

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO
MESTRADO EM ADMINISTRAÇÃO**

**GESTÃO DINÂMICA DO RISCO DE MERCADO COM
MODELO CÓPULA-GARCH**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Marcelo Brutti Righi

Santa Maria, RS, Brasil

2013

GESTÃO DINÂMICA DO RISCO DE MERCADO COM MODELO CÓPULA-GARCH

Marcelo Brutti Righi

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração da
Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para
obtenção do grau de
Mestre em Administração.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Sergio Ceretta

Santa Maria, RS, Brasil

2013

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Central da UFSM, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Brutti Righi, Marcelo
Gestão dinâmica do risco de mercado com modelo Cópula-
GARCH / Marcelo Brutti Righi.-2013.
106 p.; 30cm

Orientador: Paulo Sergio Ceretta
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Maria, Centro de Ciências Sociais e Humanas, Programa de
Pós-Graduação em Administração, RS, 2013

1. Finaças 2. Gestão do Risco 3. Econometria I.
Ceretta, Paulo Sergio II. Título.

**Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Ciências Sociais e Humanas
Departamento de Ciências Administrativas
Curso de Administração**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Dissertação

**GESTÃO DINÂMICA DO RISCO DE MERCADO COM MODELO
CÓPULA-GARCH**

elaborado por
Marcelo Brutti Righi

como requisito parcial para obtenção do grau de
Mestre em Administração

COMISSÃO EXAMINADORA:

Paulo Sergio Ceretta, Dr. (UFSM)
(Presidente/Orientador)

Kelmara Mendes Vieira, Dra. (UFSM)

Marcelo Scherer Perlin (UFRGS)

Santa Maria, 28 de Janeiro de 2013.

RESUMO

Dissertação de Mestrado
Programa de Pós-Graduação em Administração
Universidade Federal de Santa Maria

GESTÃO DINÂMICA DO RISCO DE MERCADO COM MODELO CÓPULA-GARCH

AUTOR: MARCELO BRUTTI RIGHI

ORIENTADOR: PAULO SERGIO CERETTA

Data e Local da Defesa: Santa Maria, 28 de Janeiro de 2013.

O presente trabalho visa analisar a eficiência da abordagem de gestão de risco de mercado baseada no modelo Cópula-GARCH. Para tanto são usados dados referentes às cotações diárias dos mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano, considerando o período referente à Julho de 2002 até Junho de 2012, totalizando dez anos de observações. Os resultados permitem concluir que existem agrupamentos de volatilidade ao longo das séries durante as crises do *sub-prime* e da dívida Europeia. Mercados desenvolvidos apresentam menores níveis gerais de oscilação do que emergentes. Houve incremento gradual no nível de correlação dinâmica par a par dos mercados analisados, com níveis gerais entre 0,3 e 0,6. VaRs dinâmicos computados acompanharam a evolução dos retornos, não excedendo o número esperado de violações, ao contrário das estimativas de VaR estáticas. Mercados desenvolvidos apresentam aumento na razão ótima de *hedge* a partir da crise do *sub-prime*, enquanto para os mercados emergentes muitas razões ótimas mantiveram-se nos mesmos patamares. Razões estáticas não acompanharam a evolução dos mercados. É identificado predomínio da cópula t de Student no relacionamento entre risco e retorno. Todavia não é possível inferir a existência de uma associação explícita. Os testes de mudança estrutural indicaram quebras nas volatilidades no início da crise do *sub-prime*, enquanto para correlações não há homogeneidade de quebras nem de datas. Existem padrões nas participações que não são acompanhadas pelos pesos estáticos dos ativos na composição da carteira construída. Durante todo o período amostral a volatilidade do portfólio dinâmico foi menor que a do estático, especialmente em períodos de maior turbulência, com reduções de até 50%. Testes revelam que a volatilidade obtida com estratégia baseada no modelo Cópula-GARCH é menor que aquelas referentes às abordagens estática e dinâmica efetuada através do modelo DCC-GARCH.

Palavras-Chave: Gestão do Risco, Cópulas, Quebra estrutural, Portfólio dinâmico, Simulação numérica.

ABSTRACT

Master Dissertation
Graduate Program in Business
Federal University of Santa Maria

DYNAMIC MARKET RISK MANAGEMENT WITH COPULA-GARCH MODEL

AUTHOR: MARCELO BRUTTI RIGHI

ADVISER: PAULO SERGIO CERETTA

Defense Place and Date: Santa Maria, January 28, 2013.

The present work aims to analyze the market risk management copula-GARCH model approach efficiency. To that we use data referent to daily prices of North American, German, Australian, Brazilian, Hong Kong and South African markets, considering the period from July 2002 to June 2012, totalizing ten years of observations. Results allow to conclude that there are volatility clusters along series during sub-prime and Eurozone debt crises. Developed markets present lower general oscillation levels than emerging ones. There was gradual increment in analyzed markets pair to pair dynamic correlation levels, with general levels between 0.3 and 0.6. Computed dynamic VaRs followed returns evolution, not exceeding the expect number of violations, unlike static VaR estimates. Developed markets present rising on optimal hedge ratios starting on sub-prime crisis, while for emerging markets many ratios maintain at same levels. Static ratios did not follow markets evolution. It is identified predominance of the Student t copula on risk and return relationships. However it is not possible to infer existence of an explicit association. Structural change tests indicated breaks in volatility at sub-prime crisis begin, while for correlations there is not homogeneity for breaks or dates. There are patterns on participations which are not followed by markets composed portfolio static weights. During all sample period the dynamic portfolio volatility was less than static one, especially in turbulent periods, with reductions up to 50%. Tests reveal that volatility obtained with Copula-GARCH based strategy is less than those referent to static and dynamic DCC-GARCH approaches.

Key words: Risk Management, Copulas, Structural Change, Dynamic Portfolio, Numerical Simulation.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
1.1 Problemática	10
1.1.1 Problema de Pesquisa	11
1.1.2 Objetivo Geral	11
1.1.3 Objetivos Específicos	11
1.2 Justificativa	12
1.3 Estrutura do Trabalho	13
2 REFERENCIAL TEÓRICO	15
2.1 Modelagem Econométrica da Volatilidade Condicional	15
2.2 Cópulas	19
2.2.1 Definições e Conceitos	20
2.2.2 Famílias de Cópulas	22
2.3 Moderna Teoria de <i>Portfolios</i>	25
2.4 Gestão quantitativa do Risco	31
2.4.1 Contextualização Histórica	31
2.4.2 Tipos de Risco	33
2.4.2.1 Risco de Mercado	33
2.4.2.2 Risco de Liquidez	34
2.4.2.3 Risco Operacional	34
2.4.2.4 Risco de Crédito	34
2.4.2.5 Risco de Negócio	35
2.4.2.6 Risco de Agregação	35
2.4.2.7 Risco do Modelo	36
2.4.3 Mensuração Empírica	36
3 MÉTODO	39
3.1 Delineamento	39
3.2 Descrição Empírica	40
3.3 Análise Estrutural	42
3.4 Análise da Diversificação do Risco	45
4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	47
4.1 Análise Descritiva	47
4.2 Análise Estrutural	59
4.3 Análise da Diversificação do Risco	77
5 CONCLUSÃO	87
6 REFERÊNCIAS	93

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Preços diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2012	49
Figura 2 – Retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2011	50
Figura 3 – Retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2011 a Junho de 2012	51
Figura 4 – Volatilidades dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2011 a Junho de 2012	57
Figura 5 – Correlações dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2011 a Junho de 2012	58
Figura 6 – Valor em Risco dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2011 a Junho de 2012	61
Figura 7 – Razões ótimas de <i>hedge</i> estimadas e previstas pelo modelo Cópula-GARCH para o mercado Norte Americano em relação aos demais cinco presentes no estudo no período de Julho de 2011 a Junho de 2012	64
Figura 8 – Razões ótimas de <i>hedge</i> estimadas e previstas pelo modelo Cópula-GARCH para o mercado Alemão em relação aos demais cinco presentes no estudo no período de Julho de 2011 a Junho de 2012	65
Figura 9 – Razões ótimas de <i>hedge</i> estimadas e previstas pelo modelo Cópula-GARCH para o mercado Australiano em relação aos demais cinco presentes no estudo no período de Julho de 2011 a Junho de 2012	66
Figura 10 – Razões ótimas de <i>hedge</i> estimadas e previstas pelo modelo Cópula-GARCH para o mercado Brasileiro em relação aos demais cinco presentes no estudo no período de Julho de 2011 a Junho de 2012	67
Figura 11 – Razões ótimas de <i>hedge</i> estimadas e previstas pelo modelo Cópula-GARCH para o mercado Honconguês em relação aos demais cinco presentes no estudo no período de Julho de 2011 a Junho de 2012	68
Figura 12 – Razões ótimas de <i>hedge</i> estimadas e previstas pelo modelo Cópula-GARCH para o mercado Sul Africano em relação aos demais cinco presentes no estudo no período de Julho de 2011 a Junho de 2012	69
Figura 13 – Diagramas de dispersão entre riscos e retornos estimados pelo modelo Cópula-GARCH para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2011 a Junho de 2011	72
Figura 14 – Pesos dinâmicos ótimos para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2012	79
Figura 15 – Volatilidade obtida com os portfólios estático e dinâmico para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2011	81
Figura 16 – Volatilidade obtida com os portfólios estático e dinâmico para os mercados	

	Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2011 a Junho de 2012.....	82
Figura 17 –	Redução proporcional de volatilidade obtida com os portfolio dinâmico em relação ao estático para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2011	83
Figura 18 –	Redução proporcional de volatilidade obtida com os portfolio dinâmico em relação ao estático para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2011 a Junho de 2012	84

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Estatísticas descritivas dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2011	53
Tabela 2 – Coeficientes estimados e significância dos parâmetros do modelo Copula-GARCH dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2011	54
Tabela 3 – Diagnósticos dos resíduos do modelo Copula-GARCH dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2011	55
Tabela 4 – Backtests do VaR dinâmico estimado através do modelo Copula-GARCH dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano “dentro” e “fora” da amostra aos níveis 5% e 1% de significância	62
Tabela 5 – Razão de hedge estimada estaticamente e redução da variância obtida “dentro” e “fora” da amostra através do modelo Copula-GARCH dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano	71
Tabela 6 – Resultados da estimação das cópulas e medidas de associação entre riscos e retornos estimados pelo modelo Cópula-GARCH para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2011 a Junho de 2011	73
Tabela 7 – Testes de mudança estrutural das volatilidades condicionais estimadas pelo modelo Copula-GARCH dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano	75
Tabela 8 – Testes de mudança estrutural das correlações condicionais estimadas pelo modelo Copula-GARCH dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano	76
Tabela 9 – Testes Wilcoxon soma de postos e SPA para a diferença de volatilidade e redução proporcional para o portfolio composto pelos mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2012, obtidas pela abordagem dinâmica sobre a estática e DCC comuns	85

1 INTRODUÇÃO

O acompanhamento e a gestão de ativos financeiros são rotina para muitos indivíduos e organizações. Consequentemente, a análise cuidadosa, a especificação, estimativa e previsão da dinâmica de retornos dos ativos financeiros e a construção e avaliação de carteiras, são habilidades essenciais no conjunto de ferramentas de qualquer administrador financeiro e analista (CAPORIN e MCALEER, 2010).

Desde a introdução da teoria de seleção de *portfolio* e do Modelo de Precificação de Ativos de Capital (CAPM), a questão da dependência tem sido de vital importância em finanças. Inserido nesse contexto, o conhecimento do comportamento estocástico de correlações e covariâncias entre retornos é parte essencial na precificação de ativos, seleção de carteira e administração do risco (BAUR, 2006).

Dessa forma, o estudo da volatilidade assume grande importância na área de finanças, em especial no apreçamento de derivativos e no gerenciamento de risco de investimentos. Tradicionalmente, o cálculo de estimativas da volatilidade de retornos financeiros, bem como sua aplicação na determinação do valor em risco (*value at risk*, VaR), tomam como base as variações diárias nos preços dos ativos (GOODHART e O'HARA, 1997).

A literatura acerca dos modelos de mensuração de volatilidade inclui diversos métodos com distintos graus de dificuldade de implementação. Do ponto de vista incondicional, o estimador mais simples é o desvio padrão histórico. Sua vantagem é a facilidade de cálculo e interpretação, porém, possui dois grandes inconvenientes, que são sua simetria e o fato de ser constante ao longo da amostra. Em contraste, o modelo ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) introduzido por Engle (1982) e sua generalização GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) proposta por Bollerslev (1986), por não sofrerem destes problemas, são amplamente aplicados para modelar a volatilidade univariada de séries financeiras.

É possível estender os conceitos acerca da mensuração da volatilidade condicional para uma perspectiva multivariada, por meio de um modelo GARCH multivariado (MVGARCH). Este tipo de modelo é bastante interessante porque pode identificar e utilizar movimentos comuns entre volatilidades de ativos distintos. Nesse sentido, os modelos mais consolidados na literatura são o de Correlação Condicional Constante (CCC) de Bollerslev (1990), o modelo BEKK de Engle e Kroner (1995) e, posteriormente, o Correlação Condicional Dinâmica (DCC-GARCH), desenvolvido por Engle e Sheppard (2001) e Tse e

Tsui (2002). Esses modelos são baseados em distribuições multivariadas normais de probabilidade, onde cuidados têm sido tomados para garantir a definição positiva da matriz de covariância.

Entretanto, essa suposição é irrealista, como já foi evidenciado por inúmeros estudos empíricos, nos quais tem sido mostrado que ativos financeiros são assimétricos, leptocúrticos e dependentes (LONGIN e SOLNIK, 2001; ANG e CHEN, 2002; PATTON, 2006). Essas questões podem ser tratadas como um problema de cópulas. Uma cópula é uma função que liga as marginais univariadas com suas distribuições multivariadas. Uma vez que é sempre possível transformar qualquer vetor de variáveis aleatórias em um vetor com marginais uniformes, torna-se possível dividir as marginais desse vetor e obter uma estimativa de sua dependência, que é a cópula.

O conceito de cópula foi introduzido por Sklar (1959) e estudado por muitos autores, tais como Deheuvels (1979), Genest e MacKay (1986). O uso de cópulas para modelar a dependência residual entre ativos tem aparecido em estudos recentes (JONDEAU e ROCKINGER, 2006; AUSIN e LOPES, 2010; MIN e CZADO, 2010).

Um modelo inapropriado para dependência pode levar a carteiras sub-ótimas e imprecisas inferências sobre a exposição ao risco. Tradicionalmente, a correlação é usada para descrever a dependência entre variáveis aleatórias, porém estudos tem comprovado a superioridade de cópulas na modelagem da dependência, pois oferecem muito mais flexibilidade que aquela obtida pela correlação (EMBRECHTS *et al.*, 2003).

Assim, emerge o modelo Cópula-GARCH para estimação das volatilidades condicionais do relacionamento multivariado entre ativos financeiros. Sem a restrição imposta pela suposição de normalidade multivariada, a distribuição conjunta pode ser decomposta em suas distribuições marginais e uma cópula, os quais podem ser considerados tanto separadamente como simultaneamente.

1.1 Problemática

Esta subseção apresenta o problema de pesquisa, assim como os objetivos que nortearam a evolução e desenvolvimento do presente trabalho. Dessa forma, no que tange à divisão, esta subseção é separada em três itens: i) Problema de pesquisa, que apresenta a questão fundamental a ser respondida; ii) Objetivo geral, que tem por cerne a indicação do

resultado pretendido; e iii) Objetivos específicos, cuja finalidade é a indicação das metas das etapas que levarão à realização do objetivo geral.

1.1.1 Problema de Pesquisa

Com base no conteúdo previamente exposto emerge o seguinte problema de pesquisa: **A gestão do risco de mercado com base no modelo Cópula-GARCH é eficiente no que tange a estrutura, medidas e diversificação, superando outras abordagens (estática e dinâmica usual)?**

1.1.2 Objetivo Geral

Destaca-se como **objetivo geral** do estudo:

- Analisar a eficiência da gestão de risco de mercado baseada no modelo Cópula-GARCH no que tange a estrutura, medidas e diversificação, comparando com outras abordagens (estática e dinâmica usual);

1.1.3 Objetivos Específicos

O objetivo geral do trabalho será alcançado mediante os seguintes **objetivos específicos**:

- Analisar a matriz de covariância dinâmica dos retornos financeiros dos mercados contidos no estudo;
- Estimar e analisar o VaR e a razão ótima de *hedge* dinâmicos, comparando com sua contrapartida estática;
- Estimar a dependência e a probabilidade conjunta entre risco e retorno nos mercados estudados;

- Verificar a ocorrência de quebras estruturais nas volatilidades e correlações condicionais estimadas para os mercados durante o período estudado;
- Construir um *portfolio* dinâmico formado pelos retornos dos mercados estudados, a fim de analisar a evolução da participação destes na diversificação internacional do risco de mercado;
- Consolidar a estrutura do *portfolio* dinâmico criado, comparando sua efetividade quanto à diversificação do risco com a abordagem estática clássica e abordagem dinâmica usual;

1.2 Justificativa

São expostos nessa subseção alguns autores que corroboram com a necessidade de um maior controle e prévio conhecimento da evolução da diversificação do risco em investimentos internacionais. Tal justificativa prima por dar sustentação aos objetivos que foram anteriormente definidos neste trabalho, na subseção 1.1.

Recentes estudos aplicam modelos de volatilidade condicional para estimar a razão de *hedge* ótima e VaR que variam no tempo, demonstrando que geralmente uma estratégia dinâmica resulta em maior redução do risco que uma contrapartida estática (BROOKS e CHONG, 2001; CHOUDHRY, 2003; RIGHI e CERETTA, 2011a). A superioridade dessas abordagens dinâmicas deriva essencialmente da capacidade de alteração na distribuição conjunta dos retornos (HSU, TSENG e WANG, 2008). Além disso, é possível, por meio do ajuste de cópulas aos resíduos do modelo de volatilidade condicional, estimar a probabilidade conjunta de perda dos ativos que compõe uma carteira. Estendendo assim, a análise individual obtida com o VaR (RIGHI e CERETTA, 2011b).

Não obstante, através da estimação dinâmica das médias e volatilidades condicionais, torna-se possível estimar a dependência, bem como a função de probabilidade conjunta do risco e retorno de ativos financeiros. Esta dependência é o cerne da teoria financeira, embora ainda não exista uma formulação matemática estocástica sobre este relacionamento.

A estimação dinâmica da matriz de covariância de retornos de ativos financeiros permite, também, a identificação de quebras estruturais no risco desses ativos, oriundas de choques externos. Quebra estrutural é entendida, de acordo com Zeileis *et al.* (2010), como sendo uma mudança brusca na evolução temporal de uma série. Existe evidência de que

ocorrem quebras estruturais em mercados financeiros e que estas afetam indicadores fundamentais como retornos e volatilidade (ANDREOU e GHYSELS, 2006; HORVÁTH *et al.*, 2006). Estudos empíricos mostram que diversos eventos econômicos podem levar a quebras estruturais, especialmente crises, que causam grande turbulência, implicando em um enorme desafio para a administração do risco.

Além disso, tal estimação dinâmica da matriz de covariância dos retornos de ativos financeiros torna plausível estender os conceitos da diversificação de *portfolio*, propostos inicialmente por Markovitz (1952) e que vem dando suporte para acadêmicos e profissionais da área de finanças desde então. Nesse contexto, existe a necessidade de minimização do risco de ativos através de alocação ótima de recursos. Eventos de importância global tendem a ter impactos significantes nos mercados de ações do mundo todo. Tais eventos podem levar a mudanças dramáticas no comportamento dos investidores (FORBES e RIGOBON, 2002).

Com base nessa perspectiva, é imprescindível para a redução do risco de uma carteira o rebalanceamento dos ativos da mesma. Com base na matriz de covariância dinâmica estimada pelo modelo Cópula-GARCH, é possível construir uma carteira com nível mínimo de risco a cada período, alterando os pesos dos ativos constantemente.

Além da maior flexibilidade na redução do risco proporcionada por este *portfolio* dinâmico, o investidor é capaz de verificar quais ativos perdem ou ganham espaço na tentativa de diversificação ao longo do tempo. Assim, é possível realizar previsões de composição para dias de negociação posteriores, ao passo que na abordagem clássica não há esta possibilidade de previsão, pois a matriz de covariância dos ativos é tratada de maneira estática.

Em suma, esta dissertação se torna relevante para a literatura da área porquanto aplica um modelo de maior flexibilidade para o problema de estimação dinâmica de *portfolio*. Além disso, do ponto de vista do método estatístico, a presente dissertação pode ser considerada um avanço para as aplicações financeiras do modelo Cópula-GARCH, contribuindo para sua difusão na academia. Mais além, é verificada a evolução da participação de diferentes mercados na tentativa de diversificação de risco, tornando evidentes os efeitos de períodos turbulentos. Nesse sentido, existe uma lacuna de estudos que analisem a mudança de pesos devido a eventos como crises financeiras e econômicas, especialmente lidando com diferentes tipos de estratégias para construção de *portfolio*.

1.3 Estrutura do trabalho

Além desta primeira seção contendo a introdução, problemática e justificativa da dissertação, o restante do trabalho está estruturado da seguinte forma: A seção 2 apresenta o referencial teórico utilizado para fundamentar os objetivos propostos e os aspectos metodológicos utilizados. Este referencial traz obras e autores que abordam os temas de modelagem multivariada da volatilidade, Cópulas, Moderna Teoria do *portfolio* e Gestão quantitativa do Risco. Buscou-se realizar um compêndio de definições e trabalhos empíricos de forma a estabelecer uma ligação entre estas áreas de estudo. No que segue, a seção 3 apresenta os aspectos metodológicos estabelecidos no presente projeto. Nesta seção é apresentada a opção feita para amostra do estudo, assim como expõe um guia das modelagens e procedimentos realizados para cumprir cada um dos objetivos específicos previamente estabelecidos. Por consequência, o cumprimento destes objetivos específicos leva ao alcance do objetivo principal proposto. A seção 4 expõe os resultados obtidos e sua devida discussão. Buscou-se analisar os resultados obtidos de maneira estatística e econômica, a fim de construir inferências mais sólidas. Por fim, a seção 5 apresenta as conclusões da presente dissertação, fazendo conexões entre os principais resultados e os objetivos propostos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Esta seção se subdivide em quatro partes: i) Modelagem Econométrica da Volatilidade Condicional, que aborda as questões de estimação da matriz de covariância dinâmica que dão sustentação ao resto do estudo; ii) Cópulas, que brevemente explicam a teoria de cópulas, utilizada como relação de dependência e distribuição conjunta no estudo; iii) Moderna Teoria de *Portfolios*, que explana acerca da evolução ocorrida na teoria financeira, em especial na construção de carteiras; e iv) Gestão Quantitativa do Risco, que expõe a literatura, bem como técnicas utilizadas para uma consistente gestão do risco inerente a investimentos financeiros.

2.1 Modelagem Econométrica da Volatilidade Condicional

De acordo com Christoffersen (2012), o estudo da volatilidade tem diversas aplicações em finanças. O autor argumenta que a modelagem da volatilidade provê uma abordagem simples para se calcular o VaR de uma posição financeira na gestão do risco. Além disso, a volatilidade tem um importante papel na alocação de ativos na estrutura de utilidade de média-variância. Mais além, modelar a volatilidade de uma série temporal pode elevar a eficiência na estimação dos parâmetros, bem como a precisão em um intervalo de previsões. Ultimamente, os índices de volatilidade dos mercados tem se tornado instrumentos financeiros.

Uma questão fundamental sobre a volatilidade de produtos financeiros, como ações, é que ela não é diretamente observável. Tradicionalmente, a dispersão histórica de uma variável é estimada por meio do desvio padrão. Entretanto, no que tange a ativos financeiros, esta abordagem incondicional ao tempo não faz sentido, devido aos seguintes fatos estilizados, citados na obra de Tsay (2010): i) Existem agrupamentos de volatilidade, ou seja, a volatilidade pode ser elevada em certos períodos e baixa em outros instantes; ii) a volatilidade evolui no tempo de uma maneira contínua, isto é, pulos na volatilidade são raros; iii) volatilidade não diverge para o infinito, variando dentro de uma amplitude fixa, em termos estatísticos isto significa que a volatilidade é frequentemente estacionária; e iv) a volatilidade

parece reagir diferentemente a grandes aumentos e grandes diminuições nos preços dos ativos, tal comportamento é conhecido como efeito alavancado.

Visando se adequar as características inerentes à volatilidade condicional de ativos financeiros, foram criados modelos univariados com o intuito de captar tal comportamento. O modelo que deu início a uma vasta família de técnicas é aquele exposto no trabalho seminal de Engle (1982), o modelo ARCH. Tal trabalho é tão relevante, que este autor foi laureado com o prêmio Nobel de economia no ano de 2003. O modelo ARCH foi estendido para uma forma generalizada por Bollerslev (1986). As equações (1) a (3), expõe matematicamente o modelo GARCH.

$$r_t = E(r_t) + \varepsilon_t, \quad (1)$$

$$\varepsilon_t = h_t z_t, \quad z_t \sim i. i. d., \quad (2)$$

$$h_t^2 = \omega + \sum_p \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \sum_q \beta_q h_{t-q}^2. \quad (3)$$

Nas equações acima, r_t é o retorno de determinado ativo no instante t ; ε_t é a inovação em relação ao valor esperado do retorno de determinado ativo no instante t , $E(r_t)$; z_t é uma série ruído branco; h_t^2 é a variância condicional de determinado ativo no instante t ; ω , α_p e β_q são parâmetros, de tal forma que $\omega > 0$, $\alpha_p \geq 0$, $\beta_q \geq 0$ e $\sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_i) < 1$. Essa última restrição tem como implicação que a variância incondicional de a_t é finita. O primeiro somatório do lado direito da equação (3) diz respeito ao modelo ARCH, enquanto que o segundo somatório foi adicionado quando da criação do modelo GARCH.

Devido à simplicidade de estimação e grande utilidade desses modelos, surgiram na literatura, com o decorrer dos anos, diversas extensões dos modelos iniciais. Cabe aqui citar o modelo GARCH exponencial (EGARCH) de Nelson (1991), o modelo GARCH com limiares (TGARCH ou GJR-GARCH) de Glosten, Jagannathan, e Runkle (1993), o modelo de potência assimétrica (APARCH) de Ding, Granger, e Engle (1993). Além destes, surgiu uma categoria de modelos de volatilidade estocástica (SV), que abordam o tempo de forma contínua, propostos inicialmente por Melino and Turnbull (1990), Taylor (1994), Harvey, Ruiz, e Shephard (1994), e Jacquier, Polson, e Rossi (1994).

Entretanto, grande parte dos problemas no campo de finanças (precificação de ativos, gestão do risco, análise de investimentos, entre outros) são essencialmente multivariados.

Dessa forma, com o intuito de modelar não apenas as volatilidades condicionais, mas também as covariâncias que servem como medidas de associação entre os ativos é preciso que seja empregado um modelo GARCH multivariado.

Não obstante, quando se trata da especificação de um modelo GARCH multivariado, existe um dilema. Por um lado, o modelo deve ser flexível suficiente para ser capaz de representar a dinâmica da variância e covariância. Por outro, como o número de parâmetros frequentemente cresce muito rápido com o número de ativos, a especificação precisa ser parcimoniosa o bastante para permitir que o modelo seja estimado com relativa facilidade, assim como permitir uma simples interpretação de seus parâmetros (SILVENNOINEN e TERÄSVIRTA, 2008).

Uma característica que precisa ser levada em consideração na especificação é a restrição de positividade da matriz de covariância. Com base nessa ideia, foi desenvolvido o modelo GARCH com parametrização VECH, proposto por Bollerslev, Engle e Wooldridge (1988), representado pela formulação (4).

$$vech(H_t) = A_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j vech(H_{t-1}) + \sum_{j=1}^p A_j vech(\varepsilon_{t-j} \varepsilon'_{t-j}). \quad (4)$$

Em (4), $vech$ é o operador que empilha o triângulo inferior de uma matriz simétrica em um vetor; H_t é a variância condicional; o termo de erro é $\varepsilon_t = H_t^{1/2} \eta_t, \eta_t \sim iidN(0,1)$. A desvantagem desse modelo é que ele possui um grande número de parâmetros (doze para o caso bivariado e $N(N+1)/2)^2 + N(N+1)/2$ no geral), além de que para garantir a positividade de H_t , restrições precisam ser impostas.

Assim, emerge como alternativa a parametrização Baba-Engle-Kraft-Kroner (BEKK), proposta por Engle e Kroner (1995). A parametrização BEKK, que essencialmente trata dos problemas inerentes ao modelo VECH, é definida na formulação (5).

$$H_{t+1} = C' C + B' H_t B + A' \varepsilon_t \varepsilon_t'. \quad (5)$$

As matrizes A , B e C , que contém os coeficientes para o caso com dois ativos, são definidas como:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ 0 & c_{22} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Em (5), H_{t+1} é uma matriz de covariância condicional. No caso bivariado, o parâmetro B explica a relação entre as variâncias condicionais passadas com a atual. O parâmetro A mede a extensão em que as variâncias condicionais estão correlacionadas com os erros ao quadrado passados, ou seja, ele capta os efeitos de choques ou volatilidade. O modelo BEKK conta com sete parâmetros no caso bivariado e $N^2+N(N+1)/2$ no geral.

Para o caso bivariado na parametrização BEKK, as volatilidades da equação (5) possuem as formas (7) e (8).

$$h_{11,t+1} = c_{11}^2 + b_{11}^2 h_{11,t} + 2b_{11}b_{12}h_{12,t} + b_{21}^2 h_{22,t} + a_{11}^2 \varepsilon_{1,t}^2 + 2a_{11}a_{12}\varepsilon_{1,t}\varepsilon_{2,t} + a_{21}^2 \varepsilon_{2,t}^2. \quad (7)$$

$$h_{22,t+1} = c_{12}^2 + c_{22}^2 + b_{12}^2 h_{11,t} + 2b_{12}b_{22}h_{12,t} + b_{22}^2 h_{22,t} + a_{12}^2 \varepsilon_{1,t}^2 + 2a_{12}a_{22}\varepsilon_{1,t}\varepsilon_{2,t} + a_{22}^2 \varepsilon_{2,t}^2. \quad (8)$$

Todavia, o modelo BEKK possui como desvantagem a difícil interpretação de seus parâmetros, pois estes não podem ser isolados em uma única equação (BAUR, 2006). Assim, uma tentativa de contornar o problema é o modelo de covariância condicional, observado indiretamente através da matriz de correlações condicionais. O primeiro modelo desse tipo foi o CCC (*constant conditional correlation* – correlação condicional constante), proposto por Bollerslev (1990) e Bollerslev e Wooldridge (1992). A correlação condicional era assumida como constante e apenas as variâncias eram dinâmicas. O modelo CCC é representado pela formulação (9).

$$H_t = D_t R D_t = (\rho_{ij} \sqrt{h_{ii,t} h_{jj,t}}). \quad (9)$$

Na formulação (9), $D_t = \text{diag}(h_{11,t}^{1/2} \dots h_{NN,t}^{1/2})$, onde $h_{ii,t}$ é a variância condicional do ativo i ; $R = (\rho_{ij})$ é uma matriz simétrica definida positiva, com $\rho_{ii} = 1, \forall i$, i.e., R é a matriz contendo as correlações condicionais ρ_{ij} .

Contudo, a suposição que a correlação condicional é constante ao longo do tempo não é convincente, pois na prática a correlação entre ativos se altera com o tempo. Dessa forma, Engle e Sheppard (2001) and Tse e Tsui (2002) introduziram o modelo DCC (*dynamic conditional correlation* – correlação condicional dinâmica). Esse modelo é um algoritmo em dois passos para estimar os parâmetros, o que o torna relativamente simples de usar na prática. No primeiro passo, as variâncias condicionais são estimadas conforme um modelo GARCH

univariado para cada ativo. No segundo passo, os parâmetros da correlação condicional são estimados. O modelo DCC é representado pela formulação (10).

$$H_t = D_t R_t D_t. \quad (10)$$

Onde, $R_t = \text{diag}(q_{11,t}^{-1/2} \dots q_{NN,t}^{-1/2}) Q_t \text{diag}(q_{11,t}^{-1/2} \dots q_{NN,t}^{-1/2})$; $q_{ii,t}$ é a variância condicional do ativo i no instante t .

Todos os modelos mencionados anteriormente são estimados sob a suposição de normalidade multivariada (máxima verossimilhança) ou em alguma mistura de distribuições elípticas (quase máxima verossimilhança). Não obstante, o uso de uma função de cópula permite considerar as distribuições marginais e a estrutura de dependência tanto separadamente como simultaneamente (HSU, TSENG e WANG, 2008). Dessa forma, modela-se a distribuição conjunta das inovações de cada ativo no modelo com base em uma cópula adequada, ao invés de supor normalidade multivariada. Assim, a distribuição conjunta dos retornos dos ativos pode ser especificada com total flexibilidade, sendo mais realista.

Este modelo foi proposto para aplicações financeiras por Joendeau e Rockinger (2006). Estudos posteriores empregaram este modelo devido a suas vantagens. Fantazzini (2009) realizou simulações de VaR. Aas e Berg (2009), Ausin e Lopes (2010) e Hafner e Reznikova (2010) investigaram estruturas de dependência entre ativos financeiros. Righi e Ceretta (2011c) identificaram mudanças estruturais na volatilidade de mercados europeus. Righi e Ceretta (2011b) estimaram VaR e razão de hedge ótima em mercados latinos. Righi e Ceretta (2012) realizam previsões do risco diário em um *portfolio* global.

2.2 Cópulas

Esta subseção se divide em dois itens: i) Definições e conceitos, que traz as propriedades fundamentais desta classe de métodos, bem como uma breve revisão de literatura empírica; e ii) Famílias de cópulas, apresentando as características inerentes as principais classes existentes deste tipo de funções.

2.2.1 Definições e Conceitos

Dependência entre variáveis aleatórias pode ser modelada com cópulas. Uma cópula retorna a probabilidade de eventos como uma função das probabilidades marginais de cada evento. Isto torna cópulas atrativas, pois o comportamento marginal de variáveis aleatórias pode ser modelado separadamente da sua dependência (KOJADINOVIC e YAN, 2010).

O conceito de cópula foi introduzido por Sklar (1959). Entretanto, apenas recentemente suas aplicações se tornaram claras. Um tratamento detalhado de cópulas, bem como seu relacionamento com conceitos de dependência é dado por Joe (1997) e Nelsen (2006). Uma revisão de aplicações de cópulas para finanças pode ser encontrado em Embrechts *et al.* (2003) e Cherubini *et al.* (2004).

Por questão de notação, será restrita aqui a atenção ao caso bivariado. As extensões ao caso n -dimensional são diretas. Uma função $C : [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ é uma cópula se, para $0 \leq x \leq 1$ e $x_1 \leq x_2, y_1 \leq y_2, (x_1, y_1), (x_2, y_2) \in [0,1]^2$, ela atende as seguintes propriedades:

$$C(x, 1) = C(1, x) = x, \quad C(x, 0) = C(0, x) = 0. \quad (11)$$

$$C(x_2, y_2) - C(x_2, y_1) - C(x_1, y_2) + C(x_1, y_1) \geq 0. \quad (12)$$

A propriedade (11) significa uniformidade das marginais, enquanto (12) é a propriedade monotônica crescente que implica em $P(x_1 \leq X \leq x_2, y_1 \leq Y \leq y_2) \geq 0$ para (X, Y) com distribuição C .

No artigo original de Sklar (1959), foi demonstrado que uma cópula está ligada com uma função de distribuição e suas marginais. Este importante teorema sustenta que:

(i) Seja C uma cópula e F_1 e F_2 funções de distribuição univariadas. Então, (13) define a função de distribuição F com marginais F_1 e F_2 .

$$F(x, y) = C(F_1(x), F_2(y)), \quad (x, y) \in R^2. \quad (13)$$

(ii) Para uma função de distribuição bi-dimensional F com marginais F_1 e F_2 , existe uma cópula C que satisfaz (13). Esta função é única se F_1 e F_2 forem contínuas e, assim, para todo par de variáveis $(u, v) \in [0,1]^2$:

$$C(u, v) = F(F_1^{-1}(u), F_2^{-1}(v)). \quad (14)$$

Em (14), F_1^{-1} e F_2^{-1} denotam genericamente as inversas contínuas de F_1 e F_2 . No tocante à estimação, os métodos dominantes são a tradicional maximização da função de máxima verossimilhança, a pseudo máxima verossimilhança, proposta por Genest *et al.* (1995), e a inversão de medidas de dependência como o Rho de Spearman e o Tau de Kendall. Chen e Fan (2006b) desenvolveram uma extensão da pseudo máxima verossimilhança para séries markovianas.

Entretanto, como notado por Frees e Valdez (1998), nem sempre a identificação da cópula é óbvia. De fato, de acordo com Berrada *et al.* (2006), para muitas aplicações em finanças, o problema não é usar uma determinada distribuição multivariada, mas sim encontrar uma distribuição capaz de descrever alguns fatos estilizados, como por exemplo, aqueles inerentes ao relacionamento entre diferentes retornos financeiros. Genest *et al.* (2009) apresentam uma vasta revisão sobre questões como ajuste e seleção de famílias de cópulas.

Uma vez que cópulas estão ligadas à estrutura de dependência, elas podem ser relacionadas com medidas de associação. São apresentados aqui os procedimentos para cálculo, adaptados de Cherubini *et al.* (2012), das medidas de dependência mais representativas para questões em finanças. Dada uma cópula bivariada estimada C , as dependências caudais, inferior e superior, são representadas pelas formulações (15) e (16), respectivamente. A dependência não linear absoluta calculada com o Tau de Kendall através da conversão de cópulas bivariadas é exposta na formulação (17).

$$\lambda_L = \lim_{u \rightarrow 0^+} \frac{C(u, u)}{u}. \quad (15)$$

$$\lambda_U = \lim_{u \rightarrow 1^-} \frac{1 - 2u + C(u, u)}{1 - u}. \quad (16)$$

$$\tau(x, y) = 4 \int_0^1 \int_0^1 C(u, v) dC(u, v) - 1. \quad (17)$$

No que tange a literatura empírica de métodos baseados em cópulas, é válido notar que houve um crescimento significativo no número de aplicações desta técnica durante os últimos anos. Focando mais especificamente em séries temporais, uma das abordagens com o maior apelo são cópulas variantes no tempo, que consistem na mudança ao longo do tempo da forma e parâmetros da família de cópula estimada. Algumas das propostas mais estruturadas acerca deste tópico são os trabalhos de Chen e Fan (2006a; 2006b) e Patton (2006; 2011). Como aplicação em finanças do uso de cópulas dinâmica, vale citar o trabalho de Goorbergh *et al.* (2005) em precificação de opções.

Ainda dentro da abordagem de séries temporais, as quais são fundamentais para os campos acadêmico e prático em finanças, emerge a estimação da dependência serial com cópulas. Essa abordagem foi inicialmente proposta por Darsow *et al.* (1992) e estendida nos trabalhos recentes de Abegaz e Naik-Nimbalkar (2008), Ibragimov (2009), Chen *et al.* (2009) e Beare (2010). A extensão dessas pesquisas, a adição da interdependência cruzada em séries temporais Markovianas é exposta no trabalho de Remillard *et al.* (2011). Estes autores determinaram a dependência entre os retornos do câmbio Canadá/EUA e do preço do petróleo.

2.2.2 Famílias de Cópulas

As cópulas usadas com maior frequência são as Elípticas e as Arquimedianas (YAN e KOJADINOVIC, 2010). Entre as cópulas elípticas, que são caracterizadas pela classe de cópulas simétrica, destacam-se as cópulas Normal e t de *Student*. Na classe das cópulas Arquimedianas, que melhor ajustam as distribuições assimétricas, se sobressaem as cópulas Clayton, Gumbel, Frank, Joe, BB1, BB6, BB7 e BB8. As cópulas Arquimedianas podem ser construídas usando uma função $\phi_\alpha : [0,1]^2 \rightarrow R^{*+}$, contínua, decrescente, convexa e tal que $\phi(1) = 0$. Tal função é chamada gerador e α é um parâmetro real. A pseudo inversa de ϕ é definida pela formulação (18).

$$\phi^{[-1]}(u) = \begin{cases} \phi^{-1}(v) & 0 \leq u \leq \phi(0) \\ 0 & \phi(0) \leq u \leq +\infty \end{cases} \quad (18)$$

Esta pseudo-inversa é tal que, pela composição com o gerador, ela retorna a identidade, como inversas ordinárias fazem para funções com domínio e imagem sendo os números reais. Formulação (19) define essa relação.

$$\phi^{[-1]}(\phi(u)) = u, \forall u \in [0,1]. \quad (19)$$

Dado o gerador e sua pseudo-inversa, uma cópula Arquimediana C^A é gerada conforme a formulação (20).

$$C^A(u, v) = \phi^{[-1]}(\phi(u) + \phi(v)). \quad (20)$$

As famílias Normal, t de *Student*, Clayton, Gumbel e Frank são definidas a seguir, conforme Cherubini *et al.* (2004). Já as famílias Joe, BB1, BB6, BB7 e BB8 são definidas com base no trabalho de Joe (1997).

A família Normal ou Gaussiana é uma cópula elíptica devido a sua simetria. Embora esta cópula seja a mais usada devido a suas propriedades serem mais tangíveis, ela falha em representar a realidade dos dados observados em mercados financeiros. Seja Φ_ρ a distribuição conjunta de um vetor bidimensional, com correlação linear ρ . A cópula Normal é definida conforme a formulação (21).

$$C^{Gau}(u, v) = \Phi_\rho(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v)). \quad (21)$$

Em (21), Φ^{-1} é a inversa da função de distribuição Gaussiana conjunta padrão. A cópula Gaussiana gera a distribuição conjunta Gaussiana padrão, sempre que as marginais sejam normais padronizadas.

Outra família de cópulas elípticas é a classe t de *Student*. Seja novamente ρ o coeficiente de correlação linear, e v o número de graus de liberdade da função de distribuição de probabilidade t de Student, então a cópula t de *Student* é definida conforme (22).

$$C^t(u, v) = t_{\rho, \delta}(t_\delta^{-1}(u), t_\delta^{-1}(v)). \quad (22)$$

Em (22) t_δ^{-1} é a inversa da função de distribuição univariada t de *Student* com v graus de liberdade; e $t_{\rho, \delta}$ é a distribuição bivariada correspondente a t_δ .

Uma das famílias Arquimedianas, a cópula Clayton, foi introduzida por Clayton (1978) e estudada por Oakes (1982; 1986), Cook e Johnson (1981; 1986). A cópula Clayton é definida conforme (23).

$$C^{Cla}(u, v) = \max[(u^{-\alpha} + v^{-\alpha} - 1)^{-1/\alpha}, 0]. \quad (23)$$

Em (23) a amplitude para α é $[-1, 0) \cup (0, +\infty)$.

A família Gumbel foi introduzida por Gumbel (1960). Desde então ela tem sido em trabalhos como Hougaard (1986) e Hutchinson e Lai (1990). A cópula Gumbel está definida conforme (24).

$$C^{Gum}(u, v) = \exp\{-[(-\ln u)^\alpha + (-\ln v)^\alpha]^{1/\alpha}\}. \quad (24)$$

Em (24), a amplitude de α é $[1, +\infty)$.

A família Frank, cuja primeira aparição foi no trabalho de Frank (1979), é discutida em detalhes por Genest (1987). A cópula Frank está definida conforme (25).

$$C^{Fra}(u, v) = -\frac{1}{\alpha} \ln \left(1 + \frac{(\exp(-\alpha u) - 1)(\exp(-\alpha v) - 1)}{\exp(-\alpha) - 1} \right). \quad (25)$$

Em (25) a amplitude para α é $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.

Outra família Arquimediana, é a classe de cópulas Joe, definidas por Joe (1997). A representação matemática da cópula Joe é apresentada pela formulação (26).

$$C^{Joe}(u, v) = 1 - [(1 - u)^\alpha + (1 - v)^\alpha - (1 - u)^\alpha(1 - v)^\alpha]^{1/\alpha}. \quad (26)$$

Em (26), $\alpha \in [1, +\infty)$.

No supracitado trabalho de Joe (1997), são definidas algumas famílias de cópulas Arquimedianas com dois parâmetros. As cópulas BB1, BB6, BB7 e BB8 estão representadas pelas formulações (27) a (30), respectivamente.

$$C^{BB1}(u, v) = \left\{ 1 + [(u^{-\alpha} - 1)^\beta + (v^{-\alpha} - 1)^\beta]^{1/\beta} \right\}^{-1/\alpha}. \quad (27)$$

$$C^{BB6}(u, v) = 1 - \left(1 - \exp \left\{ - \left[(-\log(1 - (1 - u)^\alpha))^\beta + (-\log(1 - (1 - v)^\alpha))^\beta \right]^{1/\beta} \right\} \right)^{1/\alpha}. \quad (28)$$

$$C^{BB7} = 1 - \left\{ 1 - \left[(1 - (1 - u)^\beta)^{-\alpha} + (1 - (1 - v)^\beta)^{-\alpha} - 1 \right]^{-1/\alpha} \right\}^{1/\beta}. \quad (29)$$

$$C^{BB8} = \frac{1}{\beta} \left(1 - \{ 1 - [1 - (1 - \beta)^\alpha]^{-1} [1 - (1 - \beta u)^\alpha] [1 - (1 - \beta v)^\alpha] \}^{1/\alpha} \right). \quad (30)$$

Em (27), $\alpha > 0, \beta \geq 1$;

Em (28) $\alpha \geq 1, \beta \geq 1$;

Em (29), $\alpha \geq 0, \beta \geq 1$;

Em (30), $\alpha \geq 1, 0 \leq \beta \leq 1$.

2.3 Moderna Teoria de *Portfolios*

A moderna teoria de finanças se originou dentro da academia, especialmente nos departamentos de economia a partir da década de 50. Diferentemente das finanças ditas antigas, que eram oriundas de práticas de mercado, sem um rigoroso tratamento científico. Até a década anterior, economistas faziam uso do componente irracionalidade para basear suas pressuposições e teorias. Não obstante, após o término da segunda guerra mundial, houve uma forte expansão da economia matemática acompanhada pela evolução da teoria da racionalidade.

Dentro desta perspectiva, o uso da teoria dos jogos de Von Neumann e Morgenstern (1944) passava a ser fundamento teórico para a análise da racionalidade do investidor. Neste contexto, todo o raciocínio estava na busca pela maximização da utilidade de um investimento, ou seja, maior retorno com o menor risco associado. Conforme Bernstein (1997), as pessoas racionais processam informações objetivamente, respondendo de maneira clara a novas informações e, seus erros no que tange a previsões são essencialmente aleatórios.

É neste paradigma que o trabalho pioneiro de Markowitz (1952) se insere. Mesmo sem ter qualquer tipo de interesse no andamento do mercado de capitais, este autor desenvolveu um modelo matemático que otimizava a relação de utilidade de investimentos. A relação se baseava em construir um *portfolio*, com base em otimização quadrática, para maximizar a utilidade de um investimento, isto é, a relação entre média (retorno) e variância (risco) – MV. Este estudo de Markowitz marca o início da moderna teoria de finanças, e por consequência, a moderna teoria de *portfolios*.

Em seu trabalho seminal, Markowitz (1952) argumenta que todo investimento apresenta um retorno esperado e uma variância dos resultados possíveis para este retorno esperado. Assim, ele considerou o retorno como sendo algo desejável, ao passo que a variância seria algo indesejável. Nesse sentido, com base em programação quadrática, ele propôs uma composição de ativos em um *portfolio* capaz de maximizar os retornos por nível de risco.

Com o intuito de montar este modelo, o autor precisou fazer algumas pressuposições acerca das condições do mercado. Conforme Sharpe, Alexander e Bailey (1998), as pressuposições são:

- i. Os investidores avaliam *portfolios* apenas no valor esperado (retorno) e na variância de um resultado esperado durante um período (suposição de normalidade);
- ii. Os investidores nunca estão satisfeitos, quando postos a escolher dois investimentos de mesmo risco sempre escolherão aquele com o maior retorno;
- iii. Os investidores são avessos ao risco, quando postos a escolher entre dois investimentos de mesmo retorno sempre escolherão aquele com o menor risco;
- iv. Os ativos individuais são infinitamente divisíveis, ou seja, o investidor pode comprar/vender uma fração de ação se assim o desejar;
- v. Existe uma taxa livre de risco, na qual um investidor pode tanto emprestar como tomar emprestado;
- vi. Os custos de transação e os impostos são irrelevantes;
- vii. Os investidores estão de acordo quanto às probabilidades das taxas de retornos dos ativos, o que assegura um único conjunto de carteiras eficientes;

Baseado nessa ótica, Markowitz (1952) definiu o retorno esperado como o somatório das possíveis alternativas de resultado multiplicado pela sua probabilidade de ocorrência. No que tange à variabilidade, em nenhum momento o autor menciona a palavra risco, e, dessa forma, variância passou a ser um sinônimo de risco. A redução de risco obtida com a alocação

ótima de recursos contrariava o pensamento vigente na época, que insistia em ter de se investir todos os recursos naquele investimento com o maior retorno esperado.

Embora não tenha explicitado em seu trabalho, Markowitz (1952) considerava a existência de dois tipos de risco no mercado financeiro. O primeiro é o risco sistemático, oriundo de choques macroeconômicos que afetam o mercado como um todo. O segundo é o risco não sistemático, inerente a cada ação e passível de ser reduzido via diversificação dos investimentos. Como o intuito do autor era a redução máxima da variância de um *portfolio*, de forma que este acompanhasse de perto o retorno médio obtido no mercado, sua abordagem ficou conhecida como *portfolio* de variância mínima.

Assim, Markowitz contrariava tanto a ideia de investir todo o capital em um único ativo (colocar todos os ovos na mesma cesta), quanto à diversificação ingênua, que pregava que basta investir em diversos ativos (colocar ovos em várias cestas). Após o seu trabalho, era preciso considerar o relacionamento de dependência, mensurado pela covariância/correlação, para escolher onde investir. Em última análise, era mais importante analisar a contribuição de um ativo para o *portfolio* como um todo do que sua relação de retorno pura e simplesmente.

Dessa maneira, emerge e se consolida a moderna teoria de finanças. Não obstante, vale ressaltar que, de acordo com Haugen (2000), existem mais três pilares que sustentam a teoria moderna de finanças: i) a irrelevância da política de dividendos, introduzida por Miller e Modigliani (1961); ii) o CAPM, proposto por Sharpe (1964), Litner (1965) e Mossin (1966); e iii) a teoria de eficiência de mercado, conjecturada inicialmente por Fama (1970).

Entretanto, ao longo dos anos foram surgindo indícios de falhas nessa estrutura clássica de construção de *portfolios*. As dificuldades se concentram fundamentalmente em dois tipos, e afetam diretamente as pressuposições realizadas por Markowitz. O primeiro tipo se refere a imperfeições do mercado financeiro de forma geral. O segundo remete a inadequações no que tange especificações dos dados empíricos nos mercados de capitais.

As imperfeições do mercado ficaram conhecidas na literatura da área como anomalias. Conforme Haugen (2000), anomalias são evidências de comportamento empírico que contradizem a teoria aceita. No caso de finanças, as pressuposições sobre o comportamento teórico geral do mercado. As principais anomalias documentadas referem à racionalidade limitada do investidor (Simon, 1952; Tversky, 1972); o efeito janeiro (Roseff e Kinney, 1976), que implica em retornos acima da média neste mês do ano; empresas com elevado índice de preço/lucro (P/L) obtém fraco desempenho (Basu, 1977); empresas pequenas são subavaliadas e por isso podem gerar retornos anormais (Lakoshinok e Shapiro, 1986); evidências de não eficiência e falhas no CAPM (Fama e French, 1992).

A respeito da inadequação das suposições clássicas sobre os dados de retornos financeiros, a literatura empírica de finanças revelou que existem certas características que predominam na maioria dos mercados. Tais características ficaram conhecidas como fatos estilizados. Destacam-se como fatos estilizados (Login e Solnik, 2001; Bae *et al.*, 2003; Embrechets *et al.*, 2003; Hartmann *et al.*, 2004) dos retornos:

- i. A dependência serial, isto é, os retornos dependem de informações passadas (contrariando a suposição de independência);
- ii. A existência de agrupamentos na volatilidade, ou seja, existem períodos em que a volatilidade é muito alta e momentos onde ela é baixa (contrariando a suposição de variabilidade constante);
- iii. A existência de assimetria na volatilidade, qual seja o comportamento mais volátil do mercado de ações em períodos de baixa do que de alta (contrariando a suposição de variabilidade constante);
- iv. Retornos possuem distribuição com caudas pesadas (leptocúrticas), isto é, existe mais probabilidade de ocorrência de retornos extremos do que o normalmente esperado (viola a suposição de dados normalmente distribuídos);
- v. Os retornos tendem a ser negativamente assimétricos, ou seja, no mercado tendem a acontecer mais retornos abaixo do que acima da média (viola a suposição de dados normalmente distribuídos);
- vi. A dependência entre ativos varia com o tempo;

Com base nessa identificação de limitações acerca das suposições feitas para a abordagem clássica de construção de *portfolios* (e dos diversos modelos aplicados as mais variadas finalidades em finanças) emergiram, especialmente nos últimos anos, novas técnicas que visam aperfeiçoar a alocação ótima de ativos.

Uma das correntes de estudos sobre construção de *portfolios* busca realizar o procedimento robusto, que amenize os problemas oriundos de erros ocasionados durante a otimização. Tais erros se originam na incongruência entre as suposições estatísticas e características empíricas dos dados (tipicamente problemas ocasionados pela restrição de normalidade). Dessa forma, Jagannathan e Ma (2003) propõe um *portfolio* de variância mínima com uma restrição para venda a descoberto, na tentativa de reduzir variações extremas nas posições da carteira.

Uma abordagem comum na otimização robusta é o estimador “encolhido” de James-Stein, proposto e analisado em detalhes nos estudos de Jobson e Korkie (1981) e Jorion (1986). Este estimador “encolhe” as médias das amostras para um valor comum, o qual é

frequentemente escolhido para ser a média geral entre todas as variáveis. Resultados ótimos com este procedimento no que tange a estimação da matriz de covariância amostral são obtidos nas pesquisas de Ledoit e Wolf (2003; 2004a; 2004b).

Ceria e Stubbs (2006) propõe um ajuste na especificação tradicional da construção robusta de *portfolios* visando lidar com um ponto de vista menos conservador sobre os retornos esperados. De Miguel e Nogales (2009) introduziram o uso de estimadores robustos alternativos do risco na tentativa de reduzir o erro de estimação. Entretanto, Scherer (2007) mostra que a abordagem de otimização robusta não oferece ganho significativo.

Apesar da tentativa de otimização robusta ter resultado em diversos estudos, um assunto que merece atenção na construção de *portfolios* é o rebalanceamento no que tange à composição dos ativos na carteira. Best e Grauer (1991) encontraram evidências de que, para um *portfolio* com cem ativos, as elasticidades dos pesos do *portfolio* tinham cerca de 14.000 vezes a magnitude da elasticidade média de qualquer um dos retornos do *portfolio*. Como consequência, *portfolios* de média-variância geralmente apresentam mudanças radicais em suas composições dentro de certo período.

Nesse sentido, Campbell *et al.* (2001), introduz uma abordagem para construção de *portfolios* dinâmicos que propõe realizar a alocação de ativos financeiros maximizando o retorno esperado, sujeito a restrição de que a perda máxima esperada deve igualar a restrição imposta pelo VaR. Após este primeiro trabalho, emergiu uma corrente de estudos que investigam a seleção dinâmica de ativos sobre as restrições de variância e VaR. A absoluta maioria desses estudos utilizam dados diários de ações e títulos de dívida.

Inseridos nessa perspectiva, Pojarliev e Polasek (2003) analisam o desempenho de estratégias com *portfolios* de ações. Para tanto, os autores utilizaram um modelo GARCH univariado assimétrico e um multivariado com parametrização BEKK para realizar previsões acerca da variância do *portfolio*. Com base no Índice de Sharpe (Sharpe, 1966; 1994) eles verificaram a superioridade do modelo multivariado.

Alexander e Baptista (2004) comparam implicações na seleção de *portfolios* que surgem da imposição de restrições de VaR e VaR condicional (CVaR). Os autores mostram que, para determinado nível de confiabilidade uma restrição de CVaR é mais apertada do que uma do tipo VaR se os limites de ambas coincidem. Entretanto, na ausência de um ativo livre de risco, a restrição do tipo CVaR tem um efeito perverso, forçando agentes a escolher *portfolios* com maior grau de risco.

De Goeij e Marquering (2004) analisam as interações entre títulos de dívida e ações para modelar as covariâncias condicionais usando modelos VEC diagonal e assimétricos.

Eles encontraram resultados que permitem inferir que os retornos diários dos índices S&P500 e NASDAQ possuem efeitos de alavancagem, além de ter obtido ganhos com o uso de propriedades assimétricas.

Giannopoulos *et al.* (2005) mostrou que a computação do VaR baseada na variância empírica subestima o risco do *portfolio* se comparada com uma abordagem baseada em um modelo GARCH univariado. Zhang e Huang (2006) propõe uma nova abordagem que combina processos Markovianos e estáveis para calcular o VaR e efetuar alocações de capital com base em restrições do VaR. Esses autores encontraram que o VaR baseado em sua abordagem supera aquela que se vale da matriz de covariância empírica.

Specht e Winker (2008) usam um modelo GARCH com componentes principais (PC-GARCH) para calcular a matriz de covariância condicional e estimar o VaR. Os autores mostram, ainda, que o modelo PC-GARCH supera o modelo empírico de variância. Para estimar a matriz de covariância condicional, os autores utilizaram modelos GARCH univariados e multivariados.

No que tange à utilização de dados intradiários, Bauwens *et al.* (2009) constroem *portfolios* baseados nesta alta frequência de observações. Estes autores obtiveram resultados que claramente indicam que o uso de modelos GARCH multivariados melhora os resultados da alocação ótima de recursos.

Outras suposições acerca da natureza dos dados foram feitas em outros estudos com o objetivo de aprimorar a construção dinâmica de *portfolios*. Assumindo que tanto os vetores de médias como a matriz de covariâncias mudam conforme uma cadeia de Markov, Li e Ng (2000) propuseram uma seleção de ativos multi-período, que foi generalizada posteriormente por Cakmak e Özekici (2006), que é usada para obter uma expressão explícita para a fronteira eficiente entre média e variância. Essa otimização multi-período foi estendida por Celikyurt e Özekici (2007) para diferentes modelos onde a função objetivo dependa apenas da média e da variância do resultado final da carteira.

Visando lidar com a realidade empírica dos momentos superiores da distribuição de probabilidade dos retornos, a assimetria e curtose, destacam-se, conforme Chen e Zong (2012), duas abordagens principais: a mistura de distribuições e a troca de regimes. No que tange à mistura de distribuição, Buckley *et al.* (2008) usa a mistura de distribuições Gaussianas para resolver o problema de otimização de *portfolios* sobre diferentes objetivos de investimentos. Kamdem (2009) generalizou métodos de VaR para *portfolios* com fatores de risco normalmente distribuídos para misturas de distribuições elípticas, especialmente a distribuição *t* de Student. Hentati e Prigent (2011) utilizam misturas de distribuições para

melhor ajustar a distribuição de retornos com base na maximização de índices de performance financeira.

O modelo de mudança de regime de Markov vem sendo aplicados para o problema de seleção de *portfolios* em pesquisas como as efetuadas por Ang e Bekaert (2002) e Guidolin e Timmermann (2008). Liu *et al.* (2011) estendeu o conhecido modelo de três fatores de Fama e French (1992) para um modelo que considera os regimes de mercado de alta, baixa e transição. Os resultados empíricos suportam a ideia de que os prêmios por fatores de risco são amplamente dependentes dos regimes em que se encontram.

Ainda sobre esta ótica, Ma *et al.* (2011) desenvolveu um modelo de otimização com uma estratégia neutra de mercado sob uma estrutura de mudança de regimes. Mulvey e Zhao (2011) ampliam este modelo para uma estrutura de otimização dinâmica de *portfolio* com restrições para as exposições a riscos e pesos dos ativos.

2.4 Gestão Quantitativa do Risco

Esta seção está subdividida em três itens, com o intuito de facilitar a compreensão acerca da literatura inerente à gestão quantitativa do risco: i) Contextualização Histórica, que aborda a relevância de uma administração apropriada do risco financeiro, bem como a evolução histórica das práticas gerenciais direcionadas pelo Comitê da Basileia; ii) Tipos de Riscos, que traz definições e conceitos acerca das diferentes tipologias de risco; e iii) Mensuração empírica, que apresenta formalmente o conceito das principais medidas de risco adotadas na literatura, assim como trabalhos empíricos sobre o tema.

2.4.1 Contextualização Histórica

A gestão do risco financeiro é um campo amplo com diversos componentes em estágio de evolução, como fica evidenciado seja pelo seu desenvolvimento histórico ou pelo surgimento de melhores práticas (DIEBOLD, 2012; STULZ, 2002). Um destes componentes, provavelmente o componente chave, é a mensuração do risco, em particular a mensuração da volatilidade e correlação (covariâncias) entre ativos financeiros.

Fundamentalmente, volatilidades e correlações de retornos de ativos financeiros são variantes no tempo, com dinâmicas persistentes (ANDERSEN *et al.*, 2011). Os autores argumentam ainda que tal comportamento é verdadeiro entre ativos, classes de ativos, períodos de tempo e países, conforme evidenciado durante numerosas crises financeiras.

No sentido quantitativo de análise empírica, o campo da econometria financeira dedica considerável atenção ao comportamento dinâmico da volatilidade e ferramentas associadas com sua medição, modelagem e previsão. Como resultado prático, a supervisão e regulação de bancos e outras companhias financeiras tem aumentado. Em particular, a adequação dos requerimentos de capital tem sido estendida para cobrir mais tipos de riscos (ANDERSEN *et al.*, 2011).

Sob essa ótica, o papel da gestão do risco em companhias financeiras tem evoluído muito além da simples seguridade de riscos identificados, para uma disciplina centrada em complexos modelos econométricos e financeiros de incerteza (ALEXANDER, 2003). A gestão do risco financeiro tem sido definida pelo Comitê de Basileia (2001) como uma sequência de quatro processos: i) a identificação de eventos em um ou mais amplas categorias de mercado, crédito, operacionais e outros riscos em subcategorias específicas; ii) a avaliação de riscos usando dados e um modelo apropriado; iii) o monitoramento e reportagem das avaliações do risco em uma base temporal; e iv) controle desses riscos por um administrador sênior.

Abordando este tema de um paradigma histórico, frisa-se que o primeiro Acordo da Basileia em 1988 cobriu apenas riscos de crédito no sentido da contabilidade bancária. A Emenda da Basileia número 1, de 1996, ampliou a discussão para riscos de mercado. O Segundo Acordo da Basileia de 2004, conforme Ojo (2010), foi baseado em três pilares: adequação de capital, supervisão e disciplina de mercado e divulgação. Este acordo refina a verificação do risco de crédito para que esta se torne mais sensível, além de estender o cálculo do risco de capital para incluir a dimensão operacional. Este acordo definiu, ainda, que coeficientes de solvência mínima seriam aplicados para gestão de ativos e corretagem, bem como para as operações bancárias tradicionais.

Ainda de acordo com Ojo (2010), ressalta-se aqui que o Segundo Acordo da Basileia, apesar de ter superado muitos pontos fracos de seu antecessor, não se mostrou efetivo na mitigação do risco durante a crise financeira do *sub-prime* em 2007/2008. Nesse sentido, foi descoberto que tal crise financeira global foi desencadeada e agravada como um resultado de um nível insuficiente de capital associada a uma qualidade inadequada destes recursos. Dessa

forma, surge a necessidade de estabelecer uma definição de capital, que facilitasse a absorção de perdas em bases correntes e passadas.

Baseado neste contexto, o Terceiro Acordo da Basileia de 2010 é uma resposta para essas dificuldades. Tal acordo inclui em seu escopo uma maior rigidez na definição de patrimônio comum, a limitação dos itens de qualificação de determinado capital, a introdução de um conjunto harmonizado de filtros prudentes e o aprimoramento da transparência e disciplina de mercado através de novos requerimentos de divulgação.

2.4.2 Tipos de Risco

Até o presente momento foram mencionados neste trabalho alguns tipos de riscos que são enfrentados por investidores, organizações e o mercado como um todo, porém tais riscos não haviam sido propriamente definidos. Agora é o momento para atender a este ponto. Abaixo são definidos (ALEXANDER, 2003; CHRISTOFFERSEN, 2012) os tipos mais relevantes de risco que aparecem na literatura. São eles: i) Risco de mercado; ii) Risco de Liquidez; iii) Risco Operacional; iv) Risco de Crédito; v) Risco de Negócio; vi) Risco de Agregação; e vii) Risco do Modelo.

2.4.2.1 Risco de Mercado

Risco de mercado é definido como o risco oriundo de movimentos nos preços de mercado, como índices, taxas de câmbio, taxas de juros e *commodities* que afetam determinado *portfolio* financeiro. Como companhias financeiras estão sujeitadas a uma grande quantidade de risco de mercado, absorvendo os lucros (ou perdas), elas tipicamente tentam escolher o tipo de risco ao qual elas querem estar expostas.

2.4.2.2 Risco de Liquidez

O risco de liquidez é definido como o risco particular advindo da condução de transações em mercados com baixa liquidez, como evidenciado pelo baixo volume negociado e altos *spreads* de compra e venda. Sob tais condições, a tentativa de vender ativos pode forçar os preços para baixo, e tais ativos podem ter de ser vendidos a preços abaixo de seus valores fundamentais ou então, dentro de um período de tempo maior do que o esperado. Tradicionalmente, foi dada pouca atenção ao risco de liquidez dentro da área de gestão do risco, mas os eventos da crise de 2007/2008 aumentaram largamente a atenção dedicada ao risco de liquidez. A crise imobiliária se transformou rapidamente em uma crise de mercados de capitais. O “voo” para ativos de baixo risco secou a liquidez nos mercados de ações.

2.4.2.3 Risco Operacional

O risco operacional é definido como o risco de perdas ocasionadas por catástrofes físicas, falhas técnicas e erros humanos na atividade operacional de uma organização, incluindo fraudes, falhas na gestão e erros em processos. O risco operacional deve ser mitigado e idealmente eliminado em qualquer organização porque a exposição a ele oferece pouquíssimo retorno (a redução de custo, em curto prazo, de ser cuidadoso, por exemplo). O risco operacional é tipicamente muito difícil de ser diversificado em mercados financeiros, muito embora certos produtos como derivativos climáticos e títulos de catástrofes possam oferecer algum tipo de proteção em determinadas situações. O risco operacional é tipicamente gerido com base na contratação de seguros.

2.4.2.4 Risco de Crédito

O risco de crédito é definido como risco de um tomador de capital se tornar menos capaz de cumprir com sua obrigação em parte ou na totalidade dentro de vencimento acordado. Assim, o risco de crédito consiste não apenas no risco que uma contraparte de um calote completo em sua dívida, mas também que pague apenas em parte ou após o prazo acordado.

A natureza de bancos comerciais tradicionalmente tem sido tomar grandes quantias de risco de crédito através de seus *portfolios* de empréstimos. Atualmente, bancos despendem muitos esforços para cuidadosamente administrar sua exposição ao risco de crédito. Companhias financeiras que não sejam bancos, por outro lado, visam eliminar completamente o risco de crédito, pois este não está ligado a suas atividades operacionais principais. Entretanto, muitos tipos de risco de crédito não são prontamente diversificados nos mercados financeiros, e corporações são frequentemente forçadas a se expor a riscos de crédito dos quais desejariam estar livres.

2.4.2.5 Risco de Negócio

O risco de negócio é definido como o risco de que mudanças nas variáveis que compõe um plano de negócio possam destruir a viabilidade deste, incluindo riscos quantificáveis como ciclo de negócios e equação da demanda, e riscos não quantificáveis, tais como mudanças no comportamento competitivo e tecnologia. Risco de negócio é algumas vezes meramente definido como os tipos de risco que são partes integrantes da atividade principal de uma organização, devendo, assim, ser simplesmente arcados.

2.4.2.6 Risco de Agregação

Atualmente, cada tipo de risco é verificado usando um modelo estrutural específico e uma medida métrica como o VaR. Uma abordagem “de baixo para cima” é usual quando riscos são verificados em primeiro lugar no que tange a sua categoria e, então, avaliações individuais são progressivamente agregadas em *portfolios* de instrumentos ou atividades similares. Estes, por sua vez, são agregados em unidades de negócios e entre classes maiores de riscos para obter uma representação global do risco geral de uma companhia.

Frequentemente, estimativas individuais de risco são simplesmente adicionadas para aproximar um limite superior de capital, com agregação baseada numa suposição de independência sendo tratada como uma aproximação para o limite inferior. Entretanto nenhum desses limites é necessariamente correto ou sequer preciso.

2.4.2.7 Risco do Modelo

Todos os riscos de modelo possuem a mesma estrutura geral. O modelo é baseado em suposições acerca do comportamento dos fatores de risco identificados e, alguns dados são obtidos através desses fatores de risco. Dadas suposições do modelo e os dados, previsão de parâmetros é feita para prever a distribuição dos ganhos e perdas em determinado horizonte de tempo para que uma medida de risco seja aplicada.

São duas as maiores causas de riscos de modelo: suposições inapropriadas e dados incompletos. Ambos os motivos elevam o risco do modelo porque geram incerteza sobre a previsão de parâmetros. Suposições inapropriadas incluem erros na distribuição univariada e multivariada dos fatores de risco, tais como normalidade, volatilidade constante e erros na modelagem das dependências.

2.4.3 Mensuração Empírica

No que tange as medidas empíricas de risco, destacam-se na literatura o Valor em Risco (VaR) e a perda esperada (*Expected Shortfall* – ES). O VaR é uma simples medida de risco que, conforme Christoffersen (2012), responde a seguinte questão: Que perda é tal que será excedida apenas $p.100\%$ das vezes nos próximos K dias de negociação? O VaR é implicitamente definido da probabilidade de se obter uma perda maior que o nível estabelecido, conforme formulação (31).

$$Pr(\text{Perda} > \text{VaR}) = p. \quad (31)$$

Vale ressaltar que, por definição, $1 - p.100\%$ das vezes a perda será menor que o VaR. Entretanto, o VaR tem como limitação o fato de estar preocupado apenas com a porcentagem de perdas que o excedem e não com a magnitude dessas perdas. Perdas extremamente grandes são muito mais propícias em causar problemas financeiros. Assim, é preciso contar com uma medida que considere a magnitude das perdas, bem como a sua

probabilidade de ocorrência. ES é uma maneira de tentar resolver este problema, pois tenta retratar informações acerca da cauda esquerda da distribuição das perdas. ES de determinado investimento R com probabilidade p é definida conforme formulação (32).

$$ES_{t+1}^p = -E_t(R_{t+1} | R_{t+1} < VaR_{t+1}^p). \quad (32)$$

Em (32) o sinal negativo na frente da expectativa é necessário porque tanto a ES como o VaR são definidos como números positivos. A ES diz a um investidor o valor esperado da perda de amanhã caso esta seja pior que o VaR.

No que tange a evidências empíricas da eficácia da gestão do risco em uma vasta gama de indústrias, vale ressaltar os trabalhos realizados por Tufano (1998), Minton e Schrand (1999), MacKay e Moeller (2007), Purnanandam (2008), Rountree *et al.* (2008), entre outros. Trabalhos específicos em corporações financeiras foram realizados por Berkowitz e O'Brien (2002), Perigon *et al.* (2008), Perignon e Smith (2010a, 2010b), entre outros.

No tocante a aplicação das medidas de risco previamente expostas nesta subseção, diversas revisões sobre as várias abordagens de cálculo do VaR foram realizadas nas pesquisas de Engle e Manganelli (2004a), Jorion (2006) e Christoffersen (2009). Dowd e Blake (2006) discutem o uso de medidas do tipo VaR na indústria de seguros. Danielsson (2002), em seu trabalho, alerta contra o uso de modelos de risco estimados com dados de retornos de ativos em mercados calmos. Engle e Manganelli (2004b) sugerem um método alternativo para o cálculo do VaR baseado em regressão quantílica condicional.

Artzener *et al.* (1999) define o conceito de medida de risco coerente e evidencia que a ES é coerente onde o VaR não. Inui e Kijima (2005) fornecem adicional argumentação teórica para o uso da ES. Taylor (2008) provê ferramental econométrico para o cálculo da ES. Estudando gestão dinâmica de *portfolios* baseada em ES e VaR, Basak e Shapiro (2001) encontraram que quando ocorre uma grande perda, a gestão do risco baseada na ES leva a perdas menores que aquela baseada no VaR, Cuoco *et al.* (2008), por outro lado, argumentam que ES e VaR levam a resultados equivalentes. Yamai e Yoshihara (2005) comparam VaR e ES de uma perspectiva prática. Alexander e Baptista (2006) analisam o VaR de uma perspectiva regulatória.

Um desafio atual neste campo de pesquisa é o fato de não haver consenso difundido em como o risco sistêmico deveria ser definido, bem como o grau de heterogeneidade das medidas que vem sendo propostas (CHRISTOFFERSEN, 2012). O VaR condicional (CoVaR) de Adrian e Brunnermeier (2009) é uma das propostas mais recentes na literatura que tem

recebido maior atenção. Schwaab *et al.* (2011) introduzem medidas de risco coincidentes e indicadores de problemas financeiros que são extraídos de dados de risco de crédito.

3 MÉTODO

Visando proporcionar uma melhor compreensão dos aspectos metodológicos do presente estudo, esta seção está subdividida em quatro itens: i) Delineamento, que expõe as características básicas da descrição dos dados utilizados; ii) Análise Descritiva, que trata das características dos dados, assim como a estimação da matriz dinâmica de covariâncias; iii) Análise Estrutural, que aborda as questões metodológicas inerentes aos objetivos que tocam a estrutura das variâncias e covariâncias condicionais estimadas; e iv) Análise da Diversificação de Risco, que apresenta as técnicas e procedimentos adotados na construção e validação do *portfolio* proposto nos objetivos desse trabalho.

3.1 Delineamento

A fim de atingir os objetivos previamente estabelecidos, serão coletados dados referentes às cotações diárias dos índices *Morgan Stanley Capital International* (MCSI) dos mercados Norte Americano, Alemão, Brasileiro, de Hong Kong, Sul Africano e Australiano, considerando o período referente à Julho de 2002 até Junho de 2012, totalizando mais de dez anos de observações. Os dados referentes aos anos de 2002 a junho de 2011 serão utilizados para os procedimentos de estimação dos modelos, ou seja, representam a parte “dentro da amostra”. Já os dados referentes ao restante, julho de 2011 a junho de 2012, serão considerados para testes de previsão e avaliação “fora da amostra”.

Estes mercados foram escolhidos por estarem entre os maiores em termos de volume de negociação. Optou-se pelo uso dos índices MSCI para evitar problemas de sincronia, tendo em vista que existem diferenças no fuso-horário desses países. Procurou-se evitar mais de um mercado em cada continente devido a forte correlação por motivos geográficos que não contribuem para a diversificação internacional. Corroborando, não existe tanta necessidade de inclusão de mais mercados, uma vez que os benefícios da diversificação de investimentos reduzem de forma exponencial com o aumento de ativos na carteira.

O período escolhido remete aos anos mais recentes, onde a abertura, e consequente exploração, dos mercados de capitais com o intuito de diversificação internacional de

investimentos aumentaram de forma a se consolidar. Além disso, o período contempla épocas de forte turbulência e longas calmarias, que podem ocasionar variações nas relações de volatilidade e dependência entre os mercados, levando a significantes alterações na composição ideal de alocação de recursos. Estão presentes no espaço temporal escolhido as crises do sub-prime de 2007/2008, iniciada nos Estados Unidos, e da dívida europeia, iniciada na Grécia e rapidamente espalhada por todo a zone do Euro.

3.2 Descrição Empírica

Inicialmente, visando eliminar problemas de não-estacionariedade foram calculadas as diferenças de logaritmos dos preços coletados (log-retornos), para o período “dentro da amostra”, conforme formulação (33).

$$r_{i,t} = \ln P_{i,t} - \ln P_{i,t-1}. \quad (33)$$

Em (33), $r_{i,t}$ representa o log-retorno do ativo i no instante t ; $P_{i,t}$ representa o preço do ativo i no instante t . Com base nestes log-retornos, serão calculadas estatísticas descritivas (mínimo, máximo, média, mediana, desvio-padrão, assimetria e curtose) com o intuito de melhor compreender as características fundamentais da distribuição de probabilidade empírica da amostra analisada.

Com os log-retornos, foi estimado um modelo vetorial auto-regressivo (VAR) com o intuito de obter as estimativas temporais da média e resíduos de cada mercado. A formulação matemática do modelo VAR(p) a ser estimado é exposta em (34).

$$\mathbf{r}_t = \boldsymbol{\phi}_0 + \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{r}_{t-1} + \cdots + \boldsymbol{\Phi}_p \mathbf{r}_{t-p} + \mathbf{a}_t. \quad (34)$$

Em (34), \mathbf{r}_t é um vetor k -dimensional dos log-retornos no período t ; $\boldsymbol{\phi}_0$ é um vetor k -dimensional de constantes; $\boldsymbol{\Phi}_i$, $i=1, \dots, p$ são matrizes $k \times k$ de parâmetros; $\{\mathbf{a}_t\}$ é uma sequência de vetores aleatórios serialmente não correlacionados com média zero e matriz de covariância $\boldsymbol{\Sigma}$. O modelo VAR foi estimado através da máxima verossimilhança.

Subsequentemente, com os resíduos $u_{i,t}$ obtidos pelo modelo VAR, foi utilizado o modelo Cópula-GARCH, para obter as estimativas da matriz de covariância dinâmica dos log-retornos. Este modelo, que é capaz de lidar com o comportamento heteroscedástico condicional de ativos financeiros, é uma extensão do modelo GARCH-DCC. Respeitando a notação da subseção 2.1, o modelo Cópula-GARCH estimado é exposto nas formulações (35) a (38).

$$\mathbf{\Omega}_t = \mathbf{D}_t' \mathbf{R}_t \mathbf{D}_t. \quad (35)$$

Onde,

$$\mathbf{D}_t = \text{diag}(h_{1,t}^{1/2} \dots h_{N,t}^{1/2}), h_{i,t}^2 = c_i + \sum_p b_{i,p} h_{i,t-p}^2 + \sum_q a_{i,q} \varepsilon_{i,t-q}^2; \quad (36)$$

$$\mathbf{R}_t = \text{diag}(q_{11,t}^{-1/2} \dots q_{NN,t}^{-1/2}) \mathbf{Q}_t \text{diag}(q_{11,t}^{-1/2} \dots q_{NN,t}^{-1/2}); \quad (37)$$

$$\mathbf{Q}_t = (1 - \alpha - \beta) \bar{\mathbf{Q}} + \alpha u_{t-1} u_{t-1}' + \beta \mathbf{Q}_{t-1}, u_{i,t} = \varepsilon_{i,t} / \sqrt{h_{i,t}}; \quad (38)$$

$\bar{\mathbf{Q}}$ é a matriz $N \times N$ composta pela covariância incondicional de $u_{i,t}$; α e β são parâmetros não-negativos satisfazendo $\alpha + \beta < 1$; Os parâmetros foram estimados conforme o procedimento quase máxima verossimilhança em duas etapas, conforme Jondeau *et al.* (2007). No primeiro estágio, a variância condicional é estimada através de um modelo GARCH univariado para cada ativo. Em seguida, com base nos modelos do primeiro passo são estimados os parâmetros para a correlação condicional. Para definir o número de defasagens a incluir no modelo, bem como as distribuições marginais das inovações e conjunta (Cópula), foi empregue o Critério de Informação de Akaike (AIC), (Akaike, 1973; Akaike, 1974), que está diretamente ligado com estimadores da classe máxima verossimilhança. As distribuições marginais candidatas foram Normal, t de Student, Normal Inversa Gaussiana (NIG), Distribuição de Erro Generalizada (GED), bem como versões assimétricas das mesmas. As famílias de cópulas candidatas para a distribuição conjunta são

as mesmas apresentadas na subseção 2.2.2. A representação matemática do critério está exposta na formulação (39).

$$AIC = 2k - 2 \ln \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_t - \hat{y}_t)^2 \right] \quad (39)$$

Em (39), k é o número de parâmetros no modelo; N é o número de observações; y_t é o valor observado da variável dependente do modelo no tempo t ; \hat{y}_t é o valor estimado da variável dependente do modelo no instante t ; O modelo Cópula-GARCH estimado será validado por meio do teste Q de Ljung e Box (1978), representado pela formulação (40), nos resíduos padronizados e resíduos quadráticos que testa a hipótese nula de que os dados são aleatórios contra a alternativa de não aleatoriedade dos mesmos.

$$Q = n(n + 2) \sum_{k=1}^h \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}. \quad (40)$$

Na formulação (40), n é o tamanho da amostra; $\hat{\rho}_k^2$ é a autocorrelação da amostra na defasagem k ; h é o número de defasagens sendo testadas. A estatística Q de Ljung e Box segue a distribuição de qui-quadrado (χ^2).

3.3 Análise Estrutural

De posse das médias, variâncias e covariâncias condicionais, serão calculados o VaR para cada ativo e a razão de *hedge* ótima para cada par de ativos. O VaR é o quantil inferior da distribuição dos retornos de um *portfolio*. O valor absoluto do $(1 - \alpha) * 100\%$ VaR indica a perda que não será excedida com probabilidade α . A razão de *hedge* ótima evidencia quanto proporcionalmente um ativo oscila em relação ao outro, permitindo saber quanto posicionar em cada ativo para obter uma posição protegida com variância mínima. Os cálculos do VaR e da razão de *hedge* são representados pelas formulações (41) e (42).

$$VaR_{j,t} = \mu_{i,t} - F^{-1}(1 - \alpha) * \sqrt{var(\sigma_{i,t}^2)}. \quad (41)$$

$$\delta_{ij,t} = \frac{cov(r_{i,t}, r_{j,t})}{var(\sigma_{j,t}^2)}. \quad (42)$$

Em (41) e (42), $VaR_{i,t}$ é o valor em risco do ativo i no instante t ; $\delta_{ij,t}$ é a razão de *hedge* entre os ativos i e j no instante t ; $\mu_{i,t}$ é a média condicional do ativo i no instante t ; F é a função de distribuição de probabilidade dos retornos; $\sigma_{j,t}^2$ é a variância condicional do ativo j no instante t ; $cov(r_{i,t}, r_{j,t})$ é a covariância condicional entre os ativos i e j no instante t ; além dessa estimação, serão comparadas previsões entre as abordagens dinâmica e estática, fora da amostra com base em 10.000 simulações para cada instante.

No que tange a previsão do VaR, se o log-retorno observado estiver abaixo do valor predito uma violação ocorre. Para testar a significância da diferença entre os números realizados e esperados de violações, será utilizada a razão de verossimilhança proposta por Kupiec (1995), e sua extensão condicional proposta por Christoffersen (1998), representados, respectivamente pelas formulações (43) e (44).

$$UC = 2 \ln \left[\left(\frac{x}{n} \right)^x \left(1 - \frac{x}{n} \right)^{n-x} \right] - 2 \ln [\alpha^x (1 - \alpha)^{n-x}]. \quad (43)$$

Em (43), a hipótese nula é que a proporção esperada de violações é igual a α (neste trabalho utilizaremos valores de significância iguais a 0,05, 0,01 e 0,005); x é o número de violações ocorridas; n é o tamanho da amostra. Essa estatística é assintoticamente distribuída conforme $\chi^2(1)$.

O teste condicional de Christoffersen (1998) estende o conceito apresentado em (43) no sentido de testar também se as violações ocorrem em agrupamentos. Tais agrupamentos de violações não devem ocorrer se o modelo corretamente prever o VaR. Dessa forma, seja Π uma cadeia de markov com dois regimes, a estatística do teste fica sendo:

$$CC = (1 - \pi)^{(n_{00}+n_{10})} \pi^{(n_{01}+n_{11})}. \quad (44)$$

Em (44), $1 - \pi$ e π são as probabilidades de ocorrência dos regimes 0 (não violação) e 1 (violação). n_{ab} é o número de observações que estavam no estado a e passaram pro estado b em seguida. Essa estatística é assintoticamente distribuída conforme $\chi^2(2)$.

Para a razão de *hedge* a comparação se dá pela variância da posição protegida em relação a uma posição não protegida. Dessa forma, serão comparadas as variâncias das posições “dentro” e “fora” da amostra.

Visando determinar a dependência entre risco e retorno nos mercados estudados, serão estimadas famílias de cópulas. Para tanto, os retornos, volatilidades e resíduos do modelo Cópula-GARCH serão padronizados em pseudo-observações $U_j = (U_{1j}, \dots, U_{ij})$ através de postos como $U_{ij} = R_{ij}/(n + 1)$. Os parâmetros serão estimados via máxima verossimilhança. Dessa forma, para escolher a família que melhor se ajusta a cada relacionamento, será novamente empregue o critério de Akaike (AIC), pois este está diretamente ligado à estimação via máxima verossimilhança.

Para testar o ajuste das famílias escolhidas aos dados, será aplicada uma extensão da estatística de Crámer-von Mises, discutida em Genest, Rémillard e Beaudoin (2009), e ampliada em Genest *et. al.* (2011). Esse procedimento, representado por (45), testa a hipótese nula de que os dados são ajustados por C_{θ_n} , uma cópula com vetor de parâmetros θ .

$$S_n = \int_{[0,1]^d} \mathbb{C}_n(\mathbf{u})^2 dC_n(\mathbf{U}). \quad (45)$$

Em (45), $C_n(\mathbf{U}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{1}(U_{i1} \leq u_1; U_{i2} \leq u_2)$ é conhecida como cópula empírica; U_j são as pseudo-observações; $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in [0,1]^2$; $\mathbb{C}_n = \sqrt{n}(C_n - C_{\theta_n})$ é a distância entre a cópula empírica e a estimação C_{θ_n} ; n é o número de observações.

Para verificar a ocorrência de quebras estruturais nas volatilidades condicionais estimadas para os mercados, serão empregues os procedimentos de soma cumulativa dos resíduos (CUSUM), média móvel dos resíduos (MOSUM) e testes F . Esses procedimentos são representados pelas formulações (46) a (50).

$$CUSUM_n(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\eta}} \sum_{i=k+1}^{k+\lfloor t\eta \rfloor} \hat{u}_i. \quad (46)$$

$$MOSUM_n(t|h) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\eta}} \sum_{i=k+\lfloor N_\eta t \rfloor + 1}^{k+\lfloor N_\eta t \rfloor + \lfloor \eta h \rfloor} \hat{u}_i. \quad (47)$$

$$\text{sup}F = \text{sup}_{\underline{i} \leq i \leq \bar{i}} F_i. \quad (48)$$

$$\text{ave}F = \frac{1}{\bar{i} - \underline{i} + 1} \sum_{i=\underline{i}}^{\bar{i}} F_i. \quad (49)$$

$$\text{exp}F = \log \left(\frac{1}{\bar{i} - \underline{i} + 1} \sum_{i=\underline{i}}^{\bar{i}} \exp(0,5F_i) \right). \quad (50)$$

Em (46) e (47), n é o tamanho da amostra; k é o número de parâmetros; \hat{u}_i são os resíduos padronizados; σ é o desvio-padrão da amostra; Onde $\eta = n - k$ é o número de resíduos recursivos e $[t\eta]$ é a parte inteira de $t\eta$. $h \in (0, 1)$ é o parâmetro que define a janela das médias móveis; $N_\eta = (\eta - [\eta h]) / (1 - h)$; $[\underline{i}, \bar{i}]$ é o intervalo da amostra. Sob a hipótese alternativa, se existir um único ponto de mudança estrutural t_0 , os resíduos recursivos possuirão média zero somente até t_0 .

3.4 Análise da Diversificação do Risco

Ainda com base nas estimativas condicionais das médias, variâncias e covariâncias dos ativos financeiros analisados, será construído um *portfolio* dinâmico composto pelos índices de mercado de cada país estudado, com o intuito de analisar a estrutura de diversificação. Para tanto, será estendida a abordagem clássica para uma alternativa dinâmica, iniciada por Markovitz (1952), conforme formulação (51), sujeita as restrições (52) e (53).

$$\text{var}_t = \min_t \mathbf{w}_t' \mathbf{\Omega}_t \mathbf{w}_t. \quad (51)$$

$$w_{i,t} \geq 0, \forall i = 1, \dots, n. \quad (52)$$

$$\sum_{i=1}^n w_{i,t} = 1. \quad (53)$$

Em (51), var_t é a variância da carteira composta pelos ativos em questão no instante t ; \mathbf{w}_t é o vetor dos pesos dos ativos na carteira no instante t ; $\mathbf{\Omega}_t$ é a matriz de covariância dos ativos estimada pelo modelo Cópula-GARCH no instante t ; Tal função é minimizada a cada período t , com base no vetor de pesos, sujeito as restrições de não negatividade (52) e soma

das participações igual a 1, ou seja, a totalidade dos recursos (53). De posse dos pesos e do risco estimado para o *portfolio* dinâmico, é possível compará-lo, em termos de eficiência, com sua contrapartida estática, bem como com a abordagem dinâmica usual dentro e fora da amostra. Para as comparações fora da amostra, novamente serão utilizadas 10.000 simulações para cada instante.

Foram comparadas as volatilidades médias de ambas as estratégias, isto é, foi testada a hipótese nula H_0 : Volatilidade _{dinâmica} \geq Volatilidade _{estática}, contra H_1 : Volatilidade _{dinâmica} $<$ Volatilidade _{estática}. A rejeição da hipótese nula implica em o *portfolio* baseado no modelo Cópula-GARCH ser menos arriscado que o estático. Mais além, foi verificado se a redução proporcional média do risco com a abordagem dinâmica é significativamente maior que zero, ou seja, H_0 : Redução do Risco ≤ 0 , contra H_1 : Redução do Risco > 0 . A rejeição dessa hipótese nula implica em o *portfolio* baseado no modelo Cópula-GARCH significativamente reduzir o risco em relação à abordagem estática.

Esses testes de hipóteses foram realizados com dois procedimentos. Um é o teste não paramétrico de soma de postos de Wilcoxon, o qual foi escolhido por não exigir a suposição de normalidade, que é calculado somando-se os postos das diferenças absolutas entre duas amostras. Este teste é assintoticamente normalmente distribuído. O outro procedimento é a Habilidade Superior de Predição (*Superior Predictive Analysis – SPA*), proposto por Hansen (2005). Este teste é favorável à verificação de realidade para *data snooping*, pois tem mais poder e é menos sensível a alternativas pobres e irrelevantes. Assim, esse teste pode corretamente verificar se uma estratégia supera um *benchmark* nos dados passados, ou menos se alguma variável é significativa, usando reamostragens para construir um intervalo de confiança.

Não obstante, para dar robustez aos resultados, foram aplicados testes semelhantes para comparação entre a abordagem baseada no modelo Cópula-GARCH e o tradicional GARCH-DCC com distribuições multivariadas Normal e *t* de Student. Assim, é possível validar tanto a otimização dinâmica, como sua realização por meio do modelo Cópula-GARCH.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Tomando como base a divisão adotada no capítulo de metodologia, este capítulo de resultados se subdivide em três partes para melhor compreensão: i) Análise Descritiva, que trata das características dos dados, assim como a estimação da matriz dinâmica de covariâncias; ii) Análise Estrutural, que aborda resultados inerentes aos objetivos que tocam a estrutura das variâncias e covariâncias condicionais estimadas; e iii) Análise da Diversificação de Risco, que apresenta resultados da construção e validação do *portfolio* proposto nos objetivos desse trabalho.

4.1 Análise Descritiva

Inicialmente, são expostos na Figura 1 os gráficos da evolução temporal dos preços diários coletados referentes aos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano. Todas as seis séries foram padronizadas para o valor base inicial 100. De maneira geral existem certas tendências comuns na evolução temporal das séries, muito embora estas oscilações se deem de maneiras distintas ao longo da amostra.

A partir do início, apresentam-se tendências de alta nos mercados que duram alguns anos. O mercado com a maior alta relativa ao valor inicial é o brasileiro, enquanto o Norte americano apresenta a menor alta relativa neste período. Após o período de alta, todas as séries apresentam brusca queda, em torno da observação 1700. Esta queda acentuada representa a crise Norte Americana do *sub-prime*, ocorrida em 2007 e 2008. Tal crise se iniciou no mercado imobiliário e culminou com o colapso de diversas bolsas de valores ao redor do globo.

Passado este efeito dramático da mencionada crise, as séries dos indicadores de mercado analisados iniciaram um período de recuperação, que veio a ser interrompido por volta da observação 2100, referente à metade do ano 2010. Esta data marca o início da crise da dívida Grega, conforme apontado por Righi e Ceretta (2011c). Não obstante essa queda, durante cerca de mais um ano de observações os mercados estudados apresentaram algo

parecido com uma recuperação. No entanto, passadas cerca de 250 observações da data do início dos problemas de insolvência na Grécia, houve a deflagração da crise por todo o continente Europeu, se alastrando pelos mercados internacionais. Esta data foi escolhida para representar o início do período “fora” da amostra no presente trabalho, identificada pela linha vertical na Figura 1. Vale notar que tal período não apresenta uma clara tendência de alta em nenhum mercado, enfatizando o fato de se tratar de uma época de grande alerta por parte dos agentes do mercado financeiro como um todo.

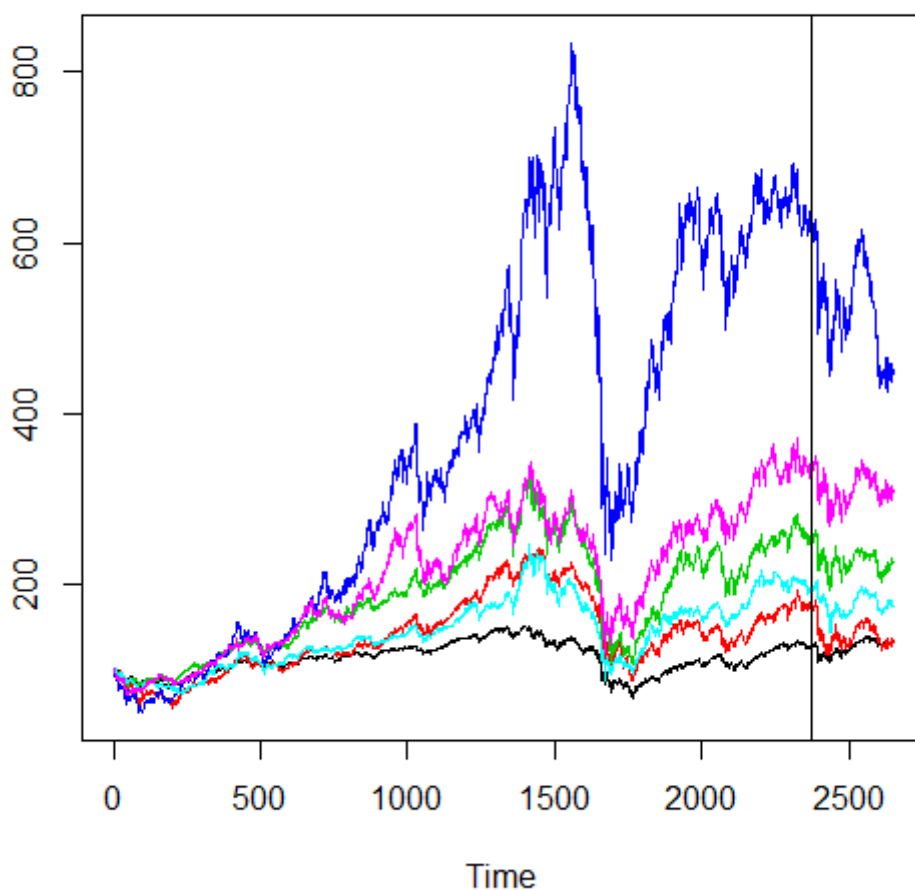


Figura 1 – Preços diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2012. Preto: Norte Americano. Vermelho: Alemanha. Verde: Austrália. Azul Escuro: Brasil. Azul Fraco: Hong Kong. Rosa: África do Sul. A linha vertical representa a divisão entre “dentro” e “fora” da amostra.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como visto nos gráficos da Figura 1, as séries analisadas apresentam características que apontam para a mudança das propriedades inerentes ao preço diário dos ativos considerados ao longo do tempo. Tal variação reforça a ideia de uma proposta dinâmica para gestão do risco internacional de mercado.

Em seguida, a fim de evitar quaisquer problemas de não-estacionariedade, foram calculados os retornos diários dos mercados estudados, conforme explanado no capítulo 3. As Figuras 2 e 3 apresentam as séries resultantes desse procedimento para os períodos “dentro” e “fora” da amostra, respectivamente.

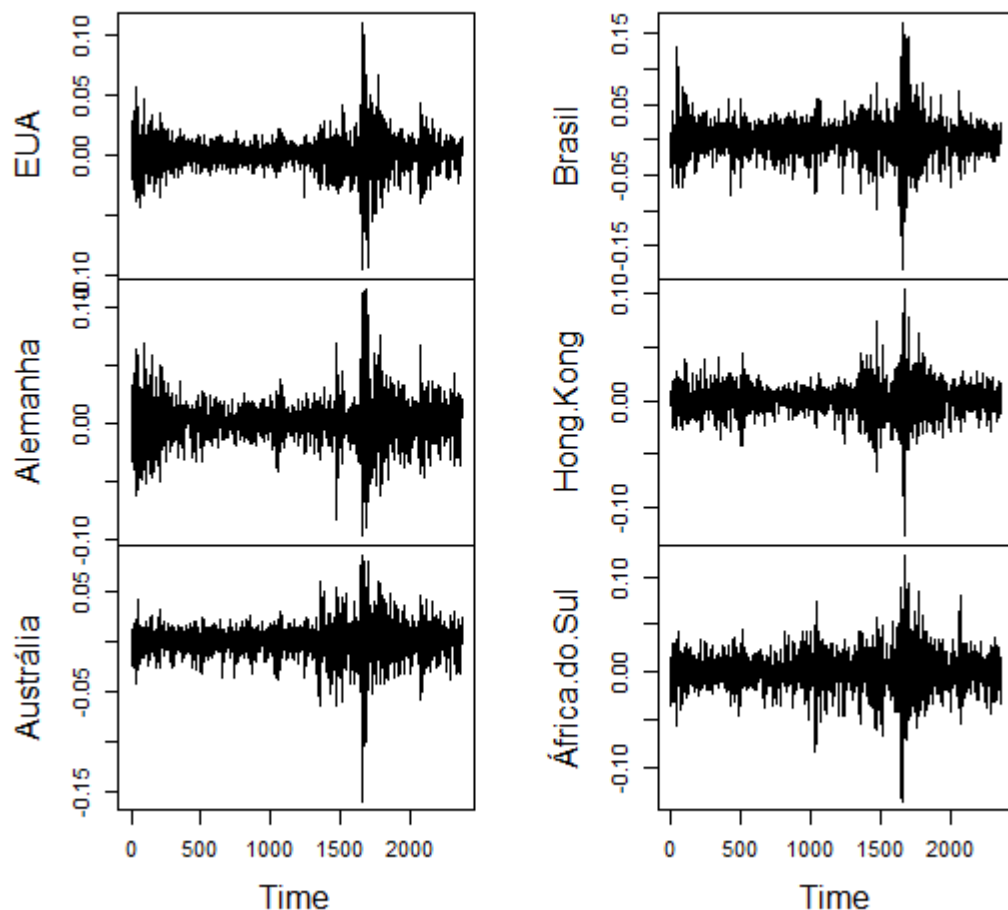


Figura 2 – Retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2011.

Fonte: Elaborado pelo autor.

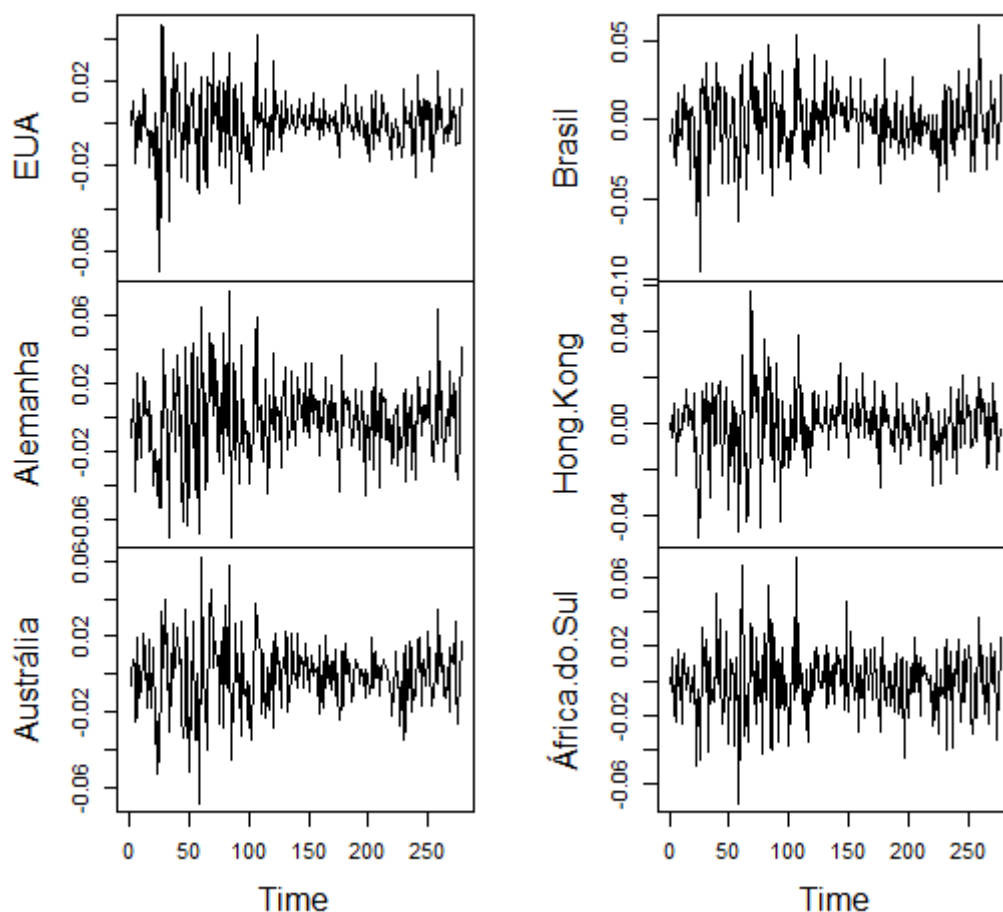


Figura 3 – Retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2011 a Junho de 2012.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os gráficos contidos na Figura 2 apontam para similaridades entre as séries consideradas, conforme previamente verificado em análise visual da Figura 1. Existem alguns agrupamentos de volatilidade ao longo das séries, seguidos por momentos de calma, o que é considerado fato estilizado de retornos financeiros. Entretanto, durante o período da crise do *sub-prime* é perceptível que o agrupamento de volatilidade se torna muito forte e persistente, evidenciando que tal período apresenta o maior nível de variabilidade de toda a amostra.

Percebe-se ainda que, os mercados considerados desenvolvidos (Estados Unidos, Alemanha e Austrália) apresentam menores níveis gerais de oscilação do que aqueles tidos como emergentes (Brasil, Hong Kong e África do Sul).

Comportamento similar ao identificado visualmente na Figura 2 ocorre nos gráficos da Figura 3. A diferença é que no caso das observações “fora” da amostra, o pico de volatilidade se dá devido à crise da dívida Europeia. Dessa forma, há indícios de que considerar que propriedades das séries analisadas são constantes ao longo do tempo seria um grave erro, tendo em vista as discrepâncias que ocorrem ao decorrer da amostra. Ainda, vale ressaltar que a escolha da divisão para o período “fora” da amostra realmente consiste em um cenário de forte turbulência, sendo propício para o teste dos procedimentos abordados neste estudo.

Visando dar caráter numérico a essa descrição empírica inicial, são expostas na Tabela 1 estatísticas referentes às séries de retornos analisadas para o período “dentro” da amostra. Os resultados contidos na Tabela 1 evidenciam que os valores de tendência central, representados pela média e mediana, assumiram valores muito próximos à zero, o que é comum em se tratando de dados diários.

No que tange a variabilidade, percebe-se que os retornos de mercados emergentes obtiveram em geral valores mais altos para variância e desvio padrão, refletindo o que foi visualmente inferido por meio dos gráficos das Figuras 2 e 3. Este resultado é corroborado pelos valores da amplitude, que é a diferença entre máximo e mínimo, apontando para maior possibilidade de variação entre mercados emergentes. Estas diferenças se devem, em grande parte, a diferenças entre consolidação econômica e grau de liquidez entre mercados desenvolvidos e emergentes, como notado em Righi e Ceretta (2012).

Dando sequência a esta análise descritiva, com base nos resultados da Tabela 1, é possível verificar que as séries dos retornos diários apresentaram assimetrias negativas, refletindo a presença de mais valores abaixo da média do que acima. Ainda, identifica-se efeito leptocúrtico nas séries, conforme apontado pelos valores elevados para a estatística de curtose. Esse resultado indica que há maior probabilidade nas caudas da distribuição de probabilidade dos retornos (valores extremos), além de grande concentração em torno da média. Tal concentração é corroborada pelos valores dos 1º e 3º quartis, que obtiveram valores muito próximos à zero, e, por conseguinte, à média das séries. Dessa forma, identifica-se assim efeito leptocúrtico assimétrico nas séries. Juntamente com os agrupamentos de volatilidade visualizados anteriormente, é possível concluir que os retornos estudados compartilham dos fatos estilizados comuns a ativos financeiros documentados em Login e Solnik (2001) e Embrechets *et al.* (2003), por exemplo.

Dessa forma, é crucial que os modelos utilizados para estimar médias, variâncias e covariâncias condicionais sejam robustos a essas características que fogem da normalidade dos dados. Nesse sentido, as estatísticas descritivas dos dados analisados, corroboram para a utilização dos modelos propostos no capítulo 3, uma vez que estes, conforme exposto por Jondeau e Rockinger (2006), são flexíveis aos fatos estilizados encontrados.

Tabela 1 – Estatísticas descritivas dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2011.

Estatística	EUA	Alemanha	Austrália	Brasil	Hong Kong	África do Sul
Mínimo	-0,0951	-0,0964	-0,1597	-0,1832	-0,1257	-0,1357
Máximo	0,1104	0,1159	0,0881	0,1662	0,1045	0,1235
1º Quartil	-0,0052	-0,0077	-0,0069	-0,0105	-0,0058	-0,0090
3º Quartil	0,0058	0,0089	0,0086	0,0137	0,0068	0,0108
Média	0,0001	0,0002	0,0004	0,0008	0,0003	0,0005
Mediana	0,0005	0,0010	0,0011	0,0019	0,0001	0,0013
Soma	0,2704	0,6053	0,9591	1,8796	0,6947	1,2466
Variância	0,0002	0,0003	0,0003	0,0006	0,0002	0,0004
Desvio Padrão	0,0134	0,0173	0,0170	0,0242	0,0139	0,0192
Assimetria	-0,1758	-0,0147	-0,9366	-0,2895	-0,1227	-0,3615
Curtose	12,5983	8,1935	12,7107	10,3938	10,8294	8,0189

Fonte: Elaborado pelo autor.

Após essa análise descritiva inicial, se dá a etapa econométrica que serve como base para todos os demais objetivos específicos previamente estabelecidos. Tal etapa consiste na estimação dinâmica da matriz de covariância dos retornos dos índices de mercado analisados. Esta estimação seguiu o apresentado no capítulo 3. Inicialmente foi estimado um modelo VAR (5) para a obtenção das médias e resíduos condicionais. Conforme previamente esclarecido, a escolha das defasagens se deu pela análise das funções de autocorrelação e critério de seleção AIC. Este modelo foi estimado via máxima verossimilhança. Não obstante esta estimação, os detalhes do modelo VAR serão omitidos por não responderem por nenhum objetivo e escopo do presente trabalho.

Em seguida, com base no exposto no capítulo de metodologia, utilizando-se os resíduos padronizados do modelo VAR, já livres da influência temporal de dependências na média, foi estimado o modelo Cópula-GARCH. Este modelo foi estimado com o método de

dois passos descrito no capítulo 3, com o intuito de se obter estimativas dinâmicas, bem como previsões, acerca dos valores condicionais que perfazem a matriz de covariância dos ativos estudados. A Tabela 2 apresenta informações sobre os parâmetros estimados, ao passo que a Tabela 3 expõe os testes de diagnóstico dos resíduos do modelo estimado.

Tabela 2 – Coeficientes estimados e significância dos parâmetros (em parênteses) do modelo Cópula-GARCH dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2011.

Parâmetros	EUA	Alemanha	Austrália	Brasil	Hong Kong	África do Sul
<i>c</i>	0,0000 (0,8182)	0,0000 (0,9179)	0,0000 (0,0444)	0,0000 (0,0959)	0,0000 (0,0000)	0,0000 (0,1980)
<i>a</i>₁	-	0,0247 (0,0270)	0,0588 (0,0120)	0,0508 (0,0265)	0,0730 (0,0791)	0,0615 (0,0045)
<i>a</i>₂	0,0645 (0,0163)	0,0565 (0,0708)	-	0,0379 (0,0407)	-	-
<i>a</i>₃	0,0512 (0,0078)	-	-	-	-	-
<i>b</i>₁	0,8753 (0,0000)	0,9080 (0,0000)	0,9311 (0,0000)	0,8884 (0,0000)	0,9212 (0,0000)	0,9127 (0,0000)
G.L. marginal	8,2402 (0,0202)	12,6969 (0,0292)	10,2635 (0,0181)	9,3884 (0,0005)	9,3185 (0,0000)	10,8042 (0,0007)
Assimetria	0,8906 (0,0000)	0,9074 (0,0000)	0,9117 (0,0000)	0,8738 (0,0000)	1,0215 (0,0000)	0,9127 (0,0000)
G.L. conjunto				15,3871 (0,0099)		

* Parâmetros conforme equação (36); G.L. são graus de liberdade; Assimetria é o termo de viés da distribuição marginal das inovações (*t* de Student).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados da Tabela 2 indicam que as volatilidades condicionais dos retornos dos mercados analisados são significativamente impactadas ao nível de 5%, com exceção de Hong Kong (mesmo assim seria significativo ao nível de 10%, por exemplo) por desvios quadrados inesperados de dias de negociação anterior. A persistência para este tipo de influência variou de um a três dias, dependendo do mercado. As volatilidades condicionais também foram significativamente impactadas pela volatilidade condicional ocorrida no dia anterior de negociação. Este padrão de impactos é bastante comum em modelos do tipo GARCH, evidenciando que sua especificação se ajusta bem para dados de ativos financeiros.

Tabela 3 – Teste Q dos resíduos do modelo Cópula-GARCH dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2011. P-valores em parênteses.

Mercado	EUA	Alemanha	Austrália	Brasil	Hong Kong	África do Sul
Res. Linear						
1	0,0995 (0,7524)	2,3012 (0,1293)	0,0731 (0,7868)	3,2702 (0,0705)	0,0718 (0,7887)	0,0087 (0,9255)
2	0,1203 (0,9416)	4,3993 (0,1108)	0,6913 (0,7078)	6,0616 (0,0536)	0,0789 (0,9613)	0,3233 (0,8507)
3	1,2066 (0,7514)	4,7641 (0,3037)	1,2575 (0,7393)	7,1316 (0,0678)	0,4662 (0,9262)	0,6567 (0,8833)
4	1,3388 (0,8548)	6,8007 (0,2359)	1,2862 (0,8637)	7,1527 (0,1280)	0,5036 (0,9731)	0,6581 (0,9564)
5	2,2792 (0,8093)	6,8057 (0,3392)	1,4746 (0,9160)	7,6921 (0,1740)	0,5620 (0,9897)	2,4023 (0,7911)
6	3,4469 (0,7510)	7,0921 (0,4193)	3,0127 (0,8072)	7,7783 (0,2548)	2,4745 (0,8713)	4,8381 (0,5647)
7	3,9781 (0,7823)	10,2063 (0,2508)	3,9203 (0,7889)	8,3129 (0,3058)	3,4494 (0,8405)	5,0987 (0,6479)
8	3,9860 (0,8584)	10,7065 (0,2964)	5,2709 (0,7283)	8,6237 (0,3750)	3,5825 (0,8927)	5,0989 (0,7469)
9	4,3678 (0,8856)	11,5958 (0,3130)	6,3879 (0,7006)	8,7083 (0,4646)	5,6143 (0,7778)	5,4196 (0,7963)
10	4,4350 (0,9256)	12,0067 (0,3890)	6,6800 (0,7553)	11,5256 (0,3181)	6,6036 (0,7622)	6,3911 (0,7814)
Res. Quadrado						
1	0,8418 (0,3589)	0,0338 (0,8541)	0,0412 (0,8383)	0,0477 (0,8270)	0,2713 (0,6025)	1,0287 (0,3105)
2	0,8725 (0,6464)	0,8850 (0,6424)	1,4233 (0,4902)	0,1709 (0,9181)	0,3953 (0,8207)	1,4034 (0,4957)
3	2,8398 (0,4170)	4,0865 (0,2522)	1,4393 (0,6962)	0,2632 (0,9668)	3,8217 (0,2814)	1,8392 (0,6064)
4	3,0177 (0,5548)	5,7054 (0,2222)	1,4421 (0,8366)	0,2673 (0,9918)	4,3102 (0,3656)	3,2820 (0,5118)
5	3,0986 (0,6848)	5,8431 (0,3218)	1,6855 (0,8902)	0,3673 (0,9962)	4,3102 (0,5057)	4,2234 (0,5177)
6	3,8756 (0,6935)	5,8658 (0,4384)	1,7203 (0,9432)	1,3633 (0,9680)	4,5633 (0,6009)	4,4777 (0,6123)
7	5,6751 (0,5782)	6,5528 (0,4769)	3,0132 (0,8834)	1,6966 (0,9747)	6,3997 (0,4939)	7,6632 (0,3632)
8	6,0844 (0,6378)	7,5908 (0,4744)	3,3721 (0,9083)	3,2259 (0,9194)	6,5663 (0,5841)	8,2474 (0,4097)
9	8,8062 (0,4553)	8,9911 (0,4381)	4,0235 (0,9092)	4,5989 (0,8677)	6,6538 (0,6731)	9,4188 (0,3995)
10	16,2285 (0,0933)	9,1229 (0,5205)	4,7921 (0,9045)	6,3801 (0,7824)	6,6789 (0,7554)	9,4245 (0,4923)

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ainda com base nos resultados da Tabela 2, é preciso enfatizar que a distribuição de probabilidade t de Student assimétrica foi que obteve melhor ajuste para a distribuição marginal das inovações univariadas em relação ao valor esperado dos retornos para todas as séries. Esse resultado corrobora com as estatísticas descritivas previamente apresentadas, as quais identificaram comportamento assimétrico leptocúrtico dos retornos estudados. Os parâmetros dessas distribuições obtiveram significância estatística para todos os mercados.

Da mesma forma, a especificação conjunta das inovações também apresentou significância estatística. Sobre esse aspecto, a família de cópulas que obteve o melhor ajuste foi a t de Student, novamente indo ao encontro das características previamente encontradas. Trabalhos anteriores, como o realizado por Marshal e Zeevi (2003), argumentam que esta família de cópulas tende a ter o melhor ajuste para dados de retornos financeiros devido aos já citados fatos estilizados. Esta família atribui maior probabilidade conjunta às caudas do que o normalmente esperado, indicando a possibilidade de maior associação entre os retornos quando da ocorrência de valores extremos.

Tal característica reforça ainda mais a necessidade de uma correta gestão do risco, uma vez que justamente quando ocorrem grandes perdas, é que a associação entre os ativos estudados aumenta, sendo que é precisamente nesses momentos que um investidor mais precisa diversificar o risco de sua carteira de investimentos, como explica o trabalho de Righi e Ceretta (2012), por exemplo.

Ainda sobre o modelo Cópula-GARCH estimado, os resultados contidos na Tabela 3 evidenciam que o modelo aderiu corretamente aos dados, uma vez que não houve rejeição da hipótese nula para nenhum mercado em nenhuma defasagem. Essa não rejeição implica na aleatoriedade dos resíduos padronizados lineares e quadráticos no que tange a dependência com informação passada. Dessa forma, toda informação contida nos dados foi captada pelo modelo Cópula-GARCH estimado.

Complementando essa etapa inicial da estimação dinâmica da matriz de covariância, são apresentados nas Figuras 4 e 5, respectivamente, gráficos das volatilidades e correlações estimadas e previstas, com comparações com suas contrapartidas incondicionais estáticas. Graficamente, a Figura 4 vem a corroborar com a análise visual realizada previamente com preços e retornos. Existe uma evolução similar para todos os ativos, com momentos de maior e menor turbulência. O pico de dispersão se deu na já citada crise do *sub-prime*.

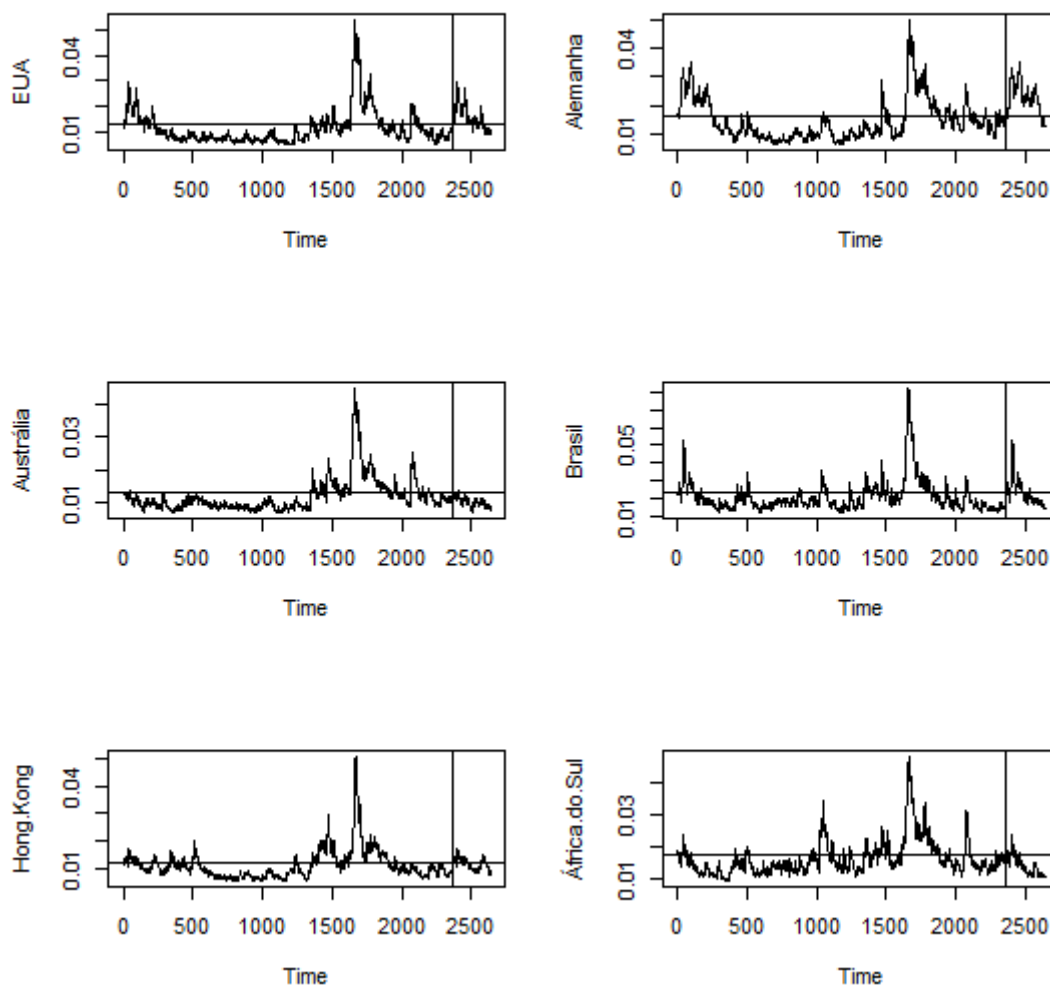


Figura 4 – Volatilidades dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2011 a Junho de 2012. A linha vertical representa a separação entre “dentro” e “fora” da amostra. A linha horizontal representa o desvio padrão incondicional da amostra.

Fonte: Elaborado pelo autor.

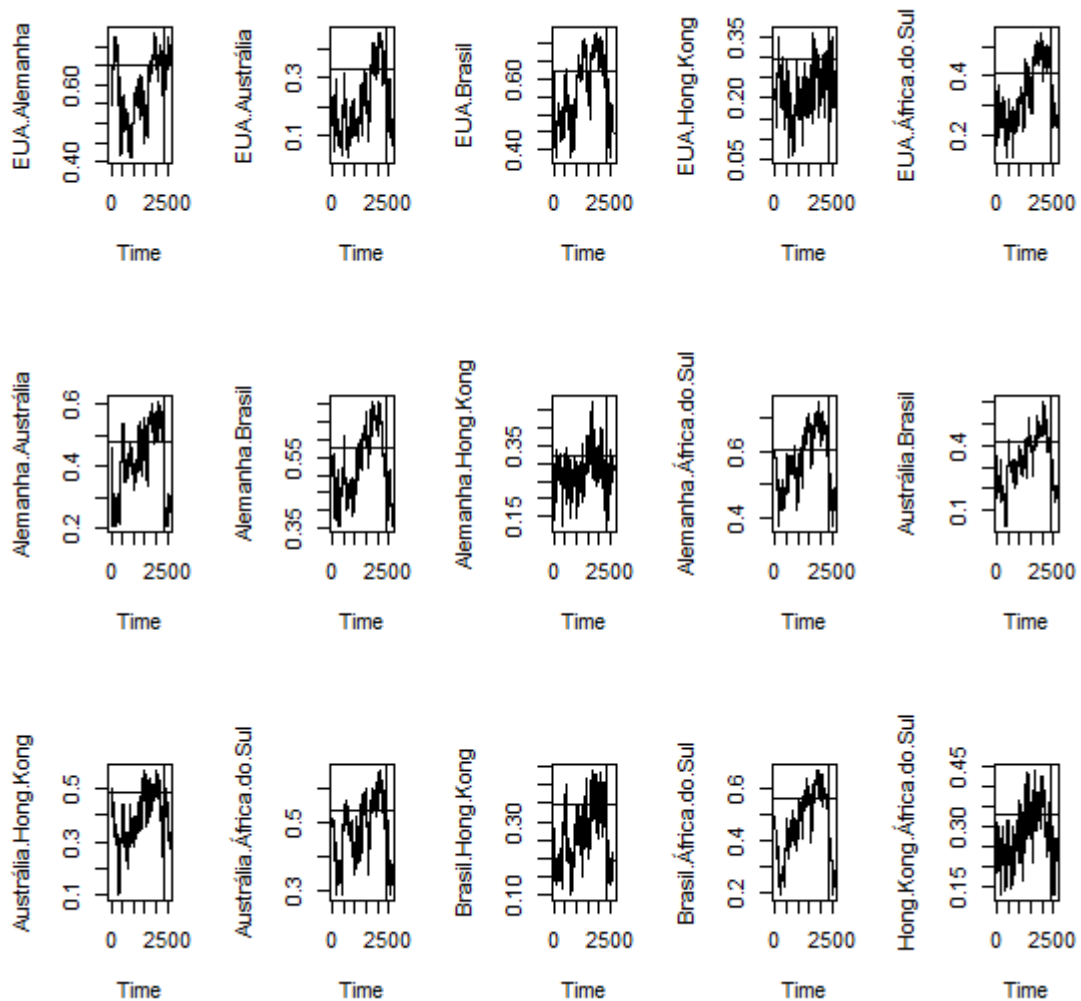


Figura 5– Correlações dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2011 a Junho de 2012. A linha vertical representa a separação entre “dentro” e “fora” da amostra. A linha horizontal representa o desvio padrão incondicional da amostra.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Cabe reconhecer aqui o início das diferenças entre as abordagens dinâmica e estática. As linhas horizontais na Figura 4 representam a volatilidade incondicional média pelo desvio-padrão. Seus pontos fracos são evidentes, conforme sua incapacidade de considerar agrupamentos de volatilidade, como aqueles ocorridos durante o período amostral. Além disso, as previsões acerca da volatilidade, representadas após as linhas verticais na Figura 4, se encaixam muito bem na série real. Não apenas tais previsões dão sequência de maneira suave às séries, como também precisamente identificaram o agrupamento de turbulência ocasionado pela crise da dívida Europeia. Esse fato é crucial no momento da correta previsão

de medidas de risco e composição do *portfolio* criado posteriormente. Mais uma vez, o modelo Cópula-GARCH empregado se mostrou eficiente na modelagem das variáveis de interesse.

A respeito da evolução das correlações entre os retornos dos mercados analisados, os gráficos presentes na Figura 5 novamente indicam uma espécie de comportamento padrão entre os mercados ao longo da amostra. Nesse sentido, percebe-se que ao longo da amostra houve uma tendência de incremento gradual no nível de correlação par a par dos mercados analisados. As maiores associações envolvem o mercado Norte Americano, o que é normal devido a este ser o mais influente pela sua consolidação como potência econômica. No geral as correlações ficam entre o intervalo de 0,3 a 0,6, indicando que mesmo onde há menor associação, a ligação entre os mercados é relevante.

Este comportamento, entre outras coisas, é um efeito do aumento da interdependência entre mercados, como fruto da crescente globalização internacional da última década, conforme documentado em trabalhos como os realizados por Billio e Caporin (2010) e Aloui *et al.* (2011). Estes trabalhos documentam que o aumento nas correlações se dá por fatores de ordem macroeconômica, bem como pelo efeito contágio fundamental, que é, de acordo com Forbes e Rigobon (2002), a transmissão de choques entre mercados devido a sua integração, tanto em momentos de crise como em períodos de calmaria.

Este conceito de contágio fundamental se encaixa nos resultados empíricos do presente estudo, pois o aumento se dá de maneira uniforme em toda amostra, que é composta, como já evidenciado antes, por momentos de crise e de calmaria. Vale ressaltar ainda que, da mesma maneira como com as volatilidades, os gráficos da Figura 5 apontam para o claro engano que é utilizar correlações incondicionais para uma eficiente gestão do risco. Fica claro que o método convencional é incapaz de modelar tais variações, tratando como única uma relação que é oscilante.

No que tange às previsões das correlações, que são fundamentais para a posterior construção do *portfolio* dinâmico, vemos que no final do período “dentro” da amostra há um início de queda nos níveis de associação. Esse padrão pode ser atribuído à crise da dívida Europeia, conforme encontrado no trabalho de Righi e Ceretta (2011c). Conforme os autores, o rebaixamento das notas dos mercados Europeus em decorrência da crise levou a uma redução de liquidez nesses mercados, causando uma ligeira queda de associação entre os mesmos. Possivelmente este efeito tenha se alastrado pelos demais mercados financeiros mundiais através do efeito de contágio puro. Este efeito, segundo o conceito de Bae *et al.*

(2003), diferentemente da sua contraparte fundamental, se dá pela transmissão entre mercados durante períodos de turbulência, após o controle dos aspectos fundamentais.

Com base nessa perspectiva, vale frisar que o modelo Cópula-GARCH efetuou corretas previsões acerca das correlações (denotadas após as linhas verticais da Figura 5). Como pode ser visualmente percebido, as previsões das correlações se encaixam de forma suave nas séries das mesmas, refletindo a continuidade no padrão de redução citado no parágrafo anterior. Este comportamento, aliado aquele obtido com as volatilidades, é de fundamental importância para o cumprimento dos objetivos específicos restantes do presente estudo. Na próxima subseção são apresentados os resultados acerca do cumprimento dos objetivos específicos inerentes à estrutura em si do risco dos mercados analisados.

4.2 Análise Estrutural

Nesta subseção cumprir-se-ão os objetivos específicos inerentes à estrutura do risco dos mercados analisados. Primeiramente, é feita a análise do VaR dinâmico calculado com base no modelo Cópula-GARCH estimado. Nesse sentido, a Figura 6 apresenta gráficos dos retornos dos mercados analisados juntamente com seus respectivos VaRs para os níveis de significância estatística de 5% e 1%.

Os gráficos contidos na Figura 6 evidenciam que as estimativas dos VaRs computados acompanham a dinâmica dos retornos aos quais estão associadas. Dessa forma, em momentos de maior turbulência, as estimativas do valor em risco para essas datas, assumem números mais pessimistas devido às maiores possibilidades de uma perda exagerada. Naturalmente, os valores para o nível de significância de 1% são menores que aqueles para o nível de 5%, por encontrarem-se mais à esquerda da distribuição de probabilidade dos retornos (valores mais negativos).

Cabe ressaltar ainda que, conforme previamente comentado, as previsões dos VaRs também seguiram fielmente a dinâmica dos retornos reais. Esse resultado corrobora mais uma vez com a precisão do modelo Cópula-GARCH estimado, pois indica que suas previsões são acertadas.

No que tange a efetividade da estratégia dinâmica em si, se comparada com sua contraparte tradicional estática, fica visualmente evidente sua vantagem. A possibilidade de, a cada período, se ajustar as informações e variabilidades dos retornos permite maior

flexibilidade, e por consequência, melhor ajuste. Os gráficos da Figura 6 indicam claramente que a abordagem estática apresenta diversas falhas, tanto “dentro” como “fora” da amostra. Isto se dá pelo fato de um valor constante ser incapaz de acompanhar as variações diárias, especialmente as grandes quedas, que é a maior preocupação da gestão do risco de investimentos. É perceptível que, para os mercados estudados as estimativas de VaR estáticas apresentam muitas violações, especialmente em momentos de maior turbulência, quando justamente devem ser mais efetivas.

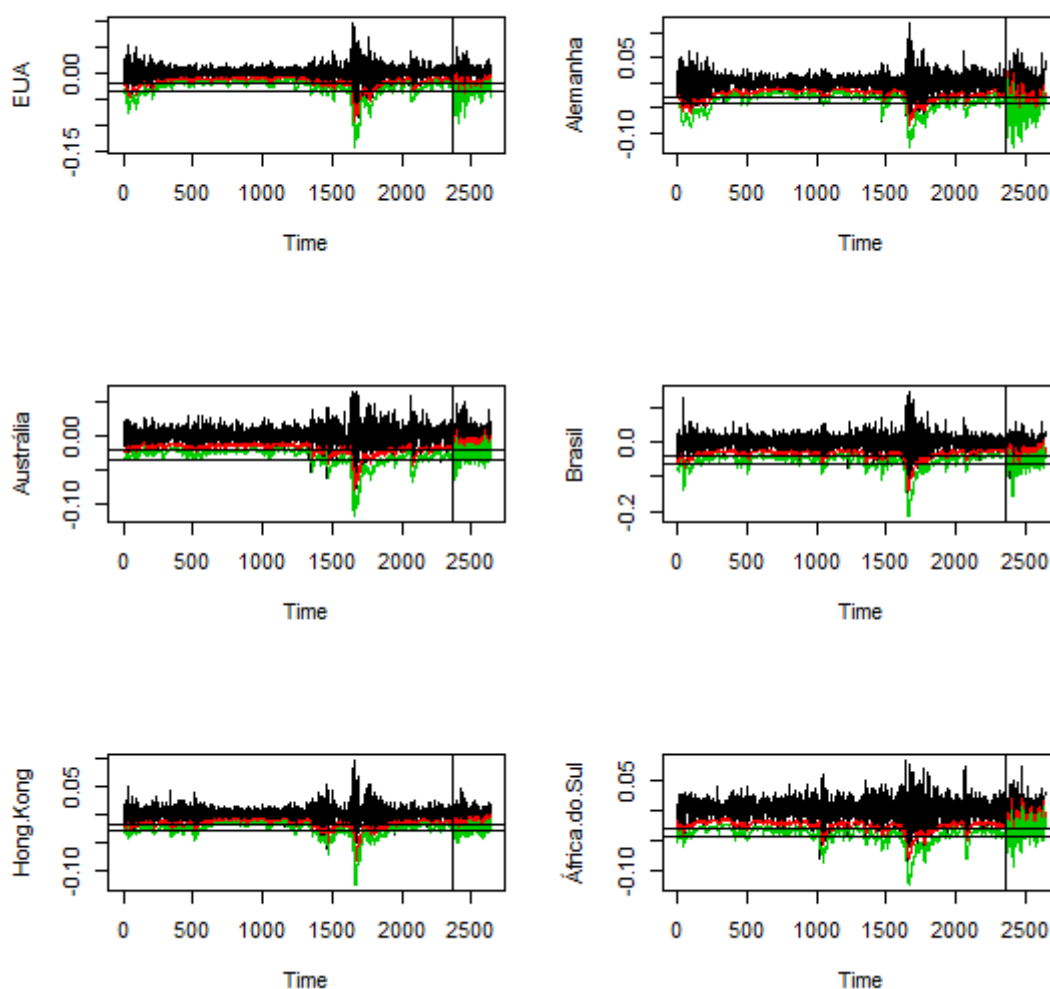


Figura 6 – Valor em Risco dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2011 a Junho de 2012. Preto: retornos; Vermelho: VaR a 5%; Verde: VaR a 1%. A linha vertical representa a separação entre “dentro” e “fora” da amostra. As linhas horizontais representam os VaRs incondicionais estáticos.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para dar um entendimento numérico das inferências realizadas com os gráficos da Figura 6, bem como estatisticamente testar o poder das estimativas e previsões realizadas para os VaRs dos retornos, são expostos na Tabela 4 os resultados dos *backtests* apresentados no capítulo de método do presente estudo. Os resultados indicam que, com poucas exceções (Austrália e África do Sul para o nível de significância de 5%, e Brasil para o nível de significância de 1%), as estimativas e previsões dos VaRs não rejeitaram a hipótese nula do número esperado de violações ser igual ao realmente ocorrido. Mesmo para as exceções, ocorreram menos violações do que o esperado, o que de forma alguma representaria na prática um problema para qualquer investidor.

Tabela 4 – Resultados dos *Backtests* do VaR dinâmico estimado através do modelo Cópula-GARCH dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano “dentro” e “fora” da amostra aos níveis 5% e 1% de significância.

Mercado	EUA	Alemanha	Austrália	Brasil	Hong Kong	África do Sul
“Dentro”						
5%						
Esperadas	118	118	118	118	118	118
Ocorridas	136	129	98	117	109	96
Kupiec sig.	0.0985	0.3103	0.0509	0.9172	0.3843	0.0317
Christoffersen sig.	0.0978	0.3213	0.0407	0.8732	0.1429	0.0981
1%						
Esperadas	23	23	23	23	23	23
Ocorridas	26	16	17	11	14	15
Kupiec sig.	0.6281	0.0942	0.1867	0.0335	0.0517	0.0746
Christoffersen sig.	0.6658	0.2210	0.1359	0.0135	0.0353	0.1771
“Fora”						
5%						
Esperadas	13	13	13	13	13	13
Ocorridas	14	16	19	14	18	14
Kupiec sig.	0.9781	0.7664	0.5314	0.9781	0.6112	0.9781
Christoffersen sig.	0.4743	0.7149	0.1652	0.5491	0.3100	0.7997
1%						
Esperadas	2	2	2	2	2	2
Ocorridas	3	1	1	3	3	2
Kupiec sig.	0.8958	0.8958	0.8958	0.8958	0.8958	1.0000
Christoffersen sig.	0.9594	0.4160	0.4405	0.8561	0.3220	0.9657

* A abordagem estática rejeitou a hipótese nula dos testes em todas as ocasiões.

Fonte: Elaborado pelo autor.

É relevante frisar que para as observações “fora” da amostra, que representam previsões (que são sempre mais difíceis de realizar do que estimativas) baseadas no modelo Cópula-GARCH, não houve rejeição da hipótese nula de nenhum dos testes realizados. Esse fato é muito importante, pois ao contrário do período “dentro” da amostra que é composto por agrupamentos de volatilidade e longos períodos de calma, o período fora da amostra é praticamente formado exclusivamente por observações de forte turbulência ocasionadas pela crise da dívida Europeia. Esse tipo de cenário formado pela necessidade de previsões de medidas de risco durante épocas de forte dispersão dos resultados esperados representa o desafio real de um gestor de risco de mercado. Nesse sentido, é corroborada a eficiência e aplicabilidade dos procedimentos apresentados no corrente trabalho.

Já a abordagem estática, devido ao número exacerbado de violações, rejeitou a hipótese nula dos testes em todas as situações, se mostrando extremamente ineficaz para a correta gestão do risco na amostra estudada. Os resultados obtidos com a análise dos VaRs para a presente amostra, que identificam clara vantagem para a abordagem dinâmica estão de acordo com aqueles encontrados por MacKay e Moeller (2007), Purnanandam (2008), Rountree *et al.* (2008). Estes trabalhos foram efetuados em diversos setores da economia. Trabalhos específicos em corporações financeiras foram realizados por Perigon *et al.* (2008), Perignon e Smith (2010a, 2010b). Estudos gerais em mercados de capitais, como o presente, foram realizados por Jorion (2006), Christoffersen (2009) e Righi e Ceretta (2012).

Dando seguimento à análise da estrutura das estimativas condicionais dinâmicas de risco realizadas pelo modelo Cópula-GARCH, foram calculadas as razões ótimas de *hedge* para cada par de ativos estudados. Por exemplo, para o mercado americano, foi calculada a razão ótima diária que precisaria ser investida na posição inversa em cada um dos outros cinco mercados a fim de minimizar a variância de uma carteira composta pelos dois ativos de cada exemplo. O mesmo foi realizado para todos os mercados, resultando em 30 séries de razões ótimas de *hedge*. Estas séries são apresentadas nas Figuras 7 a 12.

Com base nos gráficos contidos nas Figuras 7 a 12, percebem-se visualmente alguns padrões que repetem em diferentes mercados. Os mercados Norte Americano, Alemão e Australiano apresentam clara tendência de um aumento no nível da razão ótima de *hedge* a partir do período da crise do *sub-prime*. Esse resultado possivelmente está associado ao fato de economias desenvolvidas terem sido proporcionalmente mais afetadas, implicando na necessidade de posições maiores em outros mercados para redução da variabilidade nos resultados de seus mercados domésticos.

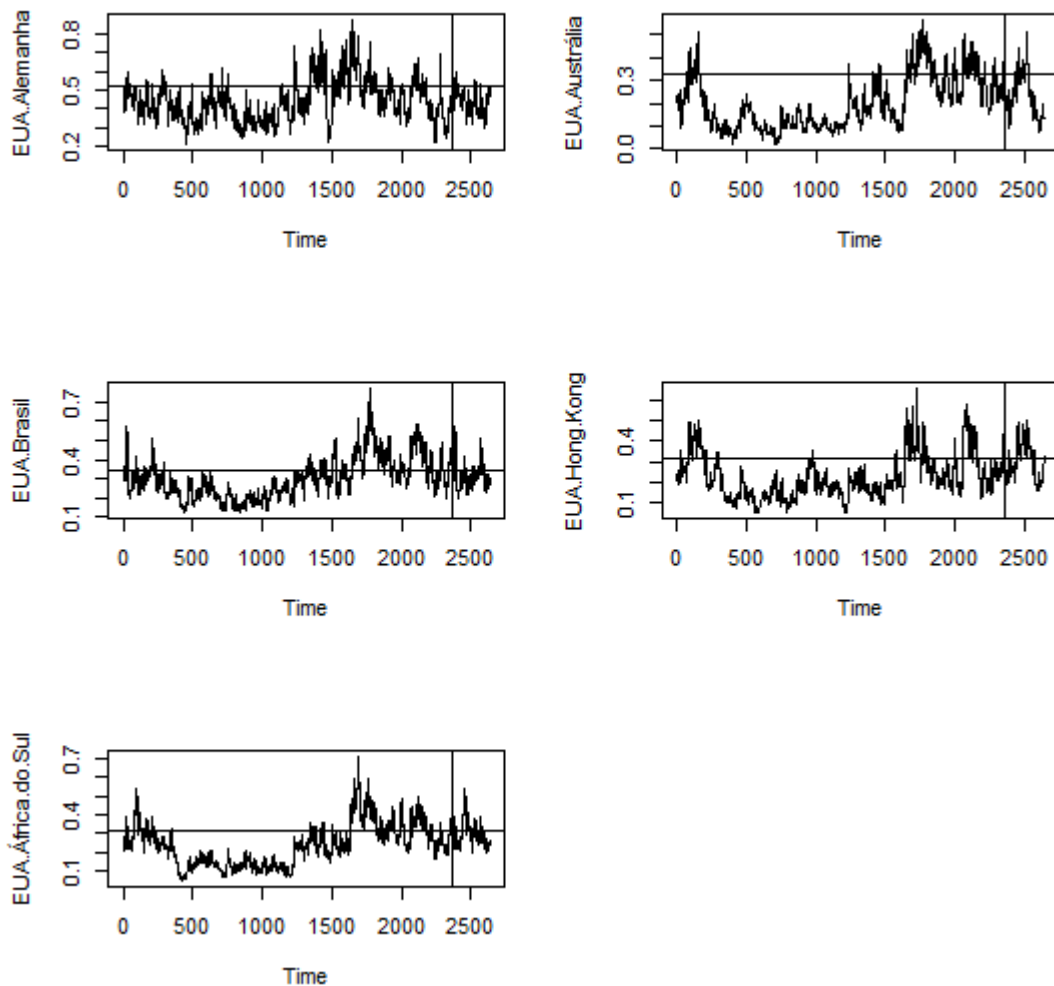


Figura 7 – Razões ótimas de *hedge* estimadas e previstas pelo modelo Cópula-GARCH para o mercado Norte Americano em relação aos demais cinco presentes no estudo no período de Julho de 2011 a Junho de 2012. A linha vertical representa a separação entre “dentro” e “fora” da amostra. As linhas horizontais representam as razões incondicionais estáticas.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Já os mercados emergentes do estudo, que são Brasil, Hong Kong e África do Sul, apresentaram comportamentos da evolução temporal da razão ótima de *hedge* um pouco diferentes daqueles obtidos pelos mercados desenvolvidos. Nos mercados emergentes, muitas séries das razões ótimas mantiveram-se nos mesmos patamares, enquanto outras sofreram elevações ou reduções no período do *sub-prime*.

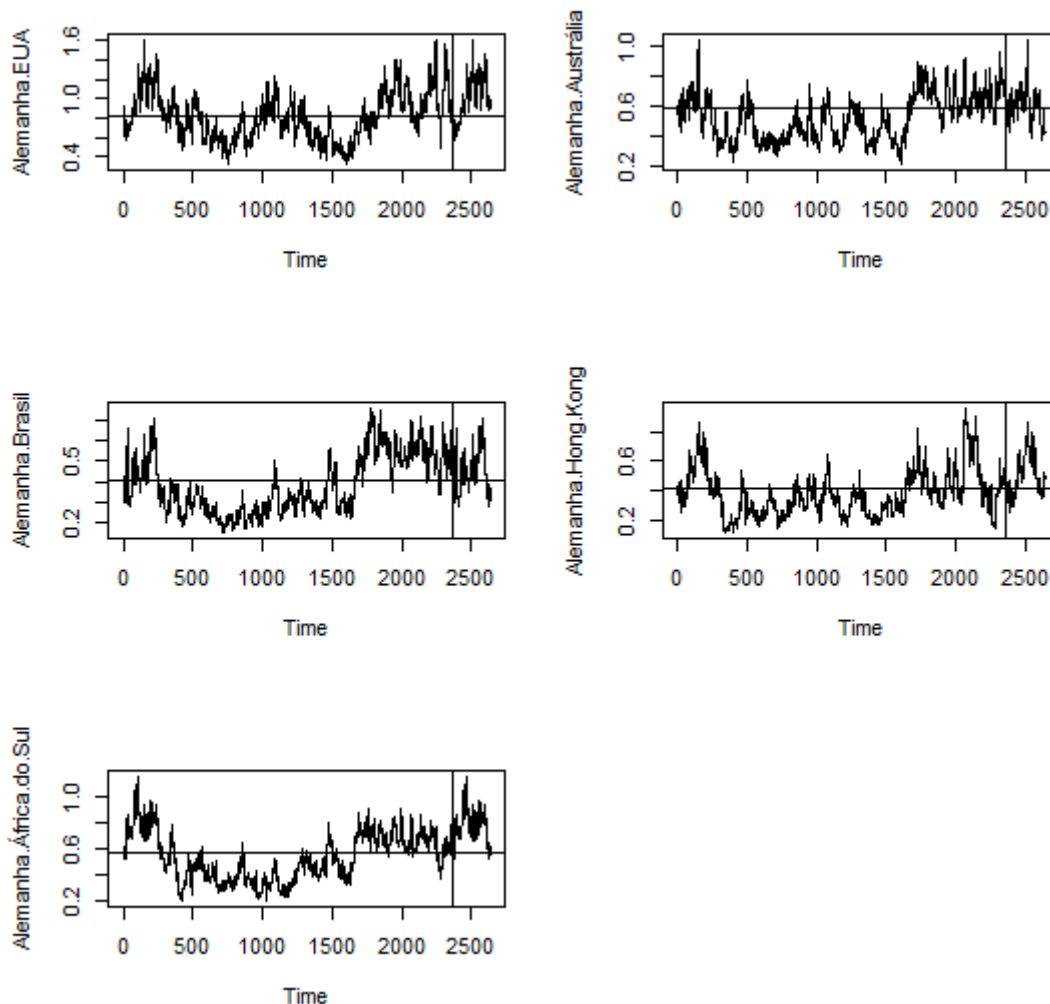


Figura 8 – Razões ótimas de *hedge* estimadas e previstas pelo modelo Cópula-GARCH para o mercado Alemão em relação aos demais cinco presentes no estudo no período de Julho de 2011 a Junho de 2012. A linha vertical representa a separação entre “dentro” e “fora” da amostra. As linhas horizontais representam as razões incondicionais estáticas.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para o mercado Brasileiro, o relacionamento com os desenvolvidos ou manteve-se igual ou reduziu, sendo que a razão com mercados emergentes sofreu aumento. No caso de Hong Kong, no geral, independente do mercado associado, há uma redução inicial, seguida de uma elevação devido à crise *sub-prime*. Já para o mercado Sul Africano, as tendências de aumento na razão de *hedge* se dão, além do *sub-prime*, no período referente a meados de

2006. Isso se dá pelo fato de ser nessa época que dois eventos ocorreram. O primeiro foi a obtenção nessa época do menor *déficit* nacional de sua história. O segundo foi a criação de um mecanismo de articulação que permitiu que os países do grupo BRICS passassem a ter articulação conjunta perante a ONU.

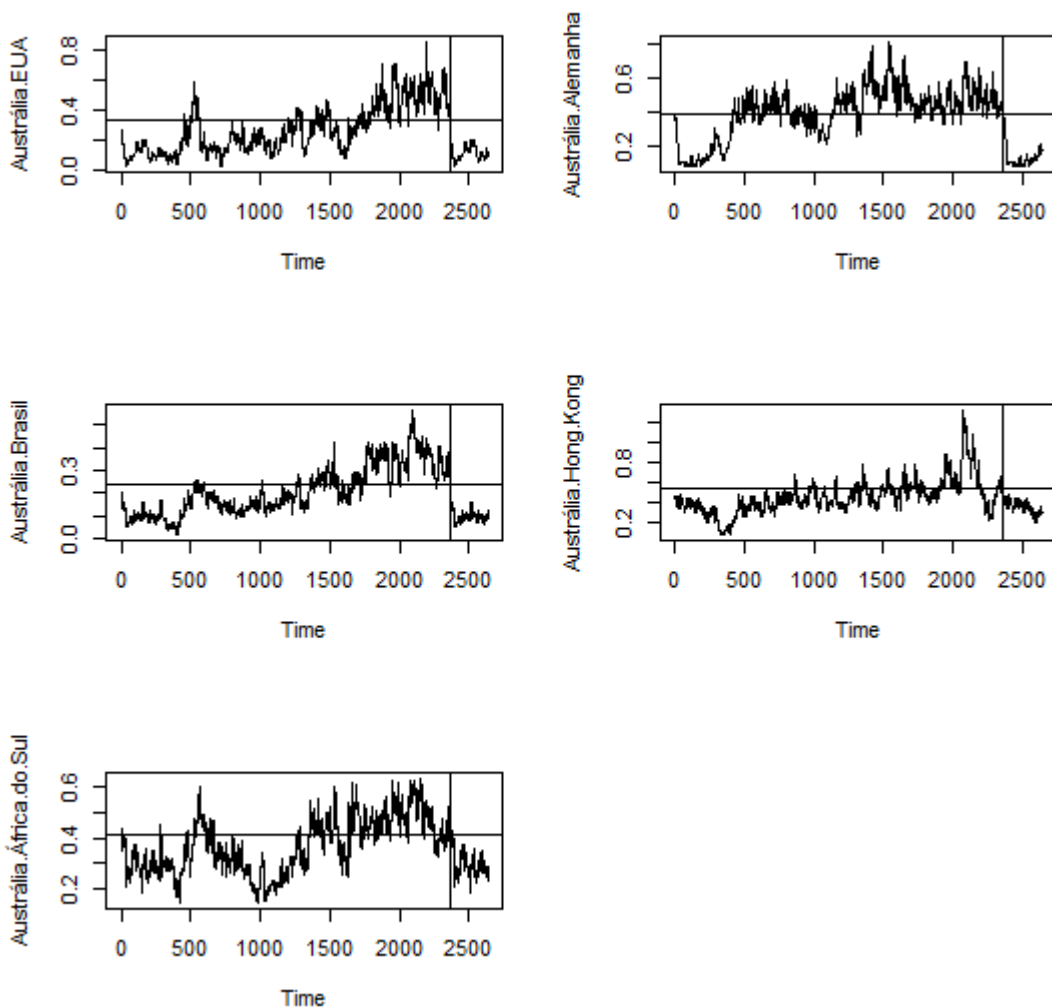


Figura 9 – Razões ótimas de *hedge* estimadas e previstas pelo modelo Cópula-GARCH para o mercado Australiano em relação aos demais cinco presentes no estudo no período de Julho de 2011 a Junho de 2012. A linha vertical representa a separação entre “dentro” e “fora” da amostra. As linhas horizontais representam as razões incondicionais estáticas.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ainda com base nos gráficos apresentados nas Figuras 7 a 12, é válido notar que existem diferenças nas magnitudes das razões ótimas obtidas pra cada par de mercados. Essas diferenças se explicam por discrepâncias entre as correlações e, por conseguinte, nas covariâncias dos retornos analisados. De forma geral existe maior dispersão nas razões de hedge de mercados emergentes do que desenvolvidos. Por exemplo, as séries das razões para o mercado Norte Americano na absoluta maioria das observações ficaram entre 0,3 e 0,5, ao passo que as razões no caso Brasileiro assumiram valores de 0,1 a 2,5.

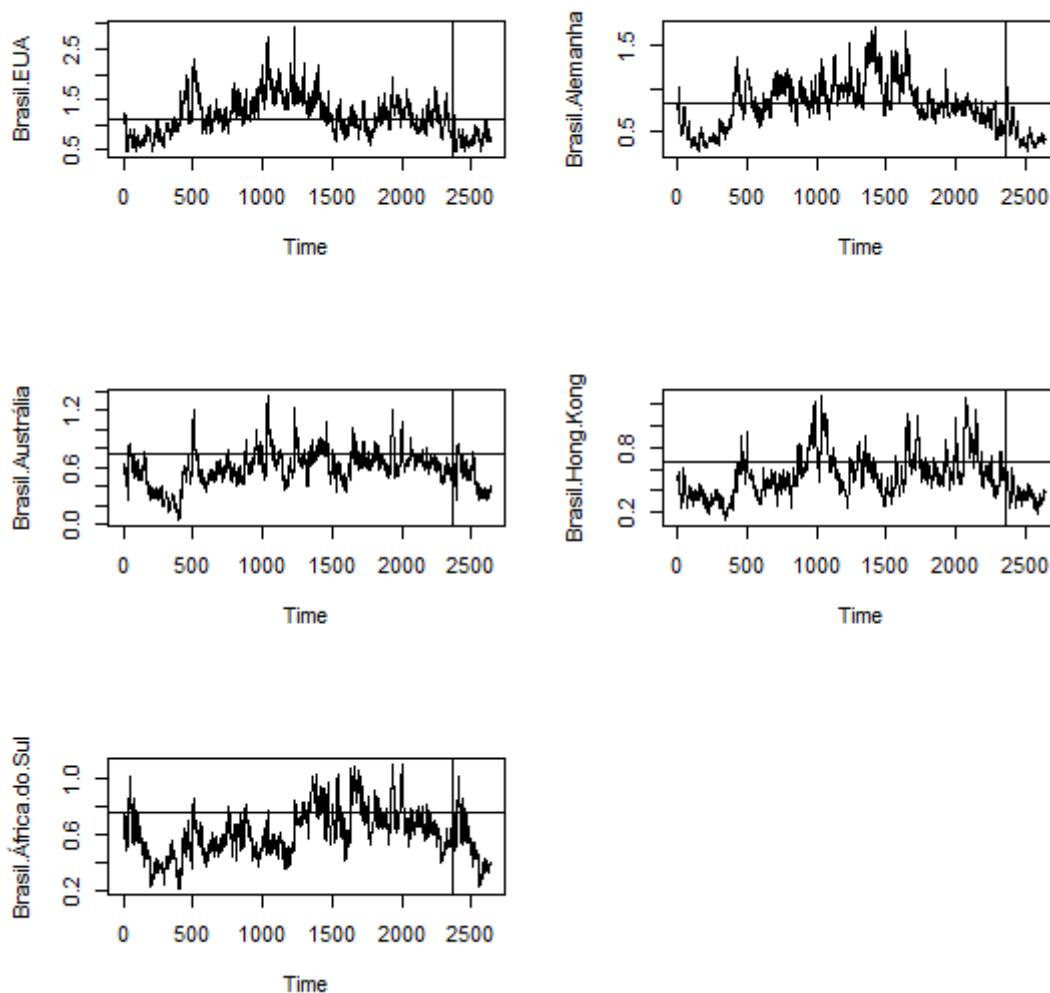


Figura 10 – Razões ótimas de *hedge* estimadas e previstas pelo modelo Cópula-GARCH para o mercado Brasileiro em relação aos demais cinco presentes no estudo no período de Julho de 2011 a Junho de 2012. A linha vertical representa a separação entre “dentro” e “fora” da amostra. As linhas horizontais representam as razões incondicionais estáticas.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma possível fonte para essa maior dispersão nas razões ótimas de mercados emergentes é o fato, já previamente comentado neste trabalho, de que as correlações entre mercados emergentes e os demais tenham variado mais em função da necessidade de diversificação nos mercados emergentes ter crescido devido à crise do *sub-prime*. Novamente, este tipo de informação seria impossível de se obter com base em uma análise convencional estática desse fenômeno.

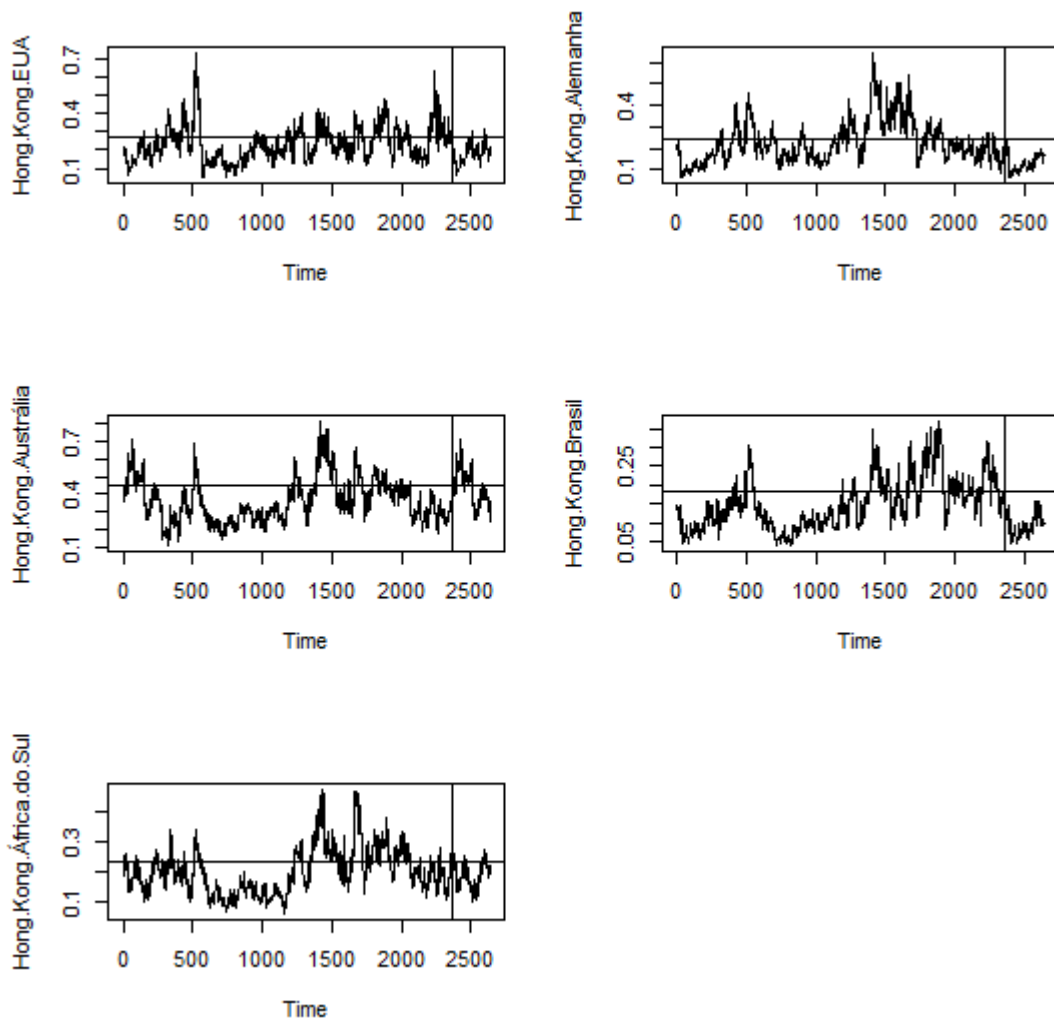


Figura 11 – Razões ótimas de *hedge* estimadas e previstas pelo modelo Cópula-GARCH para o mercado Honconguês em relação aos demais cinco presentes no estudo no período de Julho de 2011 a Junho de 2012. A linha vertical representa a separação entre “dentro” e “fora” da amostra. As linhas horizontais representam as razões incondicionais estáticas.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ainda acerca das comparações entre abordagens estática e dinâmica, as linhas horizontais nas Figuras 7 a 12 elucidam o fato de que as razões ótimas incondicionais de modo algum refletem coerentemente as características da evolução das séries, como aumento ou redução da posição ótima da estratégia de *hedging*. Todavia, vale ainda ressaltar que muitos relacionamentos exibiram previsões da razão ótima em níveis mais baixos do que vinha sendo ao longo da série.

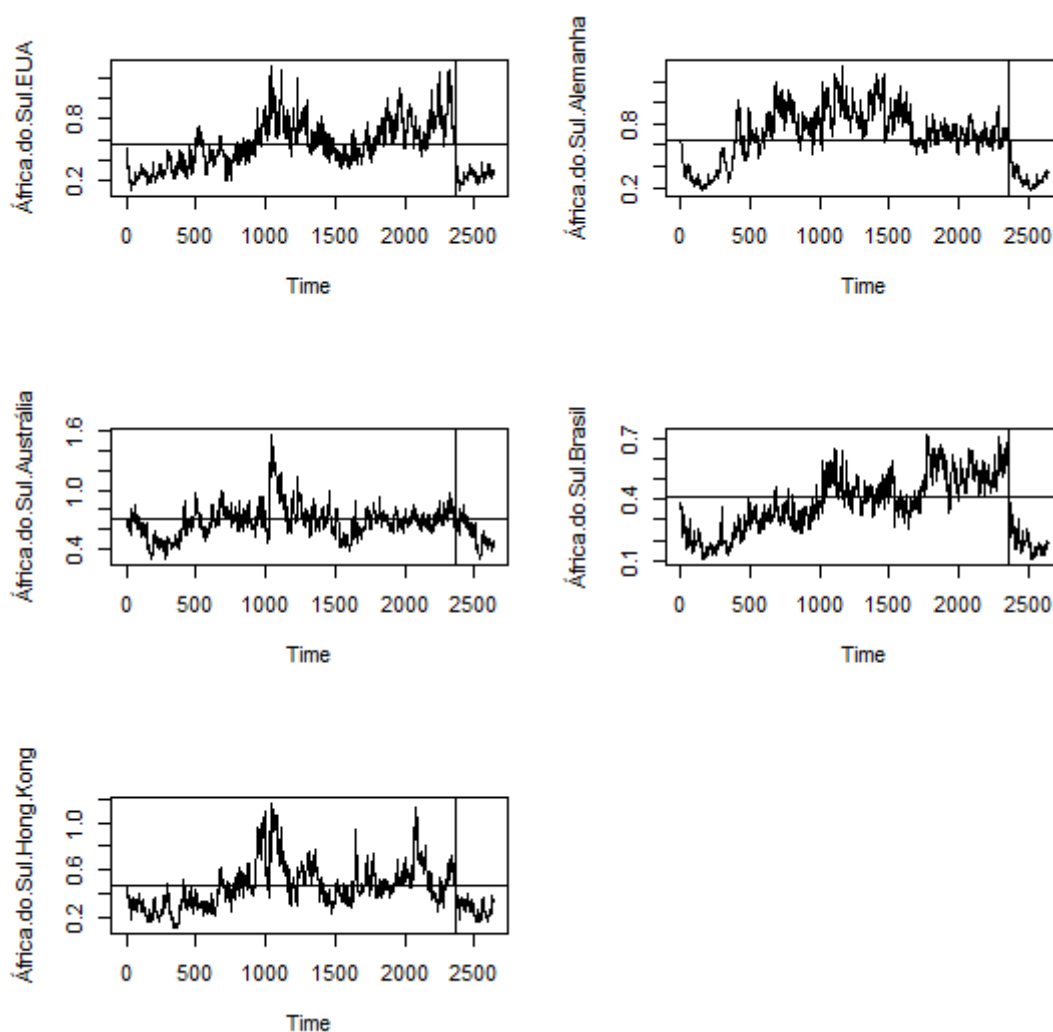


Figura 12 – Razões ótimas de *hedge* estimadas e previstas pelo modelo Cópula-GARCH para o mercado Sul Africano em relação aos demais cinco presentes no estudo no período de Julho de 2011 a Junho de 2012. A linha vertical representa a separação entre “dentro” e “fora” da amostra. As linhas horizontais representam as razões incondicionais estáticas.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como já foi comprovado que as previsões do modelo Cópula-GARCH estimado são coerentes, fica claro que estas reduções são frutos do agrupamento de turbulência oriundo da crise da dívida Europeia. Este comportamento ocorre principalmente com África do Sul e Austrália, que talvez por questões geográficas possuam a menor associação entre o grupo de mercados analisados. Essa associação pode ter se reduzido em função da fuga de capital oriunda da crise da dívida Europeia. Com uma menor associação, a correlação e a covariância se reduzem, levando a menores razões ótimas. Outro fator que pode ter contribuído é o fato de as volatilidades dos mercados terem aumentado neste período. Maiores volatilidades reduzem, por definição, a razão ótima de *hedge*.

Todavia, o aspecto mais importante da estratégia de *hedging* é a redução da variância em comparação com uma posição desprotegida. Nesse sentido, são apresentadas na Tabela 5 as reduções de variância obtidas com as razões de *hedge* estimadas, tanto “dentro” como “fora” da amostra. Também é exibido na Tabela 5 o valor das razões ótimas obtidas estaticamente.

Inicialmente percebe-se, com base nos resultados contidos na Tabela 5, que as razões de *hedge* estáticas apresentam muito menos variações que aquelas visualizadas nos gráficos das Tabelas 7 a 12. Mais uma vez, refletindo sua fraqueza para captar as variações inerentes aos retornos estudados. Outro fato interessante é que as maiores reduções ocorreram em estratégias realizadas com o Brasil. Este resultado corrobora com o crescimento de importância para diversificação inferida anteriormente no corrente estudo. Por outro lado, as menores reduções foram obtidas com estratégias realizadas com o mercado de Hong Kong. Devido a sua maior turbulência, este mercado pode ter perdido capacidade de redução de risco em estratégias par a par como essa. Todavia, isto não significa que não tenha serventia para diversificação em um contexto mais amplo, pois, nessa situação interessa toda a estrutura de correlações entre os mercados e não apenas entre dois deles.

É indispensável frisar que em mais da metade dos casos, a redução de variância foi menor “fora” do que “dentro” da amostra. Muito embora o período “fora” da amostra apresente mais variância para ser reduzida, por se tratar de um período basicamente formado por turbulência, este cenário é um desafio para a correta predição de razões ótimas de *hedge*. Assim, em conjunto, os resultados obtidos para a estratégia dinâmica de *hedging* e sua superioridade sobre a abordagem estática vão ao encontro dos trabalhos realizados anteriormente (BROOKS e CHONG, 2001; CHOUDHRY, 2003; HSU, TSENG e WANG, 2008; RIGHI e CERETTA, 2011a).

Tabela 5 – Razão de hedge estimada estaticamente e redução da variância obtida “dentro” e “fora” da amostra através do modelo Cópula-GARCH dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano.

Mercado		EUA	Alemanha	Austrália	Brasil	Hong Kong	África do Sul
EUA	Estático	-	0,5242	0,3288	0,3486	0,3148	0,3125
	Dentro	-	0,4499	0,1406	0,4254	0,1156	0,2212
	Fora	-	0,6014	0,2138	0,5291	0,0764	0,3339
Alemanha	Estático	0,8117	-	0,5894	0,4018	0,4240	0,5713
	Dentro	0,4522	-	0,2513	0,3735	0,1249	0,4045
	Fora	0,5590	-	0,3671	0,4257	0,1193	0,5828
Austrália	Estático	0,3377	0,3911	-	0,2375	0,5298	0,4119
	Dentro	0,1532	0,3225	-	0,2351	0,2930	0,3311
	Fora	0,0954	0,2061	-	0,1527	0,2689	0,3647
Brasil	Estático	1,1153	0,8303	0,7396	-	0,6614	0,7539
	Dentro	0,4435	0,4212	0,2022	-	0,1617	0,3540
	Fora	0,5151	0,4867	0,3492	-	0,1276	0,4613
Hong Kong	Estático	0,2760	0,2401	0,4522	0,1812	-	0,2342
	Dentro	0,1122	0,1534	0,2840	0,1581	-	0,1391
	Fora	0,0837	0,1323	0,4143	0,0937	-	0,1353
África do Sul	Estático	0,5449	0,6434	0,6992	0,4108	0,4658	-
	Dentro	0,2087	0,4584	0,3228	0,3652	0,1517	-
	Fora	0,2024	0,4347	0,4160	0,2688	0,1061	-

*Informações acerca de uma estratégia de *hedging* do ativo de determinada linha com posição inversa no ativo de cada coluna.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Dando seguimento ao cumprimento dos objetivos específicos relativos à estrutura do risco estimado pelo modelo Cópula-GARCH, é estimada a dependência entre risco e retorno nos mercados analisados. Este passo será realizado por meio da estimação de famílias de cópulas, e conversão de seus parâmetros em medidas de associação não linear. Para dar uma visualização inicial destes relacionamentos, são expostos na Figura 13 os diagramas de dispersão entre riscos e retornos estimados pelo modelo Cópula-GARCH para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2011.

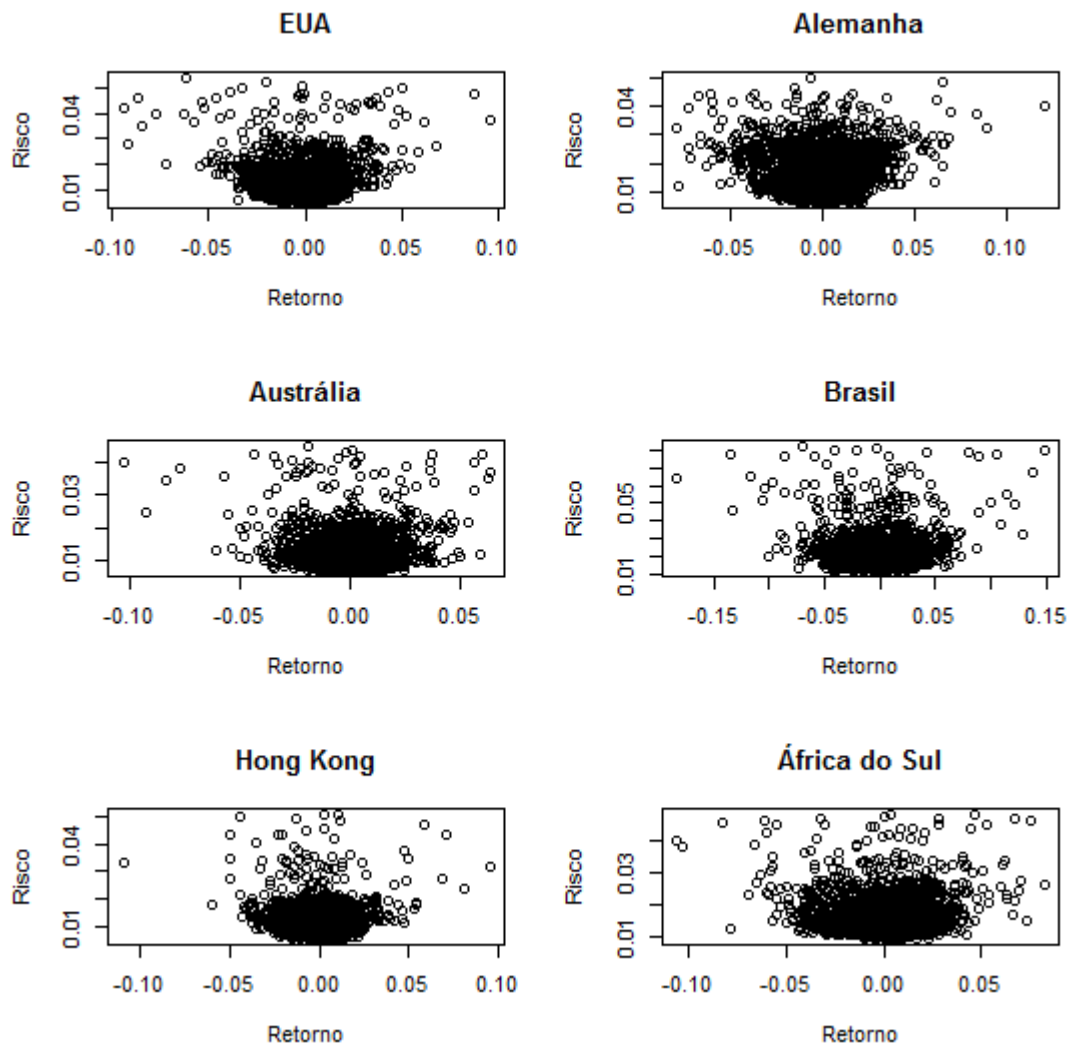


Figura 13 – Diagramas de dispersão entre riscos e retornos estimados pelo modelo Cópula-GARCH para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2011.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os gráficos de dispersão apresentados na Figura 13 indicam que os retornos extremos estão associados a altos níveis de risco, conforme esperado pela lógica da racionalidade do mercado. Todavia, também existem retornos muito próximos à média associados com riscos elevados. Não obstante, a maioria dos retornos concentrados perto da média está ligada a níveis mais baixos de risco. Dessa forma, ainda com base nos diagramas de dispersão apresentados, percebe-se pouca associação entre risco e retorno de uma maneira geral. Apenas nas caudas há um suave indício de dependência. Entretanto, mesmo estes baixos níveis de

associação podem produzir informações relevantes quanto à forma e magnitude da dependência que podem auxiliar na análise dinâmica da diversificação do risco.

Assim, foram estimadas, conforme explanado no capítulo 3 do corrente trabalho, famílias de cópulas para os relacionamentos entre risco e retorno nos mercados analisados. Os resultados dessa estimação estão contidos na Tabela 6.

Tabela 6 – Resultados da estimação das cópulas e medidas de associação entre riscos e retornos estimados pelo modelo Cópula-GARCH para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2011.

Mercado	Estimação da cópula			Medidas de associação		
	Família	Parâmetro 1	Parâmetro 2	Tau	Inferior	Superior
EUA	<i>t</i> de Student	0,0003 (0,4942)	4,3203 (0,0000)	0,0002	0,0661	0,0661
Alemanha	Joe	1,1319 (0,0000)	-	0,0704	-	0,1552
Austrália	<i>t</i> de Student	0,0083 (0,3611)	4,8584 (0,0000)	0,0053	0,0543	0,0543
Brasil	<i>t</i> de Student	0,0062 (0,3947)	5,0769 (0,0000)	0,0039	0,0493	0,0493
Hong Kong	<i>t</i> de Student	-0,0256 (0,8737)	8,9466 (0,0000)	-0,0163	0,0090	0,0090
África do Sul	Joe	1,1170 (0,0000)	-	0,0630	-	0,1401

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados contidos na Tabela 6 inicialmente apontam para o predomínio da cópula *t* de Student no relacionamento entre risco e retorno nos mercados analisados. Novamente, estes resultados corroboram com os encontrados por Marshall e Zeevi (2003) que apontam para a vantagem dessa família no ajuste de dados financeiros. A família Joe também apareceu, obtendo o melhor ajuste em dois casos. Essas famílias atribuem maior peso à associação nas caudas do que o normalmente esperado, indicando a possibilidade de maior associação entre risco e retorno quando da ocorrência de valores extremos.

No que tange à magnitude das associações, percebe-se a não significância de alguns parâmetros, bem como pelos valores das medidas de dependência calculadas, que conforme a metodologia utilizada não houve significativa associação entre risco e retorno nos mercados analisados no período amostral estudado. Pelo menos não há tal associação de forma

contemporânea, isto é, entre risco e retorno oriundo do mesmo dia de negociação. Todavia, é possível que com outras abordagens, tal relacionamento possa ser mais bem caracterizado. Essa baixíssima associação não corrobora nem a expectativa de utilidade racional dos investidores, no qual para maiores riscos exige-se maiores retornos, nem com o efeito de alavancagem, onde piores retornos reduzem o patrimônio líquido de empresas, tornando suas estruturas de capital mais arriscada, levado a maiores riscos.

Dessa forma, afixa-se que não há um relacionamento explícito entre risco e retorno nos mercados estudados, o que dá maior crédito à utilização do modelo Cópula-GARCH para estimação de volatilidades e covariâncias condicionais. Isto porque não sendo linear e normal o relacionamento entre risco e retorno dos ativos em questão, é violada premissa básica do modelo clássico de otimização de *portfolio*, proposto inicialmente por Markovitz (1952), bem como a maioria das abordagens robustas. Assim, a flexibilidade da abordagem apresentada neste estudo assume crucial importância. Vale notar que, até o momento da elaboração dessa página, não foram encontradas referências na literatura sobre o uso de famílias de cópulas na modelagem da dependência entre risco e retorno em mercados de capitais.

Prosseguindo com a análise estrutural do risco estimado pelo modelo Cópula-GARCH, chega-se ao último objetivo específico concernente a esta etapa. O objetivo consiste em verificar a ocorrência de quebras estruturais nas volatilidades e correlações condicionais estimadas. Para tanto foram realizados os testes expostos previamente no capítulo de metodologia do corrente trabalho. Assim, são apresentados, respectivamente, nas Tabelas 7 e 8, os resultados dos testes de quebra estrutural para volatilidades e correlações condicionais dinâmicas.

Os resultados contidos na Tabela 7 indicam que a absoluta maioria dos testes de mudança estrutural rejeitou a hipótese nula de estabilidade do processo gerador dos dados referentes às volatilidades condicionais estimadas. Mais além, houve rejeição para a maioria dos testes referentes a cada mercado. Essa tendência para a rejeição da hipótese nula indica que houve mudanças bruscas nas volatilidades condicionais, aqui representando o risco dos mercados analisados, em algum ponto da amostra. Essa identificação da ocorrência de quebras na volatilidade dos ativos está de acordo com os resultados obtidos por Andreou e Ghysels (2006) e Horváth *et al.* (2006). Esses autores também identificaram eventos que afetaram a estrutura da volatilidade de ativos de capital.

Tabela 7 – Testes de mudança estrutural das volatilidades condicionais estimadas pelo modelo Cópula-GARCH dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano.

Teste	CUSUM	MOSUM	Sup F	Ave F	Exp F	Quebra
EUA	1,5563 (0,0157)	1,6317 (0,0101)	84,6634 (0,0000)	1,6505 (0,5012)	34,9310 (0,0094)	1658
Alemanha	1,3701 (0,0468)	1,4584 (0,0112)	34,6541 (0,0000)	1,3142 (0,6367)	9,9713 (0,0002)	1666
Austrália	1,6860 (0,0068)	1,6171 (0,0106)	103,5884 (0,0000)	5,7339 (0,0217)	44,3834 (0,0000)	1654
Brasil	1,3757 (0,0454)	1,5433 (0,0132)	94,8883 (0,0000)	2,8170 (0,2043)	40,0337 (0,0000)	1657
Hong Kong	1,4877 (0,0239)	1,6593 (0,0099)	107,6379 (0,0000)	4,2572 (0,0661)	46,8046 (0,0000)	1667
África do Sul	1,2822 (0,0673)	1,3657 (0,0245)	40,9148 (0,0000)	3,2535 (0,1345)	14,1065 (0,0000)	1669

Fonte: Elaborado pelo autor.

Além de identificar a presença de quebras estruturais nas séries, é crucial identificar a data específica em que tais mudanças ocorrem. Nesse sentido, os resultados da Tabela 7 permitem inferir que as quebras ocorreram, para todas as séries de volatilidades condicionais estimadas, entre as observações 1654 e 1669. Conforme apresentado na Figura 4, esse pequeno intervalo corresponde ao início do pico de turbulência ocorrido na crise Norte Americana do *sub-prime*. Em termos cronológicos, esse período corresponde ao mês de Setembro de 2008, poucos dias após a derrocada do banco Lehman Brothers, que é apontado como o ápice da citada crise.

Esse resultado que identifica mudanças estruturais na volatilidade dos mercados analisados representa mais um indício favorável à abordagem dinâmica de gestão de riscos em relação a sua contrapartida estática. Isto porque o acompanhamento constante de tal mudança radical no comportamento de uma série é crucial para uma correta gestão de riscos que evite perdas excessivas da melhor maneira possível.

Tabela 8 – Testes de mudança estrutural das correlações condicionais estimadas pelo modelo Cópula-GARCH dos retornos diários dos indicadores MSCI para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano.

Teste	CUSUM	MOSUM	Sup F	Ave F	Exp F	Quebra
EUA Alemanha	0,7639 (0,6039)	0,8947 (0,2817)	14,3814 (0,0149)	1,6935 (0,4856)	1,4220 (0,2206)	1325
EUA Austrália	0,9738 (0,2991)	0,6162 (0,5053)	16,8258 (0,0050)	5,8090 (0,0206)	5,0673 (0,0077)	1738
EUA Brasil	1,0266 (0,2426)	0,9526 (0,2352)	12,4106 (0,0349)	4,0773 (0,0777)	3,0715 (0,0573)	1072
EUA Hong Kong	1,1650 (0,1325)	1,1177 (0,1028)	9,2740 (0,1262)	3,5839 (0,1117)	2,4827 (0,1070)	1647
EUA África do Sul	1,0397 (0,2299)	0,7435 (0,4032)	21,6423 (0,0005)	7,9100 (0,0048)	6,8332 (0,0016)	1647
Alemanha Austrália	0,8735 (0,4303)	1,0477 (0,1593)	9,9992 (0,0947)	3,7503 (0,0980)	2,7247 (0,0827)	1647
Alemanha Brasil	1,1092 (0,1707)	0,8471 (0,3200)	12,1743 (0,0386)	5,7601 (0,0213)	3,8371 (0,0260)	1079
Alemanha Hong Kong	1,2585 (0,0842)	0,9398 (0,2455)	10,7643 (0,0695)	4,2608 (0,0659)	2,9993 (0,0618)	1292
Alemanha África do Sul	0,9522 (0,3247)	0,9708 (0,2206)	11,5742 (0,0497)	4,4449 (0,0572)	3,0685 (0,0574)	1269
Austrália Brasil	1,0235 (0,2456)	0,8711 (0,3007)	9,0332 (0,1387)	3,9797 (0,0819)	2,5019 (0,1049)	1408
Austrália Hong Kong	0,9566 (0,3195)	0,8511 (0,3168)	6,4187 (0,3591)	1,8959 (0,4175)	1,2518 (0,4035)	1355
Austrália África do Sul	0,9373 (0,3433)	1,0981 (0,1184)	10,2604 (0,0853)	3,5222 (0,1172)	2,7956 (0,0767)	1731
Brasil Hong Kong	1,2061 (0,1090)	0,8393 (0,2861)	20,4475 (0,0009)	5,9356 (0,0187)	4,5442 (0,0128)	407
Brasil África do Sul	0,9212 (0,3641)	1,0273 (0,1753)	8,4227 (0,1952)	3,5960 (0,1106)	2,2654 (0,1352)	1030
Hong Kong África do Sul	1,3642 (0,0483)	0,7973 (0,3600)	18,1590 (0,0027)	6,5147 (0,0124)	4,9824 (0,0084)	1040

Fonte: Elaborado pelo autor.

No tocante as correlações condicionais estimadas, os resultados contidos na Tabela 8 apresentam um padrão um pouco distinto daquele identificado para as volatilidades condicionais estimadas. Essa distinção se deve ao fato de não haver uma predominância na rejeição das hipóteses nulas de estabilidade estrutural nas séries de correlações. Em fato, cerca de metade das correlações não obtiveram rejeição da hipótese nula para nenhum teste de mudança estrutural aplicado ao nível de significância estatística de 5%. Essa menor proporção

de rejeições se deve a maior suavidade na evolução das séries das correlações do que nas volatilidades condicionais.

Não obstante essa não rejeição clara de muitas séries de metade correlações, a outra metade das séries formadas pelas correlações condicionais apresentou rejeição da hipótese nula em pelo menos um dos testes realizados. Assim como para as volatilidades condicionais, essas mudanças nas correlações condicionais são oriundas de choques bruscos advindos de novas informações ao mercado, sejam de ordem econômica ou política. Também, é importante mencionar que, a abordagem estática não é capaz de corretamente considerar essas mudanças nas correlações, o que enfraqueceria muito uma estratégia de diversificação de investimentos, que é baseada fundamentalmente nas associações entre ativos, em momentos de mudanças bruscas.

Ainda, com base nos resultados contidos na Tabela 8, é relevante fazer uma análise cronológica dos pontos no tempo que representam as quebras. É válido notar que identificamos para aquelas séries de correlações que não apresentaram rejeição da hipótese nula nos testes os pontos mais próximos de apresentar uma mudança estrutural, a fim de complementar a análise. É possível identificar quatro intervalos de períodos para as ocorrências ou possíveis ocorrências de mudança na estrutura das correlações.

A primeira remete ao entrono da observação 400, para o relacionamento entre Brasil e Hong Kong. Muito possivelmente associado ao que ficou conhecido como risco Lula, quando houve grande desconfiança na política econômica adotada pela mudança presidencial Brasileira. O outro período identificado corresponde ao intervalo ao redor da observação 1000, que representa o primeiro semestre do ano de 2006. Esse marco temporal está possivelmente associado ao já citado aumento da representatividade internacional dos BRICS, uma vez que as quebras identificadas próximas a essas datas são referentes a associações envolvendo países deste grupo.

O terceiro grupo de datas de mudanças estruturais remete ao intervalo entre as observações 1269 e 1408, que representam o período inicial da turbulência ocasionada pelo estouro da bolha imobiliária Norte Americana no ano de 2007. Em todas as correlações contidas neste grupo, está envolvido ao menos um mercado desenvolvido. Esse resultado levanta a possibilidade de mudança no relacionamento entre países emergentes e desenvolvidos, pois as crises recentes têm iniciado em países com economias desenvolvidas, levando a investidores procurar opções de diversificação internacional em mercados emergentes menos afetados pelas crises.

O último grupo de datas de ocorrência das mudanças estruturais é o mesmo identificado para as quebras das volatilidades condicionais, entre 1647 e 1738. Essas datas remetem ao período do pico de turbulência da crise do *sub-prime*. Novamente há a invariável presença de mercados desenvolvidos neste grupo de correlações, corroborando ao argumento apresentado no parágrafo anterior.

Assim, esta subseção apresentou o cumprimento dos objetivos específicos referentes à estrutura do risco estimado pelo modelo Cópula-GARCH. Em todos os passos, a análise do VaR, *Hedge*, dependência entre risco e retorno, e mudanças estruturais, foram obtidas informações empíricas interessantes sobre a evolução do risco nos mercados estudados, mas, acima de tudo, verificou-se a importância do emprego da abordagem dinâmica na gestão do risco internacional. Assim, a próxima subseção apresenta os ganhos de uma estratégia real, de otimização dinâmica de *portfolios*, visando validar a abordagem proposta no presente estudo.

4.3 Análise da Diversificação de Risco

Dando seguimento ao cumprimento dos objetivos específicos propostos quando do início do texto do presente estudo, são expostos nesta subseção os resultados inerentes à diversificação do risco internacional em si, com base em *portfolio* composto pelos ativos analisados. Dessa forma, valendo-se da matriz de covariância condicional estimada pelo modelo Cópula-DCC-GARCH e, validada ao longo dos resultados previamente expostos, foram estimados os pesos dinâmicos para cada ativo, conforme explanado no capítulo de metodologia do corrente estudo. Os gráficos das séries temporais que representam a evolução da participação de cada ativo são expostos na Figura 14.

Os gráficos contidos na Figura 14 exibem padrões de variação nas participações de cada mercado no *portfolio* ótimo. É perceptível que os pesos estáticos não acompanham esta evolução, como esperado. Com base na otimização tradicional, os mercados Alemão e Brasileiro sequer fariam parte da composição, o que a abordagem estática mostra que seria um equívoco, pois estes mercados se apresentam como opções para diversificação nos momentos de turbulência.

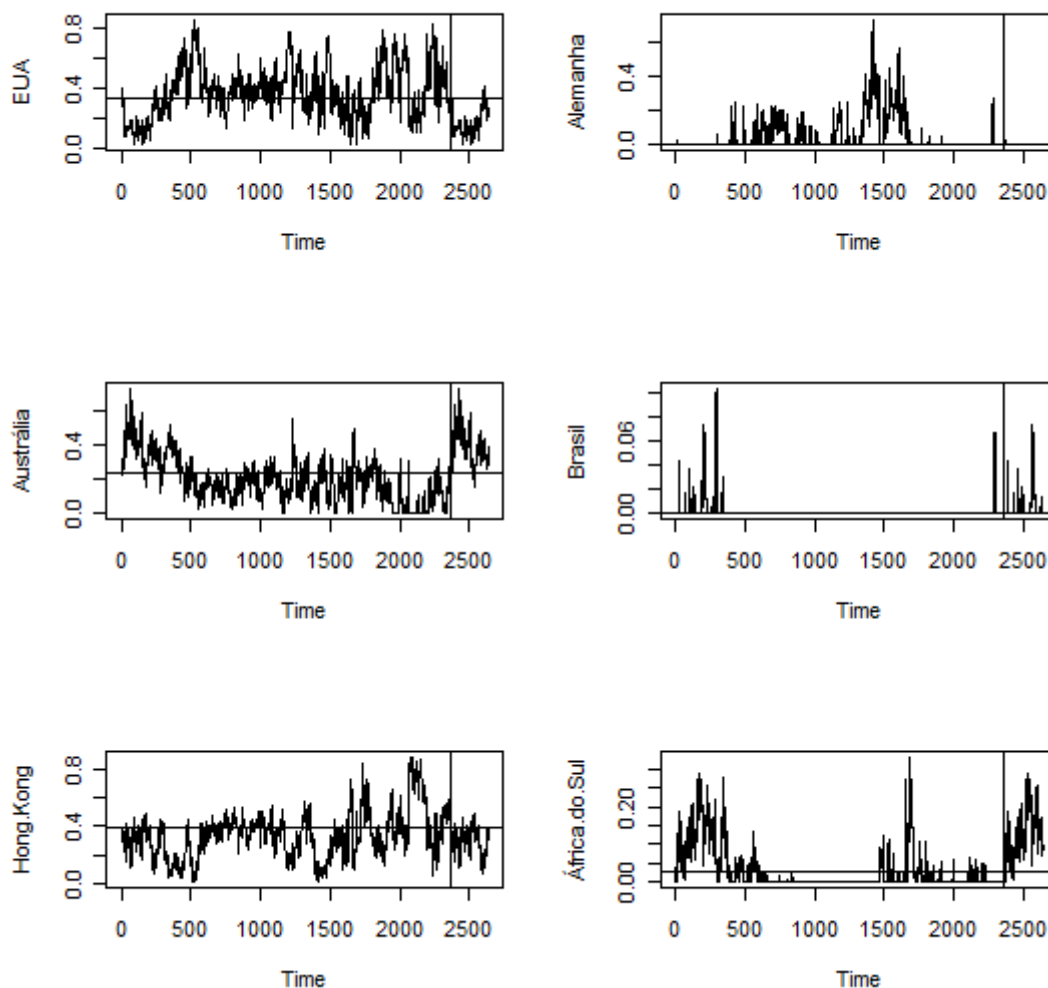


Figura 14 – Pesos dinâmicos ótimos para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2012. A linha vertical representa a separação entre “dentro” e “fora” da amostra. As linhas horizontais representam os pesos incondicionais estáticos.

Fonte: Elaborado pelo autor.

De maneira geral, tomando por base os gráficos contidos na Figura 14, ao longo da amostra, os mercados Norte Americano, Australiano e Honconguês predominam em termos de ponderação, perfazendo quase a totalidade dos pesos do *portfolio*. Não obstante, existem variações nesse padrão, especialmente nos momentos de turbulência citados previamente neste estudo.

O primeiro momento de variação na tendência dos pesos é logo no começo da amostra, quando o mercado Norte Americano possui uma participação inferior a aquela que é

sua média ao longo de toda a amostra. Essa menor participação coincide com o período de turbulência vivida pela economia deste país em decorrência do ataque terrorista de 2001, e suas consequências, como a guerra no Iraque, que debilitou a economia Norte Americana. Durante este período, aumentaram sua participação os mercados Australiano, Brasileiro e Sul Africano. Esse aumento está vinculado a menor volatilidade que esses mercados apresentaram durante este período, conforme pode ser visualizado nos gráficos da Figura 2. Este aumento é um vestígio da utilização de mercados menos voláteis para diversificação de risco em um momento de turbulência.

Após este período inicial, o mercado Norte Americano eleva sua participação no *portfolio*, dando sinal de recuperação de sua economia. Os mercados anteriormente utilizados para diversificação perderam espaço na composição. Nesse período, o mercado Alemão aumentou sua participação, que até então havia sido nula.

Após este período, veio o pico de turbulência da amostra, ocasionado pela crise Norte Americana do *sub-prime*. Como esperado, os Estados Unidos teve o mercado mais afetado na participação do *portfolio*, perdendo ponderação. Desta vez, para diversificar o risco internacional de mercado, os países que aumentaram sua participação foram Hong Kong, Alemanha e África do Sul. Novamente, a presença de economias emergentes para reduzir turbulências iniciadas em países desenvolvidos se faz presente, revelando a importância de considerar variações dinâmicas em volatilidades e correlações. Com base numa ótica estática, os países emergentes sempre seriam mais arriscados que desenvolvidos, obtendo uma participação muito inferior no *portfolio*.

No que se seguiu, o mercado Norte Americano elevou novamente sua participação, indicando um vestígio de recuperação dos efeitos da crise iniciada nesse país. Nesse mesmo período, Alemanha, África do Sul e Austrália tiveram sua participação reduzida, mas Hong Kong manteve a alta proporção no *portfolio*. Por fim, no período “fora” da amostra, que corresponde à crise da dívida Europeia, EUA e Hong Kong apresentaram redução nos pesos, dando sinais de maior elevação em sua volatilidade devido a esta recente crise. Como esperado o mercado Alemão, que pertence ao continente onde a crise se instaurou, não apresenta participação alguma. Como sintoma da diversificação, os mercados Brasileiro, Australiano e Sul Africano novamente aumentaram sua participação.

Dessa forma, a abordagem dinâmica empregada evidenciou que, em períodos de maior turbulência, onde a estrutura do risco se altera devido a choques bruscos, mercados emergentes, ou aqueles que obteriam menor participação caso a abordagem estática fosse utilizada, se apresentam como opções para diversificação de investimentos, aumentando sua

participação. Esse fato por si só, já um pesado argumento em favor do uso da técnica escolhida para construção de *portfolios*. Não obstante, é necessário verificar o risco em si do *portfolio* gerado pelas duas abordagens. Nesse sentido, as Figuras 15 e 16 expõem, respectivamente, o risco obtido pelas duas abordagens “dentro” e “fora” da amostra.

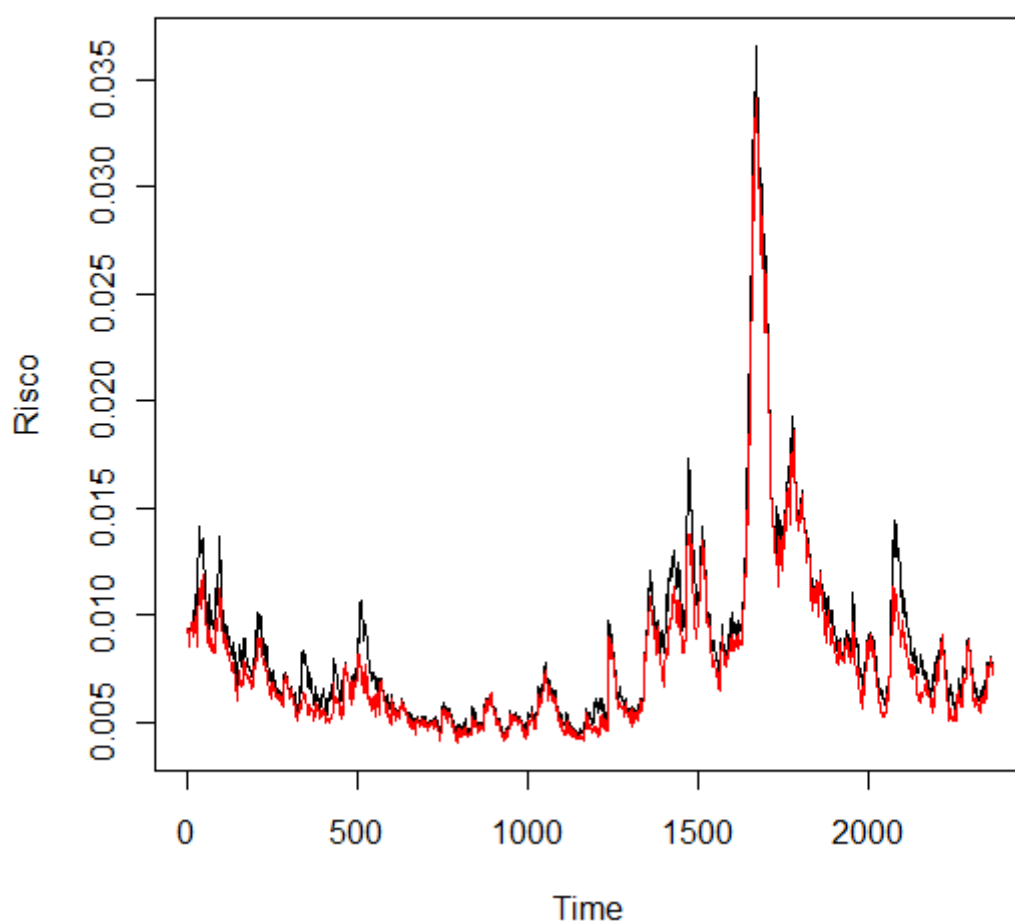


Figura 15 – Volatilidade obtida com os *portfolios* estático (preto) e dinâmico (vermelho) para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2011.

Fonte: Elaborado pelo autor.

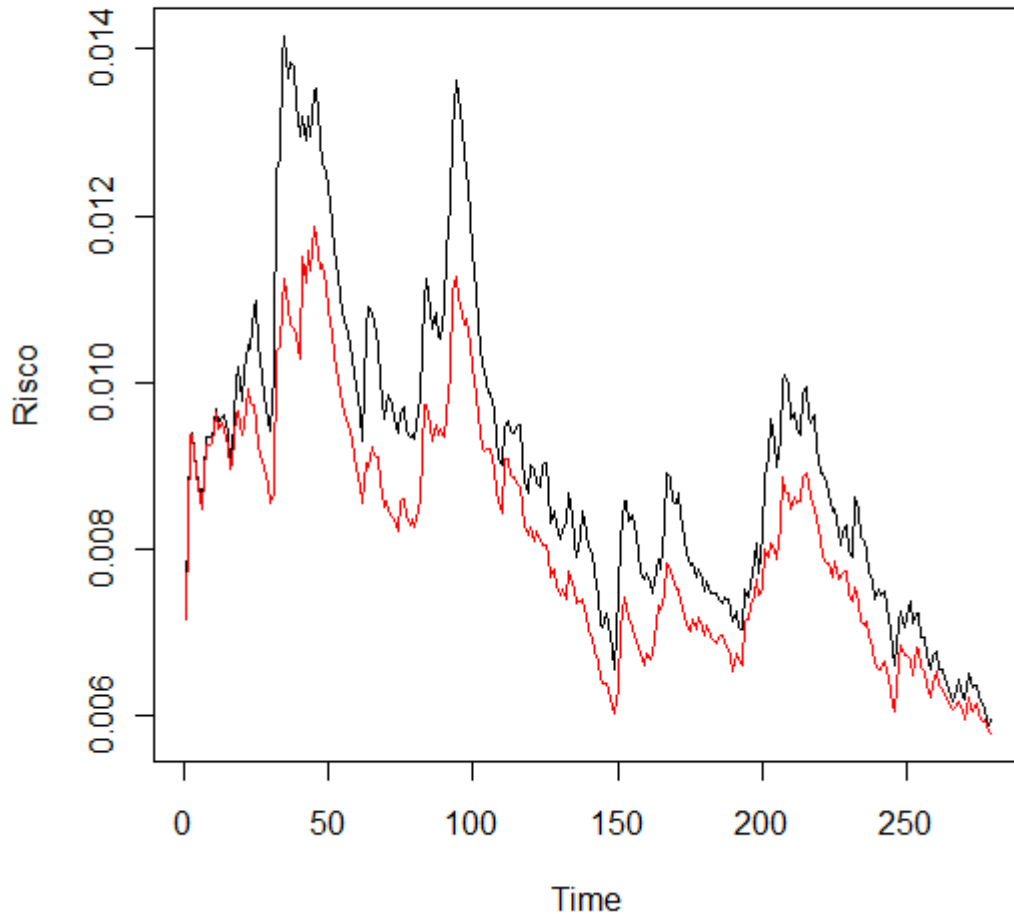


Figura 16 – Volatilidade obtida com os *portfolios* estático (preto) e dinâmico (vermelho) para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2011 a Junho de 2012.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O gráfico da Figura 15 visualmente evidencia que durante o período “dentro” da amostra a volatilidade do *portfolio* dinâmico esteve abaixo daquela obtida com a abordagem estática. Mais além, durante os períodos de elevação na turbulência, que é justamente quando os gestores de risco mais necessitam corretamente proteger os investimentos, a vantagem na redução aumenta. Esse fato é muito importante, pois corrobora não só com a validação do modelo de variâncias e covariâncias condicionais estimados, como também com a estratégia de diversificação exposta no presente trabalho.

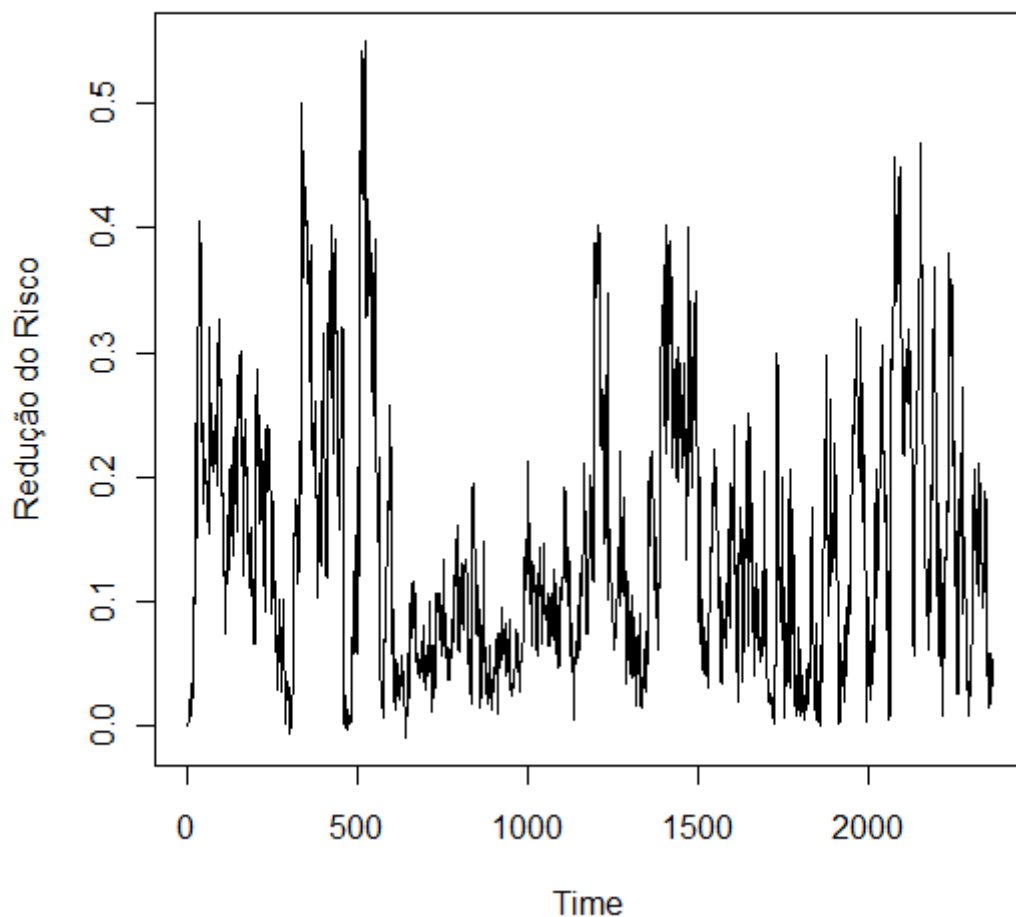


Figura 17 – Redução proporcional de volatilidade obtida com os *portfolio* dinâmico em relação ao estático para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2011.

Fonte: Elaborado pelo autor.

No que tange ao período “fora” da amostra, que corresponde à crise da dívida Europeia e, representa um desafio maior ao procedimento adotado, pois se baseia em previsões, os resultados foram semelhantes a aqueles obtidos “dentro” da amostra. Isto porque o gráfico exposto na Figura 16 também aponta para volatilidade da abordagem dinâmica sempre abaixo da sua contrapartida estática, especialmente nos momentos de maior turbulência. Visando oferecer uma percepção mais numérica da redução de volatilidade, são

expostos nas Figuras 17 e 18, respectivamente, gráficos da proporção de risco reduzida “dentro” e “fora” da amostra. Esses resultados corroboram com aqueles encontrados nos trabalhos de Pojarliev e Polasek (2003), De Goeij e Marquering (2004), Specht e Winker (2008) e Bauwens et. al (2009), que auferiram vantagem de modelos GARCH multivariados sobre a abordagem estática.

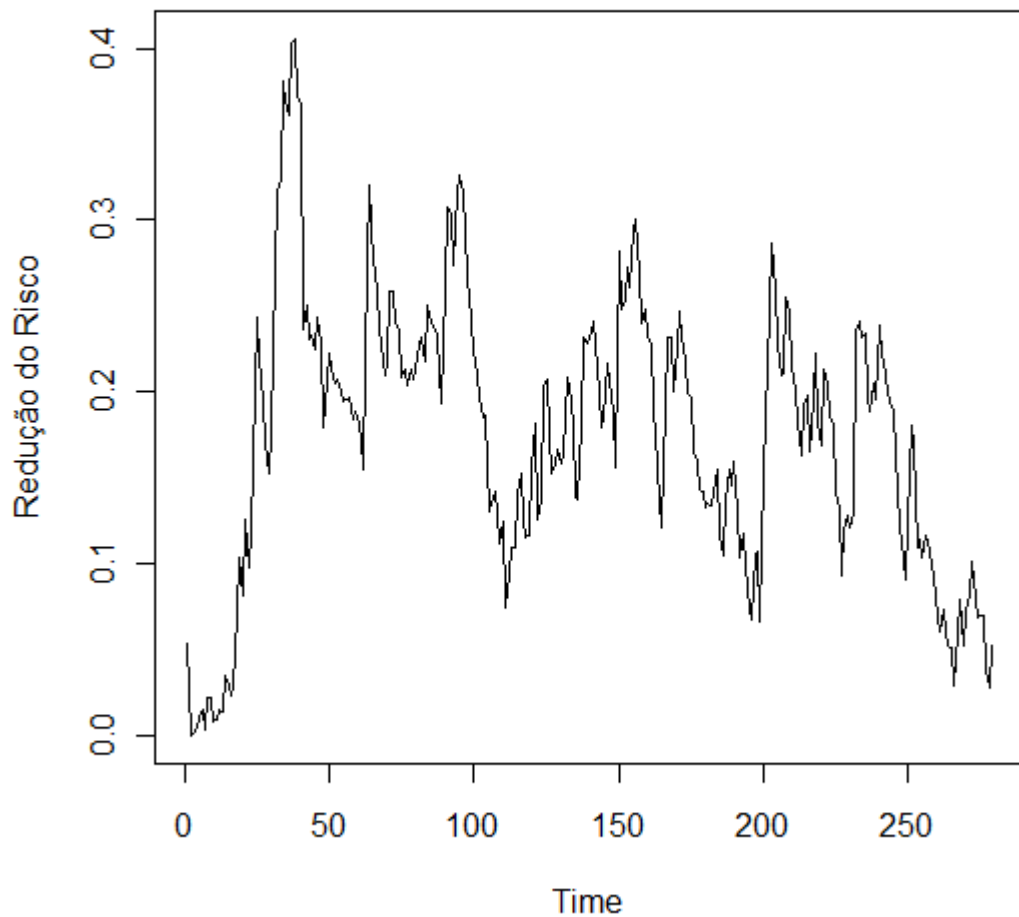


Figura 18 – Redução proporcional de volatilidade obtida com os *portfolio* dinâmico em relação ao estático para os mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2011 a Junho de 2012.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os gráficos das Figuras 17 e 18 elucidam de maneira mais precisa a magnitude da redução obtida com a abordagem dinâmica sobre sua contrapartida tradicional estática. “Dentro” da amostra a redução média é de cerca de 15%, com picos entre 40% a 50% nos momentos de maior turbulência, além de muitos períodos com redução entre 20% a 30%. Esses resultados são mais interessantes quando se pensa que são sobre a redução obtida com uma estratégia consagrada de diversificação, e não sobre uma posição desprotegida. Os resultados do período “fora” da amostra também foram muito satisfatórios, com redução média de 14% e picos entre 30% e 40%.

Esses resultados são muito favoráveis ao uso da abordagem dinâmica de diversificação de risco internacional de mercado. Tais ganhos na redução da volatilidade de um *portfolio* permitem diferentes estratégias, tais como alavancagens mais arriscadas com derivativos, por exemplo, uma vez que o nível básico de risco é bastante menor. Não obstante, visando dar maior confiabilidade e robustez aos resultados encontrados, bem como validar a abordagem proposta, foram realizados testes, conforme explicitado no capítulo de metodologia, acerca da significância tanto da diferença absoluta entre as volatilidades do *portfolio* criado com os *benchmarks*, quanto da redução proporcional entre tais volatilidades. Os resultados desses testes são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 – Significância dos testes Wilcoxon soma de postos e SPA para a diferença de volatilidade e redução proporcional para o *portfolio* composto pelos mercados Norte Americano, Alemão, Australiano, Brasileiro, Honconguês e Sul Africano no período de Julho de 2002 a Junho de 2012, obtidas pela abordagem dinâmica sobre a estática e DCC comuns.

“Dentro”	Diferença na Volatilidade		Redução Proporcional	
	Wilcoxon	SPA	Wilcoxon	SPA
Estático	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Normal DCC	0,0123	0,0099	0,0086	0,0067
Student DCC	0,0214	0,0156	0,0198	0,0076
“Fora”				
Estático	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Normal DCC	0,0022	0,0109	0,0000	0,0000
Student DCC	0,0105	0,0010	0,0075	0,0090

Os resultados contidos na Tabela 9 indicam que todos os testes de validação da abordagem dinâmica de otimização de *portfolio* baseada no modelo Cópula-DCC-GARCH rejeitaram suas hipóteses nulas. Esse fato revela que a volatilidade obtida com essa estratégia é inferior a aquela referente à abordagem tradicional estática, bem como uma abordagem

dinâmica efetuada através do modelo DCC-GARCH com distribuições multivariadas normal e t de student, tanto “dentro” como “fora” da amostra. Mais além, a redução de volatilidade obtida com a abordagem proposta neste trabalho sobre os *benchmarks* citados foi maior do que zero, tanto “dentro” como “fora” da amostra.

Dessa forma, a inferência realizada com base nos resultados dos testes de robustez contidos na Tabela 9 vem a corroborar com todos os resultados e diagnósticos apresentados ao decorrer deste capítulo do corrente trabalho. Nesse sentido, ficou claro que a abordagem dinâmica de otimização de *portfolios* supera amplamente sua contrapartida estática para a proposta de diversificação internacional de risco de mercado. Essa superioridade se faz na identificação de padrões temporais, na estrutura do risco estimado e, principalmente, na redução significativa de volatilidade de uma carteira. Não obstante essa vantagem sobre a abordagem estática, também foi validado o uso de um modelo multivariado de volatilidade condicional flexível e robusto, o Cópula-DCC-GARCH, porquanto este supera modelos dinâmicos mais convencionais, no que tange esta redução de volatilidade de um *portfolio*.

5 CONCLUSÃO

O presente trabalho buscou responder se a gestão do risco de mercado com base no modelo Cópula-GARCH é eficiente no que tange a estrutura, medidas e diversificação, superando outras abordagens. Para tanto, foram utilizados dados diários dos índices MCSI dos mercados Norte Americano, Alemão, Brasileiro, de Hong Kong, Sul Africano e Australiano, considerando o período referente à Julho de 2002 até Junho de 2012, totalizando mais de dez anos de observações.

Essa abordagem dinâmica proposta baseou-se em um modelo multivariado de volatilidade condicional flexível emergente na literatura de finanças empíricas, o modelo Cópula-GARCH. Este modelo possui como vantagem, sobre outros modelos multivariados heteroscedásticos condicionais a característica de estar associado a uma função de cópula capaz de lidar com todos os fatos estilizados de retornos financeiros mapeados na literatura nos últimos anos.

Para responder a pergunta inicialmente formulada e atender ao objetivo geral do corrente trabalho, foram estabelecidos objetivos específicos que nortearam o rumo das análises realizadas. Nesse sentido, de posse dos dados, o primeiro passo foi analisar a matriz de covariância dinâmica dos retornos financeiros dos mercados estudados. Foi identificada uma predominância da distribuição t assimétrica nas marginais e da função de cópula t na distribuição conjunta dos retornos, enfatizando a característica leptocúrtica que possibilita retornos extremos.

Foram identificados agrupamentos de volatilidade ao longo das séries, seguidos por momentos de calma. Durante o período das crises do *sub-prime* e da dívida Europeia o agrupamento de volatilidade se tornou muito forte e persistente. Percebeu-se que os mercados considerados desenvolvidos (Estados Unidos, Alemanha e Austrália) apresentam menores níveis gerais de oscilação do que aqueles tidos como emergentes (Brasil, Hong Kong e África do Sul). No que tange as correlações, foi identificado uma espécie de comportamento padrão entre os mercados ao longo da amostra. Houve uma tendência de incremento gradual no nível de correlação par a par dos mercados analisados. No geral as correlações ficam entre o intervalo de 0,3 a 0,6, indicando que mesmo onde há menor associação, a ligação entre os mercados é relevante.

Já nesta análise inicial da matriz de covariância dinâmica ficou claro que uma estratégia estática perderia muita informação e dificilmente seria capaz de proteger de maneira eficaz um investimento internacional de riscos inerentes a turbulências. Com base nessa matriz estimada, foram atendidos objetivos específicos relacionados à estrutura do risco em si.

Dessa forma, a primeira etapa desse conjunto de análises foi estimar e analisar o VaR e a razão ótima de hedge dinâmicos, comparando com sua contrapartida estática. As estimativas dos VaRs computados acompanharam a dinâmica dos retornos aos quais estão associadas. Em momentos de maior turbulência, as estimativas do valor em risco para essas datas, assumem números mais pessimistas devido às maiores possibilidades de uma perda exagerada. De forma geral as estimativas e previsões dos VaRs não rejeitaram a hipótese nula do número esperado de violações ser igual ao realmente ocorrido. Já as estimativas de VaR estáticas apresentaram muitas violações, especialmente em momentos de maior turbulência, quando justamente devem ser mais efetivas.

Quanto às razões de *hedge*, percebeu-se que alguns padrões se repetiram em diferentes mercados. Os mercados desenvolvidos apresentam clara tendência de um aumento no nível da razão ótima de *hedge* a partir do período da crise do *sub-prime*, indicando a possibilidade de economias desenvolvidas terem sido proporcionalmente mais afetadas, implicando na necessidade de posições maiores em outros mercados para redução do risco. Já para os mercados emergentes, muitas séries das razões ótimas mantiveram-se nos mesmos patamares, enquanto outras sofreram elevações ou reduções no período do *sub-prime*.

Houve diferenças nas magnitudes das razões ótimas obtidas pra cada par de mercados, que se explicam por discrepâncias entre as correlações. Existe maior dispersão nas razões de hedge de mercados emergentes do que desenvolvidos, pois as correlações entre mercados emergentes e os demais variaram mais pela necessidade de diversificação ter crescido devido à crise do *sub-prime*. Ainda, as razões ótimas incondicionais não refletiram coerentemente as características da evolução das séries.

No que tange à variância, as maiores reduções ocorreram em estratégias realizadas com o Brasil. Este resultado corrobora com o crescimento de importância para diversificação. Por outro lado, as menores reduções foram obtidas com estratégias realizadas com o mercado de Hong Kong. Devido a sua maior turbulência, este mercado pode ter perdido capacidade de redução de risco em estratégias par a par. Em mais da metade dos casos, a redução de variância foi menor “fora” do que “dentro” da amostra.

Em seguida, o próximo passo no cumprimento dos objetivos específicos foi estimar a dependência e a probabilidade conjunta entre risco e retorno nos mercados estudados. Este passo foi realizado por meio da estimação de famílias de cópulas, e conversão de seus parâmetros em medidas de associação não linear. Diagramas de dispersão indicaram que retornos extremos estão associados a altos níveis de risco, conforme esperado pela lógica da racionalidade do mercado. Todavia, também existem retornos muito próximos à média associados com riscos elevados. Não obstante, a maioria dos retornos concentrados perto da média está ligada a níveis mais baixos de risco.

Quanto à estimação das funções de cópulas, foi identificado predomínio da cópula t de Student no relacionamento entre risco e retorno. A família Joe também apareceu. Essas famílias atribuem maior peso à associação nas caudas do que o normalmente esperado, indicando a possibilidade de maior associação entre risco e retorno quando da ocorrência de valores extremos.

Todavia, não é possível inferir a existência de um relacionamento explícito entre risco e retorno nos mercados estudados. Não obstante, não sendo linear e normal o relacionamento entre risco e retorno, é violada premissa básica do modelo clássico de otimização de *portfolio*. Assim, flexibilidade da abordagem apresentada neste estudo assume crucial importância.

O objetivo específico seguinte foi verificar a ocorrência de quebras estruturais nas volatilidades e correlações condicionais estimadas para os mercados durante o período estudado. Nesse sentido, a absoluta maioria dos testes de mudança estrutural rejeitou a hipótese nula de estabilidade do processo gerador dos dados referentes às volatilidades condicionais estimadas. Tais mudanças ocorreram no intervalo corresponde ao início do pico de turbulência ocorrido na crise Norte Americana do *sub-prime*.

Quanto às correlações, não houve predominância na rejeição das hipóteses nulas de estabilidade estrutural. Essa menor proporção de rejeições se deve a maior suavidade na evolução das séries das correlações. Quanto aos pontos de mudança das correlações, foi possível identificar quatro intervalos de ocorrências. Esses períodos coincidem com o risco Lula, o aumento da representatividade internacional dos BRICS, o período inicial da turbulência ocasionada pelo estouro da bolha imobiliária Norte Americana, o pico de turbulência da crise do *sub-prime*. Novamente há a invariável presença de mercados desenvolvidos neste grupo de correlações, corroborando ao argumento apresentado no parágrafo anterior.

Assim, o cumprimento dos objetivos referentes à estrutura do risco apontou para a importância do emprego da abordagem proposta na gestão do risco de mercado. Nesse

sentido, se deu início a parte final do trabalho. O primeiro objetivo específico dessa parte consistia em construir um *portfolio* dinâmico formado pelos retornos dos mercados estudados, a fim de analisar a evolução da participação destes na diversificação internacional do risco de mercado. Foram encontrados padrões de variação nas participações de cada mercado no *portfolio* ótimo. Foi perceptível que os pesos estáticos não acompanham esta evolução, como esperado. Com base na otimização tradicional, os mercados Alemão e Brasileiro sequer fariam parte da composição, entretanto estes mercados se apresentaram como opções para diversificação nos momentos de turbulência.

Os mercados Norte Americano, Australiano e Honconguês predominaram em termos de ponderação, com variações nos momentos de turbulência. O primeiro momento de variação foi no começo da amostra, com menor participação do mercado Norte Americano coincidindo com o período de turbulência do ataque terrorista de 2001. Durante este período, aumentaram sua participação os mercados Australiano, Brasileiro e Sul Africano, sendo um vestígio de sua utilização para diversificação de risco.

Após, o mercado Norte Americano elevou sua participação, e os mercados utilizados para diversificação perderam espaço. Em seguida, veio o pico de turbulência do *sub-prime*. Estados Unidos foi o mais afetado, perdendo ponderação. Os países que aumentaram sua participação foram Hong Kong, Alemanha e África do Sul. Novamente, a presença de economias emergentes para reduzir turbulências.

No que tange ao período “fora” da amostra, que corresponde à crise da dívida Europeia, EUA e Hong Kong apresentaram redução nos pesos. Como sintoma da diversificação, os mercados Brasileiro, Australiano e Sul Africano novamente aumentaram sua participação. A abordagem dinâmica evidenciou que em períodos de maior turbulência mercados emergentes se apresentam como opções para diversificação de investimentos.

Por fim, o cumprimento do último objetivo específico remete a consolidar a estrutura do *portfolio* dinâmico criado, comparando sua efetividade quanto à diversificação do risco com a abordagem estática clássica e modelo dinâmico usual. Nesse sentido, durante todo o período amostral a volatilidade do *portfolio* dinâmico esteve abaixo daquela obtida com a abordagem estática. Durante os períodos de elevação na turbulência a vantagem na redução aumentou.

Quanto à proporção na redução do risco, “dentro” da amostra a redução média foi de cerca de 15%, com picos entre 40% a 50% nos momentos de maior turbulência. Já “fora” da amostra, houve redução média de 14% e picos entre 30% e 40%. Tais ganhos na redução da

volatilidade permitem estratégias mais arriscadas, uma vez que o nível básico de risco é bastante menor.

Mais formalmente, todos os testes de validação da abordagem dinâmica de otimização de *portfolio* baseada no modelo Copula-GARCH rejeitaram suas hipóteses nulas, revelando que a volatilidade obtida com essa estratégia foi menor que aquelas referentes às abordagens: i) tradicional estática e; ii) dinâmica efetuada através do modelo DCC-GARCH usual. Mais além, a redução de volatilidade obtida com a abordagem proposta neste trabalho sobre os *benchmarks* citados foi maior do que zero, tanto “dentro” como “fora” da amostra. Assim, foram validadas tanto a abordagem dinâmica, como o uso do modelo multivariado heteroscedástico condicional com o uso de funções de cópula.

Assim, com base no cumprimento dos objetivos específicos foi atingido o objetivo principal do trabalho, que era analisar a eficiência da abordagem de gestão de risco de mercado baseada no modelo Cópula-GARCH no que tange a estrutura, medidas e diversificação, comparando com outras abordagens. Foram realizadas análises tanto de eventos históricos que afetaram a evolução dos mercados analisados, como verificadas técnicas e estratégias de gestão do risco. Com base nos resultados encontrados, a resposta para a questão problema do estudo é sim, a abordagem de gestão do risco de mercado com base no modelo Cópula-GARCH é eficiente no que tange a estrutura, medidas e diversificação, superando outras abordagens.

Destacam-se como principais limitações do estudo as tradicionais suposições econométricas realizadas em estudos financeiros, como, entre outras, a aceitação da estacionariedade fraca ao invés da forte, além das *proxies* utilizadas para os dados empíricos, pois podem não refletir plenamente o comportamento dos mercados. Como sugestões de futuras pesquisas ressalta-se aqui uma investigação mais profunda sobre os tópicos da gestão dinâmica de risco abordado. Especialmente levando em conta questões como a liquidez necessária pra reajustes diários na posição assumida e a comparação do retorno obtido com as diferentes estratégias.

6 REFERÊNCIAS

AAS, K.; BERG, D. Models for construction of multivariate dependence: a comparison study. **European Journal of Finance**, vol. 15, pp. 639–659, 2009.

ABEGAZ, F.; NAIK-NIMBALKAR, U. Dynamic cópula-based Markov time series. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, n. 37, 2447–2460, 2008.

ADRIAN, T.; BRUNNERMEIER, M. **CoVaR**. Federal Reserve Bank of New York, 2011.

ALEXANDER, C. **The Present and Future of Financial Risk Management**. ISMA Centre Discussion Papers in Finance 2003-12, 2003.

ALEXANDER, G.; BAPTISTA, A. Comparison of var and cvar constraints on portfolio selection with the meanvariance model. **Management Science**, 50, 1261-1273, 2004.

ALEXANDER, G.; BAPTISTA, A. Does the Basle Capital Accord reduce bank fragility? An assessment of the Value-at-Risk approach. **Journal of Monetary Economics**, 53, 1631–1660, 2006.

ANDERSEN, T.; BOLLERSLEV, T.; CHRISTOFFERSEN, P.; DIEBOLD, F. **Financial Risk Measurement for Financial Risk Management**. PIER Working Paper No. 11-037, 2011.

ANDREOU, E.; GHYSELS, E. Monitoring disruptions in financial markets. **Journal of Econometrics**, 135, 77-124, 2006.

ANG, A.; BEKAERT, G. International asset allocation with regime shifts. **Review of Financial Studies**, 15, 1137 - 1187, 2002.

ANG, A.; CHEN, J. Asymmetric correlations of equity portfolios. **Journal of Financial Economics**, 63, 443–494, 2002.

ARTZNER, P.; DELBAEN, F.; EBER, J.; HEATH, D. Coherent measures of risk. **Mathematical Finance**, 9, 203–228, 1999.

AUSIN, M. C.; LOPES, H. F. Time-varying joint distribution through copulas. **Computational Statistics & Data Analysis**, 54 (11), 2383-2399, 2010.

BAE, K.-H.; KAROLYI, A.; STULZ, R. A new approach to measuring financial contagion. **Review of Financial Studies**, 16, 717-763, 2003.

BASAK, S.; SHAPIRO, A. Value-at-risk-based risk management: Optimal policies and asset prices. **Review of Financial Studies**, 14, 371-405, 2001.

BASU, S. Investment performance of common stocks in relation to their price earnings ratios: a test of market efficiency. **Journal of Finance**, 32, 663-682, 1977.

BAUR, D. A Flexible Dynamic Correlation Model. **Econometric Analysis of Financial and Economics Time Series/Part A**. Advances in econometrics, Vol. 20, 3-31. Elsevier, 2006.

BAUWENS, L.; OMRANE, W.; RENGIFO, E. Intradaily dynamic portfolio selection. **Computational Statistics and Data Analysis**, 54, 2400 - 2418, 2010.

BEARE, B. Cópulas and temporal dependence. **Econometrica**, n. 78, 395-410, 2010.

BERKOWITZ, J.; O'BRIEN, J. How accurate are Value-at-Risk models at commercial banks? **Journal of Finance**, 57, 1093-1112, 2002.

BERNSTEIN, P. L. **Desafio aos deuses: a fascinante história do risco**. Rio de Janeiro: Campus, 1997.

BERRADA, T.; DUPUIS, D.; JACQUIER, E.; PAPAGEORGIOU, N.; RÉMILLARD, B. Credit migration and derivatives pricing using copulas. **Journal of Computational Finance**, n. 10, 43-68, 2006.

BEST, M.; GRAUER, R. On the sensitivity of mean-variance-efficient portfolios to changes in asset means: Some analytical and computational results. **Review of Financial Studies**, 4, 315-342, 1991.

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heterosdasticity. **Journal of Econometrics** 31, 307-327, 1986.

BOLLERSLEV, T. Modeling the coherence in short-run nominal exchange rates: A multivariate generalized ARCH model. **Review of Economics & Statistics**, 72 (3), 498, 1990.

BOLLERSLEV, T.; ENGLE, R.; WOOLDRIDGE, J. M. A Capital Asset Pricing Model with Time Varying Covariances. **Journal of Political Economy**, 96, 116-131, 1990.

BOLLERSLEV, T.; WOOLBRIDGE, J. M. Quasi-Maximum Likelihood Estimation and Inference in Dynamic Models with Time-Varying Covariances. **Econometric Reviews**, n.11 143-172, 1992.

BROOKS, C.; CHONG, J. The cross-currency hedging performance of implied versus statistical forecasting models. **Journal of Futures Markets**, 21, 1043–1069, 2001.

BUCKLY I.; SAUNDER D.; SECO, L. Portfolio optimization when asset returns have the Gaussian mixture distribution. **European Journal of Operational Research**, 185,1434–1461, 2008.

CAKMAK, U.; ÖZEKICI, S. Portfolio optimization in stochastic markets. **Mathematical Methods in Operational Research**, 63, 151–168, 2006.

CAMPBELL, R.; HUISMAN, R.; KOEDIJK, K. Optimal portfolio selection in a value-at-risk framework. **Journal of Banking and Finance**, 25, 1789-1804, 2001.

CAPORIN, M.; MCALEER, M. Do We Really Need Both BEKK and DCC? A Tale of Two Multivariate GARCH Models. **Working Paper**, 2010. Disponível em http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1549167. Acesso em 08/09/2011.

CELIKYURT U.; ÖZEKICI, S. Multi-period portfolio optimization models in stochastic markets using the mean-variance approach. **European Journal of Operational Research**, 179, 186–202, 2007.

CERIA, S.; STUBBS, R. Incorporating estimation errors into portfolio selection: Robust portfolio construction. **Journal of Asset Management**, 7, 109– 127, 2006.

CHEN Z.; YANG, L. Nonlinearly weighted convex risk measure and its application. **Journal of Banking and Finance**, 35, 1777–1793, 2011.

CHEN, X.; FAN, Y. Estimation and model selection of semiparametric cópula-based multivariate dynamic models under cópula misspecification. **Journal of Econometrics**, n. 135, 125 - 154, 2006a.

CHEN, X.; FAN, Y. Estimation of copula-based semiparametric time series models. **Journal of Econometrics**, n. 130, 307–335, 2006b.

CHEN, X.; WU, W.; YI, Y. Efficient estimation of copula-based semiparametric Markov models. **Annals of Statistics**, n. 37, 4214–4253, 2009.

CHERUBINI, U.; GOBBI, F.; MULINACCI, S.; ROMAGNOLI, S. **Dynamic Cópula Methods in Finance**. John Wiley & Sons, 2012.

CHERUBINI, U.; LUCIANO, E.; VECCHIATO, W. **Cópula Methods in Finance**. Wiley, Chichester, UK, 2004.

CHOUDHRY, T. Short run deviations and optimal hedge ratios: Evidence from stock futures. **Journal of Multinational Financial Management**, 13, 171–192, 2003.

CHRISTOFFERSEN, P. Evaluating Interval Forecasts. **International Economic Review**, v. 39, 841– 862, 1998.

CHRISTOFFERSEN, P. F. **Elements of Financial Risk Management**. 2. Ed. Oxford: Elsevier, 2012.

CHRISTOFFERSEN, P. Value-at-Risk models. Em: ANDERSEN, T.; DAVIS, R.; KREISS, J.-P.; MIKOSCH, T. (Eds.), **Handbook of Financial Time Series**, Springer Verlag, D usseldorf, Alemanha, 2009.

CLAYTON, D. A model for association in bivariate life tables and its applications in epidemiological studies of familial tendency in chronic disease incidence. **Biometrika**, n. 65, 141-151, 1978.

COMIT  DE BASIL IA. Sound Practices for the Management and Supervision of operational Risk, Basel Committee on Banking Supervision, 2001. Disponível em: www.bis.org. Acesso em 20 de novembro de 2011.

COOK, R.; JOHNSON, M. A family of distributions for modeling non-elliptically symmetric multivariate data. **Journal of Royal Statistical Society Series B**, n. 43, 210-218, 1981.

COOK, R.; JOHNSON, M. Generalized Burr-Pareto-logistic distributions with applications to a uranium exploration data set. **Technometrics**, 28, 123-131, 1986.

CUOCO, D.; HE, H.; ISSAENKO, S. Optimal dynamic trading strategies with risk limits. *Operational Research*, 56, 358–368, 2008.

DANIELSSON, J. The emperor has no clothes: Limits to risk modelling. **Journal of Banking and Finance**, 26, 1273–1296, 2002.

DARSOW, W.; NGUYEN, B.; OLSEN, E. Copulas and Markov processes. **Illinois Journal of Mathematics**, n. 36, 600 - 642, 1992.

DE GOEIJ, P.; MARQUERING, W. Modeling the conditional covariance between stock and bond returns: A multivariate Garch approach. **Journal of Financial Econometrics**, 2, 531-64, 2004.

DEHEUVELS, P. La fonction de dépendance empirique et ses propriétés — Un test non aramétrique d'indépendance. **Académie Royale de Belgique – Bulletin de la Classe des Sciences – 5e Série**, 65, 274-292, 1979.

DEMIGUEL, V. NOGALES, F. Portfolio selection with robust estimation. **Operations Research**, 57, 560 - 577, 2009.

DIEBOLD, F. An Historical Perspective on Financial Risk Measurement and Management. Em DIEBOLD, F. (ed.), **Financial Risk Measurement and Management**. International Library of Critical Writings in Economics Series, Edward Elgar, 2012.

DING, Z.; GRANGER, C.; ENGLE, R. A long memory property of stock market returns and a new model. **Journal of Empirical Finance**, n. 1, 83–106, 1993.

DOWD, K.; BLAKE, D. After VaR: The theory, estimation, and insurance applications of quantile-based risk measures. **Journal of Risk and Insurance**, 73, 193–229, 2006.

EMBRECHTS P.; LINDSKOG, F.; MCNEIL, A. Modeling dependence with c opulas and applications to Risk Management. **Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance**. Elsevier, 329-384, 2003.

ENGLE, R. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation. **Econometrica**, n. 50, 987–1008, 1982.

ENGLE, R. F.; SHEPPARD, K. Theoretical and Empirical properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH, **NBER Working Paper**, n.8554, 2001.

ENGLE, R.; KRONER, K. Multivariate simultaneous generalised ARCH. **Econometric Theory** 11, 122–150, 1995.

ENGLE, R.; MANGANELLI, S. A comparison of value at risk models in finance. Em: Szego, G. (Ed.), **Risk Measures for the 21st Century**, Wiley Finance, West Sussex, Inglaterra, 2004a.

ENGLE, R.; MANGANELLI, S. CAViaR: Conditional value at risk by quantile regression. **Journal of Business and Economics Statistics**, 22, 367–381, 2004b.

FAMA, E. F. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. **Journal of Finance**, n. 25, 383-417, 1970.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. The cross-section of expected stock returns. **Journal of Finance**, n. 47, 427-465, 1992.

FORBES, K.; RIGOBON, R. No Contagion, Only Inter- dependence: Measuring Stock Market Co-movements. **Journal of Finance**, 57, 2002.

FRANK, M. On the simultaneous associativity of $F(x,y)$ and $x + y - F(x,y)$. **Aequationes Mathematicae**, n. 19, 194-226, 1979.

FREES, E.; VALDEZ, E. Understanding relationships using cópulas. **North American Actuarial Journal**, 2, 1-25, 1998.

GENEST, C. Frank's family of bivariate distributions. **Biometrika**, n. 74, 549-555, 1987.

GENEST, C.; GHOUDI, K.; RIVEST, L.-P. A semiparametric estimation procedure of dependence parameters in multivariate families of distributions. **Biometrika**, n. 82, 543–552, 1995.

GENEST, C.; KOJADINOVIC, I.; NEŠLEHOVÁ, J.; YAN, J. A goodness-of-fit test for bivariate extreme-value copulas. **Bernoulli**, 17, 253-275, 2011.

GENEST, C.; MACKAY, J. The joy of copulas: Bivariate distributions with uniform marginal. **American Statistician**, 40, 280-283, 1986.

GENEST, C.; REMILLARD, B.; BEAUDOIN, D. Goodness-of-fit tests for copulas: A review and a power study. **Mathematics and Economics**, 44, 199-214, 2009.

GIANNOPOULOS, K.; CLARK, E.; TUNARU, R. Portfolio selection under var constraints. **Computational Management Science**, 2, 123-138, 2005.

GLOSTEN, L.; JAGANNATHAN, R.; RUNKLE, D. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. **Journal of Finance**, n. 48, 1779–1801, 1993.

GOODHART, C. A. E.; O'HARA, M. High frequency data in financial markets: Issues and applications. **Journal of Empirical Finance**, 4:73-114, 1997.

GUIDOLIN, M.; TIMMERMANN, A. International asset allocation under regime switching, skew and kurtosis preference. **Review of Financial Studies**, 21, 889–935, 2008.

GUMBEL, E. Bivariate exponential distributions. **Journal American Statistical Association**, n. 55, 698-707, 1960.

HAFNER, C.; REZNIKOVA, O. Efficient estimation of a semiparametric dynamic copula model. **Computational Statistics & Data Analysis**, vol. 54, pp. 2609–2627, 2010.

HANSEN, B. E. Autoregressive conditional density estimation. **International Economic Review**, 35 (3), 705-730, 1994.

HANSEN, P. A test for superior predictive ability. **Journal of Business and Economic Statistics**, v. 23: 365-380, 2005.

HARTMANN, P.; STRAETMANS, S.; DE VRIES, C. Asset market linkages in crisis periods. **Review of Economics and Statistics**, 86, 2004.

HARVEY, A.; RUIZ, E.; SHEPHARD, N. Multivariate stochastic variance models. **Review of Economic Studies**, n. 62, 247–264, 1994.

HAUGEN, R. A. **Os segredos da bolsa, como prever resultados e lucrar com ações**. São Paulo: Pearson Educação, 2000.

HENTATI, R.; PRIGENT, J. On the maximization of financial performance measures within mixture models. **Statistical Decisions**, 28, 63–80, 2011.

HORVÁTH L.; KOKOSZKA, P.; ZHANG, A. Monitoring constancy of variance in conditionally heteroskedastic time series. **Econometric Theory**, 22, 373–402, 2006.

HOUGAARD, P. A class of multivariate failure time distributions. **Biometrika**, n. 73, 671–678, 1986.

HSU, C. C.; TSENG, C. P.; WANG, Y. H. Dynamic hedging with Futures: a copula-based GARCH model. **The Journal of Futures Markets**, 28, 1095–1116, 2008.

HUTCHINSON, T.; LAI, C. **Continuous Bivariate Distributions, Emphasizing Applications**. Rumsby Scientific Publishing, Adelaide, 1990.

IBRAGIMOV, R. Cópula-based characterizations for higher order Markov processes. **Econometric Theory**, n. 25, 819–846, 2009.

INUI, K.; KIJIMA, M. On the significance of expected shortfall as a coherent risk measure. **Journal of Banking and Finance**, 29, 853–864, 2005.

JACQUIER, E.; POLSON, N.; ROSSI, P. Bayesian analysis of stochastic volatility models (with discussion). **Journal of Business & Economic Statistics**, n. 12, 371–417, 1994.

JAGANNATHAN, R.; MA, T. Risk Reduction in Large Portfolios: Why Imposing the Wrong Constraints Helps. **The Journal of Finance**, 58, 1651–1684, 2003.

JOBSON, J.; KORKIE, B. Putting Markowitz theory to work. **Journal of Portfolio Management**, 7, 70–74, 1981.

JOE, H., 1997. **Multivariate models and dependence concepts**. Chapman Hall.

JONDEAU, E.; ROCKINGER, M. Conditional volatility, skewness, and kurtosis: existence, persistence, and comovements. **Journal of Economic Dynamics and Control**, 27 (10), 1699-737, 2003.

JONDEAU, E.; ROCKINGER, M. The Copula-GARCH model of conditional dependencies: An international stock market application. **Journal of International Money and Finance**, 25, 827-853, 2006.

JORION, P. Bayes-Stein Estimation for Portfolio Analysis. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, 21, 279–292, 1986.

JORION, P. **Value-at-Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk**, 3^a ed. McGraw-Hill, New York, 2006.

KAMDEM, J. -VaR and -TVaR for portfolios with mixture of elliptic distribution risk factors and DCC. **Insurance: Mathematics and Economics**, 44, 325–336, 2009.

KOJADINOVIC, I.; YAN, J. Modeling Multivariate Distributions with Continuous Margins Using the copula R Package. **Journal of Statistical Software** 34, 1-20, 2010.

KUPIEC, P. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. **Journal of Derivatives**, v. 2, p. 73-84, 1995.

LAKONISHOK, J.; SHAPIRO, A. C. Systematic risk, total risk and size as determinants of stock market returns. **Journal of Banking and Finance**, n. 10, 115- 132, 1986.

LEDOIT, O.; WOLF, M. A well-conditioned estimator for largedimensional covariance matrices. **Journal of Multivariate Analysis**, 88, 365– 411, 2004a.

LEDOIT, O.; WOLF, M. Honey, I shrunk the sample covariance matrix. **Journal of Portfolio Management**, 30, 110–119, 2004b.

LEDOIT, O.; WOLF, M. Improved estimation of the covariance matrix of stock returns with an application to portfolio selection. **Journal of Empirical Finance**, 10, 603–621, 2003.

LI, D.; NG, W. Optimal dynamic portfolio selection: multiperiod mean-variance formulation. **Mathematical Finance**, 10, 387–406, 2000.

- LINTNER, J. Security prices, risk, and maximal gains from diversification. **Journal of Finance**, p. 587-615, 1965.
- LIU, P.; XU, K.; ZHAO, Y. Market regimes, sectorial investments, and time-varying risk premiums. **International Journal of Managerial Finance**, 7, 107–133, 2011.
- LJUNG, G.M.; BOX, G.E.P. On a Measure of a Lack of Fit in Time Series Models. **Biometrika** 65, 297–303, 1978.
- LONGIN, F.; SOLNIK, B. Extreme correlation of international equity markets. **Journal of Finance**, 56, 649-676, 2001.
- MA, Y.; MACLEAN, L.; XU, K.; ZHAO, Y. A Portfolio optimization model with regime-switching risk factors for sector exchange traded funds. **Pacific Journal of Optimization**, 7, 281–296, 2011.
- MACKAY, P.; MOELLER, S. The value of corporate risk management. **Journal of Finance**, 62, 1379–1419, 2007.
- MARKOWITZ H. Portfolio Selection. **Journal of Finance** 7, 77-91, 1952.
- MARSHAL, R.; ZEEVI, A. **Beyond Correlation: Extreme Co-movements Between Financial Assets**. Columbia University, 2003.
- MELINO, A; TURNBULL, S. Pricing foreign currency options with stochastic volatility. **Journal of Econometrics**, n. 45, 239–265, 1990.
- MIN, A.; CZADO, C. Bayesian inference for multivariate c opulas using pair-c opula constructions. **Journal of Financial Econometrics**, 8 (4), 511-546, 2010.
- MODIGLIANI F.; MILLER M. Dividend Policy, Growth and the Valuation of Shares, **Journal of Business**, 34, 411-433, 1961.
- MOSSIN, J. Equilibrium in a capital asset market. **Econometrica**, n. 29, p. 768 - 783, 1966.

MULVEY, J.; ZHAO, Y. **An investment model via regime-switching economic indicators**. Research Report, Bendheim Center for Finance and Operations Research and Financial Engineering Department. Princeton University, Princeton, 2011.

NELSON, D. Conditional heteroskedasticity in asset pricing: A new approach. **Econometrica**, n. 59, 347–370, 1991.

NEUMANN, J. VON. e MORGENSTERN, O. **Theory of Games and Economic Behavior**. Princeton University Press, 1944.

OAKES, D. A model for association in bivariate survival data. **Journal of Royal Statistical Society Series B**, n. 44, 414-422, 1982.

OAKES, D. Semiparametric inference in a model for association in bivariate survival data. **Biometrika**, n. 73, 353-361, 1986.

OJO, M. Basel III and Responding to the Recent Financial Crisis: Progress Made by the Basel Committee in Relation to the Need for Increased Bank Capital and Increased Quality of Loss Absorbing Capital, 2010. Disponível em: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1680886. Acesso em 22 de novembro de 2011.

PATTON, A. A review of cópula models for economic time series. **Journal of Multivariate Analysis**, Artigo aprovado, 2011.

PATTON, A. J. Estimation of cópula models for time series of possibly different lengths. **Journal of Applied Econometrics**, 21 (2), 147-173, 2006.

PERIGNON, C., SMITH, D. Diversification and Value-at-Risk. **Journal of Banking and Finance**, 34, 55–66, 2010b.

PERIGNON, C.; DENG, Z.; WANG, Z. Do banks overstate their Value-at-Risk? **Journal of Banking and Finance**, 32, 783–794, 2008.

PERIGNON, C.; SMITH, D. The level and quality of Value-at-Risk disclosure by commercial banks. **Journal of Banking and Finance**, 34, 362–377, 2010a.

POJARLIEV, M.; POLASEK, W. Portfolio construction by volatility forecasts: Does the covariance structure matter? **Financial Markets and Portfolio Management**, 17, 103 - 116, 2003.

PURNANANDAM, A. Financial distress and corporate risk management: Theory and evidence. **Journal of Financial Economics**, 87, 706–739, 2008.

RÉMILLARD, B.; PAPAGEORGIOU, N.; SOUSTRA, F. Cópula-based semiparametric models for multivariate time series, 2011. Disponível em: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1574524. Acesso em 20/02/2012.

RIGHI, M. B.; CERETTA, P. S. Estimating value at risk and optimal hedge ratio in Latin markets: a copula-based GARCH approach. **Economics Bulletin**, 31 (2), 1717-1730, 2011a.

RIGHI, M. B.; CERETTA, P. S. Modeling Risk Dependence with Copulas in Financial Market: A Latin Case. **European Journal of Scientific Research**, 59 (3), 295-306, 2011b.

RIGHI, M. B.; CERETTA, P. S. Predicting the risk of global portfolios considering the non-linear dependence structures. **Economics Bulletin**, vol. 32, pp. 282-294, 2012.

ROSEFF, M.; KINNEY, W. Capital market seasonality: the case of stock returns. **Journal of Financial Economics**, n. 3, 379-402, 1976.

ROUNTREE, B.; WESTON, J.; ALLAYANNIS, G. Do investors value smooth performance? **Journal of Financial Economics**, 90, 237–251, 2008.

SCHERER, B. Can robust portfolio optimization help to build better portfolios? **Journal of Asset Management**, 7, 374–387, 2007.

SHARPE, W. F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. **Journal of Finance**, n. 23, 425-443, 1964.

SHARPE, W. F. The Sharpe Ratio. **Journal of Portfolio Management**, 49, 49-58, 1994.

SHARPE, W. F.; ALEXANDER, G. J.; BAILEY, J. V. **Investments**. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 6 ed. 1998.

SHWAAB, B.; LUCAS, A.; KOOPMAN, S. **Systemic Risk Diagnostics: Coincident indicators and early warning signals**. European Central Bank, 2011.

SILVENNOINEN, A.; TERÄSVIRTA, T. Multivariate GARCH models. **Handbook of Financial Time Series**. Springer, 2008.

SIMON, Herbert A. ADMINISTRATIVE BEHAVIOR. Totowa, NJ: Littlefield, Adams, 2 ed., 1957.

SKLAR A. Fonctions de Repartition á n Dimensions et leurs Marges. **Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris**, 8, 229-231, 1959.

SOARES, E. Metodologia Científica. São Paulo: Atlas, 2003.

SPECHT, K.; WINKER, P. Em: KONTHOGHIORGHES, E.; RUSTEM, B.; WINKER, P. (Eds.), **Portfolio Optimization under VaR Constraints Based on Dynamic Estimates of the VarianceCovariance Matrix**. Springer, 2008.

STULZ, R. **Risk Management and Derivatives**. South-Western, 2002.

TAYLOR, J. Estimating value at risk and expected shortfall using expectiles. **Journal of Financial Economics**, 6, 231–252, 2008.

TAYLOR, S. Modeling stochastic volatility: A review and comparative study. **Mathematical Finance**, n. 4, 183–204, 1994.

THEODOSSIOU, P. Financial data and the skewed generalized T distribution. **Management Science**, 44 (12-1), 1650-1661, 1998.

TSE, Y. K.; TSUI, A.K.C. A multivariate GARCH model with time-varying correlations. **Journal of Business and Economic Statistics**, 20, 351-362, 2002.

TUFANO, P. The determinants of stock price exposure: Financial engineering and the gold mining industry. **Journal of Finance**, 53, 1015–1052, 1998.

TVERSKY, Amos; KAHNEMAN, Daniel. Elimination by aspects: A theory of choice. **Psychological Review**, 79, 281-299, 1972.

YAMAI, Y.; YOSHIBA, T. Value-at-Risk versus expected shortfall: A practical perspective. **Journal of Banking and Finance**, 29, 997–1015, 2005.

YAN, J.; KOJADINOVIC, I. Package Cópula. Version 0.9-7, May 28, 2010. Disponível em: <http://cran.r-project.org/web/packages/copula/copula.pdf>. Acesso em Feb 1, 2010.

ZEILEIS, A.; SHAH, A.; PATNAIK, I. Testing, monitoring, and dating structural changes in exchange rate regimes. **Computational Statistics and Data Analysis**, v. 54, pp.1696–1706, 2010.

ZHANG, Z.; HUANG, J. Extremal financial risk models and portfolio evaluation. **Computational Statistics and Data Analysis**, 51, 2313 - 2338, 2006.