_3}{\sqrt{\epsilon_0}} + \gamma_4 \epsilon_0^\chi \right) > 0 \quad (2.63)$$

Se $0 < \epsilon_0 \leq \min \left((\beta/4\beta_3\gamma_4)^{1/\chi}, 1 \right)$ e $\mu \in [0, \mu^*)$ tal que

$$\mu^* = \min \left(\sqrt{\frac{\beta}{4\beta_3\gamma_2}} \epsilon_0, \frac{\beta}{4\beta_3\gamma_3} \sqrt{\epsilon_0}, \mu_0 \right) \quad (2.64)$$

obtem-se que (2.63) é o limite inferior de $\beta/4$. Deste modo, de (2.62) pode-se concluir que

$$\bar{W}_0(t) \leq \bar{W}_0(t_0) \exp \left[\frac{\beta_3 \gamma_1}{\epsilon_0^2} \right] \exp \left[-\frac{\beta}{4} (t - t_0) \right] \quad (2.65)$$

e poranto $\bar{W}_0 = 0$ é exponencialmente estável e $W_0(t)$ é limitada. Utilizando o Teorema da Comparação [Michel e Miller 1977, pp. 57], conclui-se que $W(t)$ é limitado e portanto m e o vetor do erro e (ver Seção 2.4.3.1) são limitados. Do Lema 1, a limitação de m resulta que todos os sinais na malha adaptativa são limitados.

A partir de todos os resultados obtidos até então, o seguinte teorema pode ser aplicado no caso do algoritmo de controle VS-RMRAC, sendo uma das principais conclusões obtidas a partir das análises feitas até então.

Teorema 3 ([Ioannou e Tsakalis 1986]). *Considere a planta, o modelo de referência e a estrutura de controle descrita na Seção 2.3. Existe um $\mu^* > 0$ tal que para cada $\mu \in [0, \mu^*)$, todos os sinais da planta em malha-fechada com a lei de controle adaptativa (2.4) são limitados para qualquer condição inicial. Além disso, existe uma constante $c_1 > 0$ e uma constante de valor pequeno $\bar{\epsilon}$ tal que o erro de rastreamento pertence ao conjunto residual*

$$\mathcal{S}_e = \left\{ e_1 : \limsup_{T \rightarrow \infty} \sup_{T > 0} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |e_1(\tau)| d\tau \leq \mu c_1 + \bar{\epsilon}, \forall t_0 \geq 0, T > 0 \right\}$$

Demonstração. Da representação mínima em espaço de estados (2.54) tem-se que

$$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |e_1| dt \leq \frac{1}{T} \frac{\beta_5}{q_0} \|e_0(t_0)\| + I_p + \mu\beta_7 \quad (2.66)$$

onde q_1 , β_5 e β_6 são constantes positivas, $\beta_7 \geq 0$ é o limite para $|\eta|$ e

$$\begin{aligned} I_p &= \frac{1}{T} \beta_6 \int_{t_0}^{t_0+T} \left\{ \int_{t_0}^t |\phi^T(\tau) \omega(\tau)| e^{-q_1(t-\tau)} d\tau \right\} dt \\ &= \frac{1}{T} \beta_6 \int_{t_0}^{t_0+T} \left\{ \int_{\tau}^{t_0+T} |\phi^T(\tau) \omega(\tau)| e^{-q_1(t-\tau)} dt \right\} d\tau \\ &\leq \frac{\beta_6}{q_1} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |\phi^T(\tau) \omega(\tau)| d\tau \end{aligned} \quad (2.67)$$

Substituindo (2.22) em (2.67) e como m é limitado, de (2.66) pode-se obter

$$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |e_1| dt \leq \frac{1}{T} \frac{\beta_5}{q_1} \|e_0(t_0)\| + \frac{c_2}{T} + \mu c_3 + \mu^2 c_4 + \bar{\epsilon}_0 + \mu\beta_7$$

onde $c_2 = \beta_6 \gamma_1 m / q_1 \epsilon_0^2$, $c_3 = \beta_6 \gamma_3 m / q_1 \sqrt{\epsilon_0}$, $c_4 = \beta_6 \gamma_2 m / q_1 \epsilon_0^2$ e $\bar{\epsilon}_0 = \beta_6 \gamma_4 \epsilon_0^\chi m / q_1$. Fazendo $T \rightarrow \infty$ e $c_1 = c_3 + \mu c_4 + \beta_7$, a prova é concluída. □

Corolário 1. *Na ausência de erro de modelagem ($\mu = 0$) o algoritmo adaptativo apresentado na Seção 2.3 garante limitação bem como convergência do erro de rastreamento e_1 para zero.*

Demonstração. A partir de (2.16) a derivada de V (2.15) para $\mu = 0$ é dada por

$$\dot{V} = -\frac{\lambda}{|\theta_{2n}^*| \gamma_s} \|\theta_s\|^2 - \frac{(\phi^T \zeta / \theta_{2n_0}^* + \tilde{\rho} e_2)^2}{m^2}$$

o que implica na limitação e V e

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \left(\frac{(\phi^T \zeta / \theta_{2n_0}^* + \tilde{\rho} e_2)^2}{m^2} + \frac{\lambda}{|\theta_{2n_0}^*| \gamma_s} \|\theta_s\|^2 \right) d\tau < \infty \quad (2.68)$$

Desde que ϕ e $\tilde{\rho}$ são limitados e do Lema 1i), viii), vii) e ix), segue que $d/dt [(\phi^T \zeta + \tilde{\rho} e_2)/m]^2$ é limitado e portanto $[(\phi^T \zeta + \tilde{\rho} e_2)/m]^2$ é uniformemente contínua. Se θ_{is} é inicializada adequadamente (ver Seção 2.3), então $\|\theta_{is}\|^2$ é também uma função uniformemente contínua no tempo. Utilizando o Lema de Barbalat, segue de (2.68) que $[(\phi^T \zeta / \theta_{2n_0}^* + \tilde{\rho} e_2)/m]^2 + \lambda \|\theta_s\|^2 / |\theta_{2n_0}^*| \gamma_s \rightarrow 0$ como $t \rightarrow \infty$ o que implica que $\phi^T \omega / m \rightarrow 0$ para $t \rightarrow \infty$ (ver Teorema 2). Desde que m é limitado para qualquer

$\mu \in [0, \mu^*)$ (ver Seção 2.4.3), $\phi^T \omega \rightarrow 0$ para $t \rightarrow \infty$. Além disso, de (2.7) segue que $e_1 \rightarrow 0$ assintoticamente.

□

2.5 Exemplo de Projeto

Para ilustrar as propriedades do algoritmo de controle VS-RMRAC, considere a planta na forma (2.1), dada por

$$\begin{aligned} G_0(s) &= 5 \frac{s+1}{(s-1+2i)(s-1-2i)} \\ \Delta_m &= \frac{s-200}{s+3} \\ \Delta_a(s) &= 0, \mu = 0,01 \end{aligned} \quad (2.69)$$

e o modelo de referência $W_m(s) = 2/(s+2)$.

A parte modelada da planta é de segunda ordem, o que permite o uso do erro de rastreamento e_1 e do vetor de sinais $\omega^T = [\omega_1^T \ \omega_2^T \ y \ r]$ na função de entrada da lei de adaptação paramétrica [Narendra e Annaswamy 1989]. Porém, optou-se por utilizar o erro aumentado e_a e o vetor de sinais filtrados $\zeta^T = W_m(s)\omega^T$ para manter conformidade com a teoria desenvolvida nas seções anteriores. A performance obviamente difere em cada caso, mas as conclusões referentes as melhorias obtidas pela combinação pode ser concluída a partir de ambos os casos.

No projeto do controlador, a escolha dos parâmetros do controlador é baseada na experiência do projetista mas sujeita a determinadas considerações que são exemplificadas a seguir.

Para projetar o algoritmo adaptativo, o parâmetro δ_0 é utilizado no sinal de normalização m e é utilizado para obter o valor inicial $m(0)$. Os valores para δ_0 são estabelecidos com base no modelo de referência, nos filtros auxiliares e nas dinâmicas não-modeladas (ver Seção 2.4). Para este exemplo, a desigualdade mais severa é devida ao polo do filtro auxiliar em $F = -1,5$, ou seja $\delta_0 < 1,5$. Neste projeto foi escolhido $\delta_0 = 1$ e $m(0) = 2$ (pois $m(0) \geq 1/\delta_0$). Com respeito aos ganhos das leis adaptativas dos parâmetros da lei de controle, nenhum limite é imposto pela teoria. Contudo, a medida que os ganhos são aumentados, a estabilidade fica comprometida.

Para este exemplo foi escolhido o valor $\gamma = 400$. Como o objetivo de comparar o VS-RMRAC com o RMRAC convencional, foram realizadas simulações com o *soft-*

ware MATLAB Simulink®. Os ganhos utilizados no algoritmo adaptativo são dados na Tabela 2.

Tabela 2: Simulation Cases

Tipo de controle	γ_d	γ_s, λ
RMRAC	400	0, 0
VS-RMRAC	100	300, 30

Com respeito a simulação, no instante $t = 0,5s$, a referência vai de $r = 0$ a $r = 1$ e em $t = 10s$ uma dinâmica não-modelada do tipo multiplicativa com ganho $\mu = 0,01$, é inserida no modelo. Dois conjuntos de parâmetros iniciais foram simulados, $\theta(0) = \theta^* = [0,5 \quad 2,05 \quad -1,1 \quad 0,4]^T$ e $\theta(0) = [0,1 \quad 1 \quad -1 \quad 0,1]^T$. O primeiro caso é relacionado com a condição de correspondência entre o modelo de referência e a parte modelada da planta em malha fechada. O outro conjunto de parâmetros foi escolhido arbitrariamente, correspondendo ao caso onde as incertezas relativas a parte modelada do processo são maiores.

O comportamento dos parâmetros θ_{is} do controlador VS são mostrados na Figura 6. Quando a condição inicial do vetor de parâmetros é escolhida como sendo próxima do valor θ^* (para a qual $y = y_m$ na ausência de dinâmicas não-modeladas), os parâmetros VS convergem rapidamente uma vez que o erro de entrada que promove a adaptação é próximo de zero (Figura 6a). Contudo, se as incertezas estruturadas são mais significativas, não é possível garantir uma boa inicialização para o vetor de parâmetros θ da lei de controle. Isto explica a maior magnitude dos parâmetros VS nos transitórios ($t = 0,5s$ e $t = 10s$). Para mostrar este resultado, pode-se verificar a Figura 6b.

De modo a realizar uma comparação com o algoritmo de controle RMRAC convencional ($\gamma_s = 0$ e $\lambda = 0$), a entrada e a saída da planta são mostradas na Figura 7.

Quanto menor a influência das dinâmicas não-modeladas, melhor a informação da planta de modo que os parâmetros do controlador podem ser inicializados próximos do valor θ^* . Neste caso, o comportamento dos parâmetros associados a parcela RMRAC e VS-RMRAC são similares tal como ilustrado na Figura 8a. Como consequência, a entrada u e a saída y da planta são também muito semelhantes conforme mostrado na Figura 7a e b.

As diferenças se devem ao baixo valor de γ_d do algoritmo de controle VS-RMRAC ($\gamma_d = 100$) se comparado com o valor utilizado caso do RMRAC convencional ($\gamma_d = 400$). Se não se tem uma informação sobre θ^* , não se pode garantir os valores de $\theta(0)$ próximo

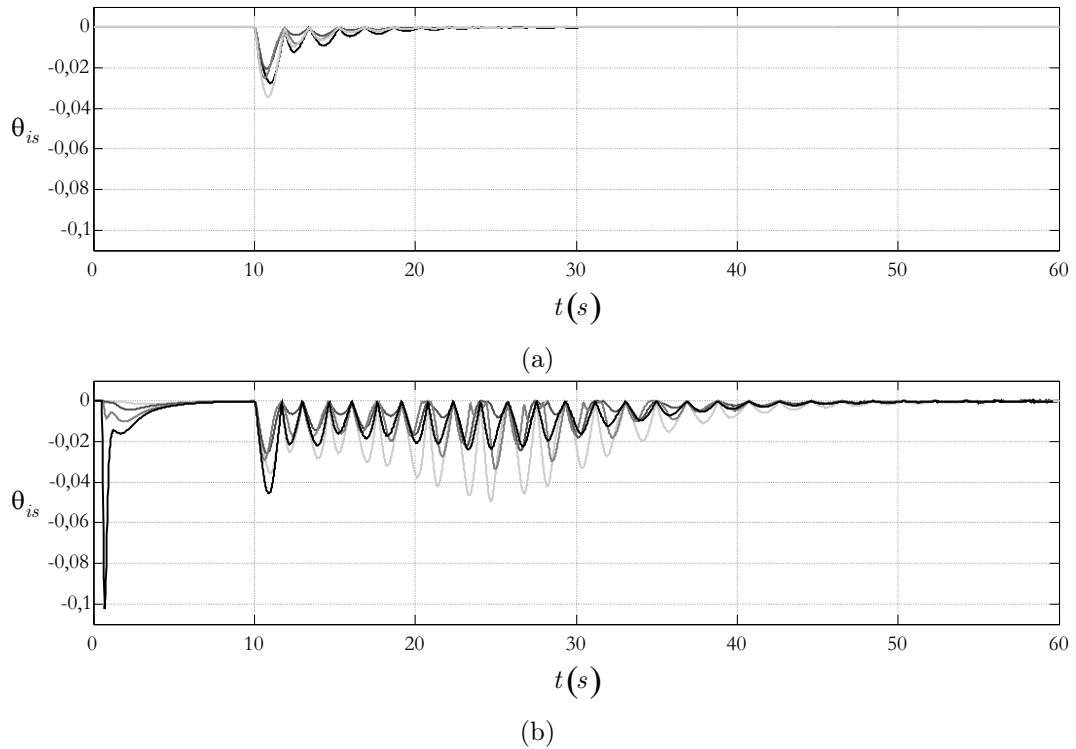


Figura 6: Parâmetros do controlador VS θ_{is} , $i = 1, \dots, 4$ para diferentes valores de inicialização do vetor de parâmetros, $\theta(0) = [0,5 \ 2,05 \ -1,1 \ 0,4]^T$ (a) e $\theta(0) = [0,1 \ 1 \ -1 \ 0,1]^T$ (b).

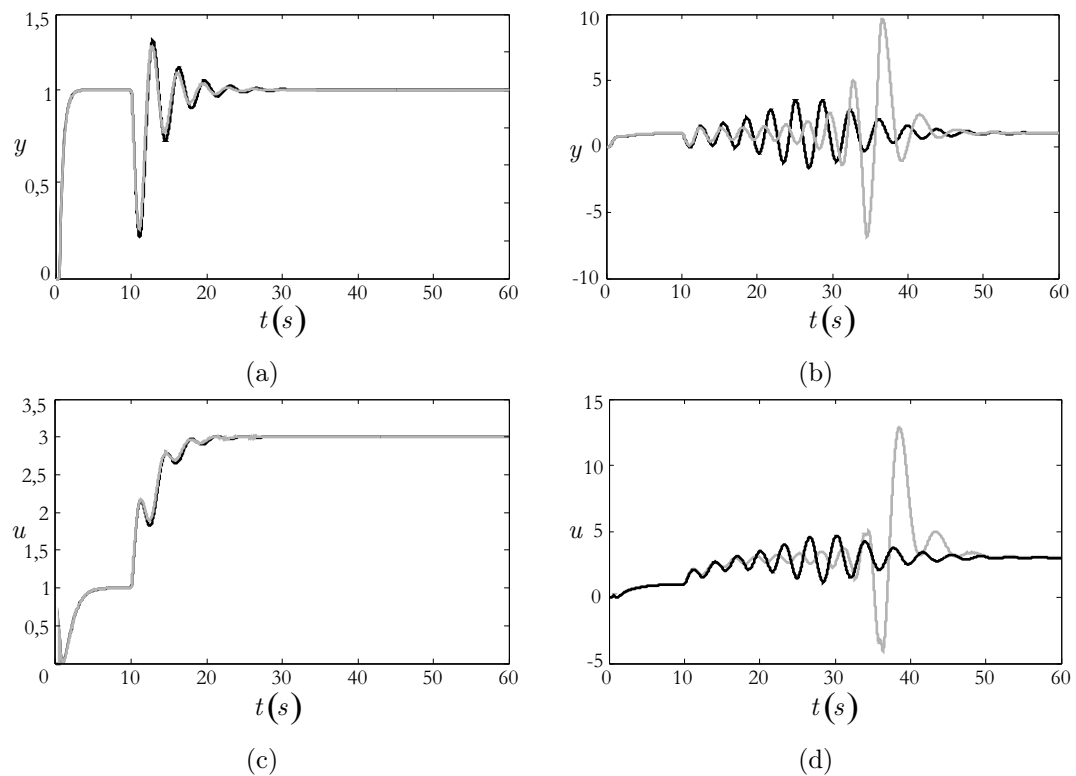


Figura 7: Saída da planta y e ação de controle u para os algoritmos de controle RMRAC (cinza) e VS-RMRAC (preto). Resultados para $\theta(0) = [0,5 \ 2,05 \ -1,1 \ 0,4]^T$ (a), (c) e $\theta(0) = [0,1 \ 1 \ -1 \ 0,1]^T$ (b), (d).

dos de θ^* . Neste caso, os benefícios obtidos com a combinação se tornam mais evidentes. É importante mencionar que nesta simulação, o ganho γ_d relacionado com o RMRAC foi diminuído de 400 para 100 de modo a melhorar a característica de estabilidade do sistema em malha fechada. Isto ajuda a explicar o comportamento dos parâmetros do controlador na Figura 8b. De qualquer modo, a resposta é ligeiramente melhorada como se pode verificar da Figura 7b e d.

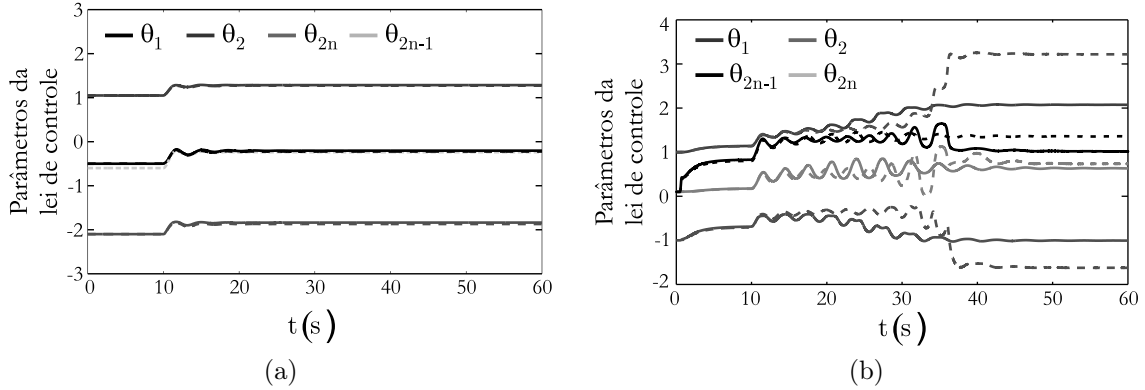


Figura 8: (a) Simulação com $\theta(0) = \theta^*$ e (b) com $\theta(0) = [0, 1 \quad 1 \quad -1 \quad 0, 1]^T$ (Linha Contínua: VS-RMRAC; Linha Tracejada: RMRAC).

Uma simulação foi realizada com o objetivo de demonstrar as melhorias obtidas a partir da estratégia de combinação. Considerando os mesmos parâmetros de projeto dados anteriormente, exceto para os valores dos ganhos das leis de adaptação paramétrica, que são agora dados por $\gamma_d = 1500$ e $\gamma_s = 500$ ou $\gamma_s = 1500$, a entrada e a saída da planta são mostradas na Figura 9. Nas simulações, o vetor de parâmetros do controlador foi inicializado em $\theta(0) = [0, 1 \quad 1 \quad -1 \quad 0, 1]^T$. A partir destes resultados pode-se concluir que quando utilizando o algoritmo de controle RMRAC com um valor mais elevado para o ganho de adaptação γ_d , o sistema tende a instabilidade. Contudo, mantendo este valor e adicionando a parcela VS, as oscilações tendem a reduzir.

2.6 Sumário

Neste capítulo foram apresentadas as provas de estabilidade robusta para o algoritmo combinado VS-RMRAC para o caso contínuo. Cada parâmetro da lei de controle é composto de duas parcelas. Uma dessas parcelas é o próprio parâmetro obtido segundo o algoritmo de controle RMRAC convencional, enquanto que a outra parcela é do tipo VS, com um parâmetro adaptativo multiplicando uma função sinal aproximada. A aproximação da função sinal é feita de modo a evitar descontinuidades no vetor de parâmetros e é essencial para a obtenção das provas matemáticas. Já o parâmetro que multiplica esta

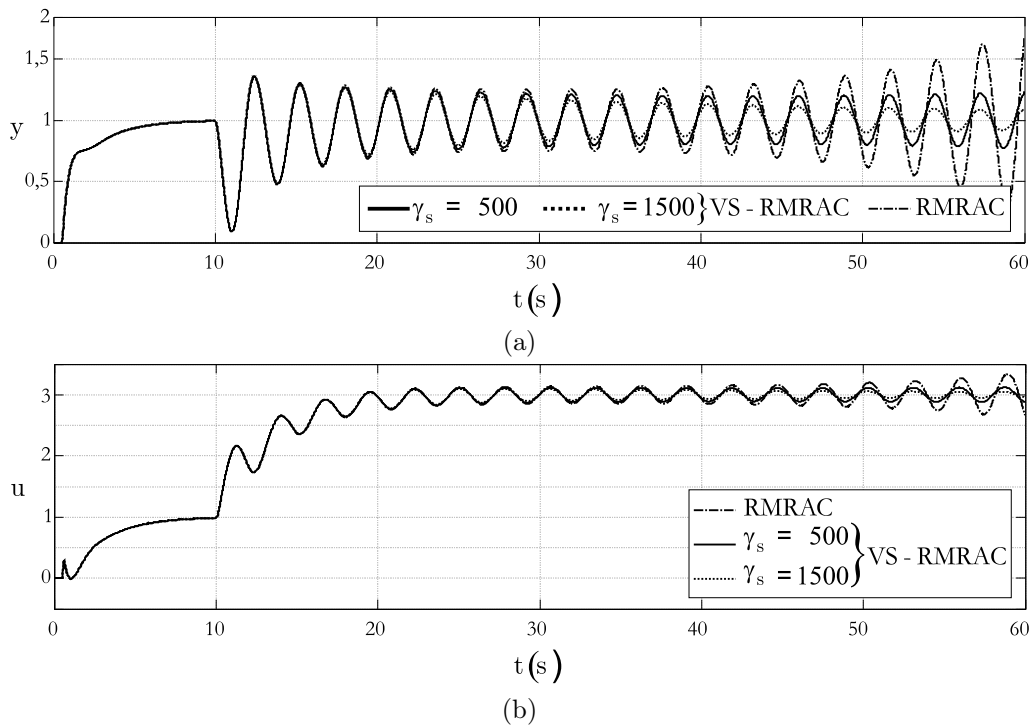


Figura 9: Saída y e entrada u da planta para os algoritmos de controle RMRAC e VS-RMRAC com $\gamma_s = 500$ e $\gamma_s = 1500$.

parcela é projetado de modo a convergir para zero a medida que o erro diminui.

De modo a estender as provas de estabilidade robusta para plantas com dinâmicas não-modeladas, a entrada utilizada no algoritmo de adaptação foi alterada e comparada com a proposta original. A robustez do algoritmo é obtido utilizando o conceito de normalização.

As vantagens relacionadas com a estabilidade e robustez do algoritmo de controle VS-RMRAC se tornam mais evidentes a partir dos resultados de simulação. Se o ganho do algoritmo adaptativo é aumentado, a estabilidade é comprometida. Deste modo, uma escolha é diminuir os ganhos da lei de adaptação paramétrica, entretanto isto compromete o desempenho do sistema. Outra escolha é manter o ganho da lei de adaptação para a parcela associada ao algoritmo de controle RMRAC e adicionar os parâmetros do tipo VS. A partir da teoria apresentada neste capítulo, pode-se concluir que a taxa de convergência do erro de parâmetros do VS-RMRAC é maior que para o caso RMRAC. Esta conclusão foi observada também nos resultados de simulação. Além disso, foi observado também que a combinação oferece vantagens para os casos onde a planta possui um elevado grau de incerteza paramétrica. Neste caso, se os parâmetros são inicializados com um valor arbitrário, as vantagens do algoritmo de controle VS-RMRAC se tornam mais evidentes, uma vez que a parcela VS também passa a influenciar o comportamento dos parâmetros.

3 *CONTROLE VS–RMRAC: CASO DISCRETO*

Este capítulo apresenta as provas de estabilidade robusta de um algoritmo de controle RMRAC combinado com um controlador VS adaptativo, resultando no algoritmo de controle VS–RMRAC. Os parâmetros da lei de controle são ajustados com base no método proposto por [Narendra e Bosković 1990, Narendra e Bosković 1992] e as provas de estabilidade são derivadas a partir da teoria apresentada em [Datta 1993]. Toda a análise quantitativa é realizada de modo semelhante à do capítulo anterior. Entretanto, o caso discreto é abordado. O estudo do controle VS–RMRAC discreto deve ser realizada pois a implementação desta técnica será feita digitalmente. Neste caso, uma modificação deve ser realizada na definição do erro aumentado de modo a tornar o algoritmo adaptativo, causal.

O projeto das leis de adaptação será realizado utilizando o método Gradiente. Como a equação do erro possui uma forma particular, as leis de adaptação paramétrica resultantes também terão uma forma diferenciada se comparada com as do caso contínuo.

Na Seção 3.2 é apresentada a estrutura da planta, do modelo de referência e as hipóteses sobre as dinâmicas não-modeladas. A estrutura do controlador adaptativo e o método de combinação são apresentados nas Seções 3.3 e 3.4 e a estabilidade robusta é analisada na Seção 3.5. A Seção 3.6 apresenta resultados de simulação para corroborar a teoria desenvolvida e a Seção 3.7 conclui o capítulo.

3.1 *Notação do Capítulo*

A relação E/S discreta pode se expressa como

$$y(k) = W(z) [u] (k) \triangleq \mathcal{Z}^{-1} [W(z)u(z)]$$

onde $\mathcal{Z}^{-1}[\cdot]$ é a Transformada- \mathcal{Z} inversa do operador $W(z)$ e $y(k) = W(z)[u](k)$ denota a saída de uma planta com função de transferência $W(z)$ e entrada $u(k)$.

A equação em espaço de estados de uma planta LTI, SISO, discreta de ordem $n > 0$ é dada por

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R} \\y(k) &= Cx(k) + Du(k), \quad y \in \mathbb{R}\end{aligned}$$

onde $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B, D \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ e $C \in \mathbb{R}^{1 \times n}$, pode também ser escrita como

$$\begin{aligned}zx(z) - zx(0) &= Ax(z) + Bu(z) \\y(z) &= Cx(z) + Du(z)\end{aligned}$$

onde $x(0)$ é a condição inicial do vetor de estados.

3.2 Hipóteses Sobre a Planta e o Modelo de Referência

Considere a planta SISO, LTI

$$y(k) = G(z)[u](k) = G_0(z)(1 + \mu\Delta_m(z))[u](k) + \mu\Delta_a(z)[u](k), \quad (3.1a)$$

$$G_0(z) = C(zI - A)^{-1}B = k_p \frac{Z_0(z)}{P_0(z)} \quad (3.1b)$$

onde $G(z)$ é uma função de transferência estritamente própria, $Z_0(z)$ e $P_0(z)$ são polinômios mônicos e o sinal de k_p é assumido ser conhecido.

A função de transferência do modelo de referência utilizado para descrever o comportamento desejado da planta em malha fechada é dada por

$$y_m(k) = W_m(z)[r](k) = \frac{k_m}{P_m(z)}[r](k) \quad (3.2)$$

onde $P_m(s)$ é um polinômio mônico, estável de grau $n^* = n_0 - m_0 \geq 1$, r é um sinal de referência uniformemente limitado e y_m é o valor desejado de y .

O objetivo do controle RMRAC é que, no caso ideal $\mu = 0$, a saída da planta y rastreie a saída do modelo de referência y_m e que para $\mu^* > 0$ e qualquer $\mu \in [0, \mu^*)$, o controlador garanta a estabilidade robusta do sistema em malha fechada.

As hipóteses relativas a planta e ao modelo de referência são:

H1) $Z_0(z)$ é um polinômio mônico, Schur de grau m_0 conhecido;

- H2)* $P_0(z)$ é mônico de grau n_0 conhecido e $n^* = n_0 - m_0 \geq 1$ é o grau relativo da planta nominal $G_0(z)$;
- H3)* São conhecidos, o sinal do ganho k_p e o limite superior de $|k_p|$, $k_{p0} \geq |k_p|$ (esta hipótese é comum em se tratando controladores adaptativos discretos);
- H4)* $\Delta_m(z)$ é uma função de transferência estável com grau relativo maior que o de $G_0(z)$;
- H5)* $\Delta_a(z)$ é uma função de transferência estável e estritamente própria;
- H6)* É conhecido um limite superior $\delta^* \in (0, 1)$, tal que $\Delta_m(z)$ e $\Delta_a(z)$ possuem todos os seus polos confinados num círculo aberto de raio $|z| \geq \sqrt{\delta^*}$;
- H7)* $P_m(z)$ é um polinômio mônico, Schur de grau n^* ;

As hipóteses *H1*, *H2* e *H3* são necessárias para o projeto de um controlador estável, para a escolha do modelo de referência adequado (ver *H7*) e para o projeto do ganho da lei de adaptação paramétrica. As hipóteses *H4*–*H6* são necessárias para garantir limitação dos sinais na malha fechada e para o projeto da robustez da lei de adaptação paramétrica.

Comentário 5. *Assim como no caso contínuo apresentado no Capítulo 2, a classe de plantas dadas por (3.1) é amplamente utilizada para representar o comportamento de plantas descritas por modelos de perturbação singular [Ioannou e Tsakalis 1986].*

3.3 Estrutura do Algoritmo Adaptativo

3.3.1 Equações Básicas

Considere a lei de controle

$$u(k) = \theta^T(k)\omega(k) \quad (3.3)$$

onde $\theta = [\theta_1^T, \theta_2^T, \theta_{2n_0-1}, \theta_{2n_0}]^T \in \mathbb{R}^{2n_0}$ é um vetor de parâmetros a ser ajustado utilizando um algoritmo adaptativo e $\omega^T = [\omega_1^T \ \omega_2^T \ y \ r] \in \mathbb{R}^{2n_0}$. A entrada u e a saída y da planta são utilizadas para gerar os sinais filtrados $\omega_1, \omega_2 \in \mathbb{R}^{n_0-1}$ que são dados por

$$\omega_1(k) = \frac{\alpha(z)}{\Lambda(z)} [u](k), \quad \omega_2(k) = \frac{\alpha(z)}{\Lambda(z)} [y](k) \quad (3.4)$$

onde

$$\alpha(z) = [z^{n_0-2}, \dots, z, 1]^T, \quad \Lambda(z) = z^{n_0-1} + \lambda_{n_0-2}z^{n_0-2} + \dots + \lambda_1z + \lambda_0,$$

sendo $\Lambda(z)$ um polinômio estável. A realização em espaço de estados de (3.4) é dada por

$$\begin{aligned}\omega_1(k+1) &= F\omega_1(k) + qu(k), & \omega_1(0) &= 0 \\ \omega_2(k+1) &= F\omega_2(k) + qy(k), & \omega_2(0) &= 0\end{aligned}\quad (3.5)$$

onde (F, q) é um par estável.

Definindo $\phi(k) = \theta(k) - \theta^*$, de (3.3) pode-se escrever

$$u(k) = \phi^T(k)\omega(k) + \theta_1^{*T}\omega_1(k) + \theta_2^{*T}\omega_2(k) + \theta_{2n_0-1}^*y(k) + \theta_{2n_0}^*r(k) \quad (3.6)$$

De (3.4) e (3.5) tem-se que $(zI - F)^{-1}q = \alpha(z)/\Lambda(z)$. Utilizando esta igualdade na expressão dos filtros ω_1 e ω_2 (3.4) e como $y(k) = G(z)[u](k)$, de (3.6) resulta

$$(1 - F_1(z) - F_2(z)G(z))[u](k) = \phi^T(k)\omega(k) + \theta_{2n_0}^*r(k) \quad (3.7)$$

onde

$$F_1(z) = \theta_1^{*T}(zI - F)^{-1}q, \quad F_2(z) = \theta_2^{*T}(zI - F)^{-1}q + \theta_{2n_0-1}^*$$

Na ausência de dinâmicas não-modeladas e assumindo $\theta = \theta^*$ têm-se que $G(z) = G_0(z)$, $\phi = 0$ e $r(k) = W_m(z)^{-1}G_0(z)[u](k)$. Substituindo estes resultados em (3.7), a parte modelada da planta é dada por

$$G_0(z) = \rho^*W_m(z)(1 - F_1(z) - F_2(z)G_0(z)), \quad \rho^* = 1/\theta_{2n_0}^* \quad (3.8)$$

Proposição 1. *Quando o objetivo do controle por modelo de referência é alcançado, os parâmetros da lei de controle são fixos nos seus valores desejados e na ausência de dinâmica não-modelada têm-se que*

$$\theta_{2n}^*G_0(z)W_m^{-1}(z) = (1 - \theta_1^{*T}\alpha(z)/\Lambda(z)) - (\theta_2^{*T}\alpha(z)/\Lambda(z) + \theta_{2n-1}^*)G_0(z) \quad (3.9)$$

Demonstração. A prova é obtida a partir do controle por modelo de referência convencional para o caso ideal ($\mu = 0$) com $\theta = \theta^*$, e será omitida. □

A partir da expressão para G_0 e de posse do modelo E/S completo da planta, o objetivo agora é obter a equação da saída y da planta em malha fechada. Para isto, G_0 (3.8) é substituído diretamente em (3.1a) e o termo $+\rho^*W_m(z)F_2(z)G(z) - \rho^*W_m(z)F_2(z)G(z)$ é

inserido na expressão. Após algumas operações algébricas, pode-se obter

$$y(k) = \rho^* W_m(z) (1 - F_1(z) - F_2(z)G(z)) [u](k) + \rho^* W_m(z) F_2(z) (G(z) - G_0(z)) [u](k) + \rho^* W_m(z) (1 - F_1(z) - F_2(z)G_0(z)) \mu \Delta_m(z) [u](k) + \mu \Delta_a(z) [u](k)$$

Como $G(z) - G_0(z) = G_0(z) \mu \Delta_m(z) + \mu \Delta_a(z)$, a simplificação da expressão acima resulta

$$y(k) = \rho^* W_m(z) (1 - F_1(z) - F_2(z)G(z)) [u](k) + \mu \eta(k), \quad (3.10)$$

onde

$$\eta(k) = \Delta(z) [u](k), \quad \Delta(z) = \rho^* \Delta_m(z) W_m(z) (1 - F_1(z)) + \Delta_a(z) (1 + \rho^* W_m(z) F_2(z)) \quad (3.11)$$

sendo $\Delta(z)$ uma função de transferência estritamente própria (devido ao fato de $G(z)$ ser estritamente própria e às hipóteses $H1$, $H2$ e $H7$) e estável (devido à estabilidade de $\Lambda(z)$ e às hipóteses $H4$, $H5$ e $H7$).

Substituindo (3.7) em (3.10), a saída da planta em malha fechada pode ser escrita como

$$y(k) = \rho^* W_m(z) [\phi^T(k) \omega(k) + \theta_{2n_0}^* r(k)] + \mu \eta(k) \quad (3.12)$$

Como $e_1 = y - y_m$ e $\rho^* = 1/\theta_{2n_0}^*$, o erro de rastreamento é dado por

$$e_1(k) = y(k) - y_m(k) = \rho^* W_m(z) [\phi^T \omega](k) + \mu \eta(k) \quad (3.13)$$

Para o caso onde se assume que o ganho da planta não é conhecido, o erro aumentado pode ser calculado segundo

$$e_a(k) = e_1(k) + \rho(k) e_2(k), \quad (3.14)$$

onde ρ é a estimativa do parâmetro ρ^* e e_2 é o sinal de aumento do erro, sendo dado por

$$e_2(k) \triangleq -W_m(z) [\theta^T \omega](k) + \theta^T(k-1) \zeta(k), \quad \zeta(k) = W_m(z) [\omega](k) \quad (3.15)$$

Comentário 6. Na definição do sinal e_2 foi necessária a inserção do atraso de uma amostra no vetor de parâmetros θ de modo a tornar o algoritmo causal, permitindo assim a sua implementação digital (para maiores detalhes ver Apêndice A).

A partir da expressão para e_1 (3.13), como $\phi = \theta - \theta^*$, $\rho = \tilde{\rho} + \rho^*$ e de (3.14), têm-se que

$$e_a(k) = \rho^* W_m(z) [\theta^T \omega](k) - \rho^* \theta^{*T} \zeta(k) + \tilde{\rho}(k) e_2(k) + \rho^* e_2(k) + \mu \eta(k)$$

Substituindo e_2 no termo $\rho^* e_2$ e simplificando a expressão acima, o erro aumentado é dado por

$$e_a(k) = \rho^* \phi^T(k-1)\zeta(k) + \tilde{\rho}(k)e_2(k) + \mu\eta(k) \quad (3.16)$$

A expressão do erro em (3.16) é utilizada para o projeto do algoritmo adaptativo que será apresentado a seguir.

3.3.2 Projeto do Algoritmo de Controle VS-RMRAC

Baseado no método de combinação de controladores adaptativos proposto originalmente por [Narendra e Bosković 1990,], pode-se obter um controlador combinado, somando-se as parcelas associadas a cada um dos controladores. Assim, para o caso do algoritmo de controle VS-RMRAC, o i -ésimo parâmetro do vetor θ é dado por

$$\theta_i = \theta_{id} + \lambda \theta_{is} \frac{e_a \zeta_i}{|e_a \zeta_i| + \delta}, \quad i = 1, \dots, 2n_0 \quad (3.17)$$

onde θ_{id} e $\lambda \theta_{is} e_a \zeta_i / (|e_a \zeta_i| + \delta)$, $0 < \lambda < 1$ são associados as parcelas RMRAC e de controle VS, respectivamente. O termo $e_a \zeta_i / (|e_a \zeta_i| + \delta)$ é utilizado em substituição à função sinal $\text{sgn}(e_a \zeta_i)$ ($\text{sgn}(e_a \zeta_i) = 1$ se $e_a \zeta_i > 0$ e $\text{sgn}(e_a \zeta_i) = -1$ se $e_a \zeta_i < 0$) para evitar descontinuidades no vetor de parâmetros e simplificar a análise de estabilidade robusta.

Note que as equações de saída da planta e do erro em malha fechada possuem a mesma estrutura, independentemente do caso RMRAC ou VS-RMRAC, ou seja, a parte algébrica do problema não é alterada.

O método de combinação (3.17) implica que o parâmetro $\theta_i(k)$ depende do erro aumentado $e_a(k)$. Deste modo, para o algoritmo ser causal é necessário que $e_a(k)$ não seja função de $\theta_i(k)$. Por este motivo, o sinal de aumento e_2 (3.15) foi definido com o atraso de uma amostra.

3.4 Algoritmo de Adaptação Paramétrica Combinado

O ponto chave da combinação em (3.17) é projetar uma equação de adaptação paramétrica para θ_{is} tal que, quando $e_a = 0$, θ_{is} tende para zero. Deste modo, os valores nominais dos parâmetros são:

$$\theta_i^* = \theta_{id}^*, \quad \theta_{is}^* = 0$$

Definindo $\phi_{id} = \theta_{id} - \theta_{id}^*$, de (3.17) obtém-se

$$\phi_i = \phi_{id} + \lambda \theta_{is} \frac{e_a \zeta_i}{|e_a \zeta_i| + \delta}. \quad (3.18)$$

As equações para o erro aumentado sugerem as seguintes leis de adaptação paramétricas do tipo Gradiente para os parâmetros $\theta(k)$ da lei de controle, e para $\rho(k)$ da equação do erro [Narendra e Annaswamy 1989, 5.4.6].

$$\theta_{id}(k) = \theta_{id}(k-1) - \text{sgn} \rho^* \frac{\gamma_d e_a(k) \zeta_i(k)}{\bar{m}^2(k)} \quad (3.19a)$$

$$\theta_{is}(k) = \lambda \theta_{is}(k-1) - \text{sgn} \rho^* \frac{\gamma_s e_a(k) \zeta_i(k) e_a(k-1) \zeta_i(k-1)}{\bar{m}^2(k) (|e_a(k-1) \zeta_i(k-1)| + \delta)} \quad (3.19b)$$

$$\rho(k+1) = \rho(k) - \frac{\gamma e_a(k) e_2(k)}{\bar{m}^2(k)} \quad (3.19c)$$

$$\bar{m}^2(k) = m^2(k) + \zeta^T(k) \zeta(k) + e_2^2(k) \quad (3.19d)$$

$$m^2(k+1) = \delta_0 (m^2(k) - 1) + |u(k)|^2 + |y(k)|^2 + 1, \quad m(0) = 1 \quad (3.19e)$$

As leis de adaptação (3.19a) e (3.19b) propostas neste trabalho diferem das obtidas na proposta original [Narendra e Bosković 1992]. Além das modificações na função de entrada da lei de adaptação para θ_{is} , é utilizado um sinal de normalização \bar{m}^2 que é utilizado com o objetivo de tornar o algoritmo adaptativo robusto com respeito às dinâmicas não-modeladas.

Os parâmetros de projeto em (3.19a)–(3.19c) devem ser escolhidos de acordo com os seguintes critérios:

$$\begin{aligned} 0 < \lambda < 1, \\ 0 < \gamma < 1, \\ 1 - \frac{k_{p0}}{k_m} (\gamma_d + \gamma_s) - \gamma > 0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

onde $k_m > 0$ é o ganho do modelo de referência e k_{p0} é o limite superior do ganho de alta frequência da planta.

Comentário 7. No algoritmo adaptativo (3.19a)–(3.19c), não foram utilizadas nenhuma das modificações existentes na literatura para solucionar o problema da instabilidade devido a ação integral pura do algoritmo Gradiente (modificação- σ e modificação- σ chaveada [Ioannou e Tsakalis 1986], modificação- ϵ [Narendra e Annaswamy 1989]). Entretanto, devido a maneira pela qual a combinação foi obtida, a inserção destas modificações pode ser feita tal como no caso convencional, diretamente na lei de adaptação

paramétrica de θ_{id} .

3.5 Análise de Estabilidade Robusta

A robustez do algoritmo (3.19) utiliza o conceito de normalização. Mais especificamente, uma vez projetado adequadamente o parâmetro δ_0 em (3.19e), o sinal m assegura a robustez com respeito às dinâmicas não-modeladas $\mu\Delta_m$ e $\mu\Delta_a$.

Na seqüência é apresentada a análise teórica que permite concluir sobre a estabilidade robusta do algoritmo de controle VS-RMRAC discreto (3.3)–(3.19). A análise inicia pela verificação da limitação do vetor de parâmetros. Posteriormente, este resultado é utilizado para a obtenção da limitação de todos os sinais na malha adaptativa. Finalmente, o principal resultado acerca da estabilidade robusta é obtido. O procedimento envolvido na obtenção dos resultados sobre a estabilidade robusta é baseado em [Datta 1993].

3.5.1 Limitação do Vetor de Parâmetros

Considere a função definida positiva:

$$V(k) = \frac{|\rho^*|}{\gamma_d} \sum_{i=1}^{2n_0} \phi_{id}^2(k-1) + \frac{|\rho^*|}{\gamma_s} \sum_{i=1}^{2n_0} \theta_{is}^2(k-1) + \gamma^{-1} \tilde{\rho}^2(k) \quad (3.21)$$

Para avaliar o comportamento da equação diferença

$$\Delta V(k) = V(k+1) - V(k) \quad (3.22)$$

ao longo das trajetórias de (3.19a)–(3.19c), primeiramente define-se

$$\begin{aligned} \phi_{id}(k) &= \phi_{id}(k-1) - \text{sgn}\rho^* \frac{\gamma_d e_a(k) \zeta_i(k)}{\bar{m}^2(k)} \\ \theta_{is}(k) &= \lambda \theta_{is}(k-1) - \text{sgn}\rho^* \frac{\gamma_s e_a(k) \zeta_i(k) e_a(k-1) \zeta_i(k-1)}{\bar{m}^2(k) (|e_a(k-1) \zeta_i(k-1)| + \delta)} \\ \tilde{\rho}(k+1) &= \tilde{\rho}(k) - \frac{\gamma e_a(k) e_2(k)}{\bar{m}^2(k)} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Por substituição direta de (3.23) em (3.21) e como

$(e_a(k-1)\zeta_i(k-1)/(|e_a(k-1)\zeta_i(k-1)| + \delta))^2 \leq 1$, resulta

$$\begin{aligned} \Delta V(k) = & \frac{|\rho^*|}{\gamma_d} \sum_{i=1}^{2n_0} \left(-2\phi_{id}(k-1) \operatorname{sgn} \rho^* \frac{\gamma_d e_a(k)\zeta_i(k)}{\bar{m}^2(k)} + \frac{\gamma_d^2 e_a^2(k)\zeta_i^2(k)}{\bar{m}^2(k)\bar{m}^2(k)} \right) + \\ & \frac{|\rho^*|}{\gamma_s} \sum_{i=1}^{2n_0} \left(\frac{\gamma_s^2 e_a^2(k)\zeta_i^2(k)}{\bar{m}^2(k)} - 2\lambda\theta_{is}(k-1) \operatorname{sgn} \rho^* \frac{\gamma_s e_a(k)\zeta_i(k)e_a(k-1)\zeta_i(k-1)}{\bar{m}^2(k)(|e_a(k-1)\zeta_i(k-1)| + \delta)} \right) + \\ & \gamma^{-1} \left(-2\tilde{\rho}(k) \frac{\gamma e_a(k)e_2(k)}{\bar{m}^2(k)} + \frac{\gamma^2 e_a^2(k)e_2^2(k)}{\bar{m}^2(k)\bar{m}^2(k)} \right) - \frac{|\rho^*|(1-\lambda^2)}{\gamma_s} \sum_{i=1}^{2n_0} \theta_{is}^2(k-1) \end{aligned}$$

Fatorando $e_a(k)/\bar{m}^2(k)$ e como $\operatorname{sgn} \rho^* |\rho^*| = \rho^*$, da expressão anterior obtém-se

$$\begin{aligned} \Delta V(k) = & -2\rho^* \frac{e_a(k)}{\bar{m}^2(k)} \sum_{i=1}^{2n_0} \phi_{id}(k-1)\zeta_i(k) - 2\rho^* \lambda \frac{e_a(k)}{\bar{m}^2(k)} \sum_{i=1}^{2n_0} \theta_{is}(k-1) \frac{e_a(k-1)\zeta_i(k-1)}{|e_a(k-1)\zeta_i(k-1)| + \delta} \zeta_i(k) - \\ & 2 \frac{e_a(k)}{\bar{m}^2(k)} \tilde{\rho}(k) e_2(k) + |\rho^*| \gamma_d \frac{e_a^2(k)}{\bar{m}^2(k)} \sum_{i=1}^{2n_0} \frac{\zeta_i^2(k)}{\bar{m}^2(k)} + |\rho^*| \gamma_s \frac{e_a^2(k)}{\bar{m}^2(k)} \sum_{i=1}^{2n_0} \zeta_i^2(k) + \gamma \frac{e_a^2(k)}{\bar{m}^2(k)} \frac{e_2^2(k)}{\bar{m}^2(k)} \\ & - \frac{|\rho^*|(1-\lambda^2)}{\gamma_s} \sum_{i=1}^{2n_0} \theta_{is}^2(k-1) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Somando o termo $+2\mu\eta(k)e_a(k)/\bar{m}^2(k) - 2\mu\eta(k)e_a(k)/\bar{m}^2(k)$ em (3.24) e fatorando $e_a(k)/\bar{m}^2(k)$ pode-se obter

$$\begin{aligned} \Delta V(k) = & -2 \left[\rho^* \sum_{i=1}^{2n_0} \left(\phi_{id}(k-1) + \lambda\theta_{is}(k-1) \frac{e_a(k-1)\zeta_i(k-1)}{|e_a(k-1)\zeta_i(k-1)| + \delta} \right) \zeta_i(k) + \right] \frac{e_a(k)}{\bar{m}^2(k)} + \\ & |\rho^*| \gamma_d \frac{e_a^2(k)}{\bar{m}^2(k)} \sum_{i=1}^{2n_0} \frac{\zeta_i^2(k)}{\bar{m}^2(k)} + |\rho^*| \gamma_s \frac{e_a^2(k)}{\bar{m}^2(k)} \sum_{i=1}^{2n_0} \zeta_i^2(k) + \gamma \frac{e_a^2(k)}{\bar{m}^2(k)} \frac{e_2^2(k)}{\bar{m}^2(k)} + \\ & 2\mu\eta(k) \frac{e_a(k)}{\bar{m}^2(k)} - \frac{|\rho^*|(1-\lambda^2)}{\gamma_s} \sum_{i=1}^{2n_0} \theta_{is}^2(k-1) \end{aligned}$$

De (3.18), da expressão acima resulta

$$\begin{aligned} \Delta V(k) = & -2 \left[\rho^* \phi^T(k-1)\zeta(k) + \tilde{\rho}(k)e_2(k) + \mu\eta(k) \right] \frac{e_a(k)}{\bar{m}^2(k)} + |\rho^*| \gamma_d \frac{e_a^2(k)}{\bar{m}^2(k)} \sum_{i=1}^{2n_0} \frac{\zeta_i^2(k)}{\bar{m}^2(k)} + \\ & |\rho^*| \gamma_s \frac{e_a^2(k)}{\bar{m}^2(k)} \sum_{i=1}^{2n_0} \zeta_i^2(k) + \gamma \frac{e_a^2(k)}{\bar{m}^2(k)} \frac{e_2^2(k)}{\bar{m}^2(k)} + 2\mu\eta(k) \frac{e_a(k)}{\bar{m}^2(k)} - \frac{|\rho^*|(1-\lambda^2)}{\gamma_s} \sum_{i=1}^{2n_0} \theta_{is}^2(k-1) \end{aligned}$$

Como $e_a(k) = \rho^* \phi^T(k-1)\zeta(k) + \tilde{\rho}(k)e_2(k) + \mu\eta(k)$

$$\begin{aligned} \Delta V(k) = & - \left(1 - \frac{|\rho^*|(\gamma_d + \gamma_s) \zeta^T(k)\zeta(k) + \gamma e_a^2(k)}{\bar{m}^2(k)} \right) \frac{e_a^2(k)}{\bar{m}^2(k)} - \\ & \frac{e_a^2(k)}{\bar{m}^2(k)} + 2\mu\eta(k) \frac{e_a(k)}{\bar{m}^2(k)} - \frac{|\rho^*|(1-\lambda^2)}{\gamma_s} \sum_{i=1}^{2n_0} \theta_{is}^2(k-1) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Somando o termo $+\mu^2\eta^2(k)/\bar{m}^2(k) - \mu^2\eta^2(k)/\bar{m}^2(k)$ e definindo γ_η como sendo o limite

de η^2/\bar{m}^2 , de (3.25) pode-se escrever

$$\Delta V(k) \leq - \left(1 - \frac{|\rho^*|(\gamma_d + \gamma_s) \zeta^T(k)\zeta(k) + \gamma e_2^2(k)}{\bar{m}^2(k)} \right) \frac{e_a^2(k)}{\bar{m}^2(k)} - \frac{|\rho^*|(1 - \lambda^2)}{\gamma_s} \sum_{i=1}^{2n_0} \theta_{is}^2(k-1) - \left(\frac{e_a(k)}{\bar{m}(k)} - \mu \frac{\eta(k)}{\bar{m}(k)} \right)^2 + \mu^2 \gamma_\eta \quad (3.26)$$

Note que quando $\Delta V(k) > 0$, os termos quadráticos negativos associados a ϕ_{id} , θ_{is} (e conseqüentemente à ϕ (3.18)) e $\tilde{\rho}$ crescem até um limite superior $V = \bar{V} \geq 0$, a partir do qual $\Delta V(k) < 0$. Por este motivo, V e conseqüentemente ϕ e $\tilde{\rho}$ são limitados.

3.5.2 Magnitude dos Sinais Internos da Malha Adaptativa

Além da limitação de θ , outro resultado importante diz respeito a limitação de vários sinais na malha adaptativa pelo sinal de normalização. Este resultado é dado pelo seguinte lema.

Lema 5. *A lei de adaptação normalizada (3.19a)–(3.19c) com sinais de normalização (3.19d) e (3.19e) garantem que:*

- i) $|\eta|/m \leq \Delta_0$ onde $\Delta_0 \in \mathcal{L}_\infty$;
- ii) e_a/\bar{m} , $e_a m/\bar{m}^2$, $e_a/\bar{m}^2 \in \mathcal{S}(\Delta_0^2/h^2)$ e $h \in (0, 1)$;
- iii) $|\Delta\theta_i(k)| \in \mathcal{S}((\gamma_d + \lambda\gamma_s)^2 \Delta_0^2/h^2) \quad \forall k > 0, i = 1, \dots, 2n_0$ onde $\Delta\theta_i(k) = \theta_i(k) - \theta_i(k-1)$ e $h \in (0, 1)$;
- iv) $\|\omega_1\|/m, \|\omega_2\|/m \in \mathcal{L}_\infty$;
- v) $|y|/m, |u|/m \in \mathcal{L}_\infty$;
- vi) $\|\omega\|/m \in \mathcal{L}_\infty$;
- vii) $\|\zeta\|/m \in \mathcal{L}_\infty$;
- viii) $e_2/m \in \mathcal{L}_\infty$;
- ix) $m^2(k+1)/m^2(k) \in \mathcal{L}_\infty$;

Demonstração. Para a prova de i) note inicialmente que $\eta(k) = \Delta(z)[u](k)$, onde $\Delta(z)$ é uma função de transferência estritamente própria e estável (ver (3.11)). Deste modo, utilizando o Lema 9, pode-se escrever $|\eta(k)| \leq \|z\Delta(z)\|_{2\delta_0} \|u(k-1)\|_{2\delta_0}$. Alternativamente, o sinal de normalização m^2 (3.19d) pode ser reescrito como

$$m^2(k) = 1 + \|u(k-1)\|_{2\delta_0}^2 + \|y(k-1)\|_{2\delta_0}^2 \quad (3.27)$$

Definindo $\|z\Delta(z)\|_{2\delta_0} = \Delta_0$, a prova é concluída. Note que o sinal de normalização m

garante a limitação de η/m *a priori*, independentemente da limitação de qualquer outro sinal na malha fechada.

Para provar ii), considere o primeiro termo do lado direito da desigualdade (3.26).

Como $\bar{m} \geq \|\zeta(k)\| + |e_2(k)|$ pode-se escrever que

$$\Delta V(k) \leq - \left(1 - \frac{k_{p0}}{k_m} (\gamma_d + \gamma_s) - \gamma \right) \frac{e_a^2(k)}{\bar{m}^2(k)} + \mu^2 \gamma_\eta$$

ou, de (3.20):

$$\Delta V(k) \leq -h^2 \frac{e_a^2(k)}{\bar{m}^2(k)} + \mu^2 \gamma_\eta \quad (3.28)$$

Como ΔV é limitado, pode-se somar ambos os lados de (3.28) para obter $e_a/\bar{m} \in \mathcal{S}(\mu^2 \gamma_\eta/h^2)$. Além disso, como $\bar{m} \geq m$, também $e_a m/\bar{m}^2, e_a/\bar{m}^2 \in \mathcal{S}(\mu^2 \gamma_\eta/h^2)$.

Para provar iii), de (3.18) pode-se escrever

$$\Delta \theta_i(k) = \theta_{id}(k) - \theta_{id}(k-1) + \lambda \theta_{is}(k) \frac{e_a(k) \zeta_i(k)}{|e_a(k) \zeta_i(k)| + \delta} - \lambda \theta_{is}(k-1) \frac{e_a(k-1) \zeta_i(k-1)}{|e_a(k-1) \zeta_i(k-1)| + \delta}$$

Substituindo (3.19a) e (3.19b) pode-se obter

$$\begin{aligned} \Delta \theta_i(k) &= -\text{sgn} \rho^* \frac{\gamma_d e_a(k) \zeta_i(k)}{\bar{m}^2(k)} + \\ &\lambda \left(\lambda \frac{e_a(k) \zeta_i(k)}{|e_a(k) \zeta_i(k)| + \delta} - \frac{e_a(k-1) \zeta_i(k-1)}{|e_a(k-1) \zeta_i(k-1)| + \delta} \right) \theta_{is}(k-1) \\ &- \lambda \text{sgn} \rho^* \gamma_s \frac{e_a(k) \zeta_i(k) e_a(k-1) \zeta_i(k-1)}{\bar{m}^2(k) (|e_a(k-1) \zeta_i(k-1)| + \delta) |e_a(k) \zeta_i(k)| + \delta} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Como $-1 \leq x/(|x| + \delta) \leq 1 \forall x \in \mathbb{R}, 0 < \delta \ll 1$, de (3.29) resulta

$$|\Delta \theta_i(k)| \leq (\gamma_d + \lambda \gamma_s) \frac{|e_a(k)|}{\bar{m}(k)} \frac{|\zeta_i(k)|}{\bar{m}(k)} + \lambda (\lambda + 1) |\theta_{is}(k-1)|$$

Elevando ao quadrado a expressão acima e somando ambos os lados $2n_0$ -vezes, pode-se obter que

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{2n_0} |\Delta \theta_i(k)|^2 &\leq (\gamma_d + \lambda \gamma_s)^2 \sum_{i=1}^{2n_0} \frac{|e_a(k)|^2}{\bar{m}^2(k)} \frac{|\zeta_i(k)|^2}{\bar{m}^2(k)} + \\ &2 (\gamma_d + \lambda \gamma_s) \lambda (\lambda + 1) \sum_{i=1}^{2n_0} \frac{|e_a(k)|}{\bar{m}(k)} \frac{|\zeta_i(k)|}{\bar{m}(k)} |\theta_{is}(k-1)| + \lambda^2 (\lambda + 1)^2 \sum_{i=1}^{2n_0} |\theta_{is}(k-1)|^2 \end{aligned}$$

Devido a limitação de θ_{is} e $|\zeta_i|/\bar{m}$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{2n_0} |\Delta\theta_i(k)|^2 &\leq (\gamma_d + \lambda\gamma_s)^2 \sum_{i=1}^{2n_0} \frac{|e_a(k)|^2}{\bar{m}^2(k)} + 2c(\gamma_d + \lambda\gamma_s) \lambda(\lambda + 1) \sum_{i=1}^{2n_0} \frac{|e_a(k)|}{\bar{m}(k)} + c \\ &\leq (\gamma_d + \lambda\gamma_s)^2 \sum_{i=1}^{2n_0} \frac{|e_a(k)|^2}{\bar{m}^2(k)} + 2\sqrt{2n_0}c(\gamma_d + \lambda\gamma_s) \lambda(\lambda + 1) \sqrt{\sum_{i=1}^{2n_0} \frac{|e_a(k)|^2}{\bar{m}^2(k)}} + c \end{aligned}$$

Utilizando a Desigualdade de Schwarz (A.2.1), da expressão acima pode-se escrever

$$\sum_{i=1}^{2n_0} |\Delta\theta_i(k)|^2 \leq (\gamma_d + \lambda\gamma_s)^2 \sum_{i=1}^{2n_0} \frac{|e_a(k)|^2}{\bar{m}^2(k)} + 2\sqrt{2n_0}c(\gamma_d + \lambda\gamma_s) \lambda(1 + \lambda) \sqrt{\sum_{i=1}^{2n_0} \frac{|e_a(k)|^2}{\bar{m}^2(k)}} + c$$

e como $e_a/\bar{m} \in \mathcal{S}(\mu^2\gamma_\eta/h^2)$, a prova é concluída.

Para provar iv), note inicialmente que os elementos dos vetores auxiliares ω_1 e ω_2 em (3.4) são dados por $\omega_{1i}(k) = z^{i-1}/\Lambda(z)[u](k) \in \mathbb{R}$ e $\omega_{2i}(k) = z^{i-1}/\Lambda(z)[y](k) \in \mathbb{R}$ para $i = 1, \dots, n_0 - 1$. Deste modo pode-se aplicar diretamente o Lema 9 para cada um destes elementos, obtendo-se $|\omega_{1i}|/m$, $|\omega_{2i}|/m \in \mathcal{L}_\infty$ e por conseguinte $\|\omega_1\|/m$, $\|\omega_2\|/m \in \mathcal{L}_\infty$.

A prova de v) pode ser obtida aplicando o Lema 9 em (3.10) e utilizando o resultado i), de onde se obtém que $|y|/m \in \mathcal{L}_\infty$. O resultado $|u|/m \in \mathcal{L}_\infty$ é obtido a partir da desigualdade

$$|u| \leq \|\theta\| (\|\omega_1\| + \|\omega_2\| + |y| + |r|),$$

uma vez que $\|\theta\|$ e r são limitados, de iv) e do fato de que $|y|/m \in \mathcal{L}_\infty$.

A partir de iv), v) e como r é um sinal externo limitado, vi) resulta diretamente. A partir deste resultado e como $\zeta = W_m(z)[\omega]$, pode-se aplicar o Lema 9 obtendo-se vii).

A obtenção de viii) segue diretamente da limitação de θ , de vi), vii) e de iii).

Para provar ix), divide-se ambos os lados de (3.19e) por $m^2(k)$ e se utiliza o fato de que $m^2(k) \geq 1 \forall k \geq 0$, e v).

□

A estabilidade robusta do algoritmo de controle VS-RMRAC é dada pelo seguinte teorema

Teorema 4. *Considere o algoritmo de controle VS-RMRAC (3.3)–(3.19) aplicado a planta (3.1) sujeita às hipóteses H1–H6. Seja $\bar{\delta}_0 \in (0, 1)$ tal que todas as raízes de Z_0 tenham magnitude menor que $\sqrt{\bar{\delta}_0}$. Então todos os sinais na malha adaptativa são limitados desde que $\delta \in (\max[\delta_0, \bar{\delta}_0], 1)$.*

Demonstração. O Lema 5 estabelece a limitação dos sinais na malha fechada pelo sinal de sinal de normalização m . Isto significa que uma vez demonstrado que este sinal é limitado, fica provado que todos os sinais na malha fechada também o são. Para obter a limitação de m é definido o sinal de normalização fictício [Datta 1993]

$$m_f(k) = 1 + \|u(k-1)\|_{2\delta} + \|y(k-1)\|_{2\delta}, \quad \delta \in (\max[\delta_0, \bar{\delta}_0], 1) \quad (3.30)$$

que limita superiormente o sinal de normalização m ou seja, $m_f \geq m$. Em (3.30), $\bar{\delta}_0$ é tal que todas as raízes de $Z_0(z)$ tem magnitude menor que $\sqrt{\bar{\delta}_0}$.

O objetivo agora é demonstrar que $m_f \in \mathcal{L}_\infty$. Substituindo $y(k) = G_0(k)(1 + \mu\Delta_m(z)) [u](k) + \mu\Delta_a(z) [u](k)$ em (3.6) têm-se que

$$\begin{aligned} u(k) = & \phi^T(k)\omega(k) + \theta_{2n_0}^* r(k) + \theta_1^{*T} \frac{\alpha(z)}{\Lambda(z)} [u](k) + \left(\theta_2^{*T} \frac{\alpha(z)}{\Lambda(z)} + \theta_{2n_0-1}^* \right) G_0(z) [u](k) + \\ & \left(\theta_2^{*T} \frac{\alpha(z)}{\Lambda(z)} + \theta_{2n_0-1}^* \right) \mu G_0(z) \Delta_m(z) [u](k) + \left(\theta_2^{*T} \frac{\alpha(z)}{\Lambda(z)} + \theta_{2n_0-1}^* \right) \mu \Delta_a(z) [u](k) \end{aligned}$$

Multiplicando o termo $G_0^{-1}(z)W_m(z)$ em ambos os lados da igualdade acima pode-se obter

$$\begin{aligned} G_0^{-1}(z)W_m(z) \left(1 - \theta_1^{*T} \frac{\alpha(z)}{\Lambda(z)} - \left(\theta_2^{*T} \frac{\alpha(z)}{\Lambda(z)} + \theta_{2n_0-1}^* \right) G_0(z) \right) [u](k) = \\ G_0^{-1}(z)W_m(z) [\phi^T \omega + \theta_{2n_0}^* r](k) + \mu \Delta_m(z) W_m(z) \left(\theta_2^{*T} \frac{\alpha(z)}{\Lambda(z)} + \theta_{2n_0-1}^* \right) [u](k) + \\ \mu \Delta_a(z) G_0^{-1}(z) W_m(z) \left(\theta_2^{*T} \frac{\alpha(z)}{\Lambda(z)} + \theta_{2n_0-1}^* \right) [u](k) \quad (3.31) \end{aligned}$$

Substituindo a igualdade (3.9) em (3.31) resulta

$$u(k) = \rho^* G_0^{-1}(z) W_m(z) [\phi^T \omega + \theta_{2n_0}^* r](k) + \Delta_\mu(z) [u](k) \quad (3.32)$$

onde $\Delta_\mu(z) = \mu \rho^* W_m(z) (\Delta_m(z) + \Delta_a(z) G_0^{-1}(z)) (\theta_2^{*T} \alpha(z) + \theta_{2n_0-1}^* \Lambda(z)) / \Lambda(z)$ é uma função de transferência estritamente própria e estável. Substituindo (3.32) em (3.1a) obtém-se

$$y(k) = \rho^* (1 + \mu \Delta_m(z) + \mu \Delta_a(z) G_0^{-1}(z)) W_m(z) [\phi^T \omega + \theta_{2n_0}^* r](k) + \Delta_\mu(z) [y](k) \quad (3.33)$$

Aplicando o Lema 9 em (3.32) e (3.33) têm-se que $\|u(k-1)\|_{2\delta} \leq c/A + c/A \|\phi^T(k-1)\omega(k-1)\|_{2\delta}$ e $\|y(k-1)\|_{2\delta} \leq c/A + c/A \|\phi^T(k-1)\omega(k-1)\|_{2\delta}$ onde $A = 1 - \|\Delta_\mu(z)\|_{\infty\delta}$. Substituindo $\|u(k-1)\|_{2\delta}$ e $\|y(k-1)\|_{2\delta}$ em (3.30), o sinal de

normalização fictício pode ser reescrito como

$$m_f(k) = \frac{c}{A} + \frac{c}{A} \|\phi^T(k-1)\omega(k-1)\|_{2\delta} \quad (3.34)$$

Substituindo (3.15) em (3.16) e como $\phi = \theta - \theta^*$ e $\tilde{\rho} = \rho - \rho^*$ pode-se obter

$$e_a(k) = \rho^* W_m(z) [\phi^T \omega] (k) + \rho(k) (\phi^T(k-1)\zeta(k) + \theta^{*T}\zeta(k) - W_m(z) [\theta^T \omega] (k)) + \eta(k) \quad (3.35)$$

Aplicando o Lema 8 em (3.35) e após algumas operações algébricas obtém-se:

$$\begin{aligned} \rho^* W_m(z) [\phi^T \omega] (k) &= e_a(k) - \eta(k) + \\ &\rho(k) W_{mc}(z) [(W_{mb}(z) [\omega^T(k)]) (\Delta\phi(k-1))] + \rho(k) W_m(z) [\omega^T \Delta\phi] (k) \end{aligned}$$

De onde resulta

$$\begin{aligned} \rho^* \phi^T(l)\omega(l) &= \frac{W_m^{-1}(z)}{z^{n^*}} \left(e_a(l+n^*) - \eta(l+n^*) + \right. \\ &\rho(l+n^*) W_{mc}(z) [(W_{mb}(z) [\omega^T(l+n^*)]) (\Delta\phi(l+n^*-1))] + \\ &\left. \rho(l+n^*) W_m(z) [\omega^T(l+n^*) \Delta\phi(l+n^*)] \right) \quad (3.36) \end{aligned}$$

com $\Delta\phi(k) = \phi(k) - \phi(k-1)$. De (3.36), do Lema 9 e como $\|\omega\|/m \leq c$ (ver Lema 5.iv e 5.v) tem-se que

$$\begin{aligned} \left\| (\rho^* \phi^T(l)\omega(l))_k \right\|_{2\delta} &\leq c \left(\|(e_a(l+n^*))_k\|_{2\delta} + \|(\eta(l+n^*))_k\|_{2\delta} + \right. \\ &\left. \|(m(l+n^*) |\Delta\phi(l+n^*-1)|)_k\|_{2\delta} + \|(m(l+n^*) |\Delta\phi(l+n^*)|)_k\|_{2\delta} \right) \quad (3.37) \end{aligned}$$

Combinando (3.36) e (3.34), pode-se dizer que existe uma constante $c > 0$ tal que

$$\begin{aligned} m_f^2(k) &\leq c + c_1 \left(\|(e_a(l+n^*))_{k-1}\|_{2\delta}^2 + \|(\eta(l+n^*))_{k-1}\|_{2\delta}^2 + \right. \\ &\left. \|(m(l+n^*) |\Delta\phi(l+n^*-1)|)_{k-1}\|_{2\delta}^2 + \|(m(l+n^*) |\Delta\phi(l+n^*)|)_{k-1}\|_{2\delta}^2 \right) \end{aligned}$$

onde $c_1 = c/A^2$ e $\|x(n)_k\|_{2\delta} = \|x(k)\|_{2\delta}$ denota a norma $\mathcal{L}_{2\delta}$ da seqüência $x(n)$ truncada

no intervalo $0 \leq n \leq k$. Da Definição 5 pode-se reescrever

$$m_f^2(k) \leq c + c_1 \left(\sum_{n=0}^{k-1} \delta^{k-1-n} \frac{e_a^2(n+n^*)}{\bar{m}^2(n+n^*)} \bar{m}^2(n+n^*) + \sum_{n=0}^{k-1} \delta^{k-1-n} \frac{\eta^2(n+n^*)}{m^2(n+n^*)} m^2(n+n^*) + \sum_{n=0}^{k-1} \delta^{k-1-n} |\Delta\phi(n+n^*-1)|^2 m^2(n+n^*) + \sum_{n=0}^{k-1} \delta^{k-1-n} |\Delta\phi(n+n^*)|^2 m^2(n+n^*) \right) \quad (3.38)$$

A partir do Lema 5.ix), repetindo n^* -vezes o mesmo argumento, conclui-se que

$$\frac{m^2(k+n^*)}{m^2(k)} \leq c \quad (3.39)$$

Substituindo $\bar{m}^2 = \|\zeta\|^2 + e_2^2 + m^2 \leq cm^2$ em (3.38), de (3.39) e como $m \leq m_f$, de (3.38) pode-se obter

$$m_f^2(k) \leq c + c_1 \sum_{n=0}^{k-1} \delta^{k-1-n} \gamma_0^2(n) m_f^2(n) \quad (3.40)$$

onde

$$\gamma_0^2(n) = \frac{e_a^2(n+n^*)}{\bar{m}^2(n+n^*)} + \frac{\eta^2(n+n^*)}{m^2(n+n^*)} + |\Delta\phi(n+n^*-1)|^2 + |\Delta\phi(n+n^*)|^2 \quad (3.41)$$

Utilizando o Lema de Gronwall discreto (Lema 10) tem-se que

$$m_f^2(k) \leq c + \sum_{n=0}^{k-1} \left(c \delta^{k-1-n} \prod_{j=n+1}^{k-1} (1 + c_1 \delta^{-1} \gamma_0^2(j)) \gamma_0^2(n) \right) \quad (3.42)$$

Usando a seguinte desigualdade entre média aritmética e média geométrica [Spiegel 1968, p. 185]:

$$(y_1 y_2 \dots y_n)^{1/n} \leq \frac{1}{n} (y_1 + y_2 + \dots + y_n), \quad y_i \geq 0$$

(3.42) pode ser reescrita como:

$$m_f^2(k) \leq c + \sum_{n=0}^{k-1} \left(c \delta^{k-1-n} \left(\frac{1}{k-1-n} \sum_{j=n+1}^{k-1} (1 + c_1 \delta^{-1} \gamma_0^2(j)) \right)^{k-1-n} \gamma_0^2(n) \right) \quad (3.43)$$

Da definição de γ_0^2 em (3.41), uma vez que $|\Delta\phi|^2 = \sum_{i=1}^{2n_0} |\Delta\phi_i|^2$ e do Lema 5.i) e iii) tem-se que

$$\gamma_0^2(n) \leq \frac{e_a^2(n+n^*)}{\bar{m}^2(n+n^*)} + \mu^2 \gamma_\eta + 4n (\gamma_d + \gamma_s)^2 \frac{\mu^2 \gamma_\eta}{h^2}$$

Somando ambos os lados da expressão acima e do Lema 5.ii) resulta:

$$\frac{1}{k-1-n} \sum_{j=n+1}^{k-1} \gamma_0^2(n) \leq \Delta_1^2 + \frac{c}{k-1-n} \quad (3.44)$$

onde $\Delta_1 = \sqrt{(4n(\gamma_d + \gamma_s)^2 + 1 + h^2)/h^2\mu^2\gamma_\eta}$.

Substituindo (3.44) em (3.43) obtém-se diretamente

$$\begin{aligned} m_f^2(k) &\leq c + \sum_{n=0}^{k-1} \left(c\delta^{k-1-n} \left(1 + c_1\delta^{-1} \left(\Delta_1^2 + \frac{c}{k-1-n} \right) \right)^{k-1-n} \gamma_0^2(n) \right) = \\ &c + \sum_{n=0}^{k-1} \left(c\delta^{k-1-n} (1 + c_1\delta^{-1}\Delta_1^2)^{k-1-n} \left(1 + \frac{c_1\delta^{-1}c}{(k-1-n)(1 + c_1\delta^{-1}\Delta_1^2)} \right)^{k-1-n} \gamma_0^2(n) \right) \end{aligned}$$

Utilizando a desigualdade $(1 + 1/x)^x \leq e \forall x > 0$ pode-se escrever

$$m_f^2(k) \leq c + \sum_{n=0}^{k-1} \left(c\delta^{k-1-n} (1 + c_1\delta^{-1}\Delta_1^2)^{k-1-n} e^{\frac{c_1\delta^{-1}c}{1+c_1\delta^{-1}\Delta_1^2}} \gamma_0^2(n) \right) \quad (3.45)$$

que converge, escolhendo Δ_1 pequeno o suficiente tal que

$$(1 + c_1\delta^{-1}\Delta_1^2) \delta < 1 \quad (3.46)$$

Posteriormente, utilizando o Lema 11 (Anexo A), resulta que $m_f \in \mathcal{L}_\infty$.

□

3.6 Exemplo de Projeto

Para ilustrar as propriedades do algoritmo de controle VS-RMRAC, considere a planta na forma (3.1). Foi simulado uma variação paramétrica na parte modelada da planta G_0 , G_{0_1} e G_{0_2} , juntamente com a dinâmica não-modelada na planta¹.

$$\begin{aligned} G_{0_1}(z) &= 0,5 \frac{(z - 0,9-) (z - 0,89)}{(z - 0,79) (z - 1,09 + 0,2j) (z - 1,09 - 0,2j)} \\ G_{0_2}(z) &= 0,55 \frac{(z - 0,49) (z - 0,89)}{(z - 0,79) (z - 1,09 + 0,2j) (z - 1,09 - 0,2j)} \\ \Delta_m(z) &= \frac{(z - 0,1 + 0,8j) (z - 0,1 - 0,8j)}{z - 0,2} \\ \Delta_a(z) &= 0, \mu = 0,01 \end{aligned} \quad (3.47)$$

¹ j denota a variável complexa $\sqrt{-1}$

Com base nas hipóteses feitas na Seção 3.2 e na teoria apresentada na Seção 3.3.2, foi realizado o projeto de um algoritmo de controle VS-RMRAC utilizando o modelo de referência $W_m(z) = 0,6/(z - 0,4)$, e com o filtro auxiliar $q/(zI - F)$, onde F e q são dados por

$$F = \begin{bmatrix} 1,4 & -0,49 \\ 1,0 & 0,0 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} 1,0 \\ 0,0 \end{bmatrix}$$

Uma vez que este capítulo estabelece as bases teóricas do algoritmo de controle VS-RMRAC discreto, a planta, modelo de referência e filtros auxiliares serão dados já no domínio do tempo discreto, sem se preocupar com o seu correspondente no domínio do tempo contínuo.

Com respeito ao projeto do normalizador m^2 (3.19e), foi utilizado $m(0) = 1$ e $\delta_0 = 0,5$ de modo a garantir robustez com respeito à dinâmica não-modelada Δ_m .

Para o projeto da lei de adaptação foi utilizado $\gamma = 0,1$ e $\lambda = 0,7$. A partir do modelo de referência e da planta, considerando as variações paramétricas, tem-se $k_m = 0,6$ e $k_{p0} = \sup k_p = 0,55$.

Com o objetivo de investigar o efeito das variações dos ganhos dos adaptadores γ_d e γ_s no desempenho do sistema de controle, foi estabelecido um limite máximo $\bar{\Gamma} = \max(\gamma_d + \gamma_s)$ baseado na relação (3.20). Posteriormente, γ_d foi mantido no seu valor inicial e γ_s foi elevado até um determinado valor superior ao limite $\bar{\Gamma}$.

A partir dos valores de γ e λ , de (3.20) têm-se que $\gamma_d + \gamma_s < k_m(1 - \gamma)/k_{p0}$. Optou-se por projetar $\bar{\Gamma} = \gamma_d + \gamma_s$ tal que

$$\begin{aligned} \bar{\Gamma} = \gamma_d + \gamma_s &= 0,99 \frac{k_m}{k_{p0}} (1 - \gamma) \\ &= 0,97 \end{aligned} \tag{3.48}$$

Os vetores de parâmetros foram inicializados em

$$\begin{aligned} \theta_d(0) &= [0,39 \quad -0,31 \quad 0,52 \quad -0,40 \quad -2,34 \quad 1,20]^T \\ \theta_s(0) &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \end{aligned} \tag{3.49}$$

Foram simulados vários casos onde foram inseridas variações paramétricas, distúrbios e degraus de referência. A Figura 10 mostra a linha de tempo com cada evento simulado.

As simulações foram realizadas utilizando o *software* MATLAB Simulink® e são des-

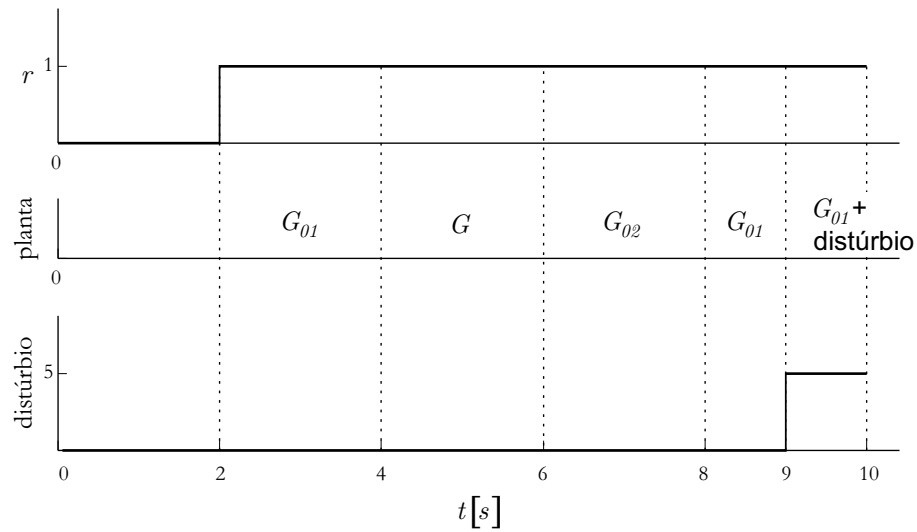


Figura 10: Dados de simulação no tempo

critas a seguir.

Para o algoritmo de controle RMRAC, $\gamma_d = \bar{\Gamma} = 0,97$ e $\gamma_s = 0$, enquanto que para o VS-RMRAC, $\gamma_d = 0,1$ e $\gamma_s = 0,87$ de modo que $\gamma_d + \gamma_s = \bar{\Gamma}$. A Figura 11 mostra a saída e a entrada da planta para os algoritmos de controle RMRAC e VS-RMRAC. Os transitórios são apresentadas com mais detalhes na Figura 12.

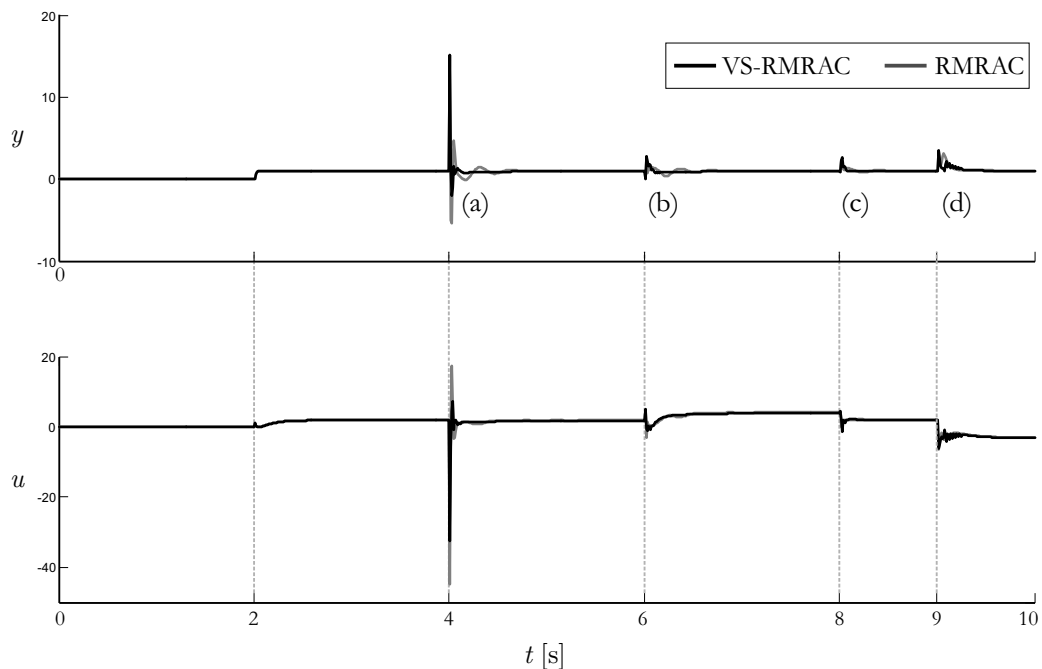


Figura 11: Dados de simulação no tempo

Pode-se observar que em todos os transitórios, o algoritmo de controle VS-RMRAC resulta numa resposta transitória superior em relação ao caso do RMRAC.

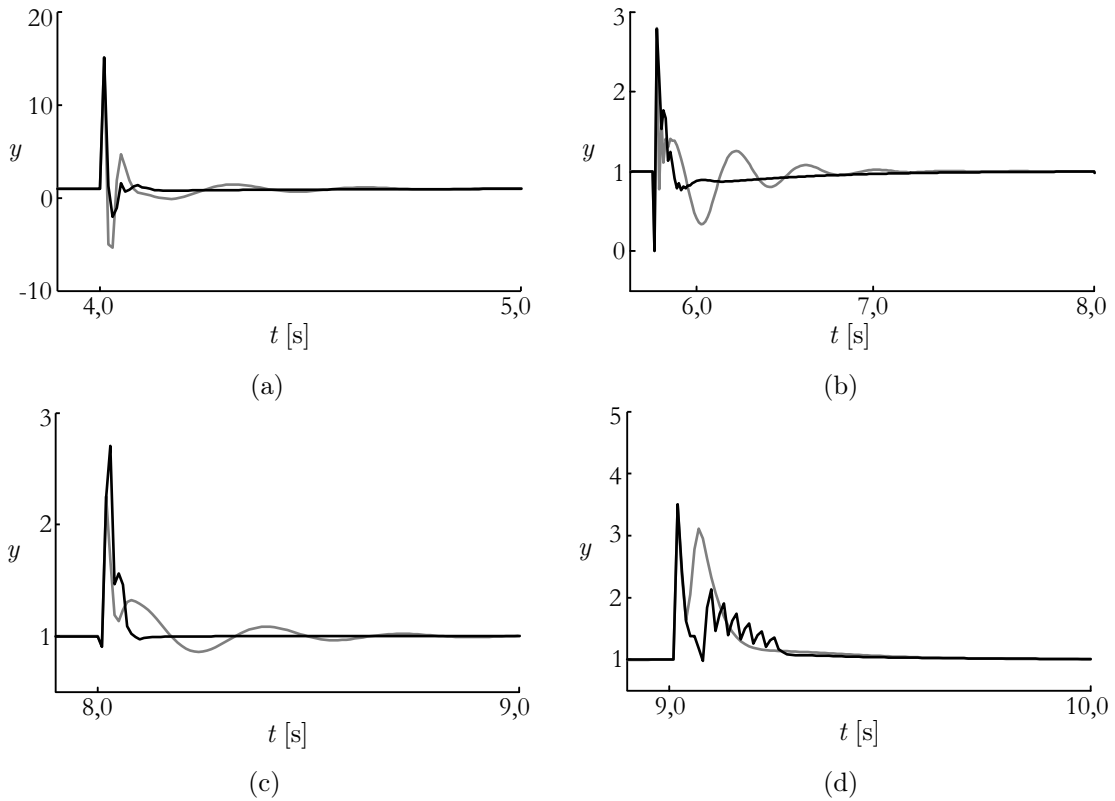


Figura 12: Detalhes dos comportamentos transitórios para o resultado da simulação da Figura 11. (a) Entrada da dinâmica não-modelada, (b) saída da dinâmica não-modelada e retorno a função de transferência original com variações paramétrica, (c) variação paramétrica e (d) inserção de um distúrbio de entrada.

3.7 Sumário

Neste capítulo foram apresentadas as provas de estabilidade robusta do algoritmo VS-RMRAC para o caso discreto. Do mesmo modo que no caso contínuo (ver Capítulo 2), cada parâmetro da lei de controle é composto de duas parcelas. Uma dessas parcelas é o próprio parâmetro obtido segundo o algoritmo de controle RMRAC convencional, enquanto que a outra parcela é do tipo VS, com um parâmetro adaptativo multiplicando uma função sinal aproximada. A aproximação da função sinal é feita de modo a evitar descontinuidades no vetor de parâmetros e é essencial para a obtenção das provas matemáticas. Já o parâmetro que multiplica esta parcela é projetado de modo a convergir para zero a medida que o erro diminui.

Assim como no caso contínuo, a função de entrada da lei de adaptação dos parâmetros de VS foi modificada, se comparada com a proposta original [Narendra e Bosković 1990, Narendra e Bosković 1992]. A robustez foi obtida com base no trabalho de [Datta 1993], utilizando o conceito de normalização.

A partir de uma função definida positiva que envolve o erro paramétrico e ao contrário

do caso contínuo, foram obtidos limites superiores para o projeto dos ganhos de adaptação. A partir destes limites, foi obtido um limite superior para a soma dos ganhos de adaptação dos parâmetros associados à parcela de controle RMRAC e VS. Este limite superior pode ser utilizado para o projeto e posterior comparação dos algoritmos adaptativos RMRAC convencional e VS-RMRAC. Deste modo, é possível fazer uma comparação mais justa de ambas as técnicas de controle.

Para comparar o desempenho das técnicas de controle convencional e combinada, foi realizada uma simulação levando em consideração vários casos associados a planta. Para a simulação foram verificadas as respostas dos controladores com variações paramétricas, inserção de dinâmicas não-modeladas e distúrbios. Foi verificado que as maiores vantagens da técnica VS-RMRAC ocorrem no caso de variações paramétricas e de dinâmicas não-modeladas. Apesar de não ter sido formulada a teoria para o caso de distúrbios externos, foi simulado um caso onde a entrada da planta possui um distúrbio de magnitude cinco vezes superior a da referência. Entretanto, neste último caso não foram observadas grandes vantagens no uso de uma ou de outra técnica.

4 *MODELAGEM DO FILTRO ATIVO PARALELO*

Conversores VSI podem ser conectados na rede elétrica para as mais diversas finalidades. Dentre as principais podem-se citar as aplicações em geração distribuída [Liserre, Teodorescu e Blaabjerg 2006], em sistemas de armazenamento de energia [Tsai et al. 1995] ou então para solucionar problemas de qualidade de energia. No caso específico deste trabalho, o tema abordado é associado a compensação de carga não-linear para a redução da distorção harmônica de corrente.

Neste capítulo é realizada a modelagem do sistema formado por um FAP paralelo trifásico conectado numa rede elétrica trifásica a três-fios. A Figura 13a apresenta o sistema utilizado para a obtenção do modelo matemático. Quando se trabalha com sistemas trifásicos, pode-se aplicar a transformação linear de amplitude invariante (4.1) nas grandezas de fase de modo a se obter o sistema equivalente monofásico da Figura 13b.

$$T_{\alpha\beta} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Em geral, a impedância de linha Z_L é predominantemente indutiva. Já a carga pode ser representada pelo seu equivalente Norton com a impedância paralela Z_C e uma fonte de corrente $I_{0\kappa}$ ¹. A impedância paralela considera todas as cargas conectadas na rede elétrica que não sejam do tipo fonte de corrente, incluindo capacitores e filtros sintonizados para compensação passiva. Cargas que possuem características de fonte de corrente (lineares ou não-lineares) independem da tensão no ponto de conexão e podem ser melhor compensadas a medida que o FAP se aproxima de uma fonte de corrente ideal. Por outro lado, cargas do tipo fonte de tensão resultam numa impedância equivalente Z_C que pode drenar correntes que dependem da tensão no ponto de conexão, ou seja, influenciam o comportamento dinâmico do sistema. Isto irá refletir diretamente no desempenho da compensação (ver Anexo B para maiores detalhes). A associação dos elementos l_f, r_f, c_f forma

¹ $\kappa = abc$ ou $\kappa = \alpha\beta$.

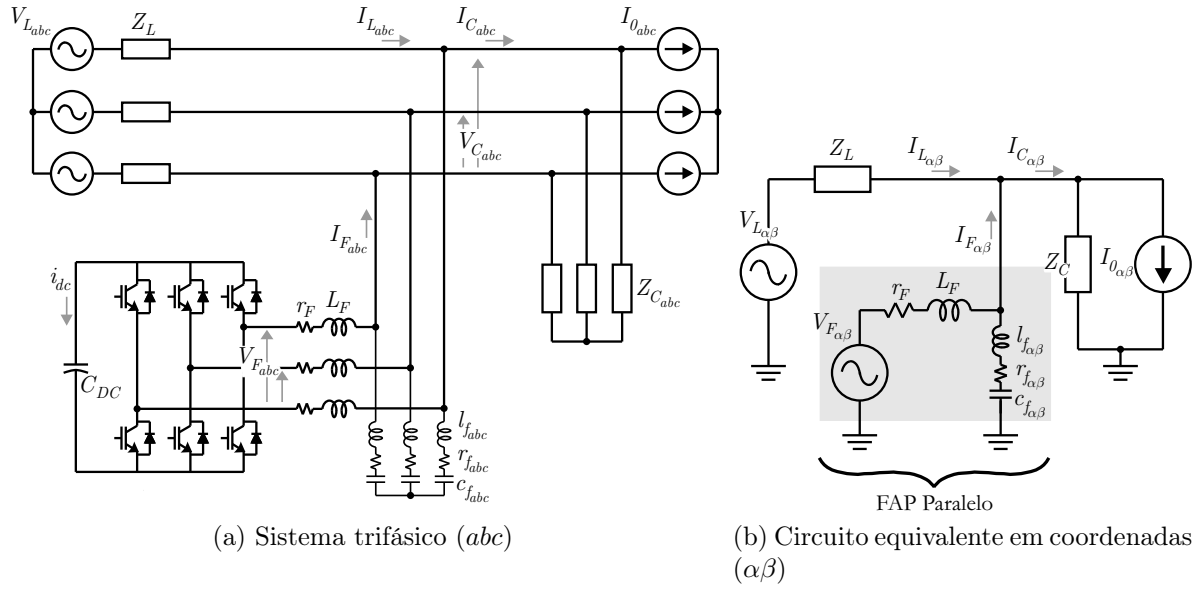


Figura 13: FAP paralelo conectado a uma rede trifásica a três fios com impedâncias de linha Z_S e de carga Z_L desconhecidas.

um filtro sintonizado utilizado supressão das harmônicas de alta frequência associadas ao PWM.

A partir do circuito equivalente monofásico da Figura 13b, a saída da planta pode ser escrita como

$$I_F = \frac{Z_L + Z_{Cf}}{Z_L (r_F + sL_F + Z_{Cf}) + Z_{Cf} (r_F + sL_F)} V_F - \frac{Z_L Z_{Cf}}{Z_L (r_F + sL_F + Z_{Cf}) + Z_{Cf} (r_F + sL_F)} I_0$$

onde

$$Z_{Cf} = \frac{Z_C Z_f}{Z_C + Z_f} \text{ e } Z_f = sl_f + r_f + \frac{1}{sc_f} \quad (4.2)$$

A partir deste ponto, quando não mencionado o contrário, todas as variáveis estarão relacionadas com os circuitos equivalentes monofásicos em coordenadas $\alpha\beta$.

Eliminando as fontes de distúrbio V_L e I_0 no circuito da Figura 13b, é possível demonstrar que a relação E/S da planta pode ser escrita como

$$G = \frac{I_F}{V_F} = G_0 [1 + \mu \Delta_m] \quad (4.3)$$

A função de transferência G dada em (4.3) é composta de duas parcelas. G_0 é a parte modelada que pode possuir incertezas paramétricas, mas cuja estrutura é conhecida. A parcela $\mu \Delta_m$ possui incertezas quanto à sua estrutura, e por isso representa as dinâmicas não-modeladas do sistema.

Para a modelagem de G_0 foi considerado o fato de que: *i)* o filtro de alta frequência $l_f r_f c_f$ é sintonizado na frequência do PWM de linha, que corresponde ao dobro da frequência de amostragem do controlador, e que *ii)* a impedância Z_C possui uma estrutura que é em geral desconhecida. A partir destas considerações, quando estas variáveis forem amostradas pelo ADC, o efeito do filtro $l_f r_f c_f$ pode ser desprezado e a parte modelada G_0 da planta é dada em (4.4a), que possui apenas as dinâmicas do FAP e da linha que é predominantemente indutiva. Quanto às dinâmicas não-modeladas $\mu\Delta_m$, esta engloba as dinâmicas da impedância Z_{C_f} que considera o filtro de alta frequência Z_F e a carga Z_C , sendo representada genericamente por (4.4b).

$$G_0 = \frac{1}{r_F + sL_F + Z_L} \quad (4.4a)$$

$$\mu\Delta_m = \frac{Z_L^2}{Z_L Z_{C_f} + (r_F + sL_F) Z_L + (r_F + sL_F) Z_{C_f}} \quad (4.4b)$$

É necessário verificar se (4.4a) e (4.4b) atendem às hipóteses feitas no Capítulo 3. Como Z_C possui uma estrutura que não pode ser determinada *a priori*, a alternativa é avaliar o comportamento da dinâmica não-modelada para alguns tipos de cargas críticas que podem ser conectadas na rede elétrica. A Figura 14 mostra o circuito monofásico equivalente do FAP sem as fontes de distúrbio, considerando dois tipos de impedância Z_C que podem ser conectadas na rede elétrica. Uma das impedâncias é formada por um filtro passivo sintonizado e a outra, por um capacitor com resistor de descarga. Optou-se por simular este tipo de carga uma vez que este é um caso comum em ambientes industriais. O comportamento dinâmico da impedância Z_C leva a dinâmicas que são não-modeladas, e para as quais, o controlador deve ser robusto.

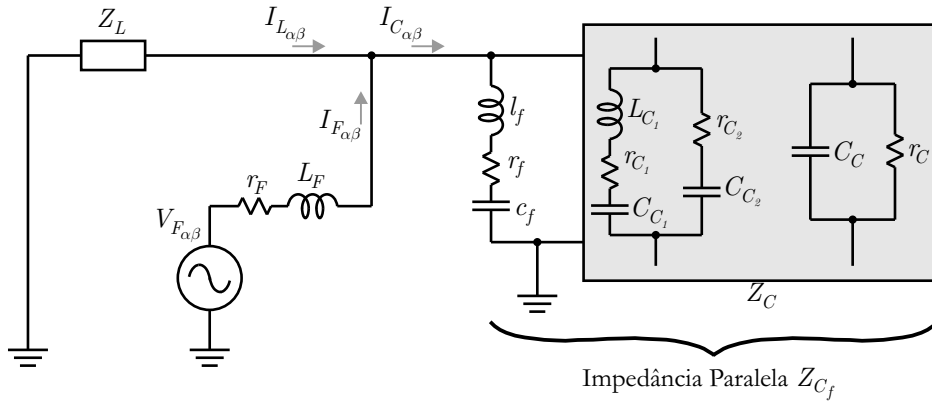


Figura 14: Circuito utilizado na obtenção dos modelos para diferentes tipos de cargas Z_C .

A Figura 15 apresenta a resposta em frequência das funções de transferência de G_0 e

Tabela 3: Valores dos parâmetros utilizados nas simulações

Parâmetro	Valor
$Z_F = r_F + sL_F$	$r_F = 0,1\Omega$, $L_F = 1,25\text{mH}$
$Z_L = r_L + sL_L$	$r_L = 0,1\Omega$, $L_L = 0,1\text{mH}$
Filtro de alta frequência	$l_f = 57\mu\text{H}$, $r_f = 3\Omega$, $c_f = 1\mu\text{F}$
Parâmetros de Z_C	$L_{C_1} = 70\text{mH}$, $C_{C_1} = 4\mu\text{F}$, $r_{C_1} = 1\Omega$ (filtro sintonizado) $r_{C_2} = 1\Omega$, $C_{C_2} = 40\mu\text{F}$ (filtro passa-alta) $C_C = 130\mu\text{F}$, $r_C = 56\text{k}\Omega$ (compensação de FP)

de $\mu\Delta_m$ (4.4), cujos parâmetros são mostrados na Tabela 4. Nestas simulações a impedância Z_{C_f} é dada pela associação paralela do filtro de alta frequência de impedância Z_f (4.2) com a impedância Z_C . Duas simulações foram realizadas para a obtenção da resposta em frequência da parte modelada da planta G_0 , e da dinâmica não-modelada $\mu\Delta_m$ (4.4b). Na primeira simulação, a impedância Z_C é dada pela associação paralela dos filtros sintonizados e passa-alta e os resultados são mostrados na Figura 15a. Na segunda simulação, a impedância Z_C é obtida do banco de capacitores e os resultados são mostrados na Figura 15b.

A partir da resposta em frequência da Figura 15a, nota-se que a dinâmica não-modelada possui pouca influência nas baixas frequências. Por outro lado, para o resultado da Figura 15b, pode-se verificar que a dinâmica não-modelada possui um ganho superior se comparada ao caso anterior, o que prejudica o desempenho do controlador segundo o desenvolvimento matemático apresentado nos capítulos anteriores. É interessante notar que a segunda simulação é relacionada a uma carga do tipo fonte de tensão e portanto, compromete o desempenho do FAP paralelo.

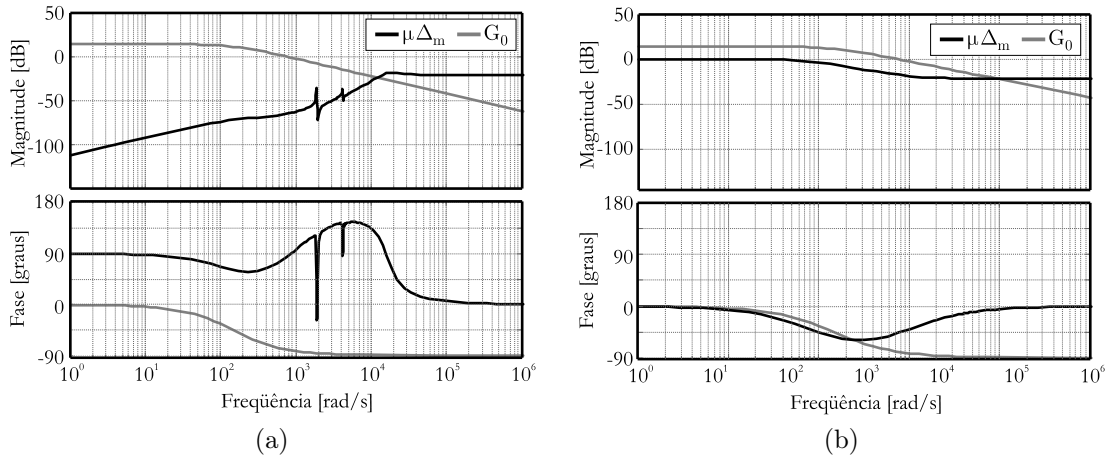


Figura 15: Respostas em frequência para a dinâmica não-modelada $\mu\Delta_m$ para os casos em que, (a) Z_C é formado pelos filtros sintonizado e passa-alta e (b), para o caso onde Z_C é formado pelo banco capacitivo.

Comentário 8. *A partir da teoria apresentada nos capítulos anteriores, a dinâmica não-modelada multiplicativa $\mu\Delta_m$ pode apresentar um ganho mais elevado nas altas frequências, mas deve possuir um ganho reduzido nas baixas, se comparada com a da parte modelada G_0 . Uma maneira de reduzir o efeito das dinâmicas não-modeladas no desempenho do sistema em malha-fechada é amostrar as variáveis da planta numa frequência reduzida. Obviamente, isto pode comprometer o desempenho do controlador, o que em aplicações de FAP's é um requisito muito importante. É neste cenário que se pode justificar a utilização de um controlador robusto com respeito às dinâmicas não-modeladas da planta.*

Até então foram apresentados resultados analíticos e de simulação com o objetivo de demonstrar a aplicabilidade do algoritmo de controle VS-RMRAC, cujo desenvolvimento teórico foi apresentado nos Capítulos 2 e 3, para o controle de um FAP paralelo. A seguir serão apresentados os modelos utilizados para o projeto da malha de controle de corrente. Os modelos são obtidos a partir de (4.4), cujos resultados de simulação para determinados valores de parâmetros do sistema são mostrados na Figura 15. A parte modelada G_0 é utilizada para o projeto do controlador adaptativo.

4.1 Modelo Contínuo para o FAP Paralelo

como a impedância da carga em geral não é bem conhecida, o projeto do controlador pode ser realizado com base no modelo monofásico de ordem reduzida obtido a partir da Figura 14, inserindo novamente as fontes de distúrbio, onde a carga é assumida ter um comportamento de fonte de corrente. Assumindo a linha como sendo puramente indutiva, tem-se

$$Z_L = r_L + sL_L$$

Desprezando as dinâmicas do filtro de alta frequência de impedância Z_f e da impedância Z_C . Pode-se obter o circuito da Figura 16. A partir deste circuito, a corrente de compensação é dada por

$$\frac{di_F}{dt} = ai_F + bv_F + b_1v_L + b_2i_0 \quad (4.5)$$

onde $a = -(r_F + r_L)/(L_F + L_L)$, $b = 1/(L_F + L_L)$, $b_1 = r_L/(L_F + L_L)$ e $b_2 = -1/(L_F + L_L)$.

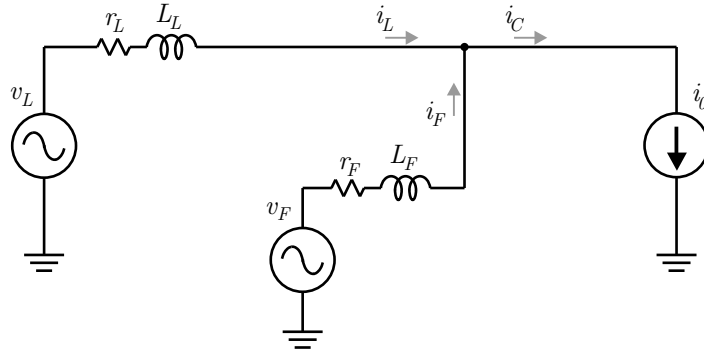


Figura 16: Circuito utilizado para o projeto do algoritmo de controle VS-RMRAC.

4.2 Modelo Discreto para o FAP Paralelo

Quando a corrente de compensação i_F é amostrada com um ZOH numa frequência $f_s = 1/T_s$, de (4.5) pode-se obter a seguinte equação diferença

$$i_F(k+1) = gi_F(k) + hv_F(k) + h_1v_L(k) + h_2i_0 \quad (4.6)$$

onde $g = e^{aT_s}$, $h = b \int_0^{T_s} e^{a\lambda} d\lambda$, $h_1 = b_1 \int_0^{T_s} e^{a\lambda} d\lambda$ e $h_2 = b_2 \int_0^{T_s} e^{a\lambda} d\lambda$.

Inserindo o atraso de transporte relativo a implementação digital em (4.6), resulta

$$i_F(k+1) = gi_F(k) + hv_F(k-1) + h_1v_L(k) + h_2i_0$$

De modo a inserir o efeito do atraso de transporte associado a implementação digital é definida a variável $\psi(k+1) \triangleq v_F(k)$, e o modelo em espaço de estados final é dado por

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_F(k+1) \\ \psi(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} g & h \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_F(k) \\ \psi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_F(k) + \begin{bmatrix} h_1 \\ 0 \end{bmatrix} v_L(k) + \begin{bmatrix} h_2 \\ 0 \end{bmatrix} i_0(k) \\ i_F(k) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_F(k) \\ \psi(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Note que o atraso de transporte introduz efetivamente um estado adicional, de modo que o sistema discreto possui um aumento de ordem em relação ao sistema contínuo.

Nos modelos (4.5) e (4.7), v_L e i_0 são distúrbios a serem compensados. Na próxima seção será apresentado o método para rejeição destes distúrbios. A seguir será apresentado o método utilizado para o cancelamento destes distúrbios por meio de uma estrutura adaptativa baseada no Princípio do Modelo Interno [Tao 2003].

4.3 Rejeição Adaptativa de Distúrbios

Nesta seção será apresentado o método utilizado para rejeição adaptativa dos distúrbios no sistema formado pelo FAP paralelo conectado na rede elétrica trifásica. Será apresentado apenas o caso discreto, uma vez que a implementação do controlador é feita digitalmente.

O modelo (4.7) possui dois tipos de distúrbios que devem ser compensados. Um dos distúrbios é a corrente de carga i_0 , que na prática não pode ser assumida como sendo um distúrbio externo. O outro distúrbio é a tensão da linha v_L , que pode ser parametrizada como uma soma de dois termos

$$v_L(k) = c_1 \text{sen} \omega_1 k T_s + c_2 \text{cos} \omega_1 k T_s,$$

onde c_1 , c_2 são constantes e ω_1 representa a frequência da rede elétrica em rad/s. Para compensar o efeito do distúrbio v_L , pode-se definir a ação de controle

$$v_{F_d}(k) = \theta_{2n_0+1}(k) \text{sen} \omega_1 k T_s + \theta_{2n_0+2}(k) \text{cos} \omega_1 k T_s$$

onde θ_{2n_0+1} e θ_{2n_0+2} representam a estimação de parâmetros ideais $\theta_{2n_0+1}^*$ e $\theta_{2n_0+2}^*$, tal que a nova lei de controle formada pela ação de controle apresentada no Capítulo 3 mais $v_{F_d}^*(k) = \theta_{2n_0+1}^* \text{sen} \omega_1 k T_s + \theta_{2n_0+2}^* \text{cos} \omega_1 k T_s$, garanta o objetivo do controle por modelo de referência, ou seja, $i_F = W_m(z) i_F^*$ (igualdade possível de ser obtida na ausência de dinâmicas não-modeladas). A função de transferência W_m representa o modelo de referência que descreve o comportamento desejado para a planta em malha-fechada e i_F^* , a referência para a corrente i_F .

Definindo o modelo em espaço de estados (4.7) como

$$x(k+1) = G_d x(k) + H_d v_F(k) + H_{1_d} v_L(k), \quad i_F(k) = C_d x(k)$$

onde $x = [i_F \ \psi]^T$, pode-se demonstrar o cancelamento de v_L com a utilização da técnica adaptativa de rejeição de distúrbios. Utilizando a versão ideal da lei de controle $v_F^*(k) = \theta^{*T} \omega(k) + \theta_{2n_0+1}^* \text{sen} \omega_1 k T_s + \theta_{2n_0+2}^* \text{cos} \omega_1 k T_s$ no modelo acima, resulta

$$i_F = i_F^* + \Delta_d$$

onde

$$\Delta_d = C_d (zI - G_d - H_d k_1^{*T})^{-1} H_d v_{F_d}^* + C_d (zI - G_d - H_d k_1^{*T})^{-1} H_{1_d} v_L$$

e os polos de $C_d (zI - G_d - H_d k_1^{*T})^{-1} H_d$ são estáveis.

Utilizando o teorema do valor final, obtém-se que

$$\lim_{z \rightarrow 1} (z - 1) \Delta_d = 0$$

e portanto, a influência do distúrbio é cancelada.

É importante salientar que o cancelamento é obtido desde que haja convergência paramétrica, ou seja, $\theta(k) = \theta^*$. Isto significa que a rejeição de distúrbios pode ser garantida perfeitamente desde que $\mu = 0$ (caso ideal) e que existam sinais persistentemente excitantes na malha.

4.4 Sumário

Neste capítulo foram obtidos os modelos matemáticos contínuo e discreto para o sistema formado pelo FAP paralelo conectado a uma rede elétrica trifásica à três-fios. A definição dos modelos considerou que não é possível concluir sobre a estrutura exata da planta pelo fato de haverem dinâmicas não-modeladas e distúrbios. As dinâmicas não-modeladas se originam principalmente do comportamento dinâmico da carga, de filtros passivos, capacitores para correção de fator de potência entre outros. Já os distúrbios são representados pela tensão de linha e pela corrente elétrica drenada por cargas que possuem uma característica indutiva, tais como cargas não-lineares com filtro indutivo e motores elétricos. Foi introduzido ainda um método adaptativo para a rejeição destes distúrbios. Este capítulo fornece os dados necessários para o projeto e implementação do controlador que será descrito no capítulo seguinte.

5 *RESULTADOS EXPERIMENTAIS*

Controladores adaptativos possuem uma série de vantagens em relação aos controladores fixos. Se a planta possui a estrutura conhecida, o controlador adaptativo pode ser facilmente projetado de modo a garantir a convergência do erro para zero, mesmo na presença de incertezas paramétricas. Caso a planta possua incertezas de estrutura ou esteja corrompida por distúrbios, ainda assim é possível garantir a limitação do erro bem como a dos diversos sinais internos do algoritmo de controle, a partir da utilização de um controlador adaptativo robusto.

A lei de controle obtida a partir da abordagem por modelo de referência tem a forma

$$u = \theta^T \omega \quad (5.1)$$

onde θ é um vetor de parâmetros obtidos via um algoritmo de adaptação paramétrica e ω é um vetor formado por sinais associados a planta (entrada, saída, estados, sinais filtrados) e, dependendo do caso, por referências externas.

Em geral, para a análise de estabilidade de estruturas adaptativas, utiliza-se uma função definida positiva do tipo $V = c_1 \phi^T \phi + c_2 e_a^2$, onde c_1 e c_2 são constantes positivas, ϕ é o vetor de erro paramétrico e e_a é um erro envolvendo alguma outra variável do algoritmo. Procedese então ao cálculo da derivada temporal \dot{V} no caso contínuo, ou o cálculo da equação diferença $\Delta V(k) = V(k+1) - V(k)$ no caso discreto. Em ambos os casos conclui-se analiticamente ou experimentalmente que, a medida que o ganho do algoritmo de adaptação dos parâmetros θ aumenta, a estabilidade do sistema em malha fechada fica comprometida. Já a diminuição do ganho de adaptação compromete a convergência de parâmetros do controlador adaptativo.

Com o objetivo de reduzir o compromisso existente entre robustez e desempenho, foi apresentado nos Capítulos 2 e 3 o algoritmo de controle adaptativo robusto de estrutura variável por modelo de referência ou VS-RMRAC. Nesta abordagem, o i -ésimo parâmetro

do vetor θ utilizado no cálculo da lei de controle é dado por

$$\theta_i = \theta_{id} + \theta_{is} \frac{e_a \zeta_i}{|e_a \zeta_i| + \delta}, \quad i = 1, \dots, 2n \text{ e } 0 < \delta \ll 1$$

Definindo γ_d e γ_s como sendo os ganhos de adaptação dos parâmetros θ_{id} e θ_{is} respectivamente, pode-se obter para o caso discreto e ideal (sem dinâmicas não-modeladas) que

$$\Delta V(k) \leq - \left(1 - \frac{k_{p0}}{k_m} (\gamma_d + \gamma_s) - \gamma \right) \frac{e_a^2(k)}{\bar{m}^2} \quad (5.2)$$

onde k_{p0} é o valor máximo de k_p e k_m é o ganho do modelo de referência.

Fazendo

$$0 < \gamma < 1 \quad (5.3)$$

em (5.2), pode-se projetar γ_d e γ_s tal que

$$\bar{\Gamma} = \max(\gamma_d + \gamma_s) < \frac{k_m}{k_{p0}} (1 - \gamma) \quad (5.4)$$

Comentário 9. *Uma vez projetado γ , de acordo com (5.4), pode-se determinar γ_d e γ_s . Conforme comentado nos capítulos anteriores, a lei de adaptação para θ_{is} inclui um fator de esquecimento para aliviar a ação integral da lei de adaptação paramétrica do tipo Gradiente. Ao contrário, a lei de adaptação para θ_{id} possui ação integral, e pode comprometer a estabilidade do sistema a medida que o ganho γ_d é elevado (existem modificações utilizadas para solucionar o problema da ação integral de algoritmos adaptativos, mas mesmo assim, um alto ganho de adaptação sempre tende a diminuir a estabilidade). Baseando-se nesta análise, pode-se diminuir gradativamente o ganho γ_d e aumentar γ_s (tendo em vista (5.4)), mantendo a taxa de convergência do erro paramétrico (5.2), com uma estrutura adaptativa robusta.*

5.1 Implementação do Protótipo

Para a obtenção dos resultados experimentais foi utilizado um protótipo cuja estrutura está mostrada resumidamente na Figura 17. Estão mostradas também as cargas não-lineares utilizadas para testar o desempenho do filtro e a rede trifásica a três-fios com impedância série equivalente Z_S , que foi simulada por um variador de tensão alternada.

O conversor do tipo VSI foi implementado utilizando chaves semicondutores do tipo IGBT SKM 150 GB 124D da Semikron©, cuja tensão máxima coletor-emissor é de 1200V e corrente nominal de 190A. Para a medição da tensão do barramento CC e das corrente

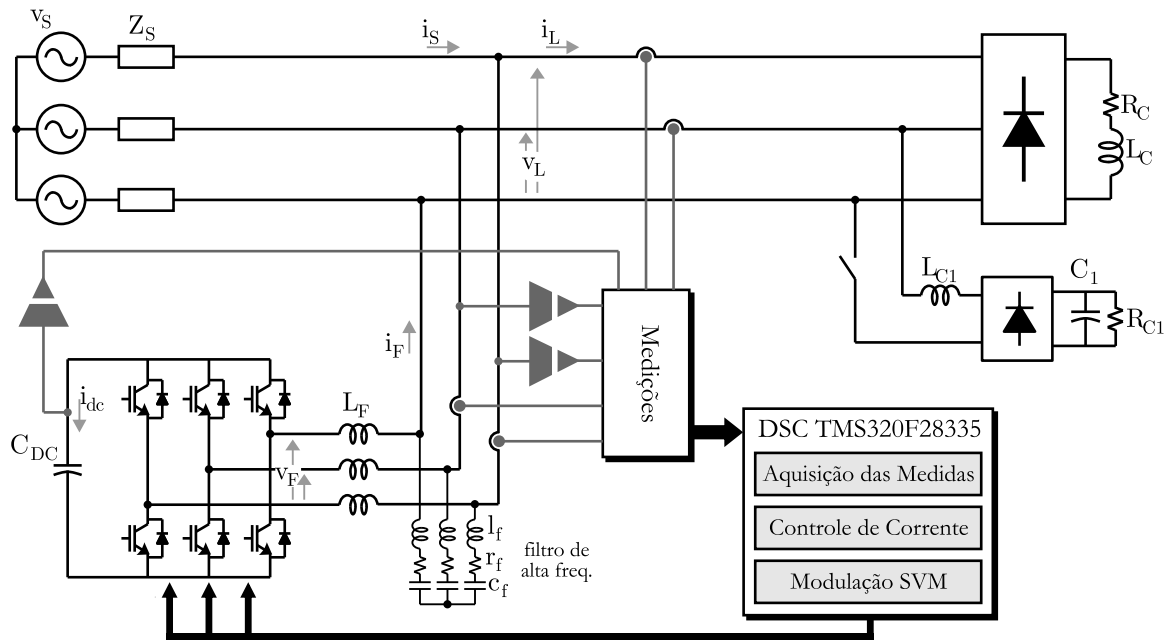


Figura 17: Implementação do FAP trifásico.

foram utilizados sensores de Efeito Hall. Já nas medições das tensões de linha no ponto de conexão do filtro com a rede, foram utilizados transformadores isoladores com relação 10:1. O controlador digital responsável pela supervisão do sistema de compensação ativa e pelos cálculos aritméticos foi o DSC TMS320F28335 da Texas Instruments™, que possui uma Unidade de Lógica e Aritmética de ponto flutuante de 32 bits. O conversor A/D utilizado para a aquisição das medidas é um periférico que possui registradores de 12 bits. O acionamento do VSI foi realizado a partir do periférico denominado *Event Manager* ou EV. Este periférico possui um registrador temporizador ou *timer* que foi configurado para operar no modo de incremento *up-down* numa frequência de 10,2kHz. Sendo esta, a frequência de comutação do inversor e de amostragem do controlador.

A Tabela 4 fornece os parâmetros utilizados para a obtenção dos resultados experimentais.

5.2 Resultados Experimentais em Curto-Circuito

Com o objetivo de exemplificar algumas das propriedades do algoritmo de controle VS-RMRAC, foram obtidos resultados experimentais no protótipo de um FAP paralelo trifásico a três fios. Este FAP pode ser modelado como dois circuitos monofásico em coordenadas $\alpha\beta$ (Figura 18a). Para a obtenção dos resultados experimentais preliminares, todas as fontes de distúrbio foram removidas, resultando no circuito *LR* da Figura 18b.

Tabela 4: Parâmetros do protótipo utilizado para obtenção dos resultados experimentais.

Parâmetro	Valor
Tensão de linha/frequência	190V / 60Hz
Tensão de referência do barramento CC	480V
Indutância do filtro	1,25mH
Indutância aproximada da linha	0,8mH
Capacitor C_{DC} do barramento CC	4700 μ F
Filtro de alta frequência	$l_f = 57\mu$ H, $r_f = 3\Omega$, $c_f = 4\mu$ F
Frequência de amostragem	$f_s = 10,2$ kHz
Frequência de comutação	$f_{sw} = 10,2$ kHz
Carga não-linear trifásica	$L_C = 20$ mH, 6Ω
Carga não-linear monofásica	$L_{C_1} = 1$ mH, $C_1 = 4700\mu$ F, $R_{C_1} = 30\Omega$

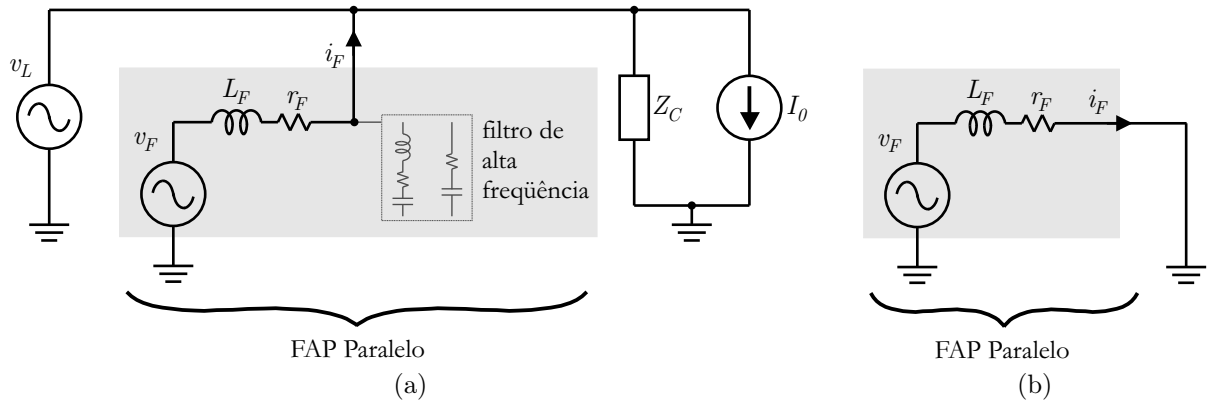


Figura 18: (a) Diagrama de um FAP paralelo conectado numa rede forte e (b) circuito com a fonte de distúrbio removida.

A equação diferencial para a corrente no indutor é dada por

$$\frac{di_F(t)}{dt} = -\frac{r_F}{L_F}i_F(t) + \frac{1}{L_F}v_F(t) \quad (5.5)$$

Discretizando (5.5) com um período de amostragem T_s resulta [Ogata 1994, 5-5]

$$i_F(k+1) = gi_F(k) + hv_F(k)$$

onde $g = e^{-(r_F/L_F)T_s}$ e $h = 1/L_F \int_0^{T_s} e^{-(r_F/L_F)\lambda} d\lambda$.

Considerando $r_F = 1\Omega$ e os parâmetros da Tabela 4, a função de transferência discreta com atraso de transporte de uma amostra resulta

$$G_0(z) = \frac{i_F}{v_F} = \frac{0,075}{z(z - 0,92)}$$

Como a planta é de grau relativo 2, foi projetado o seguinte modelo de referência

$$W_m(z) = \frac{0,49}{z^2 - 0,6z + 0,09}$$

também de grau relativo 2. No projeto do modelo de referência, deve-se utilizar a maior banda passante possível de modo que a fase entre a referência de compensação r^* e a saída do modelo de referência seja a menor possível. Isto porque num controlador por modelo de referência, o objetivo é o rastreamento da saída deste modelo e não da referência. Obviamente, o ganho de $W_m(z)$ nas baixas frequências deve ser unitário.

Devido ao grau relativo da planta, o vetor ω da lei de controle (5.1) é dado por

$$\omega = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad y \quad r]^T$$

onde ω_1 e ω_2 são sinais filtrados de y e de r , respectivamente (ver Capítulo 3 para detalhes da estrutura do controlador). Para este projeto adotou-se os seguintes parâmetros:

$$\omega_1 = \frac{1}{z - 0,5}y \quad \text{e} \quad \omega_2 = \frac{1}{z - 0,5}r$$

Os outros parâmetros de projeto utilizados em todos os resultados experimentais são dados na Tabela 5.

Tabela 5: Parâmetros do controlador utilizados em todos os resultados experimentais (ver (3.20) para os limites de projeto dos ganhos).

Parâmetro	Valor
k_{p0}	0,1
γ	0,1
$\rho(0)$	0,5
$\bar{\Gamma}$	3,34

Os parâmetros do controlador foram inicializados em $\theta(0) = [-0,399 \quad -1,016 \quad -2,95 \quad 5,0]^T$ para todos os resultados obtidos em curto-circuito.

Uma vez que a planta tem uma estrutura bem conhecida, foi assumido a ausência de dinâmicas não-modeladas de modo que não é necessário a implementação do sinal de normalização m^2 .

Nos resultados experimentais das Figuras 19, 20 e 21, os parâmetros da lei de controle (5.1) foram mantidos fixos em $\theta(t) = \theta(0)$ até o instante de tempo $t = 0,1s$. A partir deste instante foram realizados alguns testes com o objetivo de corroborar a teoria de controle do algoritmo VS-RMRAC. Isto foi necessário uma vez que a teoria apresentada assume que a ação de controle não satura, ou seja, é necessário primeiramente regular a tensão do barramento CC com um controlador fixo.

Para o resultado mostrado na Figura 19, o algoritmo de controle RMRAC ($\gamma_s = \lambda = 0$) foi aplicado no controle da planta com um ganho $\gamma_d = 2,5$, sendo este um valor

próximo do limite superior $\bar{\Gamma} = 3,34$. Como conseqüência, os parâmetros da lei de controle possuem um comportamento dinâmico que tende à instabilidade (Figura 19b), sendo que este comportamento não se deve à saturação da lei de controle conforme mostrado na Figura 19a.

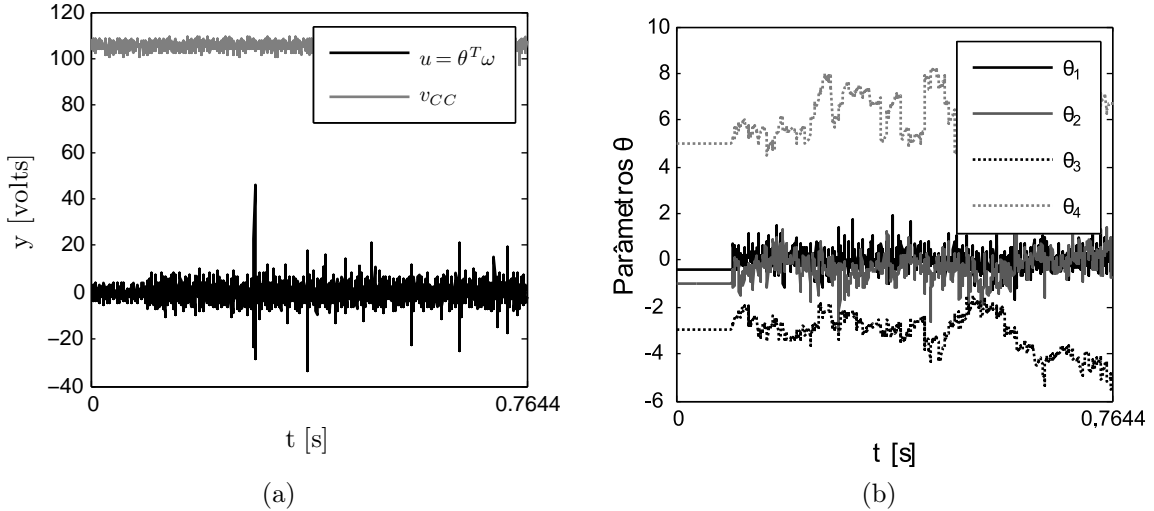


Figura 19: Resultados experimentais para o algoritmo de controle RMRAC ($\gamma_s = \lambda = 0$ com $\gamma_d = 2,5$). (a) Ação de controle e tensão do barramento CC; (b) parâmetros θ da lei de controle.

Seguindo a idéia discutida anteriormente nesta seção (Comentário 9), foram obtidos resultados experimentais para o algoritmo de controle RMRAC e VS-RMRAC. Para comparar estes algoritmos, foram escolhidos critérios tais como o comportamento dinâmico da lei de controle, dos parâmetros da lei de controle e do erro de rastreamento. Foram obtidos resultados experimentais para três casos distintos. Um associado ao algoritmo de controle RMRAC e os outros dois casos associados ao VS-RMRAC. Os resultados experimentais da Figura 20 mostram o comportamento do erro de rastreamento para estes casos. Para os resultados envolvendo o algoritmo de controle VS-RMRAC ($\lambda \neq 0$ e $\gamma_s \neq 0$), foi utilizado $\gamma_d = 0,1$.

Como comentado anteriormente, a diminuição do valor do ganho de adaptação torna o sistema mais robusto. Esta conclusão pode também ser obtida a partir da observação do comportamento dos parâmetros da lei de controle para o caso do algoritmo de controle VS-RMRAC conforme mostrado na Figura 21. Para a obtenção do resultado experimental, o ganho da lei de adaptação paramétrica para θ_{id} foi decrescido de $\gamma_d = 2,5$ para $\gamma_d = 0,1$, e os parâmetros associados a parcela VS são $\lambda = 0,5$ e $\theta_s = 2,5$.

Uma vez que $\gamma = 0,1$, $k_{p0} = 0,1$ e $k_m = 0,49$, de (5.2) obtém-se, para o algoritmo de

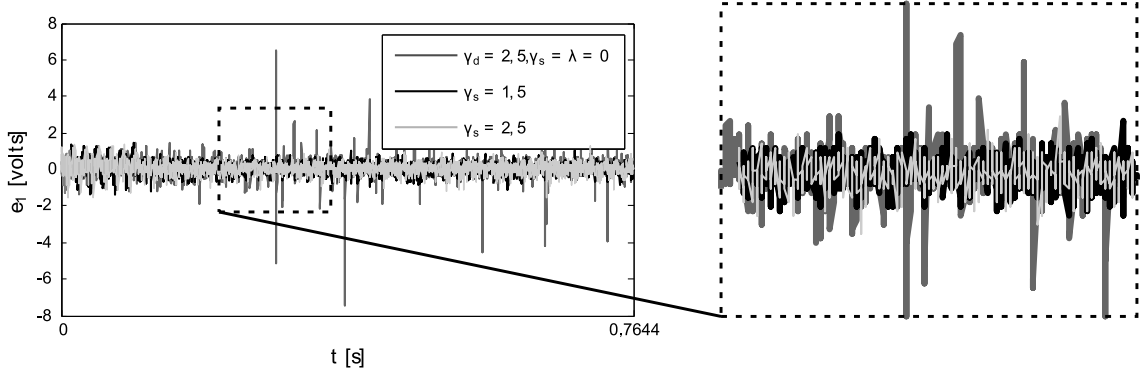


Figura 20: Erro de rastreamento para os algoritmos de controle RMRAC ($\gamma_s = \lambda = 0$) e VS-RMRAC ($\gamma_d = 0, 1$) com $\lambda = 0, 5$ e diferentes valores para γ_s .

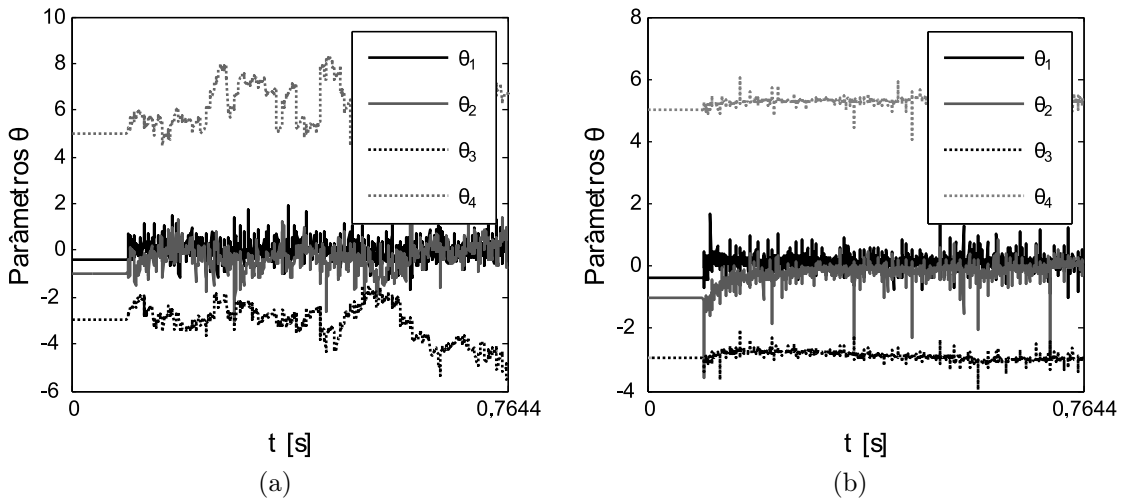


Figura 21: Resultados experimentais. (a) Para o algoritmo de controle RMRAC ($\gamma_s = \lambda = 0$) com $\gamma_d = 2, 5$ (vide Figura 19b) e (b) VS-RMRAC, com $\gamma_d = 0, 1$, $\lambda = 0, 5$ e $\gamma_s = 2, 5$.

controle RMRAC ($\gamma_s = \lambda = 0$)

$$\Delta V(k) = -0,38 \frac{e_a^2}{m^2}, \quad (5.6)$$

e para o VS-RMRAC

$$\Delta V(k) = -0,37 \frac{e_a^2}{m^2} \quad (5.7)$$

De (5.6) e (5.7) pode-se verificar que para taxas de convergência do erro de parâmetros ϕ nos casos RMRAC e VS-RMRAC bastante próximas, o VS-RMRAC garantiu uma melhoria na estabilidade devido a diminuição do ganho γ_d .

5.3 Resultados Experimentais do FAP Paralelo Conectado na Rede Elétrica de Baixa Tensão

Apresentada algumas vantagens do algoritmo de controle VS–RMRAC, o objetivo agora é discutir os resultados experimentais obtidos pela aplicação deste controlador num FAP paralelo trifásico conectado na rede elétrica para compensação de cargas não–lineares.

Na modelagem do FAP foi considerado o atraso de transporte devido a implementação digital. O vetor de estados do modelo discreto (4.7) possui termos conhecidos (a corrente de compensação i_F e a ação de controle com atraso de uma amostra $v_F(k-1)$). Isto sugere a utilização de uma lei de controle por retroação de estados onde não há a necessidade de se utilizar os filtros auxiliares $q/(zI - F)$, uma vez que estes filtros são utilizados para parametrizar plantas cujos estados internos não são acessíveis (abordagem E/S). Além disso, o sistema formado pelo FAP conectado na rede elétrica possui distúrbios, dentre os quais, a tensão de linha v_L . Desde que um distúrbio possa ser parametrizado de modo adequado, é possível aplicar uma rejeição adaptativa de distúrbios a partir da inserção do modelo do distúrbio na ação de controle [Tao 2003]. Como v_L é um distúrbio senoidal de frequência conhecida (e aproximadamente constante), o vetor ω utilizado para a síntese da ação de controle pode ser acrescido de um termo senoidal e de outro co-senoidal, de modo que a combinação de ambos os termos com parâmetros adaptativos tenda a cancelar o efeito do distúrbio (ver Seção 4.3). Como resultado têm-se os termos

$$\omega(k) = [i_F(k) \quad v_F(k-1) \quad i_F^*(k) \quad \text{sen}(377t(k)) \quad \text{cos}(377t(k))]^T$$

Comentário 10. *Apesar de a teoria apresentada nos Capítulos 2 e 3 ser relacionada ao caso E/S, a aplicação da técnica de controle para plantas cujos estados são mensuráveis é aplicável do mesmo modo pois a equação do erro, a partir do qual as leis de adaptação são obtidas, possui a mesma forma.*

A seguir são apresentados alguns resultados obtidos com o FAP operando com o algoritmo de controle VS–RMRAC. Em todos os resultados que seguem, o vetor de parâmetros da lei de controle foi inicializado em

$$\theta(0) = [-14,84 \quad -0,79 \quad 14,87 \quad 1,5 \quad -0,025]^T$$

e o modelo de referência utilizado foi

$$W_m(z) = \frac{0,72}{(z - 0,15)^2}$$

de modo a se obter ganho unitário nas baixas frequências e elevada banda-passante.

Antes do início da adaptação paramétrica a regulação do barramento CC foi realizada utilizando um controlador por modelo de referência com ganhos fixos, ou seja, $v_F = \theta(0)\omega$. O projeto do controlador da malha externa, utilizado para gerar a referência de corrente para regulação do barramento CC, é descrito a seguir.

5.3.1 Projeto do Controlador da Malha Externa

Para o projeto do controlador da malha externa, considere o diagrama unifilar da Figura 22.

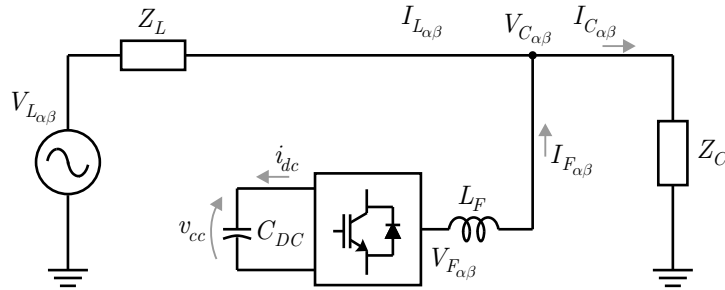


Figura 22: Diagrama unifilar do FAP paralelo, utilizado para a obtenção do modelo e do controlador do barramento CC.

Como a corrente $I_{F\kappa}$, $\kappa = \alpha, \beta$ injetada pelo FAP possui apenas componentes harmônicas, quase toda a potência processada pelo FAP é reativa. A pequena parcela ativa é associada às perdas nos elementos parasitas. Deste modo, a potência ativa P_F injetada pelo FAP pode ser associada à energia E_{cc} armazenada no capacitor C_{DC} do barramento CC, pois as perdas do sistema se refletem na variação desta energia. A potência ativa do FAP é dada por

$$P_F = -\frac{dE_{cc}}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C_{DC} v_{cc}^2 \right)$$

Definindo $K_{cc} = 2/C_{DC}$, têm-se

$$P_F = -\frac{s}{K_{cc}} V_{cc}^2 \quad (5.8)$$

A potência P_F é relacionada com as componentes de tensão e corrente que estão em fase no ponto de conexão do FAP com a rede, ou seja

$$P_F = \frac{3}{2} (v_{C\alpha} i_{F\alpha} + v_{C\beta} i_{F\beta}), \quad (5.9)$$

onde o termo $3/2$ é utilizado para compensar a transformação de amplitude invariante $T_{\alpha\beta}$ (4.1).

As correntes $i_{F\kappa}$ são relacionadas com a tensão $v_{C\kappa}$, $\kappa = \alpha, \beta$ por meio da admitância g , ou seja

$$i_{F\kappa} = gv_{C\kappa} \quad (5.10)$$

Deste modo, de (5.9) têm-se que

$$P_F = \frac{3}{2}g \|v_{C_{\alpha\beta}}\|^2 \quad (5.11)$$

Utilizando (5.8) e (5.11) resulta

$$V_{cc}^2 = -\frac{K_{cc}}{s} \frac{3}{2}g \|v_{C_{\alpha\beta}}\|^2$$

O modelo do barramento CC e da malha de controle são dados pelo diagrama de blocos das Figuras 23a e 23b.

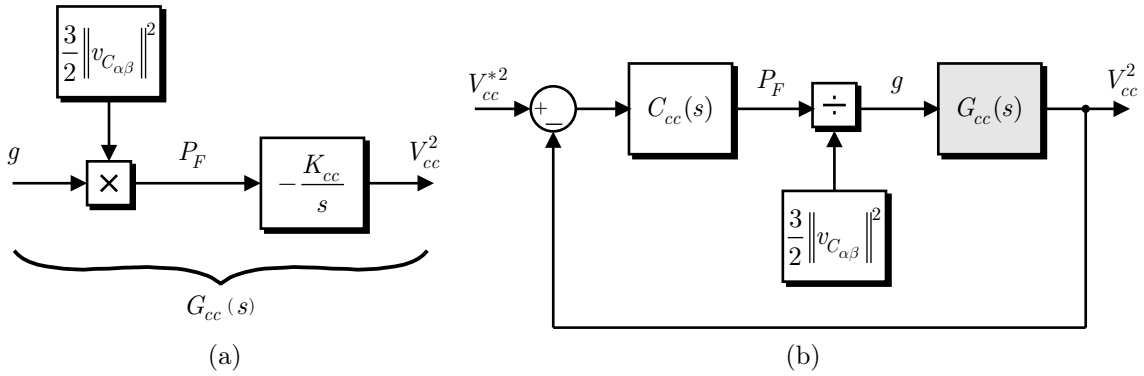


Figura 23: (a) Modelo utilizado para o projeto do controlador do barramento CC e (b) malha de controle completa (ver (5.11)).

A malha externa de regulação do barramento CC foi implementada com o uso de um controlador PI de modo que

$$P_F = \left(K_P + \frac{K_I}{s} \right) (V_{cc}^{*2} - V_{cc}^2) \quad (5.12)$$

Para o projeto dos ganhos do controlador PI utilizado na obtenção da referência de potência P_F (5.12), primeiramente é obtido o sistema de controle em malha fechada da Figura 23b

$$\frac{V_{cc}^2}{V_{cc}^{*2}} = K_{cc}K_p \frac{s + K_I/K_P}{s^2 + K_{cc}K_p s + K_{cc}K_I} \quad (5.13)$$

Deste modo, pode-se dizer que

$$K_{cc}K_P = 2\zeta\omega_n, \text{ e } K_{cc}K_I = \omega_n^2,$$

onde ζ é a constante de amortecimento e ω_n a frequência natural do sistema. Fazendo

o projeto para $\zeta = 0,7$ e um tempo de assentamento $t_a \cong 3,2/(\zeta\omega_n) = 5s$. obtém-se $\omega_n = 0,9\text{rad/s}$. Adicionalmente $K_{cc} = 2/C_{DC} = 425,5$, de modo que os ganhos do controlador PI contínuo são dados por

$$K_P = 0,003 \quad K_I = 0,0019$$

Os ganhos do controlador PI discreto são dados por

$$K_p^d = K_P - T_s \frac{K_I}{2} \approx 0,003, \quad K_I^d = K_I T_s = 0,000000186$$

O controlador PI discreto é dado por

$$C_{cc}(z) = K_P^d + \frac{z}{z-1} K_I^d$$

resultando na seguinte equação diferença

$$P_F(k) = P_F(k-1) + (K_P^d + K_I^d) [V_{cc}^{*2} - V_{cc}^2(k)] - K_P^d [V_{cc}^{*2} - V_{cc}^2(k-1)]$$

Uma vez calculada a potência P_F , divide-se seu valor por $3/2 \|v_{C_{\alpha\beta}}\|^2$ para obter a admitância g (ver Figura 23b). De posse deste valor, utiliza-se (5.10) para calcular as referências de corrente $i_{\alpha_{cc}}^*$ e $i_{\beta_{cc}}^*$ para a regulação do barramento CC. Estas referências são então somadas com as referências de corrente para compensação de carga para obter as referências $i_{F_\alpha}^*$ e $i_{F_\beta}^*$ utilizadas no algoritmo de controle.

5.3.2 Análise Comparativa dos Algoritmos de Controle RMRAC e VS-RMRAC

Nesta seção é realizada a análise comparativa entre os algoritmos de controle RMRAC e VS-RMRAC aplicados no controle de corrente de um FAP paralelo trifásico. A Figura 24 mostra as formas de onda experimentais obtidas com o VS-RMRAC e a Figura 25 mostra um ciclo da forma de onda da corrente de linha antes e após a compensação, bem como o comportamento da THD antes e após a compensação. Os resultado experimental da Figura 26 mostra as formas de onda das correntes de compensação e de linha para três diferentes caso: Operação com carga não-linear indutiva, carga não-linear indutiva+carga não-linear capacitiva e sistema não-compensado.

A partir da Figura 26 pode-se verificar uma grande redução no valor da distorção harmônica. Entretanto, este desempenho em regime pode também ser obtido pelo uso do RMRAC uma vez que se trata de uma medida em regime permanente. A grande

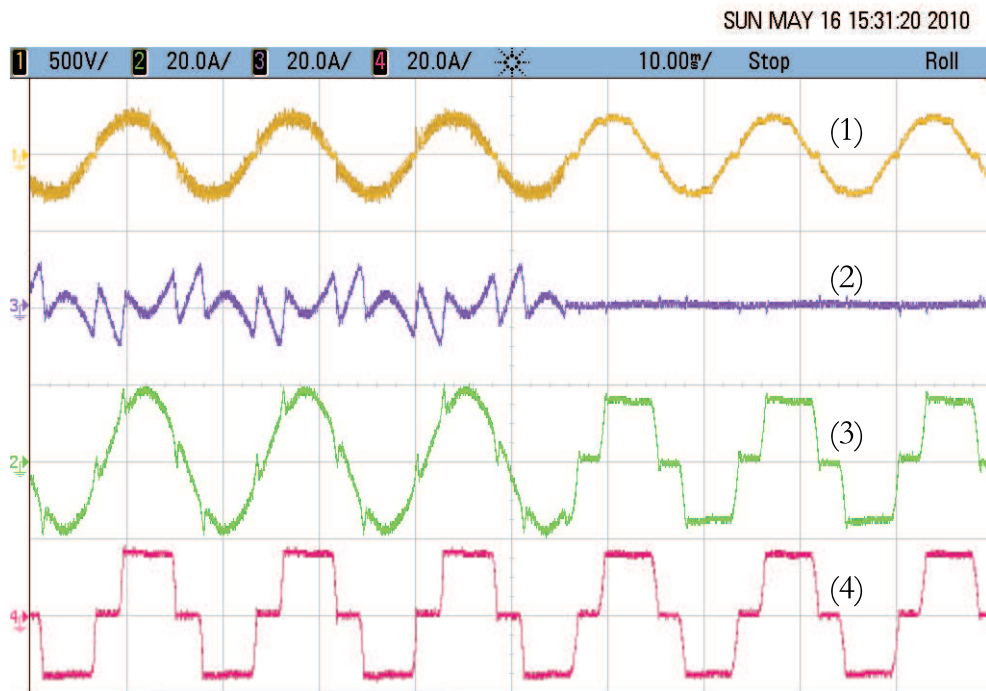


Figura 24: Formas de onda experimentais. (1) tensão v_C no ponto de conexão do FAP; (2) corrente de linha i_L ; (3) corrente de compensação i_F e (4) corrente de carga i_C .

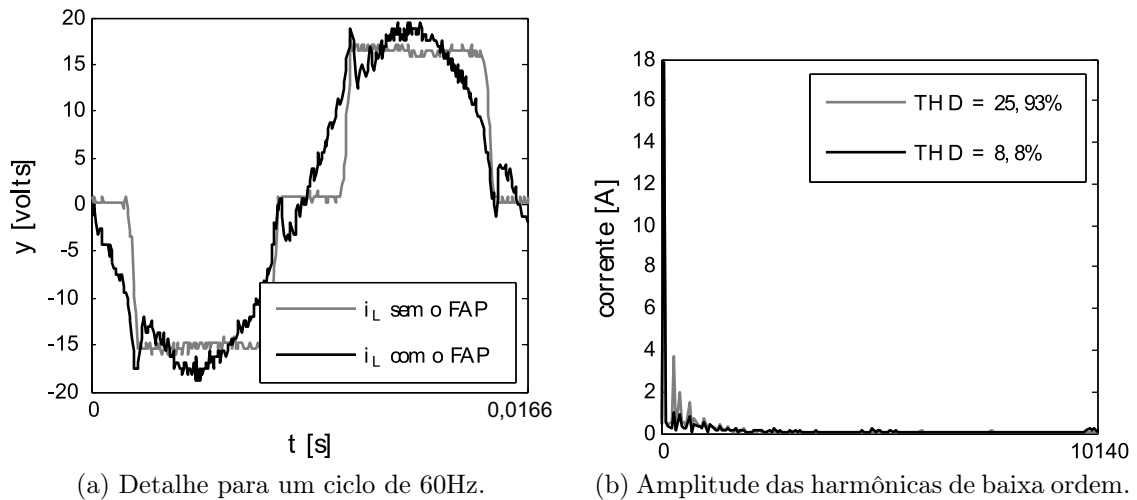
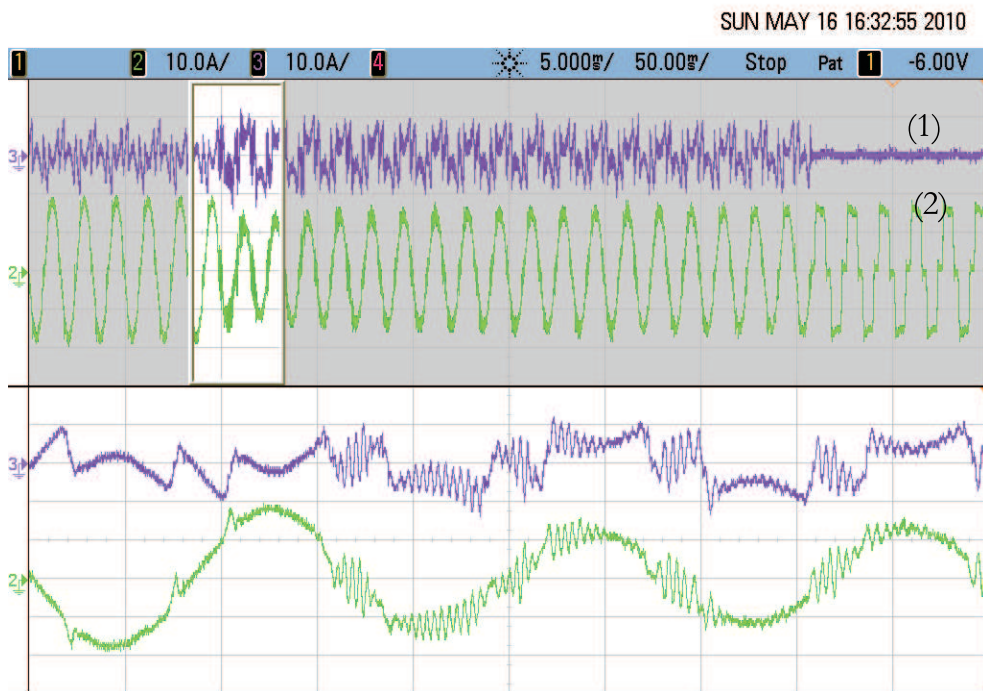


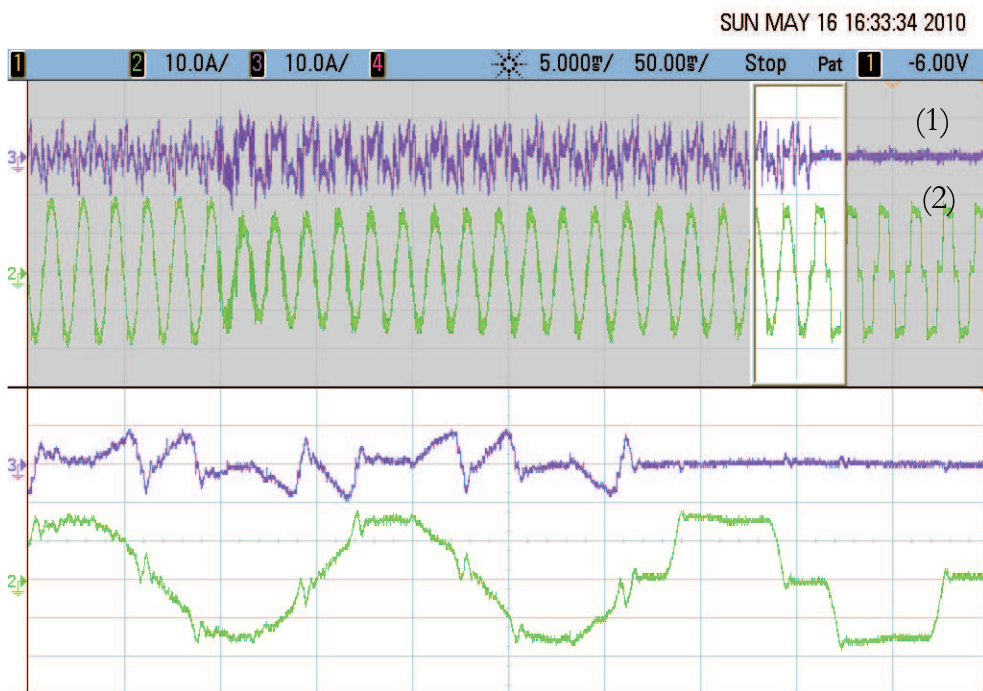
Figura 25: Resultados experimentais utilizando o algoritmo de controle VS-RMRAC, antes (cinza) e após (preto) a compensação.

vantagem é relacionada com a estabilidade, como será discutido ao longo desta seção.

Para a análise comparativa entre os algoritmos de controle RMRAC e VS-RMRAC, é necessário utilizar uma abordagem adequada de modo a obter proveito das melhores características de ambos os métodos. Uma comparação criteriosa passa inevitavelmente pelo projeto adequado dos ganhos das leis de adaptação paramétrica. Estes ganhos são projetados com base no ganho do modelo de referência e no limite superior do ganho da planta. Este limites levaram ao valor $\bar{\Gamma} = \max(\gamma_d + \gamma_s) = 3,35$.



(a) Efeito da entrada de carga não-linear capacitiva ao sistema operando com carga não-linear indutiva.



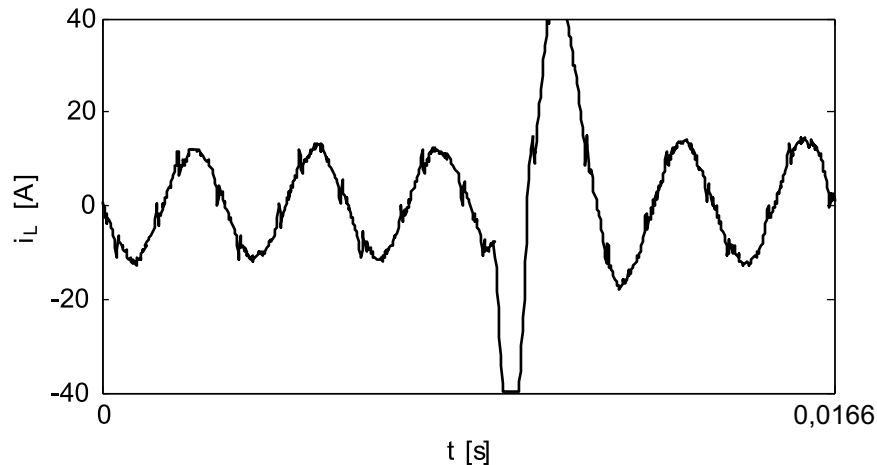
(b) Saída de operação do filtro.

Figura 26: Resultados experimentais utilizando o algoritmo de controle VS-RMRAC para diferentes tipos de carga (ver Figura 17). (1): Corrente de compensação; (2): Corrente de linha.

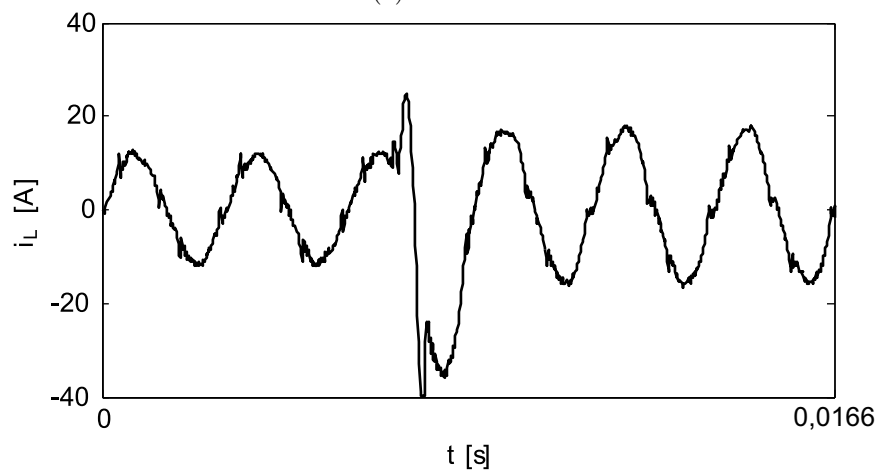
A análise comparativa é feita a partir de degraus de carga não-linear monofásica e trifásica LR (ver Figura 17), para diferentes valores de γ_d e γ_s . O objetivo é verificar o comportamento transitório de algumas variáveis elétricas do sistema, tal como mostrado na Figura 17.

Algoritmos de controle RMRAC com $\gamma_d = 3$ e VS-RMRAC com $\gamma_d = 1$, $\gamma_s = 2$ e $\lambda = 0,8$

O resultado experimental da Figura 27 mostra o comportamento das correntes de linha para um degrau de carga não-linear utilizando os algoritmos RMRAC e VS-RMRAC.



(a) RMRAC



(b) VS-RMRAC

Figura 27: Resultados experimentais mostrando os comportamentos transitórios para uma entrada de carga não-linear monofásica.

O comportamento da ação de controle para cada controlador é mostrado na Figura 28.

A partir dos resultados experimentais não foi possível estabelecer uma distinção entre o desempenho dos algoritmos de controle RMRAC e VS-RMRAC. Entretanto, elevando ainda mais os ganhos dos controladores é possível obter melhores conclusões, como mostrado a seguir.

Algoritmos de controle RMRAC com $\gamma_d = 5$ e VS-RMRAC com $\gamma_d = 1$, $\gamma_s = 4$ e $\lambda = 0,8$

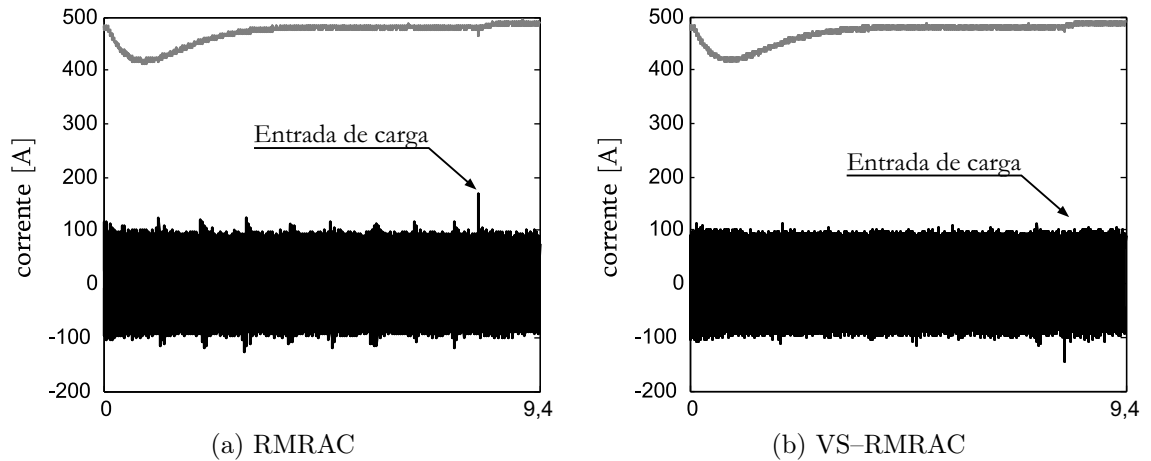


Figura 28: Comportamento da ação de controle v_F (para uma das fases) e da tensão do barramento CC em para a entrada de carga.

O resultado experimental da Figura 29 mostra o comportamento das correntes de linha quando o degrau de carga não-linear é aplicado para os algoritmos de controle RMRAC e VS-RMRAC.

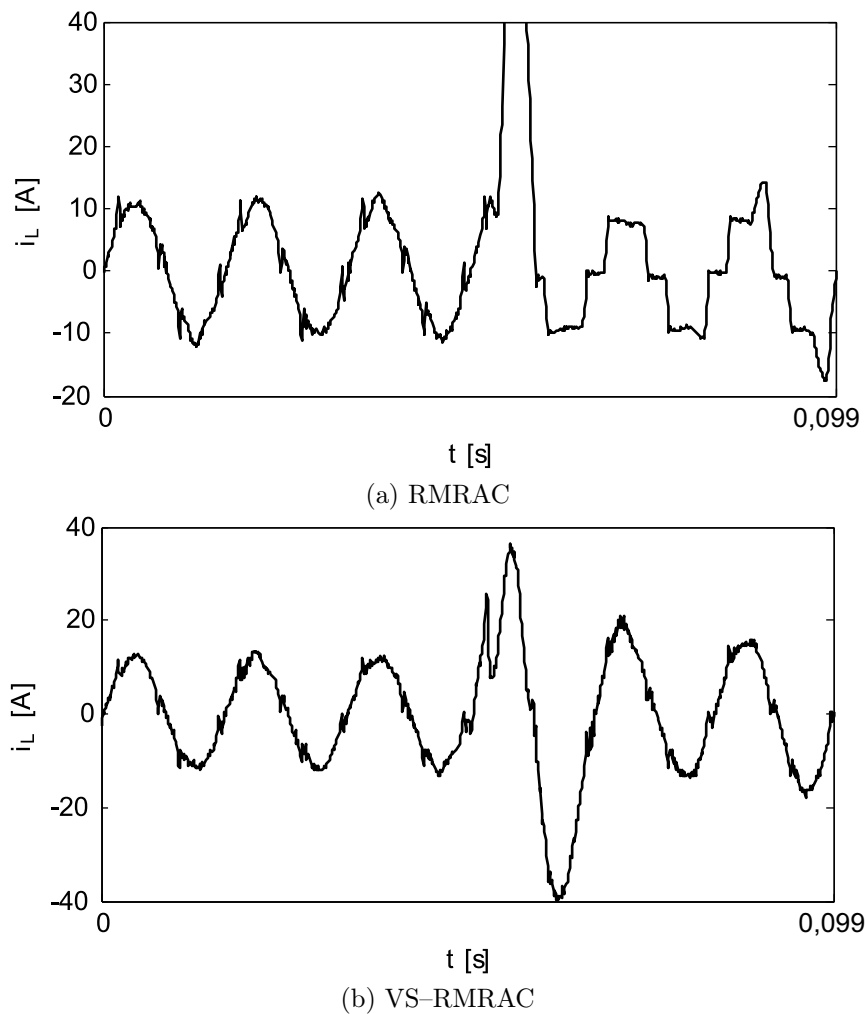


Figura 29: Resultados experimentais mostrando os comportamentos transitórios para uma entrada de carga não-linear monofásica.

O comportamento da ação de controle para cada controlador é mostrado na Figura 30.

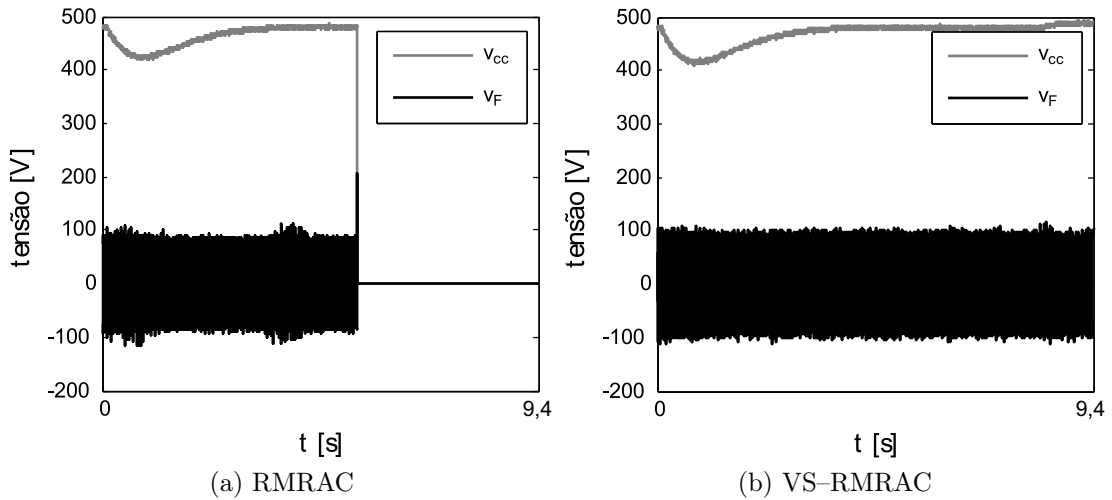


Figura 30: Comportamento da ação de controle v_F (em preto) e da tensão do barramento CC em (cinza) para a entrada de carga.

Neste caso, onde os ganhos das leis de adaptação foram elevados além do limite $\bar{\Gamma}$, o algoritmo de controle VS-RMRAC foi capaz de manter a estabilidade dos sistema, enquanto que o RMRAC convencional levou o sistema a instabilidade para as mesmas condições de operação. Neste último, houve a necessidade de realizar a proteção do sistema, desconectando o conversor da rede elétrica.

5.4 Sumário

Neste capítulo foi aplicada a teoria apresentada no Capítulo 3, para o projeto da malha de controle de corrente de um FAP paralelo trifásico. O FAP foi aplicado na compensação dos harmônicos de corrente de uma carga não-linear do tipo fonte de corrente e de uma combinada, fonte de corrente com fonte de tensão.. Foram obtidos resultados experimentais em dois casos distintos. No primeiro caso foi realizado um teste em curto-circuito para avaliar o comportamento do FAP com as duas estratégias de controle, VS-RMRAC e RMRAC. Para o segundo caso foi utilizada uma lei de controle por retroação de estados uma vez que a planta resultante é de segunda ordem, com um dos estados sendo a ação de controle com atraso de uma amostra.

Foram obtidos resultados experimentais com o objetivo de comparar o comportamento do algoritmo de controle VS-RMRAC com o RMRAC convencional. Para isto foram avaliados o comportamento dos parâmetros da lei de controle, da ação de controle e da saída da planta.

Cada parâmetro da lei de controle é formado por duas parcelas. Uma associada ao RMRAC convencional e a outra do tipo VS, com ganhos adaptativos multiplicando uma função sinal. Deste modo, tem-se dois tipos de leis de adaptação diferentes. A vantagem do algoritmo de controle VS-RMRAC reside no fato de que é possível manter a taxa de convergência do erro paramétrico próxima a do RMRAC, mesmo diminuindo o ganho da lei adaptação dos parâmetros da parcela RMRAC, o que melhora a característica de estabilidade do sistema em malha fechada. A taxa de convergência do erro é mantida devido ao aumento do ganho da lei de adaptação da parcela VS adaptativa.

6 CONCLUSÃO

Este trabalho apresenta uma contribuição a teoria de controle adaptativo robusto de estrutura variável por modelo de referência para os casos contínuo e discreto onde assume-se que a planta possui dinâmicas não modeladas, numa abordagem E/S. O algoritmo de controle obtido foi denominado de “algoritmo de controle VS-RMRAC”.

O algoritmo de controle VS-RMRAC pode ser visto como o resultado de duas técnicas de controle distintas. A primeira é a que trata de controladores VS adaptativos [Hsu 1990, Costa e Hsu 1990, Cunha et al. 2003] onde os parâmetros da lei de controle são formados por parâmetros adaptativos que multiplicam uma função sinal. A segunda técnica foi proposta por [Narendra e Bosković 1990, Narendra e Bosković 1992]. Neste caso, a combinação também ocorre no vetor de parâmetros tal como no primeiro caso. Entretanto agora, duas parcelas são somadas de modo a obter o vetor final de parâmetros utilizado na lei de controle.

Pode-se dizer que o VS-RMRAC possui características comuns a ambas as técnicas. O vetor de parâmetros é obtido pela soma de duas parcelas distintas. A primeira parcela é formada por ganhos adaptativos obtidos no contexto do controle adaptativo direto convencional enquanto que a segunda parcela é obtida por ganhos adaptativos que multiplicam uma função sinal aproximada. O controlador resultante foi desenvolvido no contexto de controle por modelo de referência, uma vez que o objetivo é o rastreamento da saída de um modelo de referência. Somando todas estas características, pode-se dizer que a primeira parcela é projetada de acordo com o controlador adaptativo robusto por modelo de referência ou RMRAC, enquanto que a segunda parcela é do tipo VS, também adaptativa e robusta.

O método de combinação utilizado é baseado em [Narendra e Bosković 1990, Narendra e Bosković 1992]. Entretanto, para estender as provas de estabilidade robusta para os algoritmos de controle VS-RMRAC contínuo e discreto, a entrada das leis de adaptação dos parâmetros foi modificada pela inserção de um normalizador para garantir robustez. Adicionalmente, para o caso discreto foi necessária a inclusão de um atraso de transporte

de uma amostra do controlador, na equação do erro. A partir destas modificações, foi possível estender as provas de estabilidade robusta fazendo uso de resultados teóricos já bem estabelecidos para controladores adaptativos robustos numa abordagem E/S, tanto no caso contínuo [Ioannou e Tsakalis 1986] quanto no discreto [Datta 1993].

É importante salientar que o termo “robustez” neste trabalho se refere a capacidade do controlador manter os sinais na malha fechada limitados, mesmo na presença de determinada classe de dinâmicas não-modeladas e distúrbios, uma vez que a estabilidade com respeito a variações paramétricas é automaticamente compensada pelo controlador adaptativo. A análise de estabilidade robusta quanto a distúrbios não foi realizada, entretanto, esta análise passa por hipóteses sobre a limitação dos distúrbios ou pelo conhecimento *a priori* do limite superior da magnitude do distúrbio. Logo, em ambos os casos assume-se que o distúrbio é limitado, hipótese esta que não pode ser garantida para distúrbios oriundos de dinâmicas não-modeladas.

Devido a maneira pela qual a combinação foi realizada é possível utilizar a mesma técnica para controladores adaptativos por retroação de estados e para os caso onde se utilizam modificações nas leis de adaptação para a eliminação da ação integral tais como a modificação- e_1 , modificação- σ , zona-morta, etc. (ver [Narendra e Annaswamy 1989, Ioannou e Sun 1996] para uma síntese destas modificações).

As vantagens do algoritmo de controle VS-RMRAC foram observadas quantitativamente a partir da análise de estabilidade, uma vez que a taxa de convergência do erro paramétrico foi elevada graças a alguns termos associados a parcela VS adaptativa acrescida ao algoritmo de controle RMRAC convencional, e também qualitativamente, a partir de resultados de simulações. A partir de simulações comparativas foi constatado que o desempenho do algoritmo de controle VS-RMRAC é, no pior caso, igual ao do RMRAC convencional. Apesar de não ter sido realizada nenhuma medida quantitativa, observou-se que o desempenho do VS-RMRAC torna-se cada vez mais diferenciado em relação ao RMRAC, a medida que a planta torna-se corrompida por dinâmicas não-modeladas e a ordem da parte modelada da planta diminui.

Os controladores adaptativos possuem um compromisso entre estabilidade e desempenho. Este compromisso é atrelado aos valores dos ganhos das leis de adaptação paramétrica de modo que um aumento no valor do ganho tende a aumentar a velocidade de resposta, mas compromete a estabilidade e vice-versa. O algoritmo de controle VS-RMRAC permite que o ganho das leis de adaptação dos parâmetros associados a parcela RMRAC possa ser projetado com um valor baixo o suficiente para não compro-

meter a estabilidade do sistema. O ganho da lei de adaptação dos parâmetros associados a parcela VS é então elevado até um valor elevado o suficiente de modo a compensar o decréscimo do ganho associado ao algoritmo de controle RMRAC. A lei de adaptação dos parâmetros da parcela VS é projetada de modo que estes parâmetros tendem a zero a medida que o erro converge. Deste modo, mesmo que a soma dos ganhos do RMRAC e do VS seja mantida no seu limite máximo, assegurando uma boa resposta transitória, a estabilidade tende a ser menos prejudicada.

Com o objetivo de validar as propriedades do algoritmo de controle VS-RMRAC obtidas teoricamente, o controlador foi utilizado para o controle de corrente num FAP paralelo trifásico. Esta aplicação foi escolhida devido aos problemas de estabilidade que existem em sistemas conectados a rede elétrica, que são sujeitos a distúrbios e possuem incertezas tanto estruturadas quanto não-estruturadas. Além disso, o desempenho transitório é necessário neste tipo de aplicação, onde as referências de corrente são formas de onda abruptas, com elevado conteúdo harmônico.

A partir dos resultados experimentais, algumas das características obtidas via simulação não puderam ser observadas na prática, principalmente quanto a resposta transitória. Por outro lado, devido a diminuição dos ganhos da parcela RMRAC foi observado uma melhoria na estabilidade do sistema sem comprometer o desempenho do sistema.

Proposta para trabalhos futuros

Dentre alguns tópicos que podem ser melhor investigados, pode-se citar:

Unificar a abordagem VS-RMRAC : Uma possibilidade de estudo é a investigação da abordagem VS-RMRAC para algoritmos de estimação do tipo Mínimos Quadrados e para algoritmos do tipo Gradiente envolvendo as diversas modificações existentes, tais como a *Sigma-modification*, *e₁-modification*, zona morta etc.

Desenvolvimento de um novo algoritmo de controle VS-RMRAC : O algoritmo VS-RMRAC foi projetado tal que a entrada da lei de adaptação paramétrica foi modificada pela inserção de um normalizador. Esta modificação assegura a estabilidade, mas compromete o desempenho do algoritmo se comparado ao caso convencional. Por este motivo, um tópico para trabalho futuro é desenvolver um controlador que remova este normalizador ou que possua hipóteses menos restritivas quanto ao ganho da parcela VS, de modo a melhorar o desempenho transitório;

Estudo de controladores de estrutura variável discretos : Apesar de neste trabalho ter sido realizado uma análise sobre a estabilidade robusta de controladores adaptativos de estrutura variável, a função sinal foi aproximada por uma função contínua de modo a estender parte de análises já existentes na literatura. Porém, não foi investigada a implicação desta modificação no desempenho do sistema. A formulação deste problema passa pela prova da existência de uma superfície de deslizamento adequada ao caso discreto;

Controle adaptativo repetitivo : A utilização do algoritmo de controle VS-RMRAC assegurou a estabilidade robusta para o sistema formado pelo FAP paralelo conectado na rede elétrica. Entretanto, a melhoria no desempenho é um tema em aberto. O desenvolvimento de controladores repetitivos adaptativos com aplicação em FAP's é um tópico de interesse para se obter um desempenho de compensação superior a qualquer outro método, visto que as cargas conectadas em sistemas onde o FAP é instalado são em geral não-lineares com comportamento cíclico;

REFERÊNCIAS

CHARLES A. Desoer and M. Vidyasagar.

ABB POWER TECHNOLOGIES. *Power factor correction with Harmonic Filters*. 3. ed. SE-771 80 Sweden, Nov. 2001.

ABB POWER TECHNOLOGIES. *CHARM Harmonic Filter*. 4. ed. SE-771 80 Sweden, Dec. 2005.

AKAGI, F. P. H.; NABAE, A. A New Approach to Harmonic Compensation in Power Systems: A Combined System of Shunt Passive and Series Active Filters. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, v. 26, n. 6, p. 983–990, Nov/Dec 1990. ISSN 0093-9994.

AKAGI, H. Trends in Active Power Line Conditioners. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, v. 9, n. 3, p. 263–268, May. 1993.

AKAGI, H. New Trends in Active Filters for Power Conditioning. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, v. 32, n. 6, p. 1312–1322, Nov/Dec 1996. ISSN 0093-9994.

AKAGI, H. Control Strategy and Site Selection of a Shunt Active Filter for Damping of Harmonic Propagation in Power Distribution Systems. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 12, n. 1, p. 354–363, Jan 1997. ISSN 0885-8977.

AKAGI, H.; WATANABE, E. H.; AREDES, M. *Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning*. [S.l.]: Wiley–Interscience, 2007. ISBN 978-0-470-10761-4.

AMETANI, A. Harmonic Reduction in Thyristor Converters by Harmonic Current Injection. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, v. 95, n. 2, p. 441–449, Mar 1976. ISSN 0018-9510.

AREDES, M.; HäFNER, J.; HEUMANN, K. Three–Phase Four–Wire Shunt Active Filter Control Strategies. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, v. 12, n. 2, p. 311–318, Mar. 1997.

ASIMINOAEI, L.; BLAABJERG, F.; HANSEN, S. Detection is Key: Harmonic Detection Methods for Active Power Filters. *IEEE Industry Applications Magazine*, p. 22–32, July/August 2007.

BARTOLINI, G.; ZOLEZZI, T. The V.S.S. Approach to the Model Reference Control of Nonminimum Phase Linear Plants. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 33, n. 9, p. 859–863, 1988.

BHATTACHARYA, S.; FRANK, T.; DIVAN, D.; BANERJEE, B. Active Filter System Implementation. *IEEE Industry Applications Magazine*, p. 47–63, Sep./Oct. 1998.

- BODSON, M.; SACKS, A.; KHOSLA, P. Harmonic Generation in Adaptive Feedforward Cancellation Schemes. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 39, n. 9, p. 1939–1944, Sep. 1994.
- BUSO, S.; FASOLO, S.; MALESANI, L.; MATTAVELLI, P. A Dead-Beat Adaptive Hysteresis Current Control. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, v. 36, n. 4, p. 1174–1180, 2000.
- BUSO, S.; MALESANI, L.; MATTAVELLI, P. Comparison of Current Control Techniques for Active Filter Applications. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, v. 45, n. 5, p. 722–729, Oct. 1998. ISSN 0278-0046.
- CAMARGO, R. de; PINHEIRO, H. Synchronisation Method for Three-Phase PWM Converters Under Unbalanced and Distorted Grid. *Electric Power Applications, IEE Proceedings -*, v. 153, n. 5, p. 763–772, September 2006. ISSN 1350-2352.
- CARDOSO, R.; CAMARGO, R. F. de; PINHEIRO, H.; GRÜNDLING, H. A. Kalman Filter Based Synchronization Methods. *IET Generation Transmission and Distribution*, Stevenage, UK: Institution of Engineering and Technology, c2007-, v. 2, n. 4, p. 542–555, 2008.
- CHEND, P.-T.; HOU, C.-C.; HUANG, Y.-F. Overload Prevention. *IEEE Industry Applications Magazine*, p. 26–34, Nov./Dec. 2004.
- CHIEN, C.-J.; FU, L.-C. Adaptive Variable Structure Control. In: FENG, G.; LOZANO, R. (Ed.). *Adaptive Control Systems*. [S.l.]: Elsevier, 1999. cap. 3, p. 41–62.
- CLUETT, W.; SHAH, S.; FISHER, D. Robustness analysis of discrete-time adaptive control systems using input-output stability theory: a tutorial. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings D [see also IEE Proceedings-Control Theory and Applications]*, v. 135, n. 2, p. 133–141, Mar 1988. ISSN 0143-7054.
- CORRADINI, M.; ORLANDO, G. A Discrete Adaptive Variable-Structure Controller for MIMO Systems, and its Application to an Underwater ROV. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, v. 5, n. 3, p. 349–359, May 1997. ISSN 1063-6536.
- COSTA-CASTELLÓ, R.; GRIÑO, R.; FOSSAS, E. Odd-Harmonic Digital Repetitive Control of a Single-Phase Current Active Filter. *Power Electronics, IEEE Trans. on*, v. 19, n. 4, p. 1060–1068, Jul. 2004.
- COSTA, R.; HSU, L. Robustness of VS-MRAC with Respect to Unmodeled Dynamics and External Disturbances. In: *Decision and Control, 1990., Proceedings of the 29th IEEE Conference on*. [S.l.: s.n.], 1990. v. 6, p. 3208–3213.
- CUNHA, J.; HSU, L.; COSTA, R.; LIZARRALDE, F. Output-Feedback Model-Reference Sliding Mode Control of Uncertain Multivariable Systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 48, n. 12, p. 2245–2250, Dec. 2003.
- DATTA, A. Robustness of discrete-time adaptive controllers: an input-output approach. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 38, n. 12, p. 1852–1857, Dec. 1993. ISSN 0018-9286.

- DATTA, A.; IOANNOU, P. Performance analysis and improvement in model reference adaptive control. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 39, n. 12, p. 2370–2387, Aug 1994. ISSN 0018-9286.
- DESOER, C. A.; VIDYASAGAR, M. *Feedback Systems: Input-Output Properties*. [S.l.]: Academic-Press, Inc. (London) LTD., 1975. ISBN 0-12-212050-7.
- DUARTE, M.; NARENDRA, K. *Combined Direct and Indirect Approach to Adaptive Control*. [S.l.], 1987.
- EL-HABROUK, M.; DARWISH, M.; MEHTA, P. Active Power Filters: A Review. *Electric Power Applications, IEE Proceedings -*, v. 147, n. 5, p. 403–413, Sep 2000. ISSN 1350-2352.
- FUJITA, H.; AKAGI, H. A Practical Approach to Harmonic Compensation in Power Systems—Series Connection of Passive and Active Filters. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, v. 27, n. 6, p. 1020–1025, Nov/Dec 1991. ISSN 0093-9994.
- FUKUDA, S.; YODA, T. A Novel Current–Tracking Method for Active Filters Based on a Sinusoidal Internal Model. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, v. 37, n. 3, p. 888–895, May/June 2001. ISSN 0093-9994.
- GANTHROP, P.; LIM, K. Robustness of Self-tuning Controllers. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings D*, n. 129, p. 21–29, 1982.
- GHARTEMANI-KARIMI, M.; IRAVANI, M. A Method for Synchronization of Power Electronic Converters in Polluted and Variable–Frequency Environments. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 3, p. 1263–1270, 2004.
- GÁRCIA-CERRADA, A.; PINZÓN-ARDILA, O.; FELIU-BATLLE, V.; RONCERO-SÁNCHEZ, P.; GARCÍA-GONZÁLEZ, P. Application of a Repetitive Controller for a Three-Phase Active Power Filter. *Power Electronics, IEEE Trans. on*, v. 22, n. 1, p. 237–246, Jan. 2007.
- GREEN, T.; MARKS, J. Control Techniques for Active Power Filters. *Electric Power Applications, IEE Proceedings-*, v. 152, n. 2, p. 369–381, March 2005. ISSN 1350-2352.
- GRIÑO, R.; CARDONER, R.; COSTA-CASTELLÓ, R.; FOSSAS, E. Digital Repetitive Control of a Three–Phase Four–Wire Shunt Active Filter. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, v. 54, n. 3, p. 1495–1503, Jun. 2007.
- GYUGYI, L.; STRYCUŁA, E. Active AC Power Filters. In: *IEEE/IAS Conf. Rec.* [S.l.: s.n.], 1976.
- HSIEH, G.-C.; HUNG, J. Phase–Locked Loop Techniques: A Survey. *IEEE Transactions on Industry Electronics*, v. 43, n. 6, p. 609–615, 1996.
- HSU, L. Variable Structure Model–Reference Adaptive Control (VS–MRAC) Using Only Input and Output Measurements: The General Case. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 35, n. 11, p. 1238–1243, Nov 1990. ISSN 0018-9286.
- HUH, S.-H.; BIEN, Z. Robust Sliding Mode control of a Robot Manipulator Based on Variable Structure–Model Reference Adaptive Control Approach. *IET Control Theory Applications*, v. 1, n. 5, p. 1355–1363, Sept. 2007.

- IEC. *IEC 61000-3-2*. 3, rue de Varembe Geneva, Switzerland, Aug. 2000.
- IEEE. *IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems*. 345 East 47th Street, New York, NY 10017, USA, April 1993.
- INZUNZA, R.; AKAGI, H. A 6.6-kV Transformerless Shunt Hybrid Active Filter for Installation on a Power Distribution System. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, v. 20, n. 4, p. 893–900, July 2005. ISSN 0197-2618.
- IOANNOU, P.; KOKOTOVIC, P. Robust redesign of adaptive control. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 29, n. 3, p. 202–211, Mar 1984. ISSN 0018-9286.
- IOANNOU, P.; TSAKALIS, K. Robust Discrete-Time Adaptive Control. *Adaptive and Learning Systems: Theory and Applications*. New York: Plenum, p. 73–87, 1985.
- IOANNOU, P.; TSAKALIS, K. A Robust Direct Adaptive Controller. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 31, n. 11, p. 1033–1043, Nov 1986. ISSN 0018-9286.
- IOANNOU, P.; TSAKALIS, K. A robust direct adaptive controller. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, AC-31, n. 11, p. 1033–1043, Nov. 1986. ISSN 0018-9286.
- IOANNOU, P. A.; SUN, J. *Robust Adaptive Control*. [S.l.]: Prentice-Hall, 1996. ISBN 0-13-439100-4.
- JUN-LING, L.; XUE-JUN, X. Discrete-time direct model reference adaptive control: A systematic approach. *Acta Automatica Sinica*, v. 33, n. 10, p. 5, October 2007.
- KALE, M.; OZDEMIR, E. An adaptive hysteresis band current controller for shunt active power filter. *Electric Power Systems Research*, v. 73, n. 2, p. 113–119, Feb. 2005.
- KAWAMURA, A.; HOFT, R. Instantaneous Feedback Controlled PWM Inverter with Adaptive Hysteresis. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, IA-20, n. 4, p. 769–775, July 1984. ISSN 0093-9994.
- KREISSELMEIER, G.; ANDERSON, B. Robust model reference adaptive control. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 31, n. 2, p. 127–133, Feb 1986. ISSN 0018-9286.
- LASCU, C.; ASIMINOAEI, L.; BOLDEA, I.; BLAABJERG, F. High Performance Current Controller for Selective Harmonic Compensation in Active Power Filters. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, v. 22, n. 5, p. 1826–1835, Aug 2007.
- LASCU, C.; ASIMINOAEI, L.; BOLDEA, I.; BLAABJERG, F. High Performance Current Controller for Selective Harmonic Compensation in Active Power Filters. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, v. 22, n. 5, p. 1826–1835, Sept. 2007. ISSN 0885-8993.
- LAVRETSKY, E. Combined/Composite Model Reference Adaptive Control. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 54, n. 11, p. 2692–2697, 2009.
- LIM, K. Robustness of self-tuning controllers. *OUEL Report*, p. 2, 1982.
- LISERRE, M.; TEODORESCU, R.; BLAABJERG, F. Stability of photovoltaic and wind turbine grid-connected inverters for a large set of grid impedance values. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, v. 21, n. 1, p. 263–272, Jan. 2006. ISSN 0885-8993.

- LO, Y.-K.; PAN, T.-F.; WANG, J.-M. On Setting the DC Voltage Level of an Active Power Filter. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, v. 36, n. 8, p. 975–982, Nov. 2008.
- LOZANO-LEAL, R.; COLLADO, J.; MONDIE, S. Model reference robust adaptive control without a priori knowledge of the high frequency gain. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 35, n. 1, p. 71–78, Jan. 1990. ISSN 0018-9286.
- MAGOAROU, F. L.; MONTEIL, F. Influence of the Load Characteristics and the Line Impedance on the Stability of an Active Power Filter. In: IEE. *Power Electronics and Variable Speed Drives*. [S.l.], 1994. p. 175–180.
- MALESANI, L.; TENTI, P. A Novel Hysteresis Control Method for Current–Controlled Voltage–Source PWM Inverters with Constant Modulation Frequency. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, v. 26, n. 1, p. 88–92, Jan/Feb 1990. ISSN 0093-9994.
- MANSOOR, A.; GRADY, W.; STAATS, P.; THALLAM, R.; DOYLE, M.; SAMOTYJ, M. Predicting the Net Harmonic Currents Produced by Large Numbers of Distributed Single–Phase Computer Loads. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 10, n. 4, p. 2001–2006, October 1995.
- MASSING, J. R.; STEFANELLO, M.; GRÜNDLING, H. A.; PINHEIRO, H. Adaptive Current Control for Grid-Connected Converters with LCL-Filters. In: *Proc. 35-th Annual Conference of the IEEE Ind. Electronics Society*. [S.l.: s.n.], 2009.
- MATAS, J.; VICUNA, L. Garcia de; MIRET, J.; GUERRERO, J.; CASTILLA, M. Feedback Linearization of a Single-Phase Active Power Filter via Sliding Mode Control. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, v. 23, n. 1, p. 116–125, 2008.
- MATTAVELLI, P. A Closed–Loop Selective Harmonic Compensation for Active Filters. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, v. 37, n. 1, p. 81–89, Jan/Feb 2001.
- MATTAVELLI, P.; MARAFÃO, F. P. Repetitive–Based Control for Selective Harmonic Compensation in Active Power Filters. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, v. 51, n. 5, p. 1018–1024, Oct. 2004. ISSN 1557-9948.
- MENDALEK, N.; FNAIECH, F.; AL-HADDAD, K.; DESSAINT, L. Input–state feedback control of a shunt active power filter. In: *Proc. Canad. Conf. Electrical Computing Eng.* [S.l.: s.n.], 2001. v. 2, p. 771–773.
- MICHEL, A. N.; MILLER, R. K. *Qualitative Analysis of Large Scale Dynamical Systems*. [S.l.]: Academic Press, 1977. ISBN 0–12–493850–7.
- MILLER, T. J. E. *Reactive Power Control in Electric Systems*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1982. ISBN 0–471–86933–3.
- MIRET, J.; CASTILLA, M.; MATAS, J.; GUERRERO, J. M.; VASQUEZ, J. C. Selective Harmonic–Compensation Control for Single Phase Active Power Filter with High Harmonic Rejection. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, v. 56, n. 8, p. 3117–3127, Aug 2009.

- MIRKIN, B.; GUTMAN, P.-O.; SHITESSEL, Y. Continuous Model Reference Adaptive Control with Sliding Mode for a Class of Nonlinear Plants with Unknown State Delay. In: . [S.l.: s.n.], 2009. p. 574–579.
- MOHAN, N. Active Filters for AC Harmonic Suppression. In: *IEEE/PES Winter Power Meeting*. [S.l.: s.n.], 1977.
- MORÁN, L.; DIXON, J.; WALLACE, R. A Three-Phase Active Power Filter Operating with Fixed Switching Frequency for Reactive Power and Current Harmonic Compensation. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, v. 42, n. 4, p. 402–408, Aug 1995. ISSN 1557-9948.
- NARENDRA, K.; ANNASWAMY, A. Robust Adaptive Control in the Presence of Bounded Disturbances. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 31, n. 4, p. 306–315, Apr 1986. ISSN 0018-9286.
- NARENDRA, K.; ANNASWAMY, A. *Stable Adaptive Systems*. [S.l.]: Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, NJ, USA, 1989.
- NARENDRA, K.; ANNASWAMY, A. *Stable Adaptive Systems*. [S.l.]: Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, NJ, USA, 1989.
- NARENDRA, K.; BOSKOVIĆ, J. Robust Adaptive Control Using a Combined Approach. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, v. 4, n. 2, p. 111–131, 1990.
- NARENDRA, K.; BOSKOVIĆ, J. A combined direct, indirect, and variable structure method for robust adaptive control. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 37, n. 2, p. 262–268, Feb. 1992. ISSN 0018-9286.
- NARENDRA, K.; VALAVANI, L. Stable Adaptive Controller Design—Direct control. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 23, n. 4, p. 570–583, Aug 1978. ISSN 0018-9286.
- NARENDRA, K. S.; ANNASWAMY, A. M. Persistent excitation in adaptive systems. *International Journal of Control*, v. 45, n. 1, p. 127–160, Jan. 1987.
- OGATA, K. *Discrete-Time Control Systems*. 2nd.. ed. [S.l.]: Prentice Hall, Inc, 1994. ISBN 0-13-034281-5.
- OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W.; BUCK, J. R. *Discrete-Time Signal Processing*. [S.l.]: Prentice-Hall, 1998. ISBN 0-13-754920-2.
- ORTEGA, R.; PRALY, L.; LANDAU, I. Robustness of discrete-time direct adaptive controllers. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 30, n. 12, p. 1179–1187, Dec 1985. ISSN 0018-9286.
- ORTÚZAR, M. E.; CARMÍ, R. E.; DIXON, J. W.; MORÁN, L. Voltage-Source Active Power Filter Based on Multilevel Converter and Ultracapacitor DC Link. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, v. 53, n. 2, p. 477–485, April 2006.
- PARK, T.-G.; LEE, F.-S. SMC-Based Adaptive Input-Output Linearising Control of Induction Motors. *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, v. 145, n. 1, p. 55–62, Jan 1998.

- PENG, F. Z. Application Issues of Active Power Filters. *Industry Applications Magazine, IEEE*, v. 4, n. 5, p. 21–30, Sep/Oct 1998. ISSN 1077-2618.
- PENG, F. Z. Harmonic Sources and Filtering Approaches. In: *Industry Applications Magazine*. [S.l.: s.n.], 2001. v. 7, n. 4.
- PENG, F. Z.; SU, G.-J.; FARQUHARSON, G. A Series LC Filter for Harmonic Compensation of AC Drives. In: *Proc. of IEEE PESC'99*. [S.l.: s.n.], 1999.
- PETIT, J. F.; ROBLES, G.; AMARÍS, H. Current Reference Control for Shunt Active Power Filters Under Nonsinusoidal Voltage Conditions. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 22, n. 4, p. 2254–2261, Oct. 2007.
- PINHEIRO, H.; BOTTERÓN, F.; RECH, C.; SCHUCH, L.; CAMARGO, R. F. de; HEY, H. L.; GRÜNDLING, H. A.; PINHEIRO, J. R. Modulação *Space Vector* para Inversores Alimentados em Tensão: Uma Abordagem Unificada. *Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica*, v. 16, n. 1, p. 13–24, Jan./Mar. 2005.
- PRALY, L. Robust model reference adaptive controllers, part i: Stability analysis. In: *Decision and Control, 1984. The 23rd IEEE Conference on*. [S.l.: s.n.], 1984. v. 23, p. 1009–1014.
- ROHRS, C. E.; VALAVANI, L.; ATHANS, M.; STEIN, G. Robustness of Adaptive Control Algorithms in the Presence of Unmodeled Dynamics. In: *Decision and Control, 1982 21st IEEE Conference on*. [S.l.: s.n.], 1982. v. 21, p. 3–11.
- ROUTIMO, M.; SALO, M.; TUUSA, H. Comparison of Voltage–Source and Current–Source Shunt Active Power Filters. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, v. 22, n. 2, p. 636–643, March 2007. ISSN 0885-8993.
- ROWAN, T.; KERKMAN, R. A New Synchronous Current Regulator and an Analysis of Current Regulated PWM Inverters. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, IA–22, p. 678–690, July/Aug 1986.
- RUDIN, W. *Principles of Mathematical Analysis*. [S.l.]: McGraw–Hill, 1964.
- RUDNICK, H.; DIXON, J.; MORAN, L. Delivering Clean and Pure Power. *Power and Energy Magazine, IEEE*, v. 1, n. 5, p. 32–40, Sep.–Oct. 2003. ISSN 1540-7977.
- SASAKI, H.; MACHIDA, T. A New Method to Eliminate AC Harmonic Currents by Magnetic Comensation – Considerations on Basic Design. *IEEE Transactions on PAS*, PAS-90, n. 5, 1971.
- SHYU, K.-K.; YANG, M.-J.; CHEN, Y.-M.; LIN, Y.-F. Model Reference Adaptive Control Design for a Shunt Active-Power-Filter System. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, v. 55, n. 1, p. 97–106, Jan. 2008.
- SINGH, B.; AL-HADDAD, K.; CHANDRA, A. A Review of Active Filters for Power Quality Improvement. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, v. 46, n. 5, p. 960–971, Oct 1999. ISSN 1557-9948.
- SLOTINE, J.-J. E.; LI, W. Composite adaptive control of robot manipulators. *Automatica*, v. 25, n. 4, p. 509–519, July 1989.

- SPIEGEL, M. R. *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*. [S.l.]: McGraw–Hill, 1968.
- SUN, J. A modified model reference adaptive control scheme for improved transient performance. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 38, n. 8, p. 1255–1259, Aug 1993. ISSN 0018-9286.
- SVENSSON, J. Synchronisation Methods for Grid–Connected Voltage Source Converters. *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings-*, v. 148, n. 3, p. 229–235, May 2001. ISSN 1350-2360.
- TAO, G. *Adaptive Control Design and Analysis*. New York: Wiley-Interscience, 2003. ISBN 0-471-27452-6.
- TEPPER, J.; DIXON, J.; VENEGAS, G.; MORÁN, L. A Simple Frequency–Independent Method for Calculating the Reactive and Harmonic Current in a Nonlinear Load. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, v. 43, n. 6, p. 647 –654, dec. 1996. ISSN 0278-0046.
- TSAI, M.-T.; LIN, C.-E.; TSAI, W.-I.; HUANG, C.-L. Design and implementation of a demand-side multifunction battery energy storage system. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, v. 42, n. 6, p. 642–652, Dec 1995. ISSN 0278-0046.
- VALDEZ, A.; ESCOBAR, G.; ORTEGA, R. An Adaptive Controller for the Shunt Active Filter Considering a Dynamic Load and the Line Impedance. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, v. 17, n. 2, p. 458 –464, march 2009. ISSN 1063-6536.
- YAN, L.; HSU, L.; COSTA, R. R.; LIZARRALDE, F. A variable Structure Model Reference Robust Control without a Prior Knowledge of High Frequency Gain Sign. *Automatica*, v. 44, p. 1036–1044, March 2008.

APÊNDICE A – FLUXOGRAMA PARA IMPLEMENTAÇÃO DIGITAL DO ALGORITMO ADAPTATIVO DISCRETO

Os algoritmos de controle RMRAC e VS–RMRAC para o caso discreto possuem diferenças maiores que no caso contínuo. Estas diferenças ocorrem quando da definição do sinal de aumento do erro. Este sinal é definido de modo distinto nos casos RMRAC e VS–RMRAC. A seguir são apresentadas as equações envolvidas na implementação destes algoritmos de controle.

Convencional: Para o controlador RMRAC convencional, o sinal de aumento e_2 é dado por

$$e_2(k) = -W_m(z) [\theta^T \omega] (k) + \theta^T(k) \zeta(k),$$

de onde é possível obter a seguinte expressão para o erro de estimação (ver Seção 3.3)

$$e_a(k) = \rho^* \phi^T(k) \zeta(k) + \tilde{\rho}(k) e_2(k).$$

A partir desta equação de erro pode-se derivar as expressões das leis de adaptação paramétrica para θ e ρ tal que todos os sinais na malha adaptativa são limitados e o erro e_a tende exponencialmente para zero. A estrutura do controlador é mostrada na Figura 31a.

Combinado: No caso do controlador combinado VS–RMRAC, o parâmetro θ_i no instante k é função do erro e_a no instante k , pois $\theta_i(k) = \theta_{id}(k) + \theta_{is}(k) e_a(k) \zeta_i(k) / (|e_a(k) \zeta_i(k)| + \delta)$, $i = 1, 2, \dots$. Deste modo, $e_a(k)$ não pode ser função de $\theta_i(k)$, pois isto iria tornar a equação não-causal. Entretanto, examinando a expressão para o erro aumentado utilizado na implementação do controlador RMRAC, observa-se que o sinal $e_2(k)$ é dado por $e_2(k) = -W_m(z) [\theta^T \omega] (k) +$

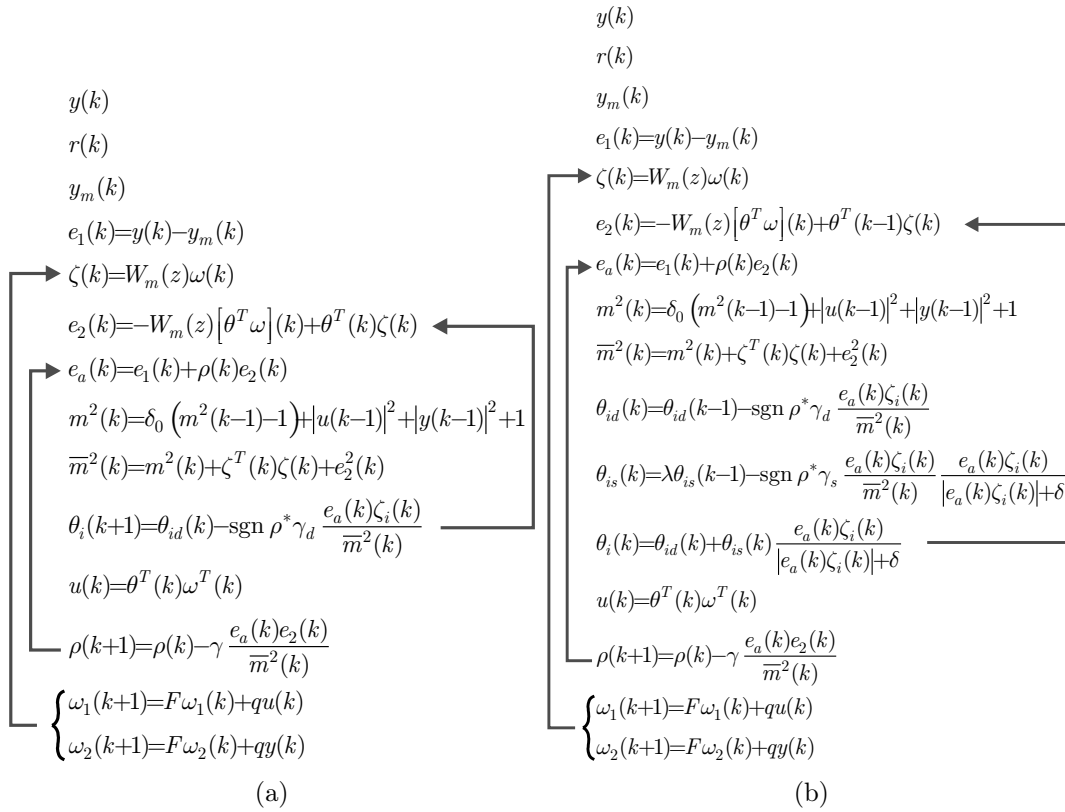


Figura 31: Sequência dos cálculos para implementação dos controladores (a) MRAC e (b) VS-RMRAC.

$\theta^T(k)\omega(k)$ e portanto $e_a(k)$ é função de $\theta(k)$, de modo que as equações utilizadas na implementação do RMRAC não podem ser aplicadas para o caso VS-RMRAC.

Para tornar o algoritmo VS-RMRAC causal, é necessário eliminar a dependência de $e_a(k)$ com respeito ao vetor de parâmetros $\theta(k)$. Para isto, é suficiente definir o sinal de aumento do erro $e_2(k)$ como sendo

$$e_2(k) \triangleq -W_m(z) [\theta^T \omega] (k) + \theta^T(k-1)\zeta(k)$$

Entretanto, esta modificação resulta na seguinte expressão para o erro de estimação

$$e_a(k) = \rho^* \phi^T(k-1)\zeta(k) + \tilde{\rho}(k)e_2(k),$$

de onde se obtém as leis de adaptação paramétrica para θ_{id} e θ_{is} da Figura 31b.

ANEXO A – DEFINIÇÕES MATEMÁTICAS E LEMAS UTILIZADOS NAS PROVAS DE ESTABILIDADE

A.1 Normas \mathcal{L}_p

Definição 1. Para qualquer sinal $x : \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}^p$, x_k denota o truncamento de x no intervalo $[0, k]$ e é definido como

$$x_k(i) = \begin{cases} x_k(i) & \text{se } i \leq k \\ 0 & \text{outro.} \end{cases}$$

Definição 2. Para qualquer sinal $x : \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}^p$, e para qualquer $\delta \in [0, 1]$, $k \geq 0$, $\|x_k\|_{2\delta}$ é definido como

$$\|x(k)\|_{2\delta} = \left(\sum_{i=0}^k \delta^{k-i} x^T(i)x(i) \right)^{1/2}.$$

Definição 3 ([Datta 1993, Definição 2.3]). Seja $H(z)$ uma matriz função de transferência própria e estável. Então

$$\|H(z)\|_{\infty} \triangleq \sup_{\omega \in [0, 2\pi]} \left\{ \lambda_{\max} [H^*(e^{j\omega})H^*(e^{j\omega})] \right\}^{1/2}$$

onde $\lambda_{\max}[\cdot]$ denota o maior (necessariamente real aqui) autovalor e $H^*(z)$ denota o conjugado transposto de $H(z)$. Também ¹

$$\|H(z)\|_2 \triangleq \left(\int_0^{2\pi} \text{tr} [H^*(e^{j\omega})H^*(e^{j\omega})] \frac{d\omega}{2\pi} \right)^{1/2}.$$

Definição 4 ([Datta 1993, Definição 2.4]). Seja $H(z)$ uma matriz função de transferência própria e analítica em $|z| \geq \sqrt{\delta}$ onde $0 < \delta \leq 1$. Então

$$\|H(z)\|_{\infty\delta} \triangleq \left\| H(\sqrt{\delta}z) \right\|_{\infty} \quad e \quad \|H(z)\|_{2\delta} \triangleq \left\| H(\sqrt{\delta}z) \right\|_2$$

¹tr[.] designa o traço da matriz.

Definição 5. Para qualquer sinal contínuo $x : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$, e para qualquer $\delta \geq 0, t \geq 0$, $\|x(t)\|_{2\delta}$ é definido como

$$\|x(t)\|_{2\delta} \triangleq \left(\int_0^t e^{-\delta(t-\tau)} [x^T(\tau)x(\tau)] d\tau \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Analogamente, para qualquer seqüência discreta $x : \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$, e para qualquer $\delta \in [0, 1], k \geq 0$, $\|x(k)\|_{2\delta}$ é definido como

$$\|x(k)\|_{2\delta} = \left(\sum_{n=0}^k \delta^{k-n} x^T(n)x(n) \right)^{\frac{1}{2}}.$$

A.2 Desigualdades Importantes

A.2.1 Desigualdade de Schwarz

Para quaisquer inteiros $\sigma > \tau \geq 0$ e funções escalares $f(k)$ e $g(k)$, têm-se que

$$\sum_{k=\tau}^{\sigma} |f(k)g(k)| \leq \sqrt{\sum_{k=\tau}^{\sigma} f^2(k)} \sqrt{\sum_{k=\tau}^{\sigma} g^2(k)}$$

Deste modo, se $f(k), g(k) \in \mathcal{L}_2$, então $f(k)g(k) \in \mathcal{L}_1$.

A.3 Lemas Utilizados nas Provas Matemáticas

Lema 6. Considere o sistema contínuo

$$y = H(s)u,$$

onde $H(s)$ é uma função de transferência estável e estritamente própria cujos pólos p_j satisfazem a relação

$$\delta_0 + \delta_2 \geq \min_j |\operatorname{Re}(p_j)|$$

e $u \leq |u| + |y| + m, \forall t \geq 0$. Então existe uma constante $c_1 > 0$ tal que

$$\frac{|z|}{m} \leq c_1 + \epsilon_t$$

onde ϵ_t é um termo que depende das condições iniciais do sistema e decai exponencialmente para zero a uma taxa maior ou igual a $e^{-\delta_0 t}$.

Demonstração. Ver [Ioannou e Tsakalis 1986, Apêndice B].

□

Lema 7 ([Jun-Ling e Xue-Jun 2007, Lema 2]). Se $u \in \mathcal{L}_{2e}$ e $H(z)$ é analítica em $|z| \geq 1$, então

$$\|y(k)\|_2 \leq \|H(z)\|_\infty \|u(k)\|_2$$

onde $\|H(z)\|_\infty = \sup_{\omega \in [0, 2\pi]} |H(e^{j\omega})|$.

Lema 8 (Swapping Lemma discreto). Seja ϕ e w do $\mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$. Se $W(z)$ for uma função de transferência própria e estável com realização mínima (A, b, c, d) , ($W(z) = c^T(zI - A)^{-1}b + d$), então, para qualquer $k = 0, 1, 2, \dots$

$$W(z)[\phi^T \omega](k) = \phi^T(k)W(z)[\omega](k) + W_c(z) \left[(W_b(z)[\omega^T])[\Delta\phi](k) \right], \quad (\text{A.1})$$

onde $W_b(z) = (zI - A)^{-1}b$, $W_c(z) = -c^T z (zI - A)^{-1}$ e $\Delta\phi(k) = \phi(k) - \phi(k - 1)$.

Demonstração. A prova pode ser obtida escrevendo $W(z)[\phi^T \omega]$ como uma convolução discreta e utilizando a fórmula de soma por partes [Rudin 1964].

□

Lema 9. Considere a planta LTI discreta

$$y(k) = H(z)u(k)$$

onde $H(z)$ é uma função de transferência racional sendo que z denota a transformada- \mathcal{Z} . Se $H(z)$ é analítica para $|z| > \sqrt{\delta}$, $\delta \in (0, 1]$ e $u \in \mathcal{L}_{2e}$, então

$$\|y(k)\|_{2\delta} \leq \|H(z)\|_{\infty\delta} \|u(k)\|_{2\delta}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{A.2})$$

Além disso, se $H(z)$ for estritamente própria, então

$$|y(k)| \leq \|zH(z)\|_{2\delta} \|u(k - 1)\|_{2\delta} \quad (\text{A.3})$$

onde $\|H(z)\|_{\infty\delta} = \sup_{\omega \in [0, 2\pi]} \left| H(\sqrt{\delta}e^{j\omega}) \right|$ e $\|zH(z)\|_{2\delta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\int_0^{2\pi} \left| \sqrt{\delta}e^{j\omega} H(\sqrt{\delta}e^{j\omega}) \right|^2 d\omega \right)^{1/2}$.

Demonstração. A prova é dada segundo [Jun-Ling e Xue-Jun 2007, pag.1051]. Para um sistema LTI de tempo discreto, a função de transferência $H(z)$ pode ser representada pela sua resposta ao impulso $h(k)$ (transformada- \mathcal{Z} inversa de $H(z)$)

$$y(k) = \sum_{i=0}^k h(k - i) u(i)$$

Definindo $y_\delta(k) = \delta^{-k/2}y(k)$, $h_\delta(k) = \delta^{-k/2}h(k)$ e $u_\delta(k) = \delta^{-k/2}u(k)$, de y_δ resulta

$$\begin{aligned} y_\delta(k) &= \delta^{-k/2}y(k) \\ &= \delta^{-k/2} \left(\sum_{i=0}^k h(k-i) u(i) \right) \\ &= \sum_{i=0}^k \delta^{-(k-i)/2} h(k-i) \delta^{-i/2} u(i) \\ &= h_\delta(k) * u_\delta(k). \end{aligned}$$

Da definição da transformada- \mathcal{Z} têm-se que $H_\delta(z) = \sum_{k=0}^{\infty} h_\delta(k) z^{-k}$. Substituindo $h_\delta(k) = \delta^{-k/2}h(k)$ resulta $H_\delta(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta^{-k/2}h(k) z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} h(k) (\sqrt{\delta}z)^{-k} = H(\sqrt{\delta}z)$. Uma vez que $H(z)$ é analítica em $|z| \geq \sqrt{\delta}$ implica que $H_\delta(z)$ é analítica para $|z| \geq 1$.

Sendo $u \in \mathcal{L}_{2e}$ implica que $u_\delta \in \mathcal{L}_{2e}$ e do Lema 7,

$$\|y_\delta(k)\|_2 \leq \|H_\delta(z)\|_\infty \|u_\delta(k)\|_2 = \left\| H(\sqrt{\delta}z) \right\|_\infty \|u_\delta(k)\|_2. \quad (\text{A.4})$$

Da definição de $\|\cdot\|_2$ segue que $\|y_\delta(k)\|_2 = \left(\sum_{i=0}^k |y_\delta(i)|^2 \right)^{1/2} = \left(\sum_{i=0}^k \delta^{-i} |y(i)|^2 \right)^{1/2} = \delta^{-k/2} \|y(k)\|_{2\delta}$ e da mesma forma $\|u_\delta(k)\|_2 = \delta^{-k/2} \|u(k)\|_{2\delta}$. Além disso $\left\| H(\sqrt{\delta}z) \right\|_\infty = \sup_{\omega \in [0, 2\pi]} \left| H(\sqrt{\delta}e^{j\omega}) \right| = \|H(z)\|_{\infty\delta}$ e de (A.4) segue (A.2).

Para a prova de (A.3) e dado que $H(z)$ é uma função de transferência estritamente própria, $H(z)z$ é ao menos própria. Definindo $H(z)z$ como sendo a transformada- \mathcal{Z} de $h_1(k)$ têm-se que

$$\begin{aligned} |y(k)| &= |H(z)zu(k-1)| = \left| \sum_{i=0}^{k-1} h_1(k-i-1)u(i) \right| \\ &\leq \sum_{i=0}^{k-1} \delta^{-\frac{k-i-1}{2}} |h_1(k-i-1)| \delta^{\frac{k-i-1}{2}} |u(i)|. \end{aligned}$$

A partir desta desigualdade, do fato de que $\delta|h_1(k-i-1)| = |h_1(k-i)|$ e aplicando a Desigualdade de Schwartz [Tao 2003, pag. 88] resulta

$$\begin{aligned} |y(k)| &\leq \left(\sum_{i=0}^{k-1} \delta^{-(k-i)} \delta |h_1(k-i-1)|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left(\sum_{i=0}^{k-1} \delta^{k-i-1} |u(i)|^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \\ &\left(\sum_{i=0}^{\infty} \left| \delta^{-\frac{k-i}{2}} h_1(k-i) \right|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \|u(k-1)\|_{2\delta} \end{aligned}$$

Do Teorema de Parseval [Oppenheim, Schafer e Buck 1998], o somatório pode ser

reescrito como

$$\sum_{i=0}^{\infty} \left| \delta^{-\frac{k-i}{2}} h_1(k-i) \right|^2 = \sum_{t=-\infty}^k \left| \delta^{-\frac{t}{2}} h_1(t) \right|^2 = \sum_{t=k}^{-\infty} |h_{1\delta}(t)|^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\pi}^{\pi} |H_{1\delta}(e^{j\omega})|^2$$

e desde que $H_{1\delta}(e^{j\omega}) = H_1(\sqrt{\delta}e^{j\omega}) = \sqrt{\delta}e^{j\omega} H(\sqrt{\delta}e^{j\omega})$ obtém-se

$$|y(k)| \leq \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\pi}^{\pi} \left| \sqrt{\delta}e^{j\omega} H(\sqrt{\delta}e^{j\omega}) \right|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \|u(k-1)\|_{2\delta}$$

concluindo a prova. □

Lema 10 (Desigualdade de Bellman-Growth para sistemas de tempo discreto).

Sejam as seqüências reais $u(k)$, $f(k)$, $h(k)$ e

$$h(k) > 0 \quad \forall k \in \mathbb{Z}^+. \quad (\text{A.5})$$

Se

$$u(k) \leq f(k) + \sum_{i=0}^{k-1} h(i)u(i), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{A.6})$$

então

$$u(k) \leq f(k) + \sum_{i=0}^{k-1} \left[\left(\prod_{j=i+1}^{k-1} (1 + h(j)) \right) h(i)f(i) \right], \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{A.7})$$

onde $\prod_{j=i+1}^{k-1} (1 + h(j)) = 1$ quando $i = k - 1$.

Demonstração. A prova é dada segundo [Desoer e Vidyasagar 1975]. Avaliando a expressão (A.7) para $k = 0, 1, 2, \dots$, a partir (A.6) e de (A.5) resulta que

$$\begin{aligned} u(1) &\leq f(1) + h(0)f(0) \\ u(2) &\leq f(2) + (1 + h(1))h(0)f(0) + h(1)f(1) \\ u(3) &\leq f(3) + (1 + h(1))(1 + h(2))h(0)f(0) + (1 + h(2))h(1)f(1) + h(2)f(2) \end{aligned}$$

A prova de (A.7) pode então ser obtida por indução matemática. □

Lema 11. Se $u \in \mathcal{L}(\mu)$ para algum $\mu \geq 0$, então $\forall \delta \in [0, 1)$, $\|u(k)\|_2^\delta \in \mathcal{L}_\infty$.

Demonstração. A prova é obtida a partir da seguinte análise

$$\begin{aligned} (\|u(k)\|_2^\delta)^2 &\triangleq \left(\sum_{n=0}^k \delta^{k-n} |u(n)|^2 \right) \leq \delta^k \sum_{n=0}^k \delta^{-n} |u(n)|^2 \\ &\leq \delta^k \sum_{n=0}^k \delta^{-n} (\mu + c) \leq \frac{\mu + c}{1 - \delta} < \infty, \end{aligned}$$

onde c é uma constante positiva.

□

ANEXO B - INFLUÊNCIA DO TIPO DE CARGA NO DESEMPENHO DE COMPENSAÇÃO DE FAP'S PARALELO

O desempenho de um FAP é altamente dependente do tipo de carga conectada na rede elétrica. A Figura 32a mostra o diagrama representativo de um FAP paralelo conectado numa rede elétrica com a presença de cargas do tipo fonte de corrente (Figura 32a) e do tipo fonte de tensão (Figura 32b).

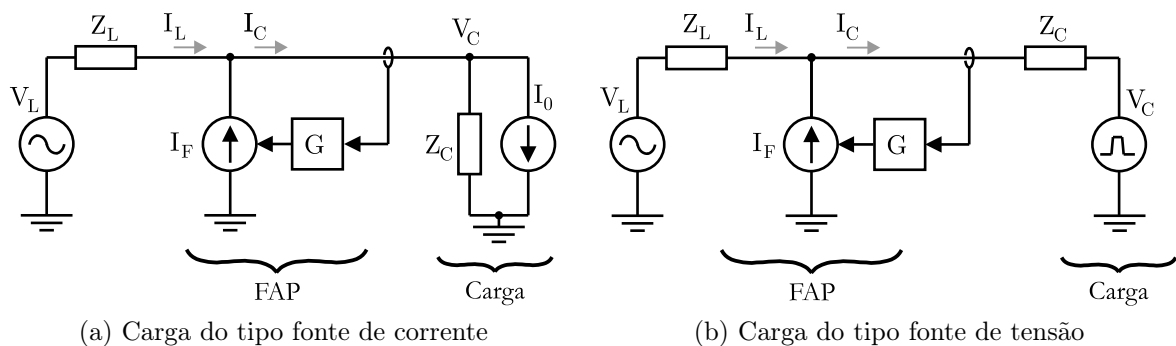


Figura 32: Diagrama unifilar FAP paralelo compensando os dois tipos de fontes harmônicas existentes.

O desempenho de compensação depende fortemente do tipo de carga a ser compensada. A seguir é apresentada uma análise do desempenho de FAP's paralelos quando as cargas são do tipo fonte de corrente e de tensão, respectivamente. Para maiores detalhes ver [Peng 2001].

B.1 Compensação de harmônicos de uma carga do tipo fonte de corrente

Neste caso obtém-se as seguintes equações para o circuito da Figura 32a:

$$I_F = GI_C \quad (\text{B.1})$$

$$I_L = \frac{Z_C}{Z_L + \frac{Z_C}{1-G}} I_0 + \frac{V_L}{Z_L + \frac{Z_C}{1-G}} \quad (\text{B.2})$$

$$I_C = \frac{\frac{Z_C}{1-G}}{Z_L + \frac{Z_C}{1-G}} I_0 + \frac{1}{1-G} \frac{V_L}{Z_L + \frac{Z_C}{1-G}} \quad (\text{B.3})$$

Para compensação de harmônicos, se a condição ¹

$$\left| \frac{Z_C}{1-G} \right|_h \gg |Z_L|_h \quad (\text{B.4})$$

é satisfeita, de (B.1) resultam

$$I_F = GI_{C_h} \quad (\text{B.5})$$

$$I_{L_h} \approx (1-G) I_{0_h} + (1-G) \frac{V_{L_h}}{Z_C} \approx 0 \quad (\text{B.6})$$

$$I_{C_h} = I_{0_h} + \frac{V_{L_h}}{Z_C} \quad (\text{B.7})$$

Como $(1-G)_h \approx 0$, têm-se $I_{L_h} \approx 0$ e por conseguinte a corrente de linha é senoidal. Deste modo (B.4) é a condição de operação necessária para que o filtro paralelo compense as harmônicas de carga. Entretanto pode-se notar que apenas G pode ser projetado, uma vez que Z_L e Z_C dependem do sistema.

Para uma carga do tipo fonte de corrente pura, $Z_C \gg Z_L$ e de (B.2) resulta

$$\frac{I_L}{I_0} = (1-G) \quad (\text{B.8})$$

sendo que $|1-G|_h \ll 1$. De (B.8) pode-se concluir que a compensação do FAP paralelo é independente da impedância de linha Z_L se $|Z_C| \gg |Z_L|$, revelando uma característica superior em relação aos filtros passivos. Em geral, $|1-G|_h = 0,1 \approx 0,3$ de modo que a taxa de compensação de harmônicos dada por $(1 - |I_L/I_0|) 100\% = 90 \sim 70\%$.

Se algum filtro passivo sintonizado ou banco capacitivo para correção do fator de potência for instalado em paralelo com a carga, a impedância Z_C pode assumir valores muito baixos para harmônicos e a condição $|Z_C| \gg |Z_L|$ não será mais satisfeita. Somado

¹O subíndice h denota a componente harmônica.

a isto, de (B.7) conclui-se que a corrente fluindo pela impedância paralela é dada por

$$I_{C_h} - I_{0_h} = \frac{V_{L_h}}{Z_C}$$

de modo que quanto maior o conteúdo harmônico de V_L , maior será a corrente fluindo por filtros passivos paralelos.

B.2 Compensação de harmônicos de uma carga do tipo fonte de tensão

A partir do circuito da Figura 32b, as seguintes equações podem ser obtidas:

$$I_F = GI_C \tag{B.9}$$

$$I_L = \frac{V_L - V_C}{Z_L + \frac{Z_C}{1-G}} \tag{B.10}$$

$$I_C = \frac{1}{1-G} \frac{V_L - V_C}{Z_L + \frac{Z_C}{1-G}} = \frac{V_L - V_C}{(1-G)Z_L + Z_C} \tag{B.11}$$

Para compensação de harmônicos, se a condição

$$\left| Z_L + \frac{Z_C}{1-G} \right|_h \gg 1\text{PU} \tag{B.12}$$

é satisfeita, de (B.9) resultam

$$I_F = I_{C_h} \tag{B.13}$$

$$I_{L_h} \approx 0 \tag{B.14}$$

$$I_{C_h} = \frac{V_{L_h} - V_{C_h}}{Z_C} \tag{B.15}$$

Entretanto, no caso de uma carga do tipo fonte de tensão, Z_C possui geralmente uma baixa impedância enquanto que apenas a impedância de linha Z_L não é capaz de satisfazer a condição de operação (B.12), já que seu valor é normalmente menor que 10% (0,1 PU).

O efeito do FAP paralelo é anular o efeito da impedância de rede como pode ser concluído de (B.15). Esta relação também demonstra que a corrente de compensação $I_F = I_{C_h}$ irá fluir para a carga, bem como harmônicas de tensão V_{L_h} também podem causar altas correntes de carga, principalmente para valores baixos de Z_C .