

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

**DERIVAÇÃO DE COEFICIENTES DE DIFUSÃO TURBULENTA EM
CONDIÇÕES DE VENTO NORTE: APLICAÇÃO EM UM MODELO
ANALÍTICO EULERIANO DE DISPERSÃO DE POLUENTES**

TESE DE DOUTORADO

Ivan Paulo Marques Alves

**Santa Maria, RS, Brasil
2012**

DERIVAÇÃO DE COEFICIENTES DE DIFUSÃO TURBULENTA EM CONDIÇÕES DE VENTO NORTE: APLICAÇÃO EM UM MODELO ANALÍTICO EULERIANO DE DISPERSÃO DE POLUENTES

por

Ivan Paulo Marques Alves

Tese apresentada ao Curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Física, Concentração em Áreas Clássicas da Fenomenologia e Suas Aplicações, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Doutor em Física.**

Orientador: Prof. Dr. Osvaldo Luiz Leal de Moraes
Co-Orientador: Prof. Dr. Gervásio Annes Degrazia

Santa Maria, RS, Brasil.
2012

**Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Ciências Naturais e Exatas
Programa de Pós-Graduação em Física**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Tese de Doutorado

**DERIVAÇÃO DE COEFICIENTES DE DIFUSÃO TURBULENTA EM
CONDIÇÕES DE VENTO NORTE: APLICAÇÃO EM UM MODELO
ANALÍTICO EULERIANO DE DISPERSÃO DE POLUENTES**

elaborada por
Ivan Paulo Marques Alves

como requisito parcial para obtenção do grau de
Doutor em Física

COMISSÃO EXAMINADORA:

**Dr. Osvaldo Luiz Leal de
Moraes**

UFSM - (Presidente/Orientador)

Dr. Gervásio Annes Degrazia

UFSM – (Co-orientador)

**Dr. Marco Túllio Menna Barreto de
Vilhena**
(UFRGS)

Dra. Daniela Buske
(UFPeI)

Dra. Débora Regina Roberti
(UFSM)

Santa Maria, 15 de junho de 2012

AGRADECIMENTOS

Ao grande amigo e irmão, Prof. Dr. Gervásio Annes Degrazia, pela orientação com motivação, inspiração e muito talento. Pela forma especial e incansável com que conduziu o trabalho, parceiro em todos os momentos. Obrigado pela amizade.

Ao grande amigo, Prof. Dr. Osvaldo Luiz Leal de Moraes, pela oportunidade e orientação, por acreditar que teríamos sucesso em nosso trabalho. Obrigado pela amizade.

Ao Diego Silva dos Santos, neto do meu saudoso tio Osvaldo Marques da Silva, pelo apoio na programação computacional, sem o qual este trabalho não seria possível.

À Profa. Dra. Daniela Buske, pela imprescindível participação, sempre disponível e competente, na elaboração da Tese e nas bancas do exame de qualificação e defesa da Tese.

Ao grande Prof. Dr. Marco Túllio Menna Barreto de Vilhena pela ajuda e incentivo em todo o trabalho e participação nas bancas do exame de qualificação e defesa da Tese.

Aos professores: Dr. Otavio Costa Acevedo, Dra. Débora Regina Roberti e Dr. Vagner Anabor, pelas contribuições no texto e nas bancas do exame de qualificação e defesa de Tese.

A meus pais Seu Wantuil e Dona Lela, pelo exemplo de trabalho e honestidade.

À Marthinha, pelo apoio e compreensão nas minhas ausências.

À minha filha Silvana e Bruno, obrigado pela ajuda, tolerância e por acreditarem.

Meus sinceros e especiais agradecimentos à minha Profa Maria Odemira Pereira de Oliveira, que me ensinou as primeiras letras e os primeiros números, a ela dedico este Trabalho.

Aquele que, incondicionalmente, recebe-me com muita alegria, meu grande amigo Lupi.

Ao Joaquim de J. Dutra de Almeida, meu professor de física na EENSA, que me indicou o caminho de Santa Maria, e ao Prof. Irajá Gervásio Lemos pelo exemplo de vida.

Aos Professores: Odilon A. M. do Canto, Claudio de O. Graça e Reginaldo R. Caetano, os primeiros e sempre lembrados, professores do Curso de Física, meus agradecimentos pelos ensinamentos e exemplos.

Pelo incentivo e ajuda, agradeço ao Shelp, Paulo Guimarães, Magnago, Celso e demais colegas.

Ao Giuliano de Marco, Marcio Pinheiro e demais colegas, pela parceria, tanto nas disciplinas como na condução do trabalho.

À colega Silvana Maldaner, pela disponibilidade e competência na estrutura e formatação do artigo.

Aos meus amigos Walter e Washington, fiéis irmãos, pela companhia durante as intermináveis horas de estudo.

À Márcia e ao Osmar, pelo apoio técnico na formatação e apresentação do trabalho.

À Saionara, responsável pela secretaria do Programa de Pós-Graduação, pelo auxílio na condução administrativa de todo o processo.

À querida Profa. Maria Odemira Pereira de Oliveira.

RESUMO

Tese de Doutorado
Programa de Pós-Graduação em Física
Universidade Federal de Santa Maria

DERIVAÇÃO DE COEFICIENTES DE DIFUSÃO TURBULENTA EM CONDIÇÕES DE VENTO NORTE: APLICAÇÃO EM UM MODELO ANALÍTICO EULERIANO DE DISPERSÃO DE POLUENTES

AUTOR: IVAN PAULO MARQUES ALVES

ORIENTADOR: PROF. DR. OSVALDO LUIZ LEAL DE MORAES

CO-ORIENTADOR: PROF. DR. GERVÁSIO ANNES DEGRAZIA

Data e Local da Defesa: Santa Maria, 15 de junho de 2012.

A equação de difusão-advecção tem sido amplamente utilizada em modelos de poluição do ar para simular as concentrações médias de contaminantes na camada limite planetária (CLP). Portanto, seguindo uma formulação Euleriana, é possível construir um modelo teórico de dispersão de uma fonte pontual contínua a partir de um limite adequado, de condições iniciais e do conhecimento da velocidade média do vento e dos fluxos turbulentos de concentração. A escolha de uma parametrização apropriada para estes fluxos desempenha um papel importante em modelos de dispersão e de qualidade do ar que se baseiam na equação de difusão-advecção. Como consequência, muitas das pesquisas em dispersão turbulenta estão relacionadas com a especificação destes fluxos. A aproximação mais comumente usada para fechar a equação de difusão-advecção relaciona os fluxos turbulentos de concentração com os gradientes de concentração média através do uso de coeficientes de difusão. Estes carregam em si a estrutura física do fenômeno de transporte turbulento. Para uma fonte pontual contínua, tais coeficientes podem variar espacialmente e temporalmente ao longo da viagem dos contaminantes. A teoria de difusão estatística de Taylor (1921) determina que a dispersão turbulenta dependa da distância de uma fonte pontual contínua. Na proximidade da fonte, as partículas de fluido mantêm a memória do seu ambiente inicial turbulento. Para longos tempos de viagem, essa memória se perde, e o movimento das partículas segue apenas as propriedades locais de turbulência (BATCHELOR, 1949). O objetivo deste estudo é apresentar uma nova formulação para os coeficientes de difusão assintóticos e em função da distância da fonte para turbulência não-homogênea. A proposição se baseia em expressões dos espectros de energia cinética turbulenta e na teoria da difusão estatística. Estes coeficientes de difusão função da posição, derivados de condições neutras, são descritos por uma formulação complexa integral que deve ser resolvida numericamente. Um objetivo adicional neste trabalho é a derivação de uma expressão algébrica simples para os coeficientes de difusão, em função das propriedades da turbulência (turbulência não-homogênea) e da distância da fonte. A hipótese a ser testada neste estudo é se a formulação complexa integral para os coeficientes de difusão pode ser substituída por uma simples solução algébrica. Para investigar a influência do efeito de memória no processo de dispersão turbulenta, a difusividade vertical é avaliada em função da distância da fonte contra o seu limite assintótico. Para tanto, se utiliza um modelo Euleriano de poluição do ar cujos resultados são comparados com experimentos de dispersão atmosférica que foram realizados em condições de vento forte.

Palavras-chave: Coeficientes de difusão turbulenta. Dispersão turbulenta. Teoria de difusão estatística de Taylor.

ABSTRACT

Tese de Doutorado
Programa de Pós-Graduação em Física
Universidade Federal de Santa Maria

DERIVATION OF TURBULENT DIFFUSION COEFFICIENTS IN NORTH WIND CONDITIONS: APPLICATION IN AN ANALYTICAL MODEL OF DISPERSION OF POLLUTANTS EULERIAN

AUTHOR: IVAN PAULO MARQUES ALVES
ADVISOR: PROF. DR. OSVALDO LUIZ LEAL DE MORAES
Co-advisor: PROF. DR. GERVÁSIO ANNES DEGRAZIA
Defense Place and Date: Santa Maria, June 15, 2012.

The advection-diffusion equation has been extensively used in air pollution models to simulate mean contaminant concentrations in the planetary boundary layer (PBL). Therefore, in a Eulerian framework, it is possible to theoretically model the dispersion from a continuous point source, given adequate boundary and initial conditions and the knowledge of the mean wind velocity and turbulent concentration fluxes. The choice of an appropriate parameterization for such fluxes plays an important role in the performance of air quality dispersion models based on the advection-diffusion equation. As a consequence, much of the turbulent dispersion research is associated with the specification of these fluxes. The most commonly used approximation for closing the advection-diffusion equation is to relate the turbulent concentration fluxes to mean concentration gradients through the use of eddy diffusivities, which carry within them the physical structure of the turbulent transport phenomenon. For a continuous point source the eddy diffusivities may vary spatially and temporally along the contaminant travel time. Taylor's statistical diffusion theory (1921) determines that the turbulent dispersion depends on the distance from a continuous point source. In the proximity of the source, the fluid particles tend to preserve the memory from their initial turbulent environment. For long travel times, this memory is lost, and the motion of the particles depends only on the local turbulence properties (BATCHELOR, 1949). The aim of the present study is to present a new formulation for the eddy diffusivities in terms of the distance from the source in an inhomogeneous, shear-generated turbulence. The proposition is based on expressions for the turbulent velocity spectra and the statistical diffusion theory. These eddy diffusivities, derived for neutral conditions are described by a complex integral formulation that must be numerically solved. An additional aim of this work is to obtain a simple algebraic expression for the eddy diffusivities in a neutral PBL as a function of the turbulence properties (inhomogeneous turbulence) and the distance from the source. Therefore, the hypothesis to be tested in this study is whether the complex integral formulation for eddy diffusivities can be expressed (substituted) by a simpler algebraic expression. Finally, to investigate the influence of the memory effect in the turbulent dispersion process, a vertical eddy diffusivity is evaluated as a function of the distance from the source against its asymptotic limit employing an Eulerian air pollution model and atmospheric dispersion experiments that were carried out in strong wind conditions.

Key words: Eddy diffusivities. Turbulent dispersion. Taylor's statistical diffusion theory.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Estrutura da CLP. Adaptada de Stull, 1988.....	19
Figura 2.2 - Forma característica de um espectro de energia cinética para uma turbulência bem desenvolvida. Adaptada de Medeiros, (2005).....	34
Figura 3.1 - Perfil vertical do coeficiente de difusão turbulenta, assintótico conforme a expressão (85).....	46
Figura 3.2 - Perfil vertical do coeficiente de difusão turbulenta, assintótico, conforme a expressão (87).....	47
Figura 3.3 - Perfil vertical do coeficiente de difusão turbulenta, assintótico, conforme a expressão (89).....	47
Figura 3.4 - Gráfico comparativo dos coeficientes de difusão turbulenta, $K_x/(u_*)_0 h$, com formulação integral versus a distância adimensional X' para a direção x , conforme a expressão (106).....	51
Figura 3.5 - Gráfico comparativo dos coeficientes de difusão turbulenta, $K_y/(u_*)_0 h$, com formulação integral versus a distância adimensional X' para a direção y conforme a expressão (107).....	51
Figura 3.6 - Gráfico comparativo dos coeficientes de difusão turbulenta, $K_z/(u_*)_0 h$, com formulação integral versus a distância adimensional X' para a direção z conforme a expressão (108).....	52
Figura 3.7 - Gráfico comparativo dos coeficientes de difusão turbulenta, $K_x/(u_*)_0 h$, com formulação algébrica versus a distância adimensional X' para a direção x conforme a expressão (116).....	55
Figura 3.8 - Gráfico comparativo dos coeficientes de difusão turbulenta, $K_y/(u_*)_0 h$, com formulação algébrica versus a distância adimensional X' para a direção y conforme a expressão (117).....	56
Figura 3.9 - Gráfico comparativo dos coeficientes de difusão turbulenta, $K_z/(u_*)_0 h$, com formulação algébrica versus a distância adimensional X' para a direção z conforme a expressão (118).....	56

Figura 3.10 - Comparação gráfica entre os coeficientes de difusão turbulenta, $K_z/(u_*)_0 h$, versus a distância adimensional, X' , que são derivados pelos métodos integral e algébrico para a direção z e $z/h=0,25$ em escalas lineares, conforme as expressões (108) e (118) respectivamente.....	57
Figura 3.11 - Comparação gráfica entre os coeficientes de difusão turbulenta, $K_z/(u_*)_0 h$, versus a distância adimensional X' , que são derivados pelos métodos integral e algébrico para a direção z e $z/h=0,25$ em escalas logarítmicas, conforme as expressões (108) e (118) respectivamente.....	57
Figura 3.12 - Comparação gráfica entre os coeficientes de difusão turbulenta, $K_z/(u_*)_0 h$, versus a distância adimensional X' , que são derivados pelos métodos integral e algébrico para a direção z e $z/h=0,50$ em escalas lineares, conforme as expressões (108) e (118) respectivamente.....	58
Figura 3.13 - Comparação gráfica entre os coeficientes de difusão turbulenta, $K_z/(u_*)_0 h$, versus a distância adimensional X' , que são derivados pelos métodos integral e algébrico para a direção z e $z/h=0,50$ em escalas logarítmicas, conforme as expressões (108) e (118) respectivamente.....	58
Figura 3.14 - Comparação gráfica entre os coeficientes de difusão turbulenta, $K_z/(u_*)_0 h$, versus a distância adimensional X' , que são derivados pelos métodos integral e algébrico para a direção z e $z/h=0,75$ em escalas lineares, conforme as expressões (108) e (118) respectivamente.....	59
Figura 3.15 - Comparação gráfica entre os coeficientes de difusão turbulenta, $K_z/(u_*)_0 h$, versus a distância adimensional X' , que são derivados pelos métodos integral e algébrico para a direção z e $z/h=0,75$ em escalas logarítmicas, conforme as expressões (108) e (118) respectivamente.....	59
Figura 3.16 - Gráficos dos coeficientes de difusão turbulenta, $K_z/(u_*)_0 h$, derivados pelos métodos integral e algébrico, para a direção z , versus z/h com a distância adimensional, X' , igual, a 0,1, 0,3 e 7,0 nas expressões (108) e (118) respectivamente e assintóticos expressão (89).....	60
Figura 4.1 - Gráfico de espalhamento dos dados observados experimentalmente de concentração (C_o) em comparação com os resultados do modelo (C_p).....	68

LISTA DE TABELAS

- Tabela 4.1 - Valores dos parâmetros micrometeorológicos e das concentrações, selecionados, do experimento de Prairie Grass . Os valores de \bar{u} e $(u_*)_0$ na tabela, apresentam magnitudes características de uma CLP dominada pela turbulência mecânica (GARRAT,1992). As concentrações simuladas pelo método GILTT estão na segunda linha e terceira linha de cada super-linha..... 65
- Tabela 4.2 - Avaliação estatística do modelo em condições de vento norte..... 66

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CLP	Camada limite planetária
CI	Camada interfacial
CLC	Camada limite convectiva
CLE	Camada limite estável
CLS	Camada limite superficial
CM	Camada de mistura
CR	Camada residual
EC	Energia cinética
GILTT	Generalized integral Laplace transform technique
PF	Partícula de fluido
TDC	Turbulência desenvolvida completamente
TDET	Teoria da difusão estatística de Taylor

LISTA DE SÍMBOLOS

$A, B, \alpha, \beta, \gamma$	constantes associadas ao espectro de energia cinética
\bar{c}	concentração média de contaminantes
C_0	constante de Kolmogorov
D_{Lv}	função estrutura Lagrangeana
$E_i(k)$	espectro de energia cinética turbulenta unidimensional em função do número de ondas
f	frequência reduzida
f_c	parâmetro de Coriolis
$(f_m)_i$	frequência de pico espectral mecânico
$(f_m)_{0i}$	frequência de pico espectral mecânico na superfície
$F_{Li}(n)$	espectro de energia cinética Lagrangeano normalizado pela variância da velocidade
g	aceleração da gravidade
G	velocidade do vento geostrófico
H_s	altura da fonte
l_∞	escala de comprimento assintótica
k	número de ondas
K_α	coeficiente de difusão turbulenta generalizado
K_x, K_y, K_z	coeficientes de difusão para as direções x, y e z, respectivamente
L	escala de comprimento de Monin-Obukhov
L_{Li}	escala de comprimento Lagrangeana
n	frequência em Hertz

Q	taxa de emissão de contaminantes
Re	número de Reynolds
$R_{Li}(\tau)$	função de autocorrelação Lagrangeana
S	termo da fonte na Equação de difusão-advecção.
$S_{Li}(n)$	densidade espectral em função da frequência n
$S_i^E(n)$	espectro de energia cinética unidimensional em função da frequência n
$S_i(n)$	espectro de energia cinética unidimensional mecânico em função da frequência n
T	período de uma oscilação senoidal
T_{Li}	escala de tempo integral Lagrangeana
U	componente da velocidade longitudinal média do vento
$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$	componentes médias da velocidade
u_*	velocidade de atrito
$(u_*)_0$	velocidade de atrito superficial
$\overline{u'c'}, \overline{v'c'}, \overline{w'c'}$	representam os fluxos turbulentos de contaminantes nas direções longitudinal, lateral e vertical, respectivamente
$v_i(t)$	componente arbitrária da velocidade turbulenta, com $i = u, v, w$.
w_*	escala de velocidade convectiva
$\overline{(w'\theta')}_0$	fluxo de calor cinemático superficial
X'	distância adimensional da fonte
$X_i(t)$	posição em um tempo t
z	altura acima da superfície
z_0	rugosidade do terreno

z_i	altura da inversão acima da superfície
z_i/w_*	escala de tempo convectiva
α_i	constantes para a condição de isotropia
β	razão entre as escalas de tempo integral Lagrangeana e Euleriana
β_0	cte. associada ao espectro turbulento Lagrangeano no subintervalo inercial
$\delta(g)$	função delta de Dirac
Λ	escala de comprimento local de Monin-Obuhkov.
ε	coeficiente de dissipação da energia cinética turbulenta
η	micro escala de Kolmogorov
θ	temperatura potencial
κ	constante de von-Karman
ν	viscosidade cinemática
$\rho_{li}(\tau)$	coeficiente de autocorrelação Lagrangeano
σ_y	parâmetro de dispersão lateral
σ_z	parâmetro de dispersão vertical
σ_v	desvio padrão da velocidade lateral turbulenta
σ_i^2	variância da velocidade turbulenta
τ	diferença de tempo $t - t'$
Φ_ε	função dissipação adimensional de energia cinética na camada superficial associada ao forçante mecânico
$\Phi_{Li}(\omega)$	função densidade espectral de energia
ψ_m	função estabilidade expressa em termos das relações de Businger
ω	freqüência angular em rad/s

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	16
2 CAMADA LIMITE PLANETÁRIA.....	19
2.1 Estrutura da camada limite planetária.....	19
2.2 Tópicos especiais em turbulência na CLP.....	21
2.2.1 Considerações iniciais.....	21
2.2.2 Teoria da difusão estatística de Taylor (TDET).....	22
2.2.3 Teorema de Taylor do ponto de vista de uma representação espectral.....	25
2.2.4 Aplicações do modelo de Taylor na derivação de uma forma funcional para o coeficiente de dissipação da energia turbulenta.....	29
2.2.5 Escalas típicas das velocidades turbulentas e de comprimento.....	34
3 TURBULÊNCIA MECÂNICA NA CAMADA LIMITE PLANETÁRIA.....	36
3.1 Espectro turbulento mecânico.....	36
3.2 Coeficientes de difusão turbulenta assintóticos para uma turbulência gerada por efeitos mecânicos.....	41
3.2.1 Coeficientes de difusão turbulenta, assintóticos, para o vento norte.....	44
3.3 Coeficientes de difusão turbulenta função da posição, para regiões próximas à fonte, com formulação integral.....	48
3.3.1 Coeficientes de difusão turbulenta função da posição, para regiões próximas à fonte, com formulação integral, para o vento norte.....	50
3.4 Coeficientes de difusão turbulenta função da posição para regiões próximas à fonte, com formulação algébrica.....	52
3.4.1 Coeficientes de difusão turbulenta função da posição para regiões próximas à fonte, com formulação algébrica, para o vento norte.....	54
3.5 Comparação entre os coeficientes de difusão turbulenta , do vento norte, obtidos por formulação integral e algébrica.....	57

4 APLICAÇÃO DOS COEFICIENTES DE DIFUSÃO EM UM MODELO ANALÍTICO PARA A DISPERSÃO DE CONTAMINANTES: COMPARAÇÃO ENTRE CONCENTRAÇÕES OBSERVADAS E SIMULADAS.....	61
4.1 Modelo analítico.....	61
4.2 Experimento de Prairie Grass.....	64
4.3 Validação do modelo.....	66
5 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	69
REFERÊNCIAS.....	71

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas vem aumentando a preocupação do homem com a emissão de contaminantes na atmosfera. A liberação na atmosfera de contaminantes de origem antropogênica representa um problema complexo em nossa sociedade industrial moderna. Enquanto os níveis de poluição de origem antropogênica apresentam contínuos aumentos a poluição atmosférica provocada por efeitos naturais pode ser considerada constante no tempo. Para a poluição natural não existe, em geral, nenhum controle, no entanto a poluição antropogênica pode ser controlada.

Se as fontes poluidoras são muitas, intensas ou com tempo de emissão prolongado, dependendo do grau de toxicidade a agressão ao meio ambiente pode ser enorme. Os contaminantes podem agredir a saúde humana e o meio ambiente próximo as fontes poluidoras, a média ou longa distância ou em escala global. Devido aos problemas ocasionados pela poluição atmosférica modelos matemáticos são desenvolvidos para estimar as concentrações desses poluentes em diferentes regiões na baixa atmosfera.

As pesquisas dirigidas a dispersão de contaminantes na atmosfera, em geral, buscam:

1. Conhecer seu comportamento difusivo para determinar se os valores das concentrações nocivas emitidas estão situados dentro de limites permitidos. Esta informação possibilita que danos ao meio ambiente possam ser minimizados.
2. Escolher situações meteorológicas que permitam a emissão de contaminantes em condições mais favoráveis.
3. Simular situações extremas que representariam catástrofes ambientais.

As primeiras medidas da dispersão de poluentes na atmosfera foram realizadas na década de cinquenta e estimavam relações empíricas entre a difusão e fatores meteorológicos. O experimento considerado mais importante foi o de Prairie Grass realizado nos EUA (BARAD, 1958), e o de Copenhagen (GRYNING, 1981) também com repercussão internacional, em ambos, foram medidos os campos de concentrações superficiais considerando a distância da fonte.

O grande problema envolvendo a dispersão de poluentes está em formular uma descrição espaço-temporal para um fenômeno complexo como a turbulência atmosférica. Um modelo de difusão estatístico capaz de explicar as principais características da turbulência na camada limite planetária (CLP) foi descrito por Taylor, (1921) que combinado com a teoria da similaridade de Monin e Obukhov (1954) descrevem a difusão turbulenta atmosférica pelas variâncias das velocidades, e funções autocorrelação. O teorema de Wiener-Khinchin permite substituir a função de autocorrelação pela transformada de Fourier do espectro de energia cinética turbulenta para encontrar os Coeficientes de difusão turbulenta na CLP.

Nos últimos 30 anos, o conjunto de medidas micro-meteorológicas não só revelou as propriedades físicas da CLP como o comportamento dos diferentes e importantes parâmetros que controlam e influenciam os fenômenos de difusão turbulenta. Estas medidas indicaram que os espectros de energia cinética turbulenta têm caráter universal e que podem ser representados em termos de coordenadas de similaridade onde os máximos espectrais são descritos por funções universais expressas com parâmetros de escala que descrevem as estruturas do campo turbulento.

Em uma escala regional, na região central do Rio Grande do Sul durante alguns períodos de inverno, ocorre um fenômeno com duração média de 1 a 4 dias conhecido como vento norte. Este particular vento é caracterizado por um escoamento quente com velocidades elevadas. Este evento apresenta umidade relativa baixa, associado a sistemas frontais meteorológicos, com turbulência por cisalhamento dominante, configurando-se uma camada limite superficial (CLS) aproximadamente neutra. Pelo fato deste escoamento ocorrer frequentemente é importante estudar a dispersão de contaminantes associados a este evento.

Neste trabalho derivam-se novos coeficientes de difusão turbulenta para o evento vento norte independente da distância da fonte de contaminantes (assintóticos). Um objetivo adicional é derivar coeficientes função da posição para regiões próximas à fonte. Os coeficientes de difusão função da posição são derivados por formulação integral e algébrica. Na derivação dos coeficientes utilizam-se os valores da função adimensional de dissipação de energia e das frequências dos máximos espectrais das velocidades turbulentas de Arbage (2008). Para validar a presente análise os coeficientes derivados serão aplicados em um

modelo analítico Euleriano de dispersão de poluentes para simular o campo de concentrações e estabelecer uma comparação com resultados experimentais.

Na presente investigação foi utilizado o método GILTT (Generalized Integral Laplace Transform Technique) para resolver analiticamente a equação de difusão-advectação.

O modelo GILTT foi escolhido por ser analítico e por ter apresentado bons resultados quando comparado a outros modelos existentes na literatura. Particularmente, os resultados originados da presente solução foram comparados com dados de concentração do experimento clássico de Prairie Grass para casos que caracterizam uma CLP dominada por turbulência mecânica.

2 CAMADA LIMITE PLANETÁRIA

2.1 Estrutura da camada limite planetária

A camada limite planetária (CLP) é a parte baixa da troposfera diretamente influenciada pela superfície da terra onde pode ocorrer turbulência de origem mecânica e térmica. A altura da camada varia no espaço e no tempo, desde dezenas de metros até alguns quilômetros.

Próximo ao solo, a turbulência tem origem mecânica associada ao cisalhamento do vento e térmica devido à variação da temperatura. A CLP reage rapidamente a estes forçantes térmicos e mecânicos pela turbulência, que pode ser entendida como uma superposição de turbilhões com diferentes energias. Uma das suas características é a transferência não linear de energia dos vórtices maiores para os menores até a dissipação, constituindo um problema aberto em Física Clássica.

Segundo Stull (1988), o ciclo diário de aquecimento e resfriamento pode ser representado na CLP por diferentes camadas (Fig. 2.1) e regimes de turbulência:

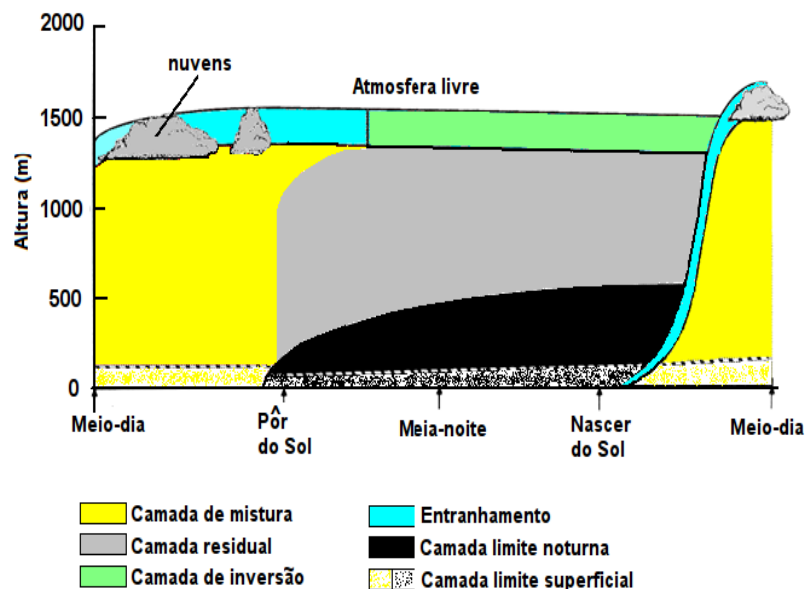


Figura 2.1 - Estrutura da CLP. Adaptada de Stull, 1988

Ao amanhecer devido o aquecimento da superfície da terra por radiação, inicia a formação da camada limite convectiva (CLC), com escala desde $z \approx 0$, em que z é a altura acima da superfície, até a inversão $z \approx z_i$. A CLC, gerada por efeitos térmicos, é caracterizada pela instabilidade devido aos grandes vórtices turbulentos.

A CLS, com altura aproximadamente de 10% da CLC com domínio das forças inerciais sobre as viscosas, apresenta gradientes verticais intensos de temperatura e umidade, o que caracteriza uma forte mistura. A turbulência mecânica desempenha um papel dominante nas regiões verticais caracterizadas por $z \leq |L|$ onde a teoria de Monin-Obukhov é válida com:

$$L = - \frac{(u_*)_0^3}{\kappa \frac{g}{\theta} (\overline{w'\theta'})_0} \quad (01)$$

em que, L é a escala de comprimento de Monin-Obukhov, g é a aceleração da gravidade, θ a temperatura potencial, $(u_*)_0$ a velocidade de atrito superficial, $(\overline{w'\theta'})_0$ o fluxo de calor cinemático superficial e κ a constante de von-Karman.

A camada de mistura (CM), em regime de forte aquecimento, apresenta convecção intensa. Ela abrange a parte superior da CLS até a base de inversão térmica. Desta maneira, forma-se uma camada bastante homogênea com a temperatura potencial e as características do vento praticamente constantes em que a escala de velocidade convectiva, w_* pode ser expressa por:

$$w_* = \left[\frac{g}{\theta} (\overline{w'\theta'})_0 z_i \right]^{1/3} \quad (02)$$

onde a estrutura da turbulência não é sensível a z e $(u_*)_0$. A escala de tempo convectiva z_i/w_* apresenta-se muito menor que f_c^{-1} , em que f_c é o parâmetro de Coriolis. Do ponto de vista estatístico, significa que a turbulência na CLC pode ser descrita em termos dos parâmetros característicos w_* e z_i . Isto é conhecido como a similaridade da CLC. (DEADORFF, 1972; WILLIS, and DEADORFF, 1974).

Na camada interfacial (CI), região que se estende aproximadamente de $0,8z_i$ a $1,2z_i$ a estrutura da turbulência é representada por efeitos de entranhamentos. Esta camada, caracterizada por troca de calor e quantidade de movimento com a atmosfera livre, possui limite superior que depende da penetração dos vórtices turbulentos na atmosfera livre. Sondas acústicas revelaram as evidências de uma inversão flutuante.

No período da noite forma-se a camada limite estável (CLE), ou noturna, que se caracteriza por uma turbulência menor que a registrada durante o dia na CLC. O resfriamento da superfície da terra muda as propriedades da atmosfera próxima à superfície, quando o fluxo negativo de calor retira a energia dos grandes vórtices.

Uma camada residual (CR) pode se formar acima da CLE. A escala de altura da CLE é da ordem de dezenas de metros.

2.2 Tópicos especiais em turbulência na CLP

2.2.1 Considerações iniciais

Neste estudo consideram-se as características da turbulência em escoamentos geofísicos aplicados aos movimentos turbulentos atmosféricos, quando os números de Reynolds da turbulência são grandes ($Re \cong 10^7$ ou 10^8). Longe dos contornos, simetrias são permitidas nas equações em um senso estatístico. Nestas condições, a turbulência é chamada (ou conhecida) de turbulência desenvolvida completamente (TDC). A TDC exhibe invariância de escala e auto similaridade em escalas do subintervalo inercial.

A dissipação média da energia cinética turbulenta por unidade de tempo e por unidade de massa de fluido, ε , tende para um limite positivo finito no limite do número de Reynolds ($Re \rightarrow \infty$, quando $\nu \rightarrow 0$) em que ν é a viscosidade cinemática.

Na turbulência chamada Lagrangeana é importante estabelecer o conceito de partícula de fluido (PF), que representa um volume de controle muito pequeno, com dimensões muito maiores do que as escalas espaciais moleculares, porém menores do que a micro escala de Kolmogorov $\eta \approx (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$. Considera-se que o contínuo que forma a PF permanece intacto, no mínimo, durante um intervalo de tempo

suficientemente grande quando comparado ao intervalo de tempo associado ao processo de transporte turbulento de alguma espécie escalar ou vetorial.

Na dispersão turbulenta as interações intensas das partículas de fluido promovem trocas contínuas nas suas diferentes propriedades. E a existência de turbilhões estabelece um processo de memória na turbulência, que é caracterizado por uma correlação no tempo, ou seja, as propriedades de uma PF são correlacionadas em instantes subsequentes.

Uma análise Lagrangeana da turbulência tem por base um sistema de coordenadas baseado na posição (x, y, z) de uma partícula em um tempo t relativo à sua posição (a, b, c) em um tempo de referência t_0 . Outra perspectiva é a Euleriana, que é baseada em um sistema de coordenadas fixo no espaço, em que as propriedades de um fluido são medidas em um ponto específico no espaço (x, y, z) em um dado tempo t .

2.2.2 Teoria da difusão estatística de Taylor (TDET)

A complexidade do campo turbulento se estabelece pela não linearidade do fenômeno. Faz-se necessário o desenvolvimento de uma parametrização que permita modelar este estado caracterizado por um número gigantesco de graus de liberdade.

Em um senso estatístico, uma parametrização significa uma representação idealizada do fenômeno de transporte turbulento. Quando se parametriza o processo de trocas turbulentas introduz-se nas equações que descrevem as leis de conservação relações matemáticas aproximadas, que em princípio, são usadas como substitutas dos termos desconhecidos presentes no fenômeno natural.

Para o movimento das partículas de um fluido em uma direção arbitrária i , defini-se $v_i(t)$ como a componente arbitrária da velocidade turbulenta da partícula do fluido, com $i = u, v, w$.

Se a partícula parte da origem em $t = 0$, a sua posição $X_i(t)$ em um tempo t é

$$X_i(t) = \int_0^t v_i(t') dt', \quad (03)$$

tem-se uma difusividade turbulenta multiplicando a expressão (03) por $v_i(t)$

$$X_i(t)v_i(t) = X_i(t) \frac{dX_i}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} X_i^2 \right) = \int_0^t v_i(t') v_i(t) dt', \quad (04)$$

a média sobre “ensemble” para um número grande de realizações é dada

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \overline{X_i^2} \right) = \int_0^t \overline{v_i(t') v_i(t)} dt'. \quad (05)$$

A teoria de Taylor (1921) se aplica em um campo turbulento homogêneo e estacionário, em que as propriedades estatísticas das variáveis possuem quantitativamente a mesma estrutura em todas as partes do escoamento turbulento (homogêneo) e estas não mudam com o tempo (estacionário).

Para uma componente arbitrária da velocidade turbulenta $v_i(t)$, define-se a função de autocorrelação, $R_{Li}(\tau)$, que é par em relação à diferença de tempo $\tau = t - t'$

$$R_{Li} = \overline{v_i(t') v_i(t' + \tau)} = \overline{v_i^2} \rho_{Li}(\tau). \quad (06)$$

A equação (06) define a correlação entre a velocidade $v_i(t')$ de uma PF em um tempo t' e $v_i(t' + \tau)$ após um deslocamento temporal $(t' + \tau)$, em que $\rho_{Li}(\tau)$ é o coeficiente de autocorrelação que satisfaz a condição $\rho_{Li}(0) = 1$. O subscrito L refere-se ao fato de que as correlações são Lagrangeanas e as medidas são realizadas seguindo uma PF quando é transportada pelo efeito da turbulência. A substituição da expressão (06) em (05) resulta:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \overline{X_i^2} \right) = \int_0^t R_{Li}(\tau) dt' = \overline{v_i^2} \int_0^t \rho_{Li}(\tau) d\tau, \quad (07)$$

com

$$\overline{X_i^2} = 2 \overline{v_i^2} \int_0^t \left[\int_0^{t'} \rho_{Li}(\tau) d\tau \right] dt', \quad (08)$$

a formulação abaixo se resolve por partes

$$\int_0^t dt \int_0^t \rho_{Li}(\tau) d\tau = t \int_0^t \rho_{Li}(\tau) d\tau \Big|_0^t - \int_0^t t' \rho_{Li}(t') dt'$$

$$\int_0^t dt \int_0^t \rho_{Li}(\tau) d\tau = t \int_0^t \rho_{Li}(\tau) d\tau - \int_0^t t' \rho_{Li}(t') dt'$$

a expressão (08) pode ser escrita:

$$\overline{X_i^2} = 2\overline{v_i^2} \int_0^t (t-\tau) \rho_{Li}(\tau) d\tau. \quad (09)$$

As expressões (07) e (09) caracterizam a dispersão turbulenta em termos das velocidades da PF, que estão relacionadas no intervalo de tempo de 0 e t .

Para períodos de tempo, tal que $t \gg t^*$, sendo que t^* é o tempo no qual $\rho_{Li}(t^*) \approx 0$,

a expressão (09) pode ser escrita como:

$$\overline{X_i^2} = 2\overline{v_i^2} \left[t \int_0^{t^*} \rho_{Li}(\tau) d\tau - \int_0^{t^*} \rho_{Li}(\tau) t d\tau \right], \quad (10)$$

o segundo termo acima, no lado direito, para $t \rightarrow \infty$, torna-se muito pequeno em relação ao primeiro, dessa forma pode ser desprezado. Assim,

$$\overline{X_i^2} = 2\overline{v_i^2} t \int_0^{t^*} \rho_{Li}(\tau) d\tau. \quad (11)$$

Na expressão anterior o valor constante da integral é definido como a escala de tempo integral Lagrangeana, T_{Li} , e escreve-se

$$T_{Li} = \int_0^{\infty} \rho_{Li}(\tau) d\tau. \quad (12)$$

A escala de tempo integral Lagrangeana definida acima é uma medida de tempo durante o qual a velocidade da PF está correlacionada.

Então para tempos $t \gg T_{Li}$ a expressão (11), pode ser escrita:

$$\overline{X_i^2} = 2\overline{v_i^2} t T_{Li}. \quad (13)$$

Neste limite de tempo, $\sqrt{\overline{X_i^2}}$ cresce parabolicamente com o tempo t , o que caracteriza um tipo de comportamento difusivo.

Para $\tau \gg T_{Li}$, a difusividade turbulenta dada pela expressão (07) pode ser aproximada por

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \overline{X_i^2} \right) = \overline{v_i^2} \int_0^\infty \rho_{Li}(\tau) d\tau = \overline{v_i^2} T_{Li}. \quad (14)$$

Por outro lado, para um tempo pequeno ($t \ll T_{Li}$), tem-se $\rho_{Li}(\tau) = 1$ e da expressão (07)

$$\overline{X_i^2} = \overline{v_i^2} t^2 \quad (15)$$

que mostra o crescimento linear da pluma no tempo.

2.2.3 Teorema de Taylor do ponto de vista de uma representação espectral

A partir de argumentos fenomenológicos, identifica-se um escoamento turbulento como constituído por uma superposição de turbilhões. Estes turbilhões possuem energias cinéticas que são quantificadas pela magnitude das flutuações das velocidades associadas a certas freqüências

Do ponto de vista de uma parametrização, torna-se fundamental a identificação das escalas associadas aos turbilhões que contêm a energia principal do escoamento turbulento (os turbilhões mais energéticos). Estes particulares graus de liberdade, que possuem a maior parte da energia cinética (EC), são responsáveis pelo transporte de quantidades escalares e vetoriais na CLP.

Neste contexto, usa-se a transformação integral de Fourier e a TDET para derivar a partir do espectro de EC a magnitude da dispersão associada a uma TDC. O espectro mede a distribuição da variância de certa variável entre as diferentes freqüências ou números de onda. Entretanto, se a variável é uma componente da velocidade turbulenta de uma PF, o espectro descreve a distribuição da EC entre as distintas freqüências. Uma transformada de Fourier pode representar um estado de um sistema com um número infinito de graus de liberdade por um conjunto contínuo de freqüências.

Assim, define-se a função densidade espectral de energia, $\Phi_{Li}(\omega)$:

$$\Phi_{Li}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{Li}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \quad (16)$$

com $i = u, v, w$, em que a transformada inversa é a função de autocorrelação:

$$R_{Li}(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{Li}(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (17)$$

e

$$R_{Li}(0) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{Li}(\omega) d\omega, \quad (18)$$

em que, $\Phi_{Li}(\omega)$ mostra como a energia cinética turbulenta é distribuída em relação à frequência $\omega = 2\pi/T = 2\pi n$, em que T é o período de uma oscilação senoidal e n é a frequência em Hertz. Dessa forma, as equações (16) e (17), que constituem o teorema de Wiener-Khinchin, relacionam as funções de autocorrelação com o espectro de energia.

Para uma turbulência estacionária, tem-se $R_{Li}(\tau) = R_{Li}(-\tau)$. Dessa propriedade e da equação (16) tem-se:

$$\Phi_{Li}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{Li}(\tau) (\cos \omega\tau + i \operatorname{sen} \omega\tau) d\tau = \frac{2}{\pi} \int_0^{+\infty} R_{Li}(\tau) \cos \omega\tau d\tau, \quad (19)$$

a expressão acima mostra que $\Phi_{Li}(\omega) = \Phi_{Li}(-\omega)$ de modo que

$$R_{Li}(\tau) = \int_0^{+\infty} \Phi_{Li}(\omega) \cos \omega\tau d\omega \quad (20)$$

e

$$R_{Li}(0) = \int_0^{+\infty} \Phi_{Li}(\omega) d\omega. \quad (21)$$

O produto $\Phi_{Li}(\omega) d\omega$ é a contribuição para a variância feita pelas flutuações, no intervalo de largura $d\omega$ centrado em ω . Troca-se a frequência ω , expressa em

rad/s para a frequência $n = \omega/2\pi$ expressa em ciclos por segundos e uma nova Densidade Espectral $S_{Li}(n) = 2\pi\Phi_{Li}(2\pi n)$ pode ser introduzida:

$$R_{Li}(\tau) = \int_0^{+\infty} \Phi_{Li}(2\pi n) \cos(2\pi n \tau) 2\pi n dn = \int_0^{+\infty} S_{Li}(n) \cos(2\pi n \tau) dn, \quad (22)$$

para $\tau = 0$

$$\sigma_i^2 \equiv \overline{v_i^2} = R_{Li}(0) = \int_0^{+\infty} S_{Li}(n) dn. \quad (23)$$

Então, duas vezes a energia cinética por unidade de massa é obtida se o espectro é integrado sobre todas as frequências. Da expressão (19) pode-se escrever:

$$2\pi\Phi_{Li}(2\pi n) = 4 \int_0^{+\infty} R_{Li}(\tau) \cos(2\pi n \tau) d\tau, \quad (24)$$

então:

$$S_{Li}(n) = 4 \int_0^{+\infty} R_{Li}(\tau) \cos(2\pi n \tau) d\tau. \quad (25)$$

A equação (23) pode ser expressa por

$$\sigma_i^2 = \int_0^{+\infty} S_{Li}(n) dn = \int_0^{+\infty} n S_{Li}(n) d(\ln n), \quad (26)$$

desta forma a área encerrada em gráfico $S_{Li}(n)$ contra n é igual a $nS_{Li}(n)$ contra $\ln n$. A quantidade $nS_{Li}(n)$ tem dimensão de variância. Se a variância σ_i^2 é finita, então $nS_{Li}(n) \rightarrow 0$ para $n \rightarrow \infty$. Desta condição e do fato de que $nS_{Li}(n) \rightarrow 0$ quando $n \rightarrow 0$, conclui-se que $nS_{Li}(n)$ deve ter seu máximo entre os valores extremos.

Para $n = 0$ na equação (25) obtém-se:

$$S_{Li}(0) = 4 \int_0^{+\infty} R_{Li}(\tau) d\tau = 4\overline{v_i^2} T_{Li}. \quad (27)$$

O produto $\overline{v_i^2 T_{Li}}$ é um coeficiente de difusão turbulenta, expresso pelo espectro de energia calculado na frequência $n \rightarrow 0$, ou seja, em termos dos grandes turbilhões que contêm a maior parte da energia na turbulência.

Substituindo $\rho_{Li}(\tau)$ conforme sua transformada de Fourier, na expressão (09) resulta:

$$\overline{X_i^2} = 2\overline{v_i^2} \int_0^t (t-\tau) \left[\int_0^\infty F_{Li}(n) \cos(2\pi n \tau) dn \right] d\tau$$

$$\overline{X_i^2} = 2\overline{v_i^2} \int_0^\infty \left[\int_0^t (t-\tau) \cos(2\pi n \tau) d\tau \right] F_{Li}(n) dn$$

$$\overline{X_i^2} = \overline{v_i^2} \int_0^\infty F_{Li}(n) \left[\frac{1 - \cos(2\pi n t)}{2(n\pi)^2} \right] dn$$

$$\overline{X_i^2} = \overline{v_i^2} t^2 \int_0^\infty F_{Li}(n) \frac{\text{sen}^2(n\pi t)}{(n\pi)^2} dn, \text{ Pasquill e Smith (1983),} \quad (28)$$

em que:

$F_{Li}(n) = S_{Li}(n) / \overline{v_i^2}$ é o espectro de energia cinética turbulenta Lagrangeano normalizado pela variância da velocidade. A quantidade $\text{sen}^2(n\pi t) / (n\pi)^2$ age como um filtro passa-baixa, ou seja, na medida em que o tempo passa, remove ou atenua alto-harmônicos na decomposição de Fourier. Para um intervalo de tempo curto após o instante de liberação da partícula de fluido, todas as escalas (altas e baixas frequências) contribuem para o crescimento de $\overline{X_i^2}$. Uma formulação de grande aplicação em diferentes modelos de dispersão obtém-se ao derivar em relação ao tempo a expressão (28):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \overline{X_i^2} \right) = \frac{\overline{v_i^2}}{\pi} \int_0^\infty \frac{F_{Li}(n) \text{sen}(n\pi t) \cos(n\pi t)}{n} dn,$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \overline{X_i^2} \right) = \frac{1}{2} \frac{\overline{v_i^2}}{\pi} \int_0^\infty F_{Li}(n) \frac{\text{sen}(2n\pi t)}{n} dn, \quad (29)$$

para $t \gg T_{Li}$, resultam:

o coeficiente de difusão turbulenta

$$K_\alpha = \frac{\overline{v_i^2} F_{Li}(n \rightarrow 0)}{4} = \overline{v_i^2} T_{Li}, \quad (30)$$

a escala de tempo integral Lagrangeana

$$T_{Li} = \frac{F_{Li}(n \rightarrow 0)}{4}, \quad (31)$$

e

a escala de comprimento Lagrangeana associada à correlação de velocidades

$$L_{Li} = \frac{\sqrt{\overline{v_i^2}} F_{Li}(n \rightarrow 0)}{4}. \quad (32)$$

2.2.4 Aplicações do modelo de Taylor na derivação de uma forma funcional para o coeficiente de dissipação da energia turbulenta

O parâmetro de dispersão lateral σ_y é uma quantidade estatística de interesse na modelagem da dispersão e na derivação de relações fundamentais associadas aos estudos da turbulência bem desenvolvida.

A TDET determina que σ_y pode ser derivado do teorema

$$\sigma_y^2 = 2\sigma_v^2 \int_0^t (t - \tau) \rho_{Lv} d\tau \quad (33)$$

em que Tennekes (1979) utilizou uma formulação exponencial para o coeficiente de autocorrelação, do tipo

$$\rho_{Lv} = e^{-\tau/T_{Lv}} \quad (34)$$

para encontrar

$$\sigma_y = \sqrt{2}\sigma_v T_{Lv} \left[\frac{t}{T_{Lv}} - 1 + e^{-t/T_{Lv}} \right]^{1/2} \quad (35)$$

em que t é o tempo de viagem da partícula de fluido, σ_v o desvio padrão da velocidade lateral turbulenta.

A partir da equação (35), como demonstrado por Degrazia et al. (2005), deriva-se o coeficiente de dissipação da energia turbulenta

$$\varepsilon = \frac{2}{C_0} \frac{\sigma_v}{T_{Li}} \quad (36)$$

em que C_0 é a constante de Kolmogorov.

A expressão (36) é normalmente empregada na parametrização de modelos de dispersão estocásticos Lagrangeanos. A relevância repousa no fato de que embora a dissipação seja provocada pela viscosidade, a ordem da magnitude de ε pode ser determinada apenas por aquelas quantidades que caracterizam os turbilhões mais energéticos. Apesar da expressão (36) ser bem estabelecida e largamente usada, a expressão (35) da qual foi derivada não é muito usada para reproduzir dados observados.

Uma revisão da literatura específica dos últimos 20 anos, Degrazia et al. (2005), mostra que a seguinte relação algébrica, apresenta-se mais freqüente para produzir parâmetros de dispersão observados σ_y e σ_z na CLP, em diferentes condições de estabilidade

$$\sigma_y = \frac{\sigma_v t}{\left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{t}{T_{Li}} \right) \right]^{1/2}} \quad (37)$$

A expressão (37) diferente da (35) não foi originada de qualquer função de autocorrelação preestabelecida. Ela consiste em uma relação empírica que satisfaz os limites para pequenos e grandes tempos de difusão na TDET.

A TDET permite duas aproximações complementárias e distintas. A primeira refere-se à derivação dos parâmetros turbulentos, a partir do conhecimento da função de autocorrelação e este procedimento foi utilizado na derivação da expressão (35). Em geral, tem-se o problema inverso determinam-se as

características do campo turbulento a partir de medidas da difusão turbulenta e este procedimento permitiu a obtenção da expressão (37).

A expressão (36) é dependente da escolha da forma da função de autocorrelação, pode-se derivar uma expressão alternativa para a taxa de dissipação turbulenta baseada em dados experimentais de σ_y .

De acordo com a expressão (28), representa-se o parâmetro de dispersão lateral pela seguinte expressão

$$\sigma_y^2 = \sigma_v^2 t^2 \int_0^\infty F_{Lv}(n) \frac{\text{sen}^2(n\pi t)}{(n\pi)^2} dn. \quad (38)$$

Para um intervalo de tempo curto após o instante de liberação, quando $t \ll T_{Lv}$, $\text{sen}(n\pi t) \approx n\pi t$ e a expressão (38) escreve-se como:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \sigma_y^2 = \sigma_v^2 t^2 \int_0^\infty F_{Lv}(n) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\text{sen}^2(n\pi t)}{(n\pi)^2} dn = \sigma_v^2 t^2. \quad (39)$$

A expressão acima mostra que todas as frequências do espectro turbulento contribuem para o crescimento da variância espacial σ_y^2 . Então, no limite “tempo-curto” considerado na expressão (39), o operador filtro passa-baixa não exerce ação de corte sobre os harmônicos de alta frequência.

Por outro lado, para grandes tempos de viagem (difusão) das partículas, a seguinte análise pode ser feita;

Sabe-se que $F_{Lv}(n)$ e $\frac{\text{sen}(n\pi t)}{n}$ são funções pares de n , da expressão (29) escreve-se

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \sigma_y^2 \right) = \frac{1}{4} \sigma_v^2 \int_{-\infty}^{\infty} F_{Lv}(n) \frac{\text{sen}(2n\pi t)}{n\pi} dn \quad (40)$$

com $g = 2\pi n$, a equação acima pode ser reescrita na forma:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \sigma_y^2 \right) = \frac{1}{4} \sigma_v^2 \int_{-\infty}^{\infty} F_{Lv} \left(\frac{g}{2\pi} \right) \frac{\text{sen}(gt)}{\pi g} dg \quad (41)$$

no limite para $t \rightarrow \infty$, escreve-se

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \sigma_y^2 \right) = \frac{1}{4} \sigma_v^2 \lim_{t \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_{Lv} \left(\frac{g}{2\pi} \right) \frac{\text{sen}(gt)}{\pi g} dg. \quad (42)$$

Assumindo que as condições necessárias para a troca entre o limite e a operação de integração são preenchidas, resulta

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \sigma_y^2 \right) = \frac{1}{4} \sigma_v^2 \int_{-\infty}^{\infty} F_{Lv} \left(\frac{g}{2\pi} \right) \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\text{sen}(gt)}{\pi g} dg \quad (43)$$

em que $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\text{sen}(gt)}{\pi g}$ é uma representação bem conhecida da função delta de Dirac

$\delta(g)$ então:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \sigma_y^2 \right) = \frac{1}{4} \sigma_v^2 \int_{-\infty}^{\infty} F_{Lv} \left(\frac{g}{2\pi} \right) \delta(g) dg = \sigma_v^2 T_{Lv} \quad (44)$$

em que $T_{Lv} = F_{Lv}(n \rightarrow 0)/4$.

Da integral (41) resulta a forma clássica obtida da TDET para $t \rightarrow \infty$

$$\sigma_y^2 = 2\sigma_v^2 T_{Lv} t. \quad (45)$$

Uma expansão em série binomial da expressão (37) para $t < T_{Lv}$ resulta:

$$\sigma_y^2 = \sigma_v^2 t^2 \left(1 - \frac{t}{2T_{Lv}} + \dots \right) = \sigma_v^2 t^2 - \frac{\sigma_v^2 t^3}{2T_{Lv}} + \dots \quad (46)$$

Na comparação das expressões (46) e (39), o termo negativo no lado direito de (46) contribui para o decréscimo da dispersão lateral. Fisicamente é uma consequência da supressão de graus de liberdade associadas aos harmônicos de alta frequência. Desta forma, associa-se o termo $\sigma_v^2 t^3 / 2T_{Lv}$ aos turbilhões de alta frequência do subintervalo inercial.

Esta relação se estabelece pelo uso da função estrutura Lagrangeana, D_{Lv} , expressa de acordo com Degrazia et al. (2005):

$$D_{L_v}(\tau) = 2\sigma_v^2[1 - \rho_{L_v}(\tau)] = 2 \int_0^{\infty} [1 - \cos(2\pi n\tau)] S_{L_v}(n) dn \quad (47)$$

em que $S_{L_v}(n)$ é o espectro turbulento Lagrangeano no subintervalo inercial, dado por

$$S_{L_v}(n) = \frac{\beta_0}{2\pi} \varepsilon n^{-2}, \quad (48)$$

em que β_0 é uma *cte*. A substituição da expressão (48) em (47) resulta

$$D_{L_v}(\tau) = 2\sigma_v^2[1 - \rho_{L_v}(\tau)] = C_0 \varepsilon \tau \quad (49)$$

com $C_0 \equiv \beta_0 \pi$. A expressão (49) estabelece uma expressão para o coeficiente de autocorrelação Lagrangeana para o subintervalo inercial

$$\rho_{L_v}(\tau) = 1 - \frac{C_0 \varepsilon \tau}{2\sigma_v^2}. \quad (50)$$

A substituição da equação (50) no teorema de Taylor (33) resulta

$$\sigma_y^2 = \sigma_v^2 t^2 - \frac{C_0 \varepsilon t^3}{6}. \quad (51)$$

Comparando esta última relação com a expressão empírica (46) tem-se

$$\varepsilon = \frac{3}{C_0} \frac{\sigma_v^2}{T_{L_v}}. \quad (52)$$

Apesar das expressões (35) e (37) representarem de modo similar os valores de σ_y , o desenvolvimento acima mostra que as expansões das equações resultam em coeficientes distintos dados pelas expressões (36) e (52).

Este resultado sugere que o valor “2” na expressão (36) não é universal.

Em Degrazia et al. (2005), deriva-se um coeficiente de autocorrelação a partir de relação empírica para σ_y :

$$\rho_{Lv}(t) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{t}{T_{Lv}} \right)} - \frac{t}{T_{Lv} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{t}{T_{Lv}} \right) \right]^2} + \frac{1}{4} \frac{t^2}{T_{Lv}^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{t}{T_{Lv}} \right) \right]^3}, \quad (53)$$

que satisfaz todos os requerimentos matemáticos para o caso de uma turbulência homogênea, exceto a condição $\lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{d\rho_{Lv}}{dt} \right) = 0$, também não cumprida pela exponencial. Além do mais, a condição $\int_0^{\infty} \rho_{Lv}(t) dt = T_{Lv}$ é satisfeita pela expressão acima.

2.2.5 Escalas típicas das velocidades turbulentas e de comprimento

Um modelo de parametrização depende da maneira que as variáveis turbulentas são calculadas e relacionadas à física da CLP. A obtenção destes parâmetros turbulentos, a partir de uma turbulência bem desenvolvida depende das escalas típicas de velocidades e comprimentos, como mostra a forma geral do espectro de energia cinética turbulenta dividido em regiões (Figura 2.2):

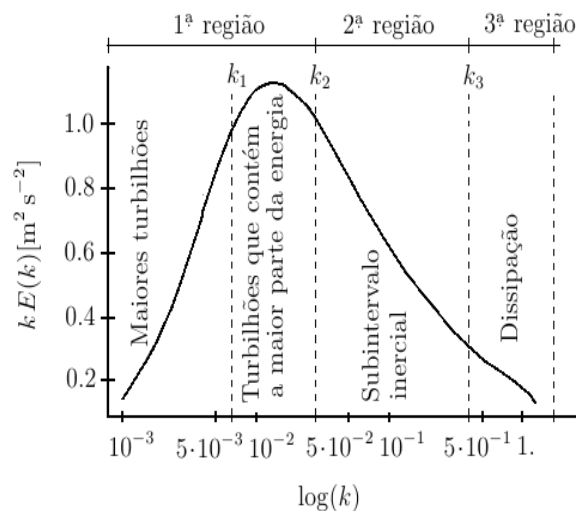


Figura 2.2 - Forma característica de um espectro de energia cinética para uma turbulência bem desenvolvida. Adaptada de Medeiros, (2005).

Primeira região: grandes turbilhões e turbilhões que contêm a maior parte da energia cinética turbulenta total.

Segunda região: subintervalo inercial em que a quantidade de energia transferida através dos turbilhões é grande, se comparada com a razão da mudança de energia de cada turbilhão, estes turbilhões se encontram em um estado de equilíbrio.

Terceira região: intervalo de equilíbrio universal em que a turbulência é inteiramente determinada pelo fluxo de energia e pela dissipação ε . O fluxo de energia mais a dissipação são iguais à energia total fornecida para este intervalo. Embora, a dissipação seja provocada pela viscosidade, a ordem de grandeza de ε é determinada apenas por quantidades que caracterizam os turbilhões mais energéticos.

3 TURBULÊNCIA MECÂNICA NA CAMADA LIMITE PLANETARIA

3.1 Espectro turbulento mecânico

Os espectros de energia cinética, unidimensionais turbulentos na CLP apresentam forma simples e são frequentemente bem representados por uma curva suave com um único máximo para $\log nS(n)$ versus $\log n$. Isto é válido para todas as componentes da velocidade em condições de turbulência dominadas pelo cisalhamento do vento.

Em Olesen et al. (1984), encontra-se uma expressão geral para descrever o espectro de velocidade unidimensional na CLP

$$\frac{nS_i^E(n)}{(u_*)_0^2} = \frac{Af^\gamma}{(1+Bf^\alpha)^\beta} \quad (54)$$

em que: $S_i^E(n)$ é o espectro de energia cinética turbulenta unidimensional em função da frequência n , $f = nz/U$ é a frequência reduzida, U é a componente da velocidade longitudinal média do vento, A, B, α, β e γ são constantes. Os espectros que apresentam essa forma são caracterizados por uma inclinação de baixas frequências em γ quando plotados no formato \log - \log , e por uma inclinação de altas frequências para $\gamma - \alpha\beta$, ou seja, α, β e γ , determinam a forma do espectro.

Na construção de um modelo com o formato da expressão (54), escolhem-se critérios diferentes para determinar os coeficientes desconhecidos envolvidos. Um modelo espectral deverá ser coerente com a lei de Kolmogorov no subintervalo inercial

$$E_i(k) = \alpha_i \alpha_u \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (55)$$

em que, $E_i(k)$ é um espectro de velocidades turbulentas unidimensional escrito em função do número de onda $k = 2\pi n/U$, $\alpha_u = 0,5 \pm 0,05$ (CHAMPAGNE et.al, 1977), ε a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta, e $\alpha_i = 1,4/3, 4/3$ (condição de isotropia) para as componentes u , v e w respectivamente.

Substituindo na expressão (55), o número de onda dado por k escreve-se

$$\frac{2\pi m}{U} \frac{1}{(u_*)_0^2} E_i \left(\frac{2\pi m}{U} \right) = \alpha_i (0,5 \pm 0,05) \left[\frac{\varepsilon \kappa z}{(u_*)_0^3} \right]^{\frac{2}{3}} \left(\frac{2\pi m z}{U} \right)^{-\frac{2}{3}} \kappa^{-\frac{2}{3}}. \quad (56)$$

Das expressões (54) e (56) que correspondem ao espectro unidimensional pode-se escrever para o subintervalo inercial:

$$\frac{nS_i^E(n)}{(u_*)_0^2} = \alpha_i (0,5 \pm 0,05) (2\pi\kappa)^{-\frac{2}{3}} \Phi_\varepsilon^{\frac{2}{3}} f^{-\frac{2}{3}} \quad (57)$$

e

$$\frac{nS_i^E(n)}{(u_*)_0^2} = C_i \Phi_\varepsilon^{\frac{2}{3}} f^{-\frac{2}{3}}, \quad (58)$$

em que, $\Phi_\varepsilon = \varepsilon \kappa z / (u_*)_0^3$ é a função adimensional de dissipação de energia na camada superficial associada ao forçante mecânico na turbulência e $C_i = \alpha_i (0,5 \pm 0,05) (2\pi\kappa)^{-\frac{2}{3}}$ onde substituindo-se os valores de α_i , condição de isotropia, resulta $C_u = 0,27$ e $C_v = C_w = 0,36$, Champagne et al (1977), para os espectros das componentes u, v , e w , respectivamente.

Para grandes frequências, a expressão (54) terá a forma

$$\frac{nS_i^E(n)}{(u_*)_0^2} = A f^{\gamma - \alpha\beta} B^{-\beta} \quad (59)$$

das expressões (58) e (59) resultam

$$\gamma - \alpha\beta = -\frac{2}{3} \quad (60)$$

e

$$A = C_i B^\beta \Phi_\varepsilon^{\frac{2}{3}}. \quad (61)$$

Se, a posição da frequência de pico espectral mecânico $(f_m)_i$ está concordando com o máximo da expressão (54), então

$$\left. \frac{d}{df} \left[A f^\gamma (1 + B f^\alpha)^{-\beta} \right] \right|_{f=(f_m)_i} = 0,$$

$$\gamma + (-\beta)(1 + B f^\alpha)^{-1} \alpha B f^\alpha = 0,$$

$$\gamma + B f^\alpha (\gamma - \alpha \beta) = 0,$$

de acordo com a expressão (60)

$$B = \frac{1.5\gamma}{\left[(f_m)_i \right]^\alpha}, \quad (62)$$

substituindo (61) e (62) na expressão (54) encontra-se a formulação para o espectro turbulento mecânico, $S_i(n)$, normalizado em que agora μ_* é a velocidade de atrito local

$$\frac{nS_i(n)}{\mu_*^2} = \frac{C_i \Phi_\varepsilon^{2/3} (1.5\gamma)^\beta f^\gamma}{\left[1 + \frac{1.5\gamma f^\alpha}{\left[(f_m)_i \right]^\alpha} \right]^\beta \left\{ \left[(f_m)_i \right]^\alpha \right\}^\beta}, \quad (63)$$

para este caso, conforme Olesen et al. (1984), substitui-se $\gamma=1, \alpha=5/3$ e $\beta=1$ na expressão (63), tem-se:

$$\frac{nS_i(n)}{\mu_*^2} = \frac{1.5C_i \Phi_\varepsilon^{2/3} f}{\left[1 + \frac{1.5 f^{5/3}}{\left[(f_m)_i \right]^{5/3}} \right] \left\{ \left[(f_m)_i \right]^{5/3} \right\}}, \quad (64)$$

que é a expressão adimensional para o espectro de energia cinética turbulenta gerada por forçante mecânico.

Em Degrazia et al.(2000), encontra-se a expressão (64) para os espectros de velocidade turbulenta, Eulerianos, unidimensionais, em condições neutras, de onde podem derivar-se os coeficientes de difusão turbulenta

A variância da velocidade turbulenta do vento será obtida por integração ao longo de todo o domínio de frequências,

$$\sigma_i^2 = \int_0^{\infty} S_i(n) dn, \quad (65)$$

isolando $S_i(n)$ da expressão (64) e substituindo $f = \frac{nz}{U}$, obtém-se:

$$S_i(n) = \frac{1,5C_i\Phi_\varepsilon^{2/3}zu_*^2}{\left(1 + \frac{1,5\left(\frac{nz}{U}\right)^{5/3}}{[(f_m)_i]^{5/3}}\right) \left\{ [(f_m)_i]^{5/3} \right\} U}, \quad (66)$$

então da expressão (65), encontra-se:

$$\sigma_i^2 = \frac{1,5C_i\Phi_\varepsilon^{2/3}zu_*^2}{U \left\{ [(f_m)_i]^{5/3} \right\}} \int_0^{\infty} \frac{dn}{\left(1 + \frac{1,5\left(\frac{nz}{U}\right)^{5/3}}{[(f_m)_i]^{5/3}}\right)} \quad (67)$$

com

$$\sigma_i^2 = \frac{2,32C_i\Phi_\varepsilon^{2/3}u_*^2}{(f_m)_i^{2/3}}. \quad (68)$$

Isolando

$$u_*^2 = \frac{(f_m)_i^{2/3}\sigma_i^2}{2,32C_i\Phi_\varepsilon^{2/3}}, \quad (69)$$

substituindo na expressão (66), encontra-se para o espectro normalizado as expressões:

$$\frac{S_i(n)}{\sigma_i^2} = \frac{(f_m)_i^{2/3}1,5C_i\Phi_\varepsilon^{2/3}\frac{z}{U}}{2,32C_i\Phi_\varepsilon^{2/3}\left(1 + \frac{1,5\left(\frac{n\frac{z}{U}}{[(f_m)_i]^{5/3}}\right)^{5/3}}{[(f_m)_i]^{5/3}}\right) \left\{ [(f_m)_i]^{5/3} \right\}}$$

e

$$\frac{S_i(n)}{\sigma_i^2} = \frac{0,6466 \frac{z}{U}}{\left[(f_m)_i \left(1 + \frac{1,5 \left(n \frac{z}{U} \right)^{5/3}}{\left[(f_m)_i \right]^{5/3}} \right) \right]}. \quad (70)$$

Segundo Degrazia et al., (1998), do modelo para os espectros de energia cinética turbulenta deriva-se a formulação para a escala de tempo de decorrelação Lagrangeana:

$$T_{L_i} = \frac{\beta_i F_i^E(n \rightarrow 0)}{4}, \quad (71)$$

com

$$\beta_i = 0,55 \frac{U}{\sigma_i}, \quad (\text{WANDEL e KOFOED-HANSEN, 1962; DEGRAZIA e ANFOSSI, 1998}) \quad (72)$$

em que β é definido como a razão entre as escalas de tempo integral Lagrangeana e Euleriana.

Na expressão (71), $F_i^E(n \rightarrow 0)$ representa os espectros de energia cinética turbulenta normalizados pela variância.

Logo

$$F_i^E(n \rightarrow 0) = \frac{S_i(n \rightarrow 0)}{\sigma_i^2}, \quad (73)$$

$$\lim_{n \rightarrow 0} \frac{S_i(n)}{\sigma_i^2} = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{(f_m)_i^{2/3} 1,5 C_i \Phi_\varepsilon^{2/3} \frac{z}{U}}{2,32 C_i \Phi_\varepsilon^{2/3} \left(1 + \frac{1,5 \left(n \frac{z}{U} \right)^{5/3}}{[(f_m)_i]^{5/3}} \right) [(f_m)_i]^{5/3}},$$

então

$$\frac{S_i(n \rightarrow 0)}{\sigma_i^2} = F_i^E(n \rightarrow 0) = 0,646 \frac{z}{U (f_m)_i} \quad (74)$$

substituindo as expressões (72) e (74) na (71):

$$T_{L_i} = \frac{0,55 U 0,646 \frac{z}{U}}{4 \sigma_i (f_m)_i} = 0,088 \frac{z}{\sigma_i (f_m)_i}, \quad (75)$$

que é a escala de tempo de decorrelação Lagrangeana.

3.2 Coeficientes de difusão turbulenta assintóticos para uma turbulência gerada por efeitos mecânicos

Um coeficiente de difusão turbulenta generalizado, assintótico, independente da distância da fonte de contaminantes pode ser derivado do espectro de energia cinética com a frequência $n \rightarrow 0$:

$$K_\alpha = \sigma_i^2 T_{L_i}, \quad (76)$$

substituindo as expressões (68) e (75) na (76) encontra-se

$$K_\alpha = \frac{2,32 C_i \Phi_\varepsilon^{2/3} u_*^2 \cdot 0,088 \cdot z}{(f_m)_i^{2/3} \sigma_i (f_m)_i} = \frac{2,32 C_i \Phi_\varepsilon^{2/3} u_*^2 \cdot 0,088 \cdot z \cdot (f_m)_i^{1/3}}{(f_m)_i^{2/3} (f_m)_i \sqrt{2,32 \cdot C_i^{1/2} \Phi_\varepsilon^{1/3} u_*}}$$

e

$$K_\alpha = \frac{0,134 z \Phi_\varepsilon^{1/3} C_i^{1/2} u_*}{(f_m)_i^{4/3}}. \quad (77)$$

Segundo Sorbjan (1989), para o caso neutro ou estável $\Phi_\varepsilon = \Phi^n((1 + 3,7z/\Lambda))$, onde $\Phi^n = 1,25$ e $\Lambda = L(1 - z/h)^{(1,5\alpha_1 - \alpha_2)}$ (DEGRAZIA and MORAES, 1992) é escala de comprimento local de Monin-Obuhkov.

Para uma camada neutra ou estável dominada pelo cisalhamento do vento tem-se $\alpha_1 = 1,5$ e $\alpha_2 = 1,0$ (NIEUWSTADT, 1984).

No caso neutro, os picos espectrais $(f_m)_i$ são expressos pela formulação (BLACKADAR, 1962; DELAGE, 1974; TENNEKES, 1982; STULL, 1988; SORBJAN, 1989; DEGRAZIA et al., 2000)

$$(f_m)_i = (f_m)_{0i} \left(1 + a_i \frac{f_c z}{G} + 3,7 \frac{z}{\Lambda} \right)$$

em que $(f_m)_{0i}$ é a frequência do pico espectral na superfície em condições neutras, G é a velocidade do vento geostrófico, $f_c = 10^{-4} s^{-1}$ é o parâmetro de Coriolis. Conforme Olesen et al (1984) e Sorbjan (1989), $(f_m)_{0u} = 0,0045$, $(f_m)_{0v} = 0,16$ e $(f_m)_{0w} = 0,33$. Segundo Hanna (1968 e 1981) $a_w = 500$, da hipótese de mistura de Blackadar (1962) a escala de comprimento assintótica $l_\infty \approx G/f_c$ é limitada por uma constante para todas as componentes com $a_u = 3889$, $a_v = 1094$ e $a_w = 500$. Assim

$$\frac{f_c z}{G} = [f_c z / (u_*)_0] [(u_*)_0 / G]$$

onde $(u_*)_0 / G$ é o coeficiente de arrasto geostrófico, assim resulta

$$(f_m)_i = (f_m)_{0i} \left[1 + a_i \frac{f_c (u_*)_0 z}{(u_*)_0 G} + 3,7 \frac{z}{\Lambda} \right]$$

conforme Tennekes (1982), e Hanna (1982) considera-se

$$(u_*)_0 / G = 0,03.$$

Assim, para o caso neutro com

$$\Lambda \rightarrow \infty$$

$$(f_m)_i = (f_m)_{0i} \left[1 + 0,03a_i \frac{f_c z}{(\mu_*)_0} \right]. \quad (78)$$

A velocidade de atrito em função da altura, Wyngaard e Cote (1974), é dada por e $u_*^2 = (u_*)_0^2 (1 - z/h)^{\alpha_1}$ onde $\alpha_1 = 1,7$, então

$$\mu_*^2 = (u_*)_0^2 \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{1,7} \quad (79)$$

e considerando, que em regime neutro, Φ_ε aproxima-se da unidade devido ao equilíbrio esperado entre os termos de produção mecânica da turbulência e de dissipação viscosa (PANOFSKY e DUTTON, 1984)

$$\Phi_\varepsilon \left(\frac{z}{L} \rightarrow 0 \right) = 1,1. \quad (80)$$

Substituindo as expressões (78), (79), na (77), obtém-se:

$$K_\alpha = \frac{0,14 C_i^{1/2} \Phi_\varepsilon^{1/3} \mu_{*0} z \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{0,85}}{[(f_m)_{0i}]^{4/3} \left[1 + 0,03a_i \frac{f_c z}{(\mu_*)_0} \right]^{4/3}}, \quad (81)$$

na forma adimensional

$$\frac{K_\alpha}{(u_*)_0 h} = \frac{0,14 C_i^{1/2} \Phi_\varepsilon^{1/3} \frac{z}{h} \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{0,85}}{[(f_m)_{0i}]^{4/3} \left[1 + 0,03.a_i.h \frac{f_c z}{(\mu_*)_0 h} \right]^{4/3}}. \quad (82)$$

Considerando que h pode ser estimado pela seguinte expressão (PANOFSKY e DUTTON, 1984; GARRAT, 1992)

$$h = \frac{0,2(u_*)_0}{|f_c|}, \quad (83)$$

substituindo $\frac{h|f_c|}{(u_*)_0} = 0,2$ na expressão (82), tem-se para o coeficiente de difusão

turbulenta generalizado com $\alpha = x, y$ e z :

$$\frac{K_\alpha}{(u_*)_0 h} = \frac{0,14 C_i^{1/2} \Phi_\varepsilon^{1/3} \frac{z}{h} \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{0,85}}{\left[(f_m)_{0i}\right]^{4/3} \left(1 + 0,006 a_i \frac{z}{h}\right)^{4/3}} \quad (84)$$

3.2.1 Coeficientes de difusão turbulenta, assintóticos, para o vento norte

A turbulência na CLP, quando gerada por forçante mecânico, é associada ao cisalhamento do vento e apresenta-se mais significativa próxima ao solo. Durante alguns períodos de inverno, na região central do Rio Grande do Sul, ocorre um fenômeno conhecido como vento norte, ele é caracterizado por um escoamento quente com velocidades elevadas e turbulência por cisalhamento dominante, associado a sistemas frontais meteorológicos.

Pelo fato do vento norte ocorrer frequentemente é importante estudar a dispersão de contaminantes provocada por esse evento regional característico.

Na derivação dos coeficientes de difusão assintóticos para o vento norte, usa-se o modelo espectral proposto por Degrazia et al (2000) para os espectros de energia cinética turbulenta Eulerianos, unidimensionais, em condições neutras.

Substituem-se na expressão (84):

$$C_u = 0,27, \quad C_v = C_w = 0,36, \quad \text{Champagne et al (1977)}$$

$a_u = 3889, \quad a_v = 1094 \quad e \quad a_w = 500$, constantes associadas à hipótese de comprimento de misturas de Blackadar (1962), Hanna (1968).

Adicionalmente, os seguintes valores medidos durante os eventos de vento norte Arbage (2008) são substituídos na expressão (84),

$$\Phi_\varepsilon = 1,1$$

$(f_m)_{0u} = 0,04$, $(f_m)_{0v} = 0,10$ e $(f_m)_{0w} = 0,33$, frequências dos picos espectrais na superfície.

O fato desta magnitude ser próxima a 1,0, confirma que os casos de vento norte investigados apresentaram valores elevados de velocidade, implicando que tais ocorrências se aproximaram de uma situação de estabilidade neutra Sorbjan (1992).

Com estas substituições resultam os seguintes coeficientes de difusão:

$$\frac{K_x}{(u_*)_0 h} = \frac{5,32 \frac{z}{h} \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{0,85}}{\left(1 + 23,33 \frac{z}{h}\right)^{4/3}}, \text{ (gráfico Fig.3.1)} \quad (85)$$

$$K_x = \frac{5,32(u_*)_0 z \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{0,85}}{\left(1 + 23,33 \frac{z}{h}\right)^{4/3}}, \quad (86)$$

$$\frac{K_y}{(u_*)_0 h} = \frac{1,81 \frac{z}{h} \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{0,85}}{\left(1 + 6,56 \frac{z}{h}\right)^{4/3}}, \text{ (gráfico Fig.3.2)} \quad (87)$$

$$K_y = \frac{1,81(u_*)_0 z \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{0,85}}{\left(1 + 6,56 \frac{z}{h}\right)^{4/3}} \quad (88)$$

e

$$\frac{K_z}{(u_*)_0 h} = \frac{0,37 \frac{z}{h} \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{0,85}}{\left(1 + 3,00 \frac{z}{h}\right)^{4/3}}, \text{ (gráfico Fig.3.3)} \quad (89)$$

$$K_z = \frac{0,37(u_*)_0 z \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{0,85}}{\left(1 + 3,00 \frac{z}{h}\right)^{4/3}}. \quad (90)$$

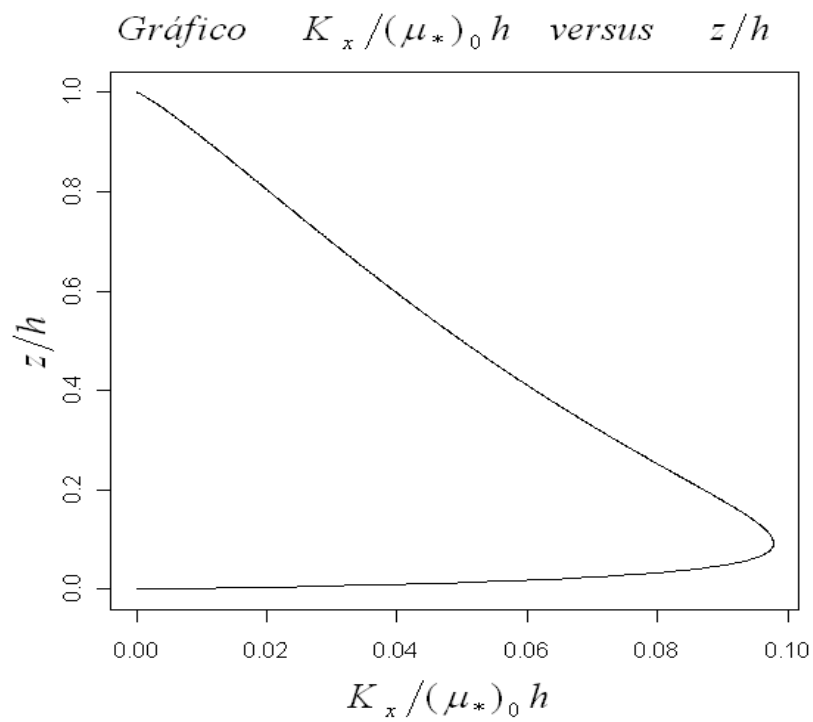


Figura 3.1 - Perfil vertical do coeficiente de difusão turbulenta, assintótico conforme a expressão (85).

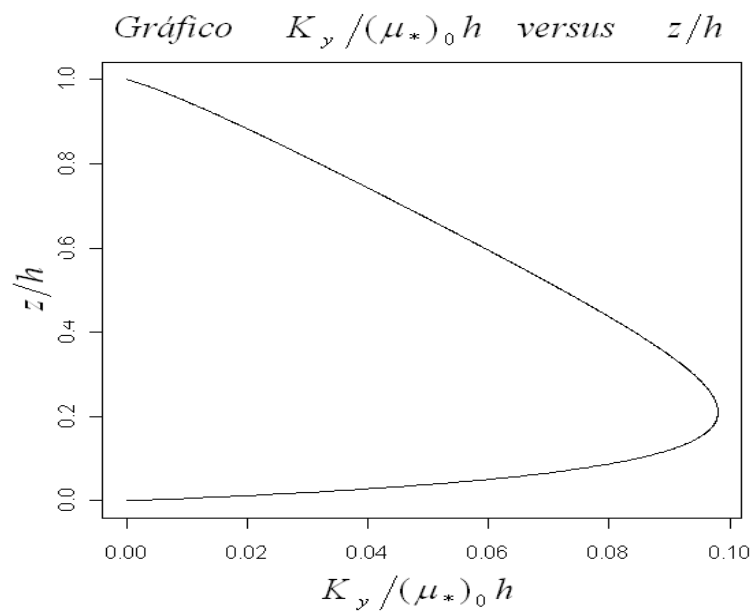


Figura 3.2 - Perfil vertical do coeficiente de difusão turbulenta, assintótico, conforme a expressão (87).

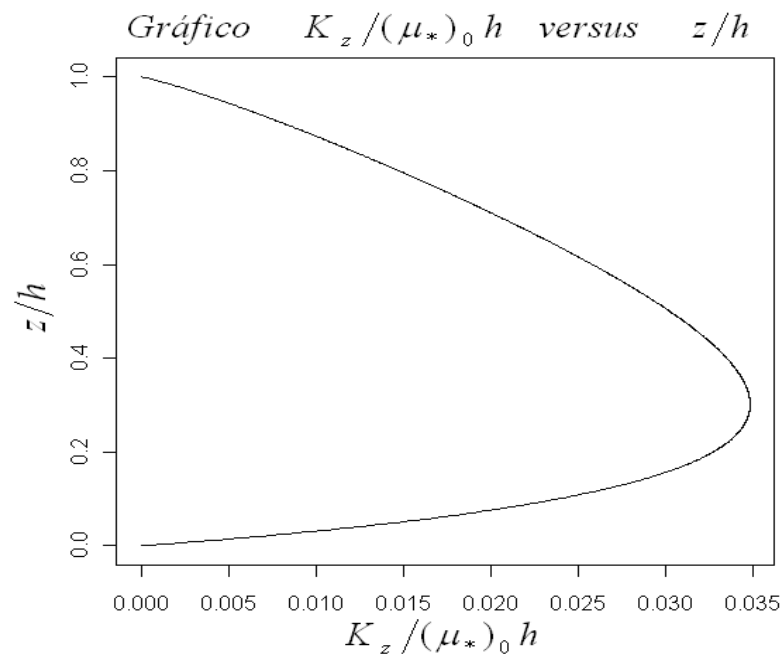


Figura 3.3 - Perfil vertical do coeficiente de difusão turbulenta, assintótico, conforme a expressão (89).

3.3 Coeficientes de difusão turbulenta função da posição, para regiões próximas à fonte, com formulação integral

Seguindo Degrazia et al (2001) derivam-se os coeficientes de difusão turbulenta, dependentes da distância da fonte de contaminantes , X' , com base nos espectros de energia cinética e na teoria de difusão estatística de Taylor

$$K_{\alpha} = \frac{\sigma_i^2 \beta_i}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{F_i(n) \text{sen}(2\pi n t / \beta_i)}{n} dn, \text{ (BATCHELOR, 1949)} \quad (91)$$

e na expressão sugerida por Wandel, Kofoed-Hansen (1962), Pasquill (1974) e Hanna (1981)

$$\beta_i = \gamma \frac{U}{\sigma_i}. \quad (92)$$

Substituindo σ_i da expressão (68) e β_i da expressão anterior

$$\frac{\sigma_i^2 \beta_i}{2\pi} = \frac{\sqrt{2,32} C_i^{1/2} \Phi_{\varepsilon}^{1/3} u_* \gamma U}{2\pi (f_m)_i^{1/3}} = \frac{0,13 C_i^{1/2} \Phi_{\varepsilon}^{1/3} u_* U}{(f_m)_i^{1/3}}, \quad (93)$$

para $t = \frac{X}{U}$ e β_i da expressão (92) e σ_i da (68) define-se

$$a = \frac{2\pi}{\beta_i} = 2\pi \frac{X}{U} \frac{\sqrt{2,32} C_i^{1/2} \Phi_{\varepsilon}^{1/3} u_*}{\gamma (f_m)_i^{1/3}} = \frac{9,57 C_i^{1/2} \Phi_{\varepsilon}^{1/3}}{\gamma (f_m)_i^{1/3}} \frac{z}{U} \frac{X u_*}{U z}, \quad (94)$$

com

$$X' = \frac{X u_*}{U z}, \quad (95)$$

em que X' é a distancia adimensional da fonte,

assim:

$$a = \frac{2\pi}{\beta_i} = \frac{9,57 C_i^{1/2} \Phi_{\varepsilon}^{1/3}}{\gamma (f_m)_i^{1/3}} \frac{z}{U} X'. \quad (96)$$

Para a frequência adimensional

$$n' = bn, \quad (97)$$

e b de acordo com a expressão (70)

$$b = \left(\frac{1,5}{(f_m)_i^{5/3}} \right)^{3/5} \frac{z}{U}, \quad (98)$$

substituindo as expressões (93), (94) e (70) na (91), tem-se

$$K_\alpha = \frac{\sqrt{2,32} C_i^{1/2} \Phi_\varepsilon^{1/3} u_* \gamma U}{2\pi (f_m)_i^{1/3} (f_m)_i} \int_0^\infty \frac{0,6466 \frac{z}{U} \text{sen}(a.n) dn}{\left[1 + 1,5 \left(\frac{nz}{U(f_m)_i} \right)^{5/3} \right] n}, \quad (99)$$

com a expressão (97), obtém-se

$$K_\alpha = \frac{0,1567 \gamma C_i^{1/2} \Phi_\varepsilon^{1/3} u_* z}{(f_m)_i^{4/3}} \int_0^\infty \frac{\text{sen}(an'/b) dn'}{\left[1 + 1,5 \left(\frac{nz}{U(f_m)_i} \right)^{5/3} \right] n'}, \quad (100)$$

das expressões (97) e (98)

$$n' = \left[\frac{1,5}{(f_m)_i^{5/3}} \right]^{3/5} \frac{zn}{U}. \quad (101)$$

Então, a expressão (100), fica

$$K_\alpha = \frac{0,1567 \gamma C_i^{1/2} \Phi_\varepsilon^{1/3} u_* z}{(f_m)_i^{4/3}} \int_0^\infty \frac{\text{sen}(an'/b) dn'}{\left[1 + (n')^{5/3} \right] n'}, \quad (102)$$

das expressões (96) e (98)

$$\frac{a}{b} = \frac{7,5036 C_i^{1/2} \Phi_\varepsilon^{1/3} (f_m)_i^{2/3} X'}{\gamma}, \quad (103)$$

substituindo a expressão (103) na (102), encontra-se o coeficiente de difusão turbulenta generalizado com $\alpha = x, y$ e z :

$$K_{\alpha} = \frac{0,1567\gamma C_i^{1/2} \Phi_{\varepsilon}^{1/3} u_* z}{(f_m)_i^{4/3}} \int_0^{\infty} \frac{\text{sen}\left[7,5036 C_i^{1/2} \Phi_{\varepsilon}^{1/3} (f_m)_i^{2/3} n' X' / \gamma\right] dn'}{\left[1 + (n')^{5/3}\right] n'} \quad (104)$$

e na forma adimensional

$$\frac{K_{\alpha}}{u_* h} = \frac{0,1567\gamma C_i^{1/2} \Phi_{\varepsilon}^{1/3} \left(\frac{z}{h}\right)}{(f_m)_i^{4/3}} \int_0^{\infty} \frac{\text{sen}\left[7,5036 C_i^{1/2} \Phi_{\varepsilon}^{1/3} (f_m)_i^{2/3} n' X' / \gamma\right] dn'}{\left[1 + (n')^{5/3}\right] n'} \quad (105)$$

3.3.1 Coeficientes de difusão turbulenta função da posição, para regiões próximas à fonte, com formulação integral, para o vento norte

Na derivação da formulação integral dos coeficientes de difusão turbulenta para o vento norte, substituem-se na a expressão (105) os valores das características turbulentas do vento norte, definidos no item (3.2.1), para as direções x, y e z , respectivamente:

$$\frac{K_x}{(u_*)_0 h} = \frac{3,38 \left(\frac{z}{h}\right) \left[1 - \left(\frac{z}{h}\right)\right]^{0,85}}{\left[1 + 23,33 \left(\frac{z}{h}\right)\right]^{4/3}} \int_0^{\infty} \frac{\text{sen}\left\{0,86 \left[1 + 23,33 \left(\frac{z}{h}\right)\right]^{2/3} n' X'\right\} dn'}{\left[1 + (n')^{5/3}\right] n'}$$

(gráfico Fig.3.4)

(106)

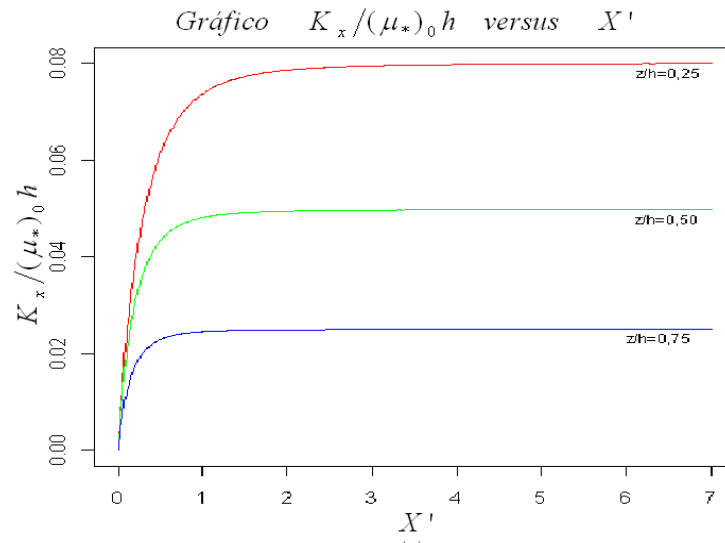


Figura 3.4 - Gráfico comparativo dos coeficientes de difusão turbulenta, $K_x / (\mu_*)_0 h$, com formulação integral versus a distância adimensional X' para a direção x , conforme a expressão (106).

$$\frac{K_y}{(\mu_*)_0 h} = \frac{1,15 \left(\frac{z}{h} \right) \left[1 - \left(\frac{z}{h} \right) \right]^{0,85}}{\left[1 + 6,56 \left(\frac{z}{h} \right) \right]^{4/3}} \int_0^\infty \frac{\text{sen} \left\{ 1,82 \left[1 + 6,56 \left(\frac{z}{h} \right) \right]^{2/3} n' X' \right\} dn'}{\left[1 + (n')^{5/3} \right] n'}$$

(gráfico Fig.3.5)

(107)

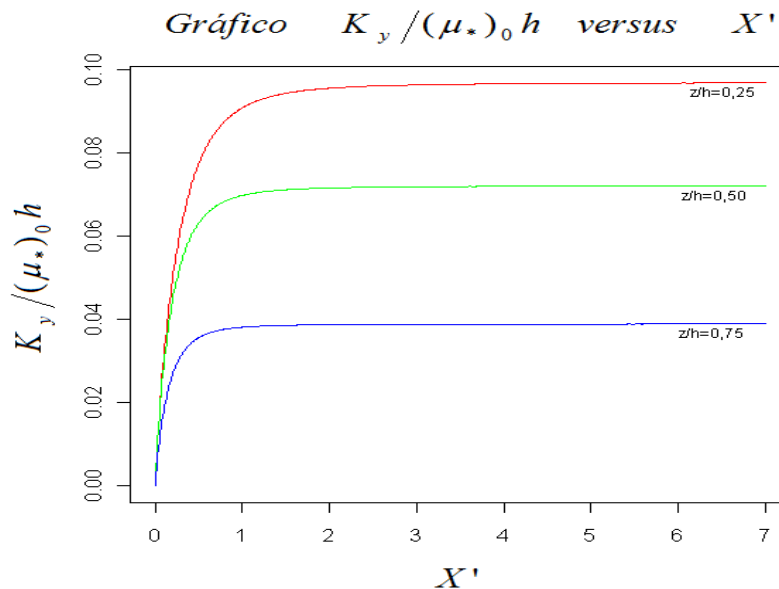


Figura 3.5 - Gráfico comparativo dos coeficientes de difusão turbulenta, $K_y / (\mu_*)_0 h$, com formulação integral versus a distância adimensional X' para a direção y conforme a expressão (107).

e

$$\frac{K_z}{(u_*)_0 h} = \frac{0,23 \left(\frac{z}{h} \right) \left[1 - \left(\frac{z}{h} \right) \right]^{0,85}}{\left[1 + 3,00 \left(\frac{z}{h} \right) \right]^{4/3}} \int_0^\infty \frac{\text{sen} \left\{ 4,03 \left[1 + 3,00 \left(\frac{z}{h} \right) \right]^{2/3} n' X' \right\} dn'}{\left[1 + (n')^{5/3} \right] n'}$$

(gráfico Fig. 3.6)

(108)

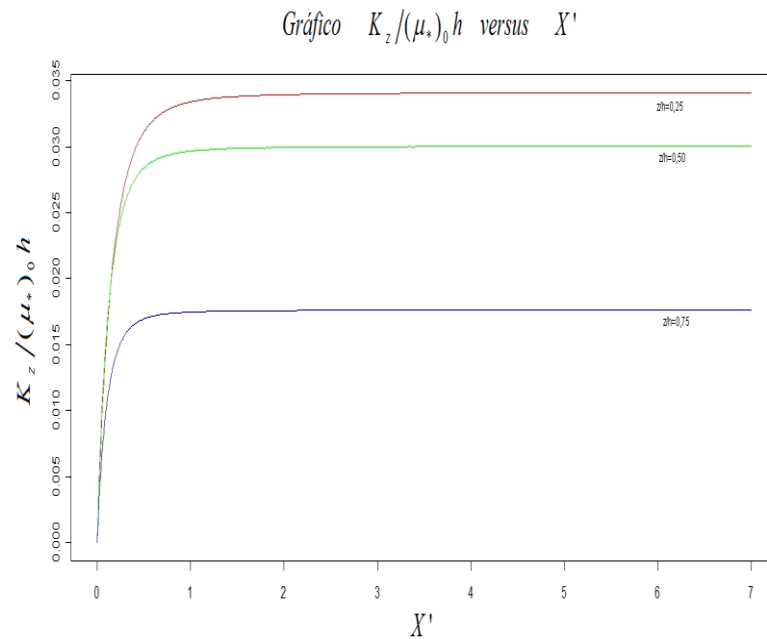


Figura 3.6 - Gráfico comparativo dos coeficientes de difusão turbulenta, $K_z / (\mu_*)_0 h$, com formulação integral versus a distância adimensional X' para a direção z conforme a expressão (108).

3.4 Coeficientes de difusão turbulenta função da posição para regiões próximas à fonte, com formulação algébrica

Na derivação algébrica dos coeficientes de difusão turbulenta emprega-se a seguinte formulação, Degrazia et al (2002),

$$K_\alpha = \frac{\sigma_i^2 t}{\left(1 + \frac{t}{2T_{Li}} \right)^2} \left(1 + \frac{t}{4T_{Li}} \right). \quad (109)$$

Com a escala de tempo de decorrelação Lagrangeana $T_{Li} = \beta_i F_i^E (n \rightarrow 0)/4$, $\beta_i = \gamma U / \sigma_i$, Degrazia et al (1998). $F_i^E (n \rightarrow 0)$ para os espectros em que as altas frequências foram filtradas, expressão (74), σ_i da expressão (68), escreve-se:

$$T_{Li} = \frac{0,1061z\gamma}{(f_m)^{2/3}_i C_i^{1/2} \Phi_\varepsilon^{1/3} \mu_*}, \quad (110)$$

Encontra-se para

$$\frac{t}{T_{Li}} = \frac{(f_m)^{2/3}_i C_i^{1/2} \Phi_\varepsilon^{1/3} X \mu_*}{0,1061\gamma U z} \quad (111)$$

em que

$$t = X/U. \quad (112)$$

Para $X' = \frac{X \mu_*}{U z}$, tem-se

$$\frac{t}{T_{Li}} = \frac{(f_m)^{2/3}_i C_i^{1/2} \Phi_\varepsilon^{1/3} X'}{0,1061\gamma} \quad (113)$$

com o tempo t da expressão (112) e σ_i da expressão (68)

$$\sigma_i^2 t = \frac{2,32 C_i \Phi_\varepsilon^{2/3} u_* z}{(f_m)_i^{2/3}} X', \quad (114)$$

com a substituição das expressões (113) e (114) na (109), encontra-se o coeficiente de difusão turbulenta generalizado com $\alpha = x, y$ e z :

$$K_\alpha = \frac{\frac{2,32 C_i \Phi_\varepsilon^{2/3} u_* z}{(f_m)_i^{2/3}} X'}{\left[1 + \frac{1}{2} \frac{(f_m)^{2/3}_i C_i^{1/2} \Phi_\varepsilon^{1/3}}{0,1061\gamma} X' \right]^2} \left[1 + \frac{1}{4} \frac{(f_m)^{2/3}_i C_i^{1/2} \Phi_\varepsilon^{1/3}}{0,1061\gamma} X' \right],$$

$$K_\alpha = \frac{2,32C_i\Phi_\varepsilon^{2/3}u_*zX'(0,212)^2\gamma^2}{(f_m)_i^{2/3}\left[0,212\gamma+(f_m)^{2/3}_iC_i^{1/2}\Phi_\varepsilon^{1/3}X'\right]^2}\left[\frac{0,424\gamma+(f_m)^{2/3}_iC_i^{1/2}\Phi_\varepsilon^{1/3}X'}{0,424\gamma}\right],$$

$$\frac{K_\alpha}{u_*h} = \frac{2,32C_i\Phi_\varepsilon^{2/3}X'(0,212)^2\gamma\left(\frac{z}{h}\right)}{(f_m)_i^{2/3}\left[0,212\gamma+(f_m)^{2/3}_iC_i^{1/2}\Phi_\varepsilon^{1/3}X'\right]^2}\left[\frac{0,424\gamma+(f_m)^{2/3}_iC_i^{1/2}\Phi_\varepsilon^{1/3}X'}{0,424}\right]. \quad (115)$$

No limite com $X' \rightarrow \infty$ na expressão anterior:

$$\lim_{X' \rightarrow \infty} \frac{K_\alpha}{u_*h} = \lim_{X' \rightarrow \infty} \frac{2,32C_i\Phi_\varepsilon^{2/3}X'\frac{z}{h}(0,212)^2\gamma}{(f_m)_i^{2/3}\left[(f_m)^{2/3}_iC_i^{1/2}\Phi_\varepsilon^{1/3}X'\right]^2}\left(\frac{(f_m)^{2/3}_iC_i^{1/2}\Phi_\varepsilon^{1/3}X'}{0,424}\right),$$

para $\phi_\varepsilon = 1,1$ e $\gamma = 0,55$

$$\lim_{X' \rightarrow \infty} \frac{K_\alpha}{u_*h} = \frac{0,14C_i^{1/2}\left(\frac{z}{h}\right)}{[(f_m)^{2/3}_i]^2},$$

com as expressões (78), (79) e (83) e os valores das características turbulentas do vento norte, já definidos no item (3.2.1), chega-se

$$\lim_{X' \rightarrow \infty} \frac{K_\alpha}{\mu_{*0}h} = \frac{0,14C_i^{1/2}\left(\frac{z}{h}\right)\left(1-\frac{z}{h}\right)^{0,85}}{(f_m)_{0i}^{4/3}\left[1+0,006a_i\frac{z}{h}\right]^{4/3}}.$$

O que mostra que a formulação algébrica tende à assintótica, expressão (84), para $X' \rightarrow \infty$.

3.4.1 Coeficientes de difusão turbulenta função da posição para regiões próximas à fonte, com formulação algébrica, para o vento norte

Da expressão (115), derivam-se os coeficientes de difusão turbulenta locais, com a substituição das expressões (78), (79) e (83) e os valores das características turbulentas para o vento norte, definidos no item (3.2.1), para as direções x, y e z, respectivamente:

$$\frac{K_x}{(u_*)_0 h} = \frac{0,33 \frac{z}{h} \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{0,85} X' \left[0,23 + 0,06 \left(1 + 23,33 \frac{z}{h}\right)^{2/3} X'\right]}{\left(1 + 23,33 \frac{z}{h}\right)^{2/3} \left[0,12 + 0,06 \left(1 + 23,33 \frac{z}{h}\right)^{2/3} X'\right]^2}, \text{ (gráfico Fig. 3.7)} \quad (116)$$

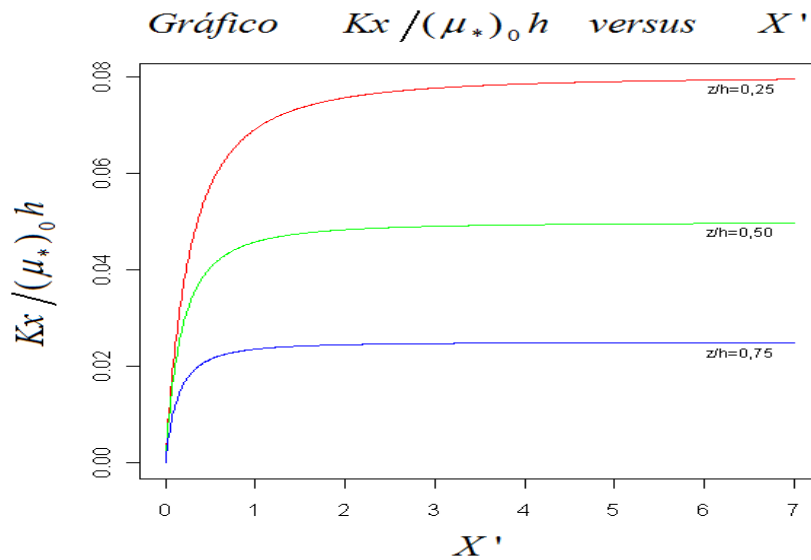


Figura 3.7 - Gráfico comparativo dos coeficientes de difusão turbulenta, $K_x / (\mu_*)_0 h$, com formulação algébrica versus a distância adimensional X' para a direção x conforme a expressão (116).

$$\frac{K_y}{(u_*)_0 h} = \frac{0,24 \frac{z}{h} \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{0,85} X' \left[0,23 + 0,13 \left(1 + 6,56 \frac{z}{h}\right)^{2/3} X'\right]}{\left(1 + 6,56 \frac{z}{h}\right)^{2/3} \left[0,12 + 0,13 \left(1 + 6,56 \frac{z}{h}\right)^{2/3} X'\right]^2}, \text{ (gráfico Fig. 3.8)} \quad (117)$$

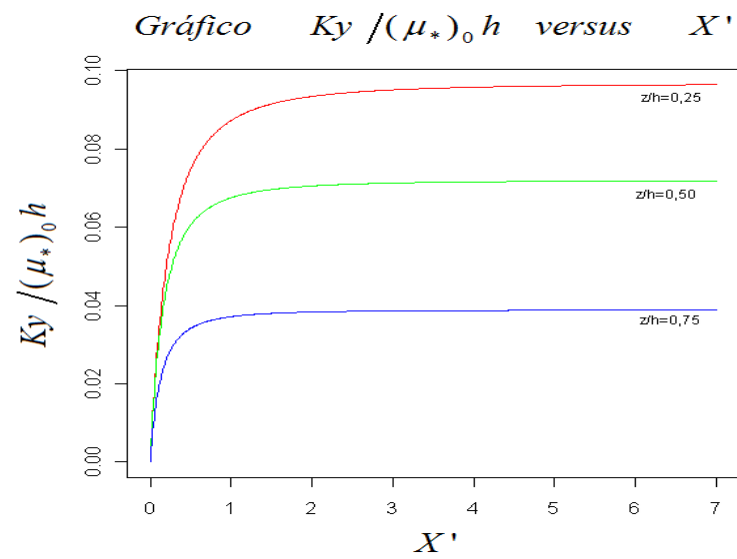


Figura 3.8 - Gráfico comparativo dos coeficientes de difusão turbulenta, $K_y / (\mu_*)_0 h$, com formulação algébrica versus a distância adimensional X' para a direção y conforme a expressão (117).

e

$$\frac{K_z}{(\mu_*)_0 h} = \frac{0,11 \frac{z}{h} \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{0,85} X' \left[0,23 + 0,30 \left(1 + 3,00 \frac{z}{h}\right)^{2/3} X'\right]}{\left(1 + 3,00 \frac{z}{h}\right)^{2/3} \left[0,12 + 0,30 \left(1 + 3,00 \frac{z}{h}\right)^{2/3} X'\right]^2} \quad . \text{ (gráfico Fig. 3.9)} \quad (118)$$

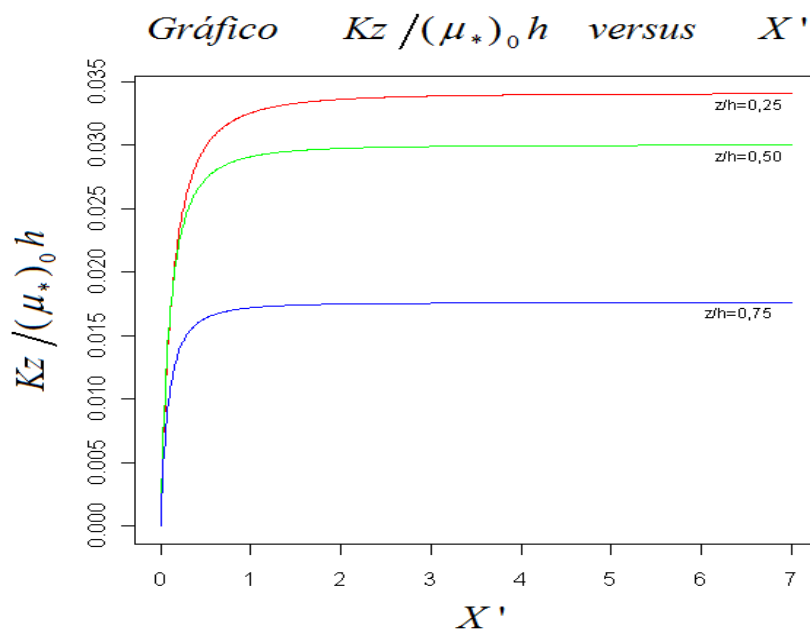


Figura 3.9 - Gráfico comparativo dos coeficientes de difusão turbulenta, $K_z / (\mu_*)_0 h$, com formulação algébrica versus a distância adimensional X' para a direção z conforme a expressão (118).

3.5 Comparação entre os coeficientes de difusão turbulenta , do vento norte, obtidos por formulação integral e algébrica

Os coeficientes de difusão turbulenta, funções da posição X' para regiões próximas à fonte, derivados pela formulação integral e algébrica, para direção z , são apresentados em gráficos com escalas lineares e logarítmicas, conforme as expressões (108) e (118):

Com $z/h = 0,25$, (Figuras 3.10 e 3.11)

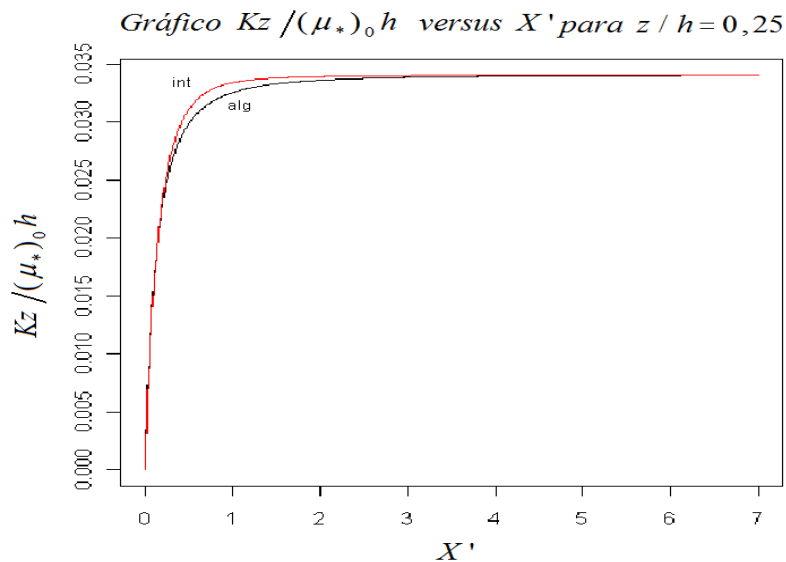


Figura 3.10 - Comparação gráfica entre os coeficientes de difusão turbulenta, $K_z / (\mu_*)_0 h$, versus a distância adimensional, X' , que são derivados pelos métodos integral e algébrica para a direção z e $z/h = 0,25$ em escalas lineares, conforme as expressões (108) e (118) respectivamente.

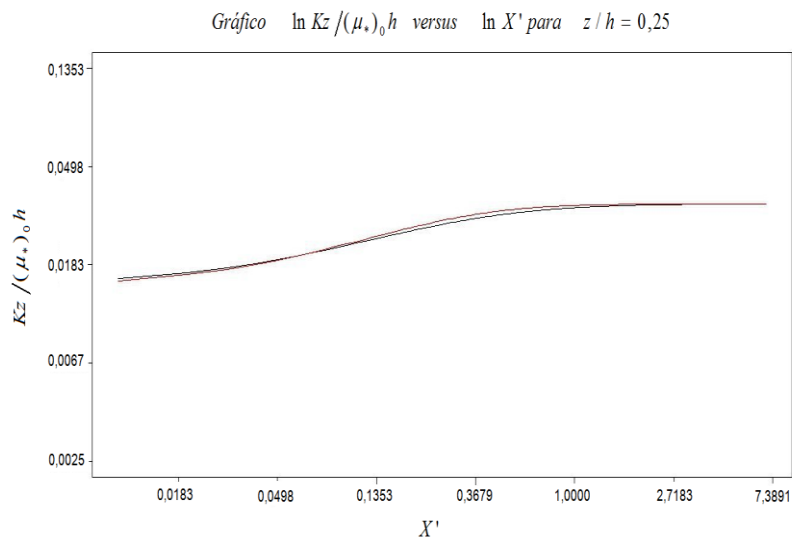


Figura 3.11- Comparação gráfica entre os coeficientes de difusão turbulenta, $K_z / (u_*)_0 h$, versus a distância adimensional X' , que são derivados pelos métodos integral e algébrico para a direção z e $z/h = 0,25$ em escalas logarítmicas, conforme as expressões (108) e (118) respectivamente.

Com $z/h = 0,50$, (Figuras 3.12 e 3.13)

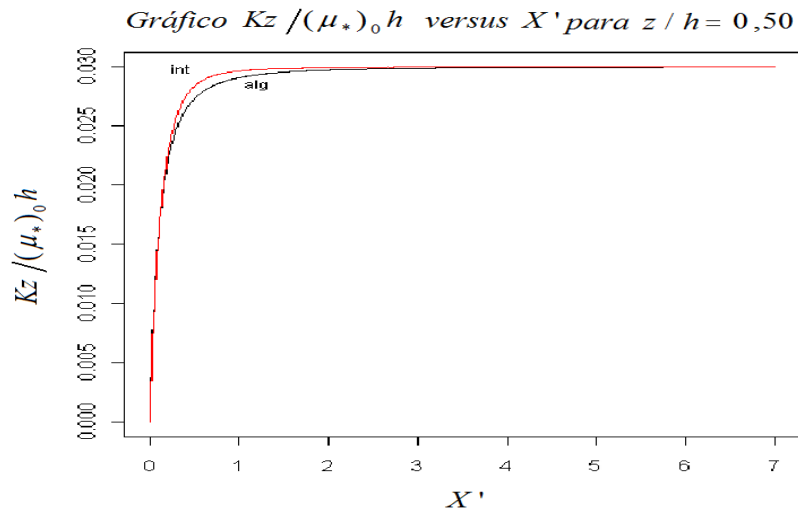


Figura 3.12 - Comparação gráfica entre os coeficientes de difusão turbulenta, $K_z / (u_*)_0 h$, versus a distância adimensional X' , que são derivados pelos métodos integral e algébrico para a direção z e $z/h = 0,50$ em escalas lineares, conforme as expressões (108) e (118) respectivamente.

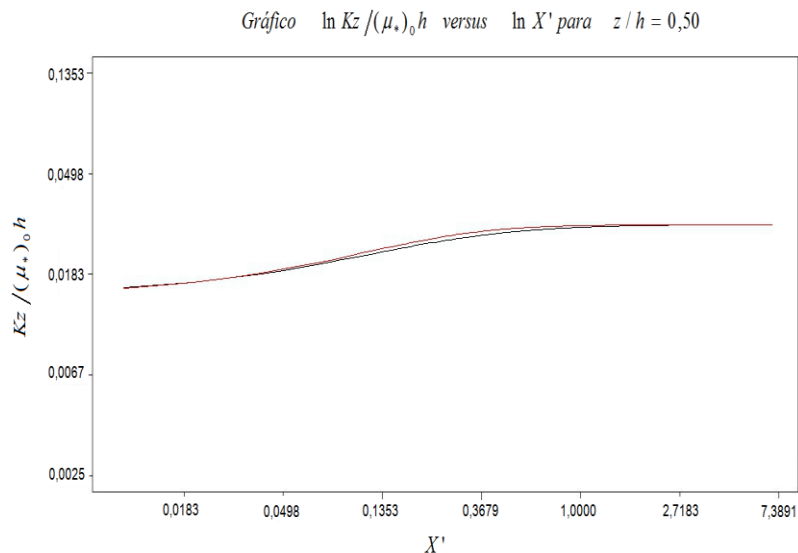


Figura 3.13 - Comparação gráfica entre os coeficientes de difusão turbulenta, $K_z / (u_*)_0 h$, versus a distância adimensional X' , que são derivados pelos métodos integral e algébrico para a direção z e $z/h = 0,50$ em escalas logarítmicas, conforme as expressões (108) e (118) respectivamente.

E com $z/h = 0,75$. (Figuras 3.14 e 3.15)

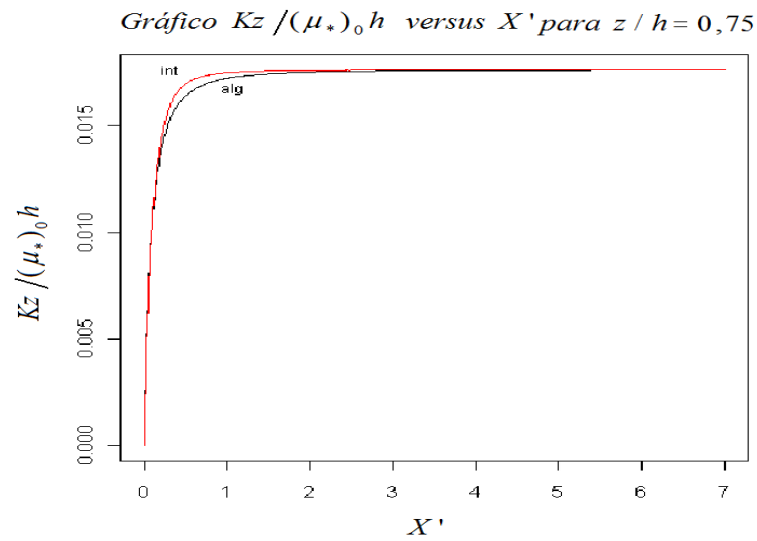


Figura 3.14 - Comparação gráfica entre os coeficientes de difusão turbulenta, $K_z / (\mu_*)_0 h$, versus a distância adimensional X' , que são derivados pelos métodos integral e algébrico para a direção z e $z/h = 0,75$ em escalas lineares, conforme as expressões (108) e (118) respectivamente.

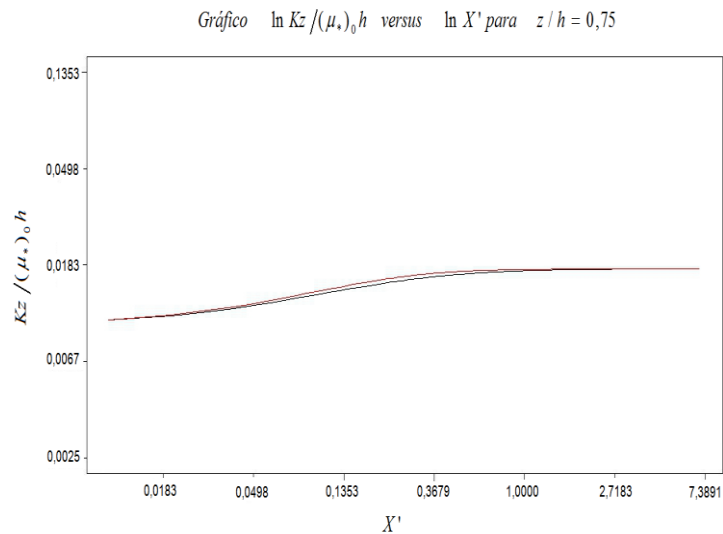


Figura 3.15 - Comparação gráfica entre os coeficientes de difusão turbulenta, $K_z / (\mu_*)_0 h$, versus a distância adimensional X' , que são derivados pelos métodos integral e algébrico para a direção z e $z/h = 0,75$ em escalas logarítmicas, conforme as expressões (108) e (118) respectivamente.

Os valores dos coeficientes funções da posição, derivados por formulação integral e algébrica, quando $X' \rightarrow \infty$ tendem aos dos coeficientes assintóticos (Fig. 3.16).

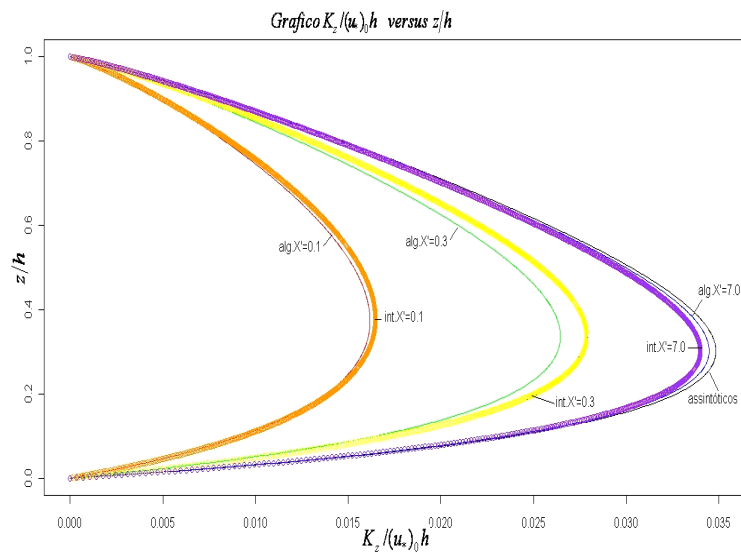


Figura 3.16 - Gráficos dos coeficientes de difusão turbulenta, $K_z/(u_*^2)h$, derivados pelos métodos integral e algébrico, para a direção z , versus z/h com a distância adimensional, X' , igual a 0,1, 0,3 e 7,0 nas expressões (108) e (118) respectivamente e assintóticos expressão (89).

Os gráficos revelam, que do ponto de vista físico, a formulação algébrica representando os coeficientes de difusão é equivalente a integral. Esta equivalência significa que as expressões simples algébricas podem ser usadas em modelos Eulerianos de dispersão para reproduzir o campo de concentrações de contaminantes na atmosfera. No limite, para uma distancia grande em relação à fonte de contaminantes, os valores dos coeficientes função da posição tendem aos dos coeficientes assintóticos.

4 APLICAÇÃO DOS COEFICIENTES DE DIFUSÃO EM UM MODELO ANALÍTICO PARA A DISPERSÃO DE CONTAMINANTES: COMPARAÇÃO ENTRE CONCENTRAÇÕES OBSERVADAS E SIMULADAS

4.1 Modelo analítico

A equação de difusão-advecção estacionária, em coordenadas cartesianas, que modela a dispersão de poluentes na atmosfera pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = -\frac{\overline{u'c'}}{\partial x} - \frac{\overline{v'c'}}{\partial y} - \frac{\overline{w'c'}}{\partial z} + S \quad (119)$$

onde \bar{c} é a concentração média de contaminantes, \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} são as componentes médias da velocidade do vento nos eixos x, y e z, respectivamente, e S é o termo da fonte. Os termos $\overline{u'c'}$, $\overline{v'c'}$ e $\overline{w'c'}$ representam, respectivamente, os fluxos turbulentos de contaminantes nas direções longitudinal, lateral e vertical.

A expressão (119) tem quatro incógnitas (a concentração e os fluxos turbulentos), no fechamento utiliza-se a hipótese de transporte gradiente (teoria K) que, em analogia com a lei de Fick da difusão molecular, assume que a turbulência provoca um movimento do material a uma taxa que é proporcional a magnitude do gradiente, (SEINFELD e PANDIS, 1998):

$$\overline{u'c'} = -K_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \quad (120)$$

$$\overline{v'c'} = -K_y \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \quad (121)$$

$$\overline{w'c'} = -K_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \quad (122)$$

Combinando a equação da continuidade de massa com as expressões (120), (121) e (122) reescreve-se a equação difusão-advecção como (BLACKADAR, 1997)

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right) + S \quad (123)$$

A simplicidade da K-teoria levou ao uso generalizado desta teoria como base matemática para simulação de fenômenos de poluição do ar. No entanto, o fechamento tem seus limites e funciona bem quando a difusão do material disperso é muito maior do que o tamanho dos vórtices turbulentos envolvidos no processo de difusão. Outro ponto essencial é a hipótese de transporte contrário ao gradiente ser inconsistente com características observadas de difusão turbulenta na porção superior da camada de mistura convectiva (DEARDORFF e WILLIS, 1975). Apesar destes limites o K-fechamento é largamente utilizado em varias condições atmosféricas porque descreve o transporte em uma perspectiva Euleriana e produz resultados que concordam com resultados experimentais.

A equação difusão-advecção (123) pode ser resolvida analiticamente pela abordagem 3D-GILTT (Buske et al. (2011, 2012), Vilhena et al. (2012).

A equação de difusão-advecção estacionária bidimensional, em coordenadas cartesianas, que modela a dispersão de poluentes na atmosfera pode ser escrita da seguinte forma:

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{c}^y}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \bar{c}^y}{\partial z} \right) \quad (124)$$

para $0 < z < h, x > 0,$

sujeita às condições de contorno de fluxo nulo no solo e no topo da camada limite

$$\frac{\partial \bar{c}^y}{\partial z} = 0 \text{ em } z = 0, h \quad (125)$$

com uma condição de fonte representada por uma delta de Dirac

$$\bar{u} \bar{c}^y(0, z) = Q \delta(z - H_s), \quad (126)$$

onde Q é a taxa de emissão de contaminantes, \bar{u} é o vento médio na direção x e H_s é a altura da fonte.

O problema é resolvido analiticamente pela técnica GILTT. Este método combina uma expansão em série com uma integração. Na expansão, é usada uma base trigonométrica determinada com o auxílio de um problema associado de Sturm-Liouville. A integração é feita em todo o intervalo da variável transformada, utilizando-se a propriedade de ortogonalidade da base usada na expansão. A

solução do sistema de equações diferenciais ordinárias, resultante da aplicação da GILTT, é feita analiticamente via transformada de Laplace e diagonalização. A derivação da solução do problema estacionário é analítica exceto pelo erro de truncamento de um somatório.

As seguintes equações de similaridade podem ser usadas para calcular o vento médio, Panofsky e Dutton (1984)

$$\bar{u} = \frac{u_*}{\kappa} \left(\ln \frac{z-d}{z_0} - \psi_m \frac{z-d}{L} \right), \text{ se } z \leq z_b \quad (127)$$

$$\bar{u} = \bar{u}(z_b) \quad , \text{ se } z > z_b \quad (128)$$

em que $z_b = \min(|L|, 0,1h)$, onde $\kappa = 0,4$, von-Kármán, e z_0 é a rugosidade do terreno.

O deslocamento do plano zero d é a altura acima da superfície em que a velocidade do vento é nula consequência do escoamento sobre obstáculos como árvores ou construções, sendo desconsiderado neste trabalho, ou seja, $d = 0$. A função estabilidade ψ_m é expressa em termos das relações de Businger:

$$\psi_m \left(\frac{z}{L} \right) = -4,7 \frac{z}{L} \text{ para } 1/L \geq 0 \quad (129)$$

$$\psi_m \left(\frac{z}{L} \right) = \ln \left(\frac{1+x^2}{2} \right) + \ln \left(\frac{1+x}{2} \right)^2 - 2 \arctan x + \frac{\pi}{2} \text{ para } 1/L < 0, \quad (130)$$

$$\text{com } x = \left(1 - 15 \frac{z}{L} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (131)$$

Alternativamente, no presente estudo a velocidade do perfil de vento é descrita por uma lei de potência como dada por Panofsky e Dutton (1984)

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_1} = \left(\frac{z}{z_1} \right)^\alpha, \quad (132)$$

na qual \bar{u} e \bar{u}_1 são as velocidades médias horizontais do vento nas alturas z e z_1 , α é um expoente que está relacionado com a intensidade da turbulência, Irwin (1979).

4.2 Experimento de Prairie Grass

Este experimento foi realizado em O'Neill, Nebraska, 1956 (BARAD, 1958). O poluente SO_2 foi emitido a uma altura de $0,5m$, experimento de fonte baixa, sem empuxo e coletado por amostradores a $1,5m$ de altura em cinco distâncias na direção preferencial do vento ($50,100,200,400,800m$). O experimento foi realizado em região plana com rugosidade de $0,6cm$. Do experimento de Prairie Grass selecionaram-se treze casos em que a velocidade média do vento foi superior a $6,0m/s$ e que apresentaram valores de u_{*0} superiores a $0,4m/s$, que caracterizam uma CLP dominada pela turbulência mecânica.

<i>Run</i>	<i>h</i>	$(u_*)_0$	\bar{u}_{10m}	Q	$50m$	$100m$	$200m$	$400m$	$800m$
	(<i>m</i>)	(ms^{-1})	(ms^{-1})	(gs^{-1})	(gm^{-2})	(gm^{-2})	(gm^{-2})	(gm^{-2})	(gm^{-2})
5	780	0.40	7.0	78	3.30	1.80	0.81	0.29	0.092
					3.16	2.01	0.95	0.30	0.24
					3.80	2.02	1.21	0.35	0.10
9	550	0.48	8.4	92	3.70	2.20	1.00	0.41	0.13
					3.49	2.25	1.11	0.40	0.29
					4.38	2.59	1.57	0.48	0.14
19	650	0.41	7.2	102	4.50	2.20	0.86	0.27	0.058
					4.30	2.74	1.33	0.45	0.36
					5.29	2.96	1.79	0.54	0.16
20	710	0.63	11.3	102	3.40	1.80	0.85	0.34	0.13
					2.68	1.71	0.83	0.26	0.21
					3.26	1.80	1.09	0.32	0.09
26	900	0.45	7.8	98	3.90	2.20	1.04	0.39	0.127
					3.33	2.12	0.99	0.29	0.24
					3.93	2.01	1.22	0.35	0.10

27	1280	0.44	7.6	99	4.30	2.30	1.16	0.46	0.176
					2.82	1.84	0.81	0.24	0.20
					3.18	2.11	0.92	0.25	0.07
30	1560	0.48	8.5	98	4.20	2.30	1.11	0.40	0.10
					2.20	1.47	0.63	0.17	0.15
					2.41	1.58	0.67	0.18	0.05
43	600	0.40	6.1	99	5.00	2.40	1.09	0.37	0.12
					4.80	3.01	1.48	0.54	0.39
					6.14	3.54	2.07	0.59	0.19
44	1450	0.42	7.2	101	4.50	2.30	1.09	0.43	0.14
					2.79	1.85	0.80	0.22	0.19
					3.09	2.04	0.87	0.24	0.19
49	550	0.47	8.0	102	4.30	2.40	1.16	0.45	0.15
					4.02	2.59	1.28	0.47	0.34
					5.09	3.00	1.81	0.51	0.16
50	750	0.46	8.0	103	4.20	2.30	0.91	0.39	0.11
					3.71	2.36	1.13	0.36	0.29
					4.47	2.42	1.45	0.42	0.12
51	1880	0.47	8.0	102	4.70	2.40	1.00	0.38	0.084
					2.10	1.43	0.59	0.16	0.14
					2.26	1.46	0.61	0.17	0.05
61	450	0.53	9.3	102	3.50	2.10	1.14	0.53	0.20
					3.65	2.40	1.22	0.44	0.34
					4.70	3.01	1.83	0.54	0.17

Tabela 4.1 - Valores dos parâmetros micrometeorológicos e das concentrações, selecionados, do experimento de Prairie Grass . Os valores de \bar{u} e $(u_*)_0$ na tabela, apresentam magnitudes

características de uma CLP dominada pela turbulência mecânica (GARRAT,1992). As concentrações simuladas pelo método GILTT estão na segunda linha e terceira linha de cada super-linha .

Mais especificamente, na Tabela 4.1, para cada distância da fonte, a primeira linha representa os valores observados de concentração no experimento Prairie Grass, enquanto a segunda e terceira linha logo abaixo representam, respectivamente, os valores das concentrações calculados usando-se o coeficiente de difusão assintótico, expressão (89) e o coeficiente de difusão função da distancia da fonte, expressão (118).

4.3 Validação do modelo

Nesta secção o desempenho do modelo GILTT é avaliado para uma CLP dominada pela turbulência mecânica.

Empregam-se os coeficiente de difusão assintótico, expressão (89) e o coeficiente de difusão função da distancia da fonte, expressão (118). As concentrações obtidas nas simulações são confrontadas com os dados experimentais de dispersão obtidos em O'Neill, Nebraska, em 1956 (Experimento de Prairie Grass) para os casos selecionados conforme a Tabela 4.1.

Nas simulações empregam-se o perfil de velocidades do vento descrito pela lei de potência, conforme a expressao (132).

A Tabela 4.2 apresenta o resultado da análise estatística feita com os valores de concentração observados (Prairie Grass) e previstos pelo modelo GILTT conforme as expressoes (89) e (118) para os coeficientes de difusao. Os índices estatísticos são sugeridos por Hanna (1989) e definidos da seguinte maneira:

Model	NMSE	COR	FA2	FB	FS
GILTT	0,15	0,93	0,86	0,11	0,18
Exp. (89)					
GILTT	0,16	0,91	0,89	-0,02	-0,04
Exp. (118)					

Tabela 4.2 - Avaliação estatística do modelo em condições de vento norte.

$NMSE = \frac{(\overline{C_0} - \overline{C_p})^2}{\overline{C_0} \overline{C_p}}$, é o erro quadrático médio normalizado, em que C_0 é a concentração observada e C_p a concentração obtida na simulação. Com variação, $0 < NMSE < 1$ e quanto mais próximo de zero menor é o erro.

$COR = \frac{(\overline{C_0} - \overline{C_0})(\overline{C_p} - \overline{C_p})}{\sigma_0 \sigma_p}$, é o coeficiente de correlação, em que σ_0 é o desvio padrão das concentrações observadas experimentalmente e σ_p é o desvio padrão das concentrações simuladas, com variação $-1 < COR < 1$ e quanto maior a qualidade do ajuste linear, mais próximo de -1 ou +1 estará seu valor.

$FA2 = 0,5 < \frac{C_0}{C_p} < 2$, é o fator de 2 que descreve o percentual de valores que se encontram dentro de um erro de até 100%, com variação $0 < FA2 < 1$ e quanto mais próximo de 1 melhores são os resultados.

$FB = \frac{2(\overline{C_0} - \overline{C_p})}{\overline{C_0} + \overline{C_p}}$, é o desvio fracional que indica a tendência do modelo em superestimar ou subestimar as concentrações observadas experimentalmente. Com variação $-2 < FB < 2$ e quando FB tende a zero, C_0 tende a C_p .

$FS = \frac{2(\overline{\sigma_0} - \overline{\sigma_p})}{\overline{\sigma_0} + \overline{\sigma_p}}$, é o desvio fracional padrão que indica se a dispersão simulada em torno da concentração média é superestimada ou subestimada. Com variação $-2 < FS < 2$ e quando FS tende a zero, σ_0 tende a σ_p .

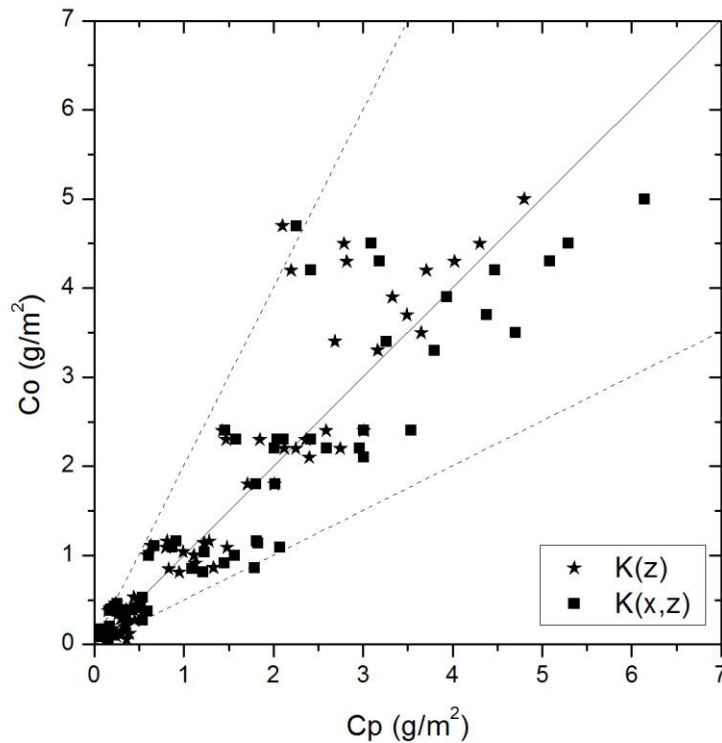


Figura 4.1 - Gráfico de espalhamento dos dados observados experimentalmente de concentração (C_o) em comparação com os resultados do modelo (C_p).

Portanto, da análise dos resultados fornecidos pela Tabela 4.2 e Fig. 4.1 pode ser visto que o modelo GILTT com a parametrização da turbulência conforme as expressões (118, com memória para o coeficiente de difusão) e (89, para o coeficiente de difusão assintótico), simulou muito bem os dados experimentais de concentração em condições neutras (Prairie Grass). As análises estatísticas mostram que todos os índices estão dentro de limites aceitáveis, com NMSE, módulos de FB e FS relativamente próximo de zero e COR e FA2 relativamente perto de 1,0. No entanto, vale notar que os módulos de FB e FS obtidos quando no modelo GILTT utilizam-se os coeficientes de difusão dependentes da distância a partir da fonte, são aproximadamente cinco vezes menores do que os valores de FB e FS obtidos a partir do modelo GILTT com os coeficientes assintóticos (sem memória). Este resultado demonstra que, para estudos de dispersão de poluentes é relevante incluir a dependência da distância para o coeficiente de difusão na modelagem da qualidade do ar.

5 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, a teoria de difusão estatística de Taylor foi utilizada para derivar parametrizações que descrevem o transporte em uma camada limite cuja turbulência é gerada pelo cisalhamento do vento, ou seja, situações de vento forte. Desta forma, chegou-se aos coeficientes de difusão turbulenta assintóticos, sem memória, e coeficientes função da posição que levam em conta o efeito de memória em um escoamento turbulento. Estes coeficientes de difusão, função da posição, são válidos num campo próximo, intermediário e longe de uma fonte pontual contínua.

A derivação das expressões dos coeficientes de difusão baseia-se em modelos para os espectros de energia cinética turbulenta onde se utilizaram os parâmetros medidos em eventos de vento norte (ARBAGE et al. 2008). Estes parâmetros foram os valores da função adimensional de dissipação de energia, Φ_ε , e as magnitudes das frequências superficiais, $(f_m)_{0u}$, $(f_m)_{0v}$ e $(f_m)_{0w}$, associadas aos máximos do espectro de energia cinética.

Os coeficientes de difusão, função da posição, foram expressos por uma formulação integral com solução numérica e por uma algébrica. A comparação demonstra um bom grau de concordância numérica entre as formulações algébrica e integral.

Neste estudo, a equação de difusão-advecção foi resolvida por um método analítico (técnica GILTT), com a utilização dos coeficientes de difusão assintóticos, expressão (89), e os coeficientes função da posição com formulação algébrica, expressão (118). Os resultados destas simulações foram confrontados com os dados de concentração medidos no experimento clássico de Prairie Grass, conforme avaliação estatística mostrada na Tabela 4.2.

Deve-se salientar a importância de soluções analíticas em problemas de dispersão de poluentes na atmosfera: Modelos analíticos não são apenas ferramentas indispensáveis para prever a concentração de poluentes com alta precisão, também exibem explicitamente a influência de cada variável física descrevendo a dispersão de poluentes na atmosfera.

O diagrama de dispersão (Fig. 4.1) e os índices estatísticos originados da comparação entre resultados das concentrações simuladas e observadas (Tabela 4.2) mostram que o modelo empregado reproduz adequadamente as medidas experimentais.

Especificamente, analisando-se os índices estatísticos FB e FS, é importante salientar que os resultados obtidos com o coeficiente de difusão que depende da distância da fonte (expressão 118), são melhores do que os alcançados com coeficiente de difusão assintótica (expressão 89) sem efeito de memória.

Neste ponto é importante mencionar que para uma fonte pontual contínua elevada, Degrazia et al. (2001) mostraram que a aplicação do coeficiente de difusão dependente da distância simula melhor as concentrações do que o simples emprego de um coeficiente de difusão assintótico. Como consequência deste estudo, envolvendo fontes poluentes elevadas e dos resultados da presente análise, aplicada a fontes baixas, sugere-se que a inclusão do efeito de memória no coeficiente de difusão melhora a descrição do fenômeno de transporte turbulento de contaminantes liberados por fontes baixas e elevadas.

REFERÊNCIAS

- ARBAGE, M.C.A. et al. Turbulent statistical characteristics associated to the North Wind phenomenon in southern Brazil with application to turbulent diffusion. **Physica A**, v. 387, p. 4376-4386, 2008.
- BATCHELOR G.K. **Diffusion in a field of homogeneous turbulence**. I.: Eulerian analysis. Aust. J. Sci. Res. 2, p. 437–50. 1949.
- BARAD, M.L. **Project Prairie Grass: A field program in diffusion** - Geophys. Res. Pap. 59 (II) TR-58-235 (II), Air Force Cambridge Research Centre, USA, 1958.
- BLACKADAR, A.K. The vertical distribution of wind and turbulent exchange in a neutral atmosphere. **Journal of Geophysical Research**, v. 67, p. 3095-3102, 1962.
- BLACKADAR, A.K. **Turbulence and diffusion in the atmosphere: lectures in Environmental Sciences**, Springer-Verlag, 1997.
- BUSKE, D. et al. Simulation of pollutant dispersion for low wind conditions in stable and convective planetary boundary layer. **Atmospheric Environment**, v. 41, p. 5496 – 5501, 2007.
- BUSKE, D. et al. A General Analytical Solution of the Advection-Diffusion Equation for Fickian Closure. In: **Integral Methods in Science and Engineering: Computational and Analytic Aspects**. Boston: Birkhäuser, pp. 25-34, 2011.
- BUSKE, D. et al. Analytical Model for Air Pollution in the Atmospheric Boundary Layer. In: **Air Pollution.Croatia: InTech**, 2012, in press.
- CHAMPAGNE, F.H.; FRIEHE, C.A.; LA RUE, JC. and WYNGAARD, J.C.. **Flux measurements techniques, and fine-scale turbulence measurements in the unstable surface layer over land**. J. Atmos. Sci., 34, 515-530. 1977.
- DEARDORFF, J.W.: **Numerical investigation of neutral and unstable planetary boundary layer**, J. Atmos. Sci., 29, 91-115. 1972.
- DEARDORFF, J.W.; WILLIS, G.E. **A parameterization of diffusion into the mixed layer**. J. Applied Meteor. 14: 1451-1458, 1975.
- DEGRAZIA, G.A.; MORAES, O. L. L. **A Model for Eddy Diffusivity in a Stable Boundary Layer**. Boundary-Layer Meteorol. 58, 205-214. 1992.
- DEGRAZIA, G.A.; ANFOSSI, D. Estimation of the Kolmogorov constant C_o from classical statistical diffusion theory. **Atmospheric Environment**, v. 32, p. 3611 – 3614, 1998.

DEGRAZIA G.A.; ANFOSSI, D.; CAMPOS VELHO, H.F.; FERRERO, E. Turbulence parameterization for PBL dispersion models in all stability conditions. **Atmospheric Environment**, v. 34, p. 3575 – 3583, 2000.

DEGRAZIA, G.A., MOREIRA, D.M. AND VILHENA, M.T., 2001. Derivation of an eddy diffusivity depending on source distance for vertically inhomogeneous turbulence in a convective boundary layer. **Journal of Applied Meteorology**, v. 40, p. 1233 - 1240, 2001.

DEGRAZIA, G.A. et al. Comparison between an integral and algebraic formulation for the eddy diffusivity using the Copenhagen experimental dataset. **Il Nuovo Cimento**, v. 25C, 207 – 218, 2002.

DEGRAZIA, G.A. et al. On the universality of the dissipation rate functional form and of the autocorrelation function exponential form. **Atmospheric Environment**, v. 39, p. 1917 – 1924, 2005.

DELAGE, Y.A numerical study of the nocturnal Atmospheric Boundary Layer. **Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society**, v. 100, p. 351-364, 1974.

GARRAT, J.R. **The Atmospheric Boundary Layer**. Cambridge: Cambridge Atmospheric and Space Science Series – University Press, 361p, 1992.

GRYNING, S.E. **Elevated source SF6-tracer dispersion experiments in the Copenhagen area**, Risoe-R-446. 1981.

HANNA, S.R.A method of estimating vertical eddy transport in the planetary boundary layer using characteristics of the vertical velocity spectrum. **Journal of Atmospheric Science**, 25, 1026. 1968.

HANNA, S.R. **Lagrangian and Eulerian Time-Scale in the Daytime Boundary Layer**. J. Appl. Meteorol. 20, p.242-249, 1981.

Hanna S.R. **Applications in air pollution modelling**. In: Nieuwstadt, F.T.M., van Dop, H. (Eds.), **Atmospheric Turbulence and Air Pollution Modelling**. Reidel, Dordrecht, p.275-310, 1982.

HANNA S.R.; PAINE R.J. Hybrid plume dispersion model (HPDM) development and evaluation. **J. Appl. Meteorol.** 28: 206–224, 1989.

IRWIN, J. S. A theoretical variation of the wind profile power-law exponent as a function of surface roughness and stability. **Atmospheric Environment**, vol. 13, pp.191–194, 1979.

MEDEIROS, L.E. **Decaimento da turbulencia na camada superficial**. 2005. 103 f. Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2005.

- MONIN, A.S.; OBUKHOV, A.M. Basic laws of turbulent mixing in the ground layer of the atmosphere. **Trans. Geophys. Inst. Akad. Nauk. USSR**, v. 151, p. 163-187, 1954.
- Nieuwstadt, F. T. M. The turbulent structure of the stable nocturnal boundary layer. **J. Atmos. Sci.**,41, 2202–2216. 1984.
- OLESEN, H.R.; LARSEN, S.E. e HOJSTRUP, J. **Modelling velocity spectra in the lower part of the planetary boundary layer**. *Boundary - Layer Meteorol*, 29, 285-312. 1984.
- PANOFSKY, H.A.; DUTTON, J.A. **Atmospheric Turbulence**. Wiley Interscience, New York, 397p. 1984.
- PASQUILL, F. **Atmospheric Diffusion**. Wiley & Sons, p. 429, 1974.
- PASQUILL, F.; and SMITH, F. B. **Atmospheric Diffusion**, Wiley & Sons, 437 pp.. 1983.
- PASQUILL, F.; and SMITH, F. B. **Atmospheric Diffusion**. Ellis Horwood Ltd., Chichester, 437 pp. 1983.
- SEINFELD, JH; PANDIS. S. N. **Atmospheric chemistry and physics**. John Wiley & Sons, New York, 1326 pp. 1998.
- SORBJAN, Z. **Structure of the Atmospheric Boundary Layer**. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 317p, 1989.
- STULL, R.B. **An Introduction to Boundary Layer Meteorology**. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers, 1988.
- TAYLOR, G.I. Diffusion by continuous movements. **Proceedings of the London Mathematical Society**, Series 2, p.196-212, 1921.
- TENNEKES, H. The exponential Lagrangian correlation function and turbulent diffusion in the inertial subrange. **Atmospheric Environment**, v.13, p.1565-1667, 1979.
- TENNEKES, H. Similarity relations, scaling laws and spectral dynamics. In: Nieuwstadt, F.T.M., van Dop, H. (Eds.) **Atmospheric Turbulence and Air Pollution Modelling**, Reidel, Dordrecht, p. 37-68, 1982.
- WANDEL, C.F.; KOFOED-HANSEN, O. On the Eulerian-Lagrangian Transform in the Statistical Theory of Turbulence. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 67, p. 3089-3093, 1962.
- WILLIS, G.E. and DEARDORFF, J.W. **A laboratory model of the unstable planetary boundary layer**. *J.Atmos. Sci.*, 31, 1297-1307, 1974.

WYNGAARD, J.C.; COTE, O.R.; RAO, K.S. Modelling of the atmospheric boundary layer. **Advances in Geophysics**, v. 18A. Academic Press, New York, p. 193-212, 1974.