

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**ANÁLISE DA TAXA DE JUROS E TAXA DE CÂMBIO  
BRASILEIRA POR MEIO DE MODELOS DE  
PREVISÃO**

**DISSERTAÇÃO**

**Lizandra Salau da Rocha**

**Santa Maria, RS, Brasil**

**2013**

# **ANÁLISE DA TAXA DE JUROS E TAXA DE CÂMBIO BRASILEIRA POR MEIO DE MODELOS DE PREVISÃO**

**Lizandra Salau da Rocha**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Engenharia de Produção**.

**Orientador Prof. Dr. Adriano Mendonça Souza**

**Santa Maria, RS, Brasil**

**2013**

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Central da UFSM, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Salau da Rocha, Lizandra  
ANÁLISE DA TAXA DE JUROS E TAXA DE CÂMBIO BRASILEIRA  
POR MEIO DE MODELOS DE PREVISÃO / Lizandra Salau da  
Rocha.-2013.  
67 p.; 30cm

Orientador: Adriano Mendonça Souza  
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa  
Maria, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia de Produção, RS, 2013

1. Modelos Box-Jenkins 2. Modelos de Volatilidade 3.  
Combinação de Previsão 4. Taxa de Juros Selic 5. Taxa de  
Câmbio I. Mendonça Souza, Adriano II. Título.

---

© 2013

Todos os direitos autorais reservados a Lizandra Salau da Rocha. A reprodução de partes ou do todo deste trabalho só poderá ser feita mediante a citação da fonte.

Endereço: Rua Nove, n. 180, Bairro Camobi, Santa Maria, RS. CEP: 97110-795.

Fone (055) 81150463; E-mail: lizandra\_salau@hotmail.com

**Universidade Federal de Santa Maria**  
**Centro Tecnologia**  
**Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção**

**A Comissão Examinadora, abaixo assinada,  
aprova a Dissertação de Mestrado**

**ANÁLISE DA TAXA DE JUROS E TAXA DE CÂMBIO BRASILEIRA  
POR MEIO DE MODELOS DE PREVISÃO**

elaborada por  
**Lizandra Salau da Rocha**

como requisito parcial para obtenção do grau de  
**Mestre em Engenharia de Produção**

**COMISSÃO EXAMINADORA:**

**Adriano Mendonça Souza, Dr. (UFSM)**  
Presidente/ Orientador

**Paulo Sergio Ceretta, Dr. (UFSM)**

**Roselaine Ruviano Zanini, Dr. (UFSM)**

Santa Maria, 28 de fevereiro de 2013.

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente agradeço a Deus por todas as oportunidades que me foram dadas nesta vida, principalmente pelos momentos difíceis que foram fontes fecundas de aprendizado. Além de ter me propiciado estar sempre em contato com pessoas interessantes que indiscutivelmente me fizeram crescer muito.

À minha família pela preocupação e companheirismo nesta vida, em especial meu pai Luiz Carlos da Rocha, pelo carinho e dedicação. Agradeço também ao meu amado, Martin Xavier Reyes pelo incondicional apoio, compreensão e paciência nos momentos difíceis durante a execução deste trabalho.

Ao meu estimado amigo Érico Felden Pereira que acreditou sempre no meu potencial muito obrigado pelo estímulo e apoio incondicional, mas principalmente por todos aqueles diálogos intermináveis que me tornaram na pessoa que hoje sou. À minha amiga querida, Seila Castro pelo apoio e pelos mil conselhos que sempre me direcionaram a buscar incansavelmente o meu aprimoramento profissional.

Agradeço ao meu orientador Adriano Mendonça Souza pela competência, confiança, apoio integral e pela paciência com que teve comigo diante de todas as minhas dúvidas. Também quero expressar os meus agradecimentos à professora Roselaine Ruviano Zanini por ter acreditado no meu potencial e ter me auxiliado muito durante o curso.

Aos meus amigos queridos Aquiléia, Ana Paula Guinancio, Ana Paula Lied, Alcemir Gonçalves, Clairomar Hoffmann, Adriana Araújo, Janina Lied e Maria Saleti Vogt, muito obrigada pelo apoio, orações, e pelas conversas incentivadoras. À amiga Silvia Missagia agradeço por todo apoio, pelas reflexões e sugestões a este trabalho.

Gostaria de prestar também os meus sinceros agradecimentos aos colegas e amigos do mestrado Acássio Feliciani, Elisandra dos Santos, Meire Mezzomo, Tatiana Mousquer pelo apoio, pelas discussões, intercâmbio de conhecimentos e pela competência nos trabalhos em conjunto.

Agradeço ao Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção pela oportunidade de estudo e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq - pelo importante auxílio financeiro durante o curso.

## RESUMO

Dissertação de Mestrado  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção  
Universidade Federal de Santa Maria

### **ANÁLISE DA TAXA DE JUROS E TAXA DE CÂMBIO BRASILEIRA POR MEIO DE MODELOS DE PREVISÃO**

AUTORA: Lizandra Salau da Rocha

ORIENTADOR: Adriano Mendonça Souza

Data e Local da Defesa: Santa Maria, 28 de fevereiro de 2013.

A análise de variáveis macroeconômicas por meio de modelos de séries temporais é amplamente utilizada na literatura dando suporte à teoria econômica, mostrando o real comportamento dessas variáveis. Dentre essas variáveis macroeconômicas tem-se duas variáveis que interferem e/ou tem relações com outras variáveis justificando-se assim a relevância em estudar seus comportamentos. A primeira é a taxa de juros, que é muito importante na condução da economia, influenciando a intenção de gastar e poupar de todos os agentes econômicos, seja no nível pessoal, comercial ou industrial (privado e/ou estatal). A segunda é a taxa de câmbio, onde sua flutuação determina o nível das importações e exportações afetando assim a balança comercial. Nesse contexto a presente pesquisa tem como objetivo descrever o comportamento das taxas de juros SELIC e câmbio brasileiras no período de janeiro de 1974 a junho de 2012 e de janeiro de 1980 a maio de 2012, respectivamente. Para tanto, num primeiro momento foi utilizada a modelagem Box-Jenkins onde os modelos evidenciaram por meio da análise de resíduos que ambos possuíam heterocedasticidade condicional nos resíduos dos modelos. Em seguida, utilizou-se a modelagem conjunta para o nível do processo e para a variância do processo (modelos da família ARCH). Os resultados obtidos mostraram que, para a série da taxa de juros SELIC, o modelo elegido foi um ARIMA (1,1,1)- EGARCH (3,1) e, para a taxa de câmbio, um ARIMA (0,1,1)- EGARCH (1,1). Evidencia-se por meio destes modelos que há assimetria das informações, contudo não se verificou o efeito de alavancagem. Num segundo momento foi escolhido um modelo representando cada um dos modelos da família ARCH (ARCH, GARCH, EGARCH, TARCH) e posteriormente realizada a combinação de previsão pelos métodos: ACP, Média e MMQO. Os resultados obtidos evidenciam que, no geral, as medidas de desempenho MAPE, MSE e U-THEIL são superiores para as combinações de previsão. Além disso, foi realizada a combinação de previsão por ACP com ponderações diferentes para verificar qual dos tipos de ponderações propiciam resultados melhores. Logo, conclui-se que as diferentes ponderações permitem ao pesquisador conseguir maior acurácia na escolha dos modelos combinados, permitindo auxiliar gestores na decisão prévia do comportamento dessas variáveis que afetam de maneira contundente a saúde da economia brasileira.

Palavras Chaves: Modelos Box-Jenkins. Combinação de Previsão. Modelos de Volatilidade. Taxa de Juros Selic. Taxa de Câmbio.

## **ABSTRACT**

Dissertation post-graduate  
Program in production engineering from  
University Federal of Santa Maria

### **ANALYSIS OF INTEREST RATE AND EXCHANGE RATE IN BRAZIL THROUGH FORECASTING MODELS**

AUTHOR: Lizandra Salau da Rocha

Advisor: Adriano Souza Mendonça

Date and place of defence: Santa Maria, February 28, 2013.

The analysis of macro-economic variables through time-series models is widely used in the literature supporting economic theory, showing the actual behaviour of these variables. One of these macroeconomic variables have two variables that interfere with eou has relationships with other variables justifying the relevance in studying their behaviors. The first is the interest rate, which is very important in driving the economy, influencing the intention to spend and save of all economic agents, whether personal, commercial or industrial level (State or private). The second is the exchange rate, where its buoyancy determines the level of imports and exports affecting the trade balance. In this context the present research aims to describe the behavior of SELIC interest rates and Brazilian Exchange from January 1974 to June 2012 and January 1980 to may 2012, respectively. To this end, at first was used the Box-Jenkins model where the models showed through the analysis of residues which both had conditional heteroscedasticity in the waste of the models. Then joint modeling was used to the level of the process and the process variance (ARCH family models). The results showed that, for the SELIC interest rate series, the model selected was an ARIMA (1,1,1)-EGARCH (3,1) and, to the exchange rate, an ARIMA (0,1,1)-EGARCH (1,1). It is evidenced through these models that there is asymmetry of information, yet there was the leverage effect. In a second moment was chosen a model representing each one of the models of family ARCH (ARCH, GARCH, TARCH, EGARCH) and later held the combination of prediction by methods: ACP, middle and MMQO. The results obtained show that, in General, the performance measures MAPE, MSE and U-THEIL are superior to the combinations of prediction. In addition, the combination of forecast for different weights with ACP to check which of the types of weights provide better results. Therefore, it is concluded that the different weights allow the researcher to achieve greater accuracy in the choice of models combined, allowing aid managers in prior decision of the behavior of these variables that affect so scathing the health of the Brazilian economy.

Key Words: Box-Jenkins Models. Combination of Forecast. Volatility models. Selic interest rate. Exchange rate.

## LISTA DE FIGURAS

### ARTIGO 1

Figura 1 - Evolução da taxa de juros SELIC e da série em primeira diferença.....	23
Figura 2 - Evolução da série taxa de câmbio em nível, e da série em primeira diferença.....	24
Figura 3 - Gráfico da Volatilidade Condicional do modelo ARIMA (1,1,1) – EGARCH (3,1) da taxa de Juros SELIC.....	27
Figura 4 - Evolução da Inflação Brasileira- IGP-DI - (% ao mês).....	28
Figura 5 - Gráfico da Volatilidade Condicional do modelo ARIMA (0,1,1) – EGARCH (1,1) da taxa de Câmbio.....	30

### ARTIGO 2

Figura 1 - Comportamento da taxa de juros SELIC e com a série em primeira diferença.....	45
Figura 2 - Comportamento da série taxa de câmbio em nível, e da série em primeira diferença.....	45

### DISCUSSÃO

Figura 1 - Gráfico elaborado com base na Inflação - IGP-DI - (% ao mês).....	59
Figura 2 - Combinações de previsões para a série de juros da modelagem ARIMA.....	62
Figura 3 - Combinações de previsões para a série de juros da modelagem da volatilidade. ....	62
Figura 4 - Combinações de previsões para a série da taxa de câmbio da modelagem do nível da série (ARIMA). ....	63
Figura 5 - Combinações de previsões para a série de câmbio da modelagem da volatilidade.....	64

## LISTA DE TABELAS

### ARTIGO 1

Tabela 1 -	Resultado dos testes de raiz unitária (ADF e KPSS) para a série em nível e primeira diferença da Taxa de Juros SELIC e Taxa de Câmbio.....	25
Tabela 2 -	Modelos concorrentes para as séries taxa de juros SELIC e câmbio que tiveram seus coeficientes significativos e resíduos ruído branco.....	26

### ARTIGO 2

Tabela 1 -	Resultado dos testes de raiz unitária (ADF e KPSS) para a série em nível e primeira diferença da taxa de juros SELIC e taxa de câmbio.....	46
Tabela 2 -	Modelos concorrentes para a série da taxa de juros SELIC e taxa de câmbio	47
Tabela 3 -	Resultado dos autovalores e da proporção da variância total explicada para cada série macroeconômica.....	49
Tabela 4-	Ponderações dadas pela carga fatorial e contribuição do modelo para as séries previstas dos modelos ARIMA e das volatilidades.....	50
Tabela 5 -	Medidas de desempenho dos modelos individuais e das combinações de previsão propostas para taxa de juros.....	51
Tabela 6 -	Medidas de desempenho dos modelos individuais e das combinações de previsão propostas para taxa de câmbio.....	52

### DISCUSSÃO

Tabela 1 -	Medidas de desempenho dos modelos individuais e das combinações de previsão propostas para taxa de juros e taxa de câmbio.....	60
------------	--	----

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>10</b>
<b>ARTIGO 1- Modelos Box-Jenkins e Modelos de Volatilidade para a Taxa de Juros Selic e Taxa de Câmbio Brasileiras .....</b>	<b>15</b>
<b>Resumo.....</b>	<b>15</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>15</b>
<b>Introdução.....</b>	<b>16</b>
<b>Procedimentos metodológicos.....</b>	<b>17</b>
<b>Resultados e discussão.....</b>	<b>23</b>
<b>Considerações finais.....</b>	<b>30</b>
<b>Referências bibliográficas.....</b>	<b>31</b>
<b>ARTIGO 2 - Combinação de Previsão da Volatilidade da Taxa de Juros Selic e Taxa de Câmbio Brasileiras utilizando Análise de Componentes Principais.....</b>	<b>33</b>
<b>Resumo.....</b>	<b>33</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>33</b>
<b>Introdução.....</b>	<b>34</b>
<b>Modelos de Volatilidade.....</b>	<b>36</b>
<b>Modelo ARCH.....</b>	<b>36</b>
<b>Modelo GARCH.....</b>	<b>37</b>
<b>Modelo EGARCH.....</b>	<b>37</b>
<b>Modelo TARARCH.....</b>	<b>38</b>
<b>Critérios de avaliação.....</b>	<b>39</b>
<b>Técnicas de combinação de previsão.....</b>	<b>41</b>
<b>Resultados e discussão.....</b>	<b>44</b>
<b>Análise e Modelagem das séries temporais.....</b>	<b>44</b>
<b>Combinações de previsões e previsões individuais.....</b>	<b>48</b>
<b>Considerações finais.....</b>	<b>53</b>
<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>54</b>
<b>DISCUSSÃO.....</b>	<b>56</b>
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>65</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>67</b>

# 1 INTRODUÇÃO

A utilização de métodos quantitativos na área econômica surgiu quando economistas passaram a utilizar um conjunto de ferramentas estatísticas para auxiliar governos e grandes empresas a tomarem decisões de longo prazo. A partir de então muitas técnicas estatísticas foram desenvolvidas e aprimoradas conforme novas tecnologias no ramo dos *softwares* e computadores, surgindo assim a área de econometria.

Uma das técnicas estatísticas muito utilizadas na área financeira, dentre outras áreas do conhecimento, é a análise de séries temporais. Este tipo de análise propicia a investigação do mecanismo gerador da série temporal, seja ao descrever o comportamento da série analisando períodos relevantes nos dados, tais como deslocamento de níveis, quebras estruturais, entre outros comportamentos, busca-se obter previsões de valores futuros.

Uma série temporal é um conjunto de observações ordenadas no tempo, onde estas séries podem ser variáveis aleatórias discretas (obtida por meio de uma amostragem temporal contínua, ou seja, em intervalos de tempo iguais) ou variáveis aleatórias contínuas (utiliza-se geralmente a amostragem em intervalos de tempo iguais, transformando a série de intervalar para discreta) (MORETTIN, 2008).

Em síntese, o estudo das séries temporais surge a partir da análise dos seus valores passados explicando os valores futuros em função das suas autocorrelações. Assim, Morettin e Tolo (2004) dizem que a análise de séries temporais propicia o exame de suas componentes como a tendência, sazonalidade, ciclo e ruído aleatório.

O método desenvolvido por Box-Jenkins em 1976 é utilizado para encontrar modelos: autorregressivo (AR), médias móveis (MA), autorregressivo e de médias móveis (ARMA), ou ainda, autorregressivo integrado de médias móveis (ARIMA). Este método é realizado em etapas, sendo a identificação do modelo, estimação de parâmetros, verificação e diagnóstico, de modo que se obtenha um modelo que proporcione uma estimativa mais acurada possível da realidade (GUJARATI, 2006).

Apesar dessa técnica de modelagem ter sido amplamente utilizada no decorrer dos anos, após o seu desenvolvimento, na década de 80, econometristas verificaram que há características de determinadas séries econômicas, principalmente as financeiras, que possuem certa variabilidade nos dados. E, que mesmo realizando transformações para estacionarizar a série em nível, pressuposto dos modelos ARIMA, há a permanência de uma variância condicional não constante, revelada pelos resíduos quadráticos da série, informado

que algum tipo de dependência permanece. Por isso fez-se necessário o desenvolvimento novos modelos que capturem essa característica, denominada de heterocedasticidade, que corresponde à presença de variância não constante ao longo da série.

Entende-se então, que o método de modelagem ARIMA, permite realizar a estimação da média do processo, já que considera que a série seja estacionária na média e na variância, entretanto, mesmo após essa modelagem, pode-se encontrar volatilidade nos resíduos quadráticos do modelo. Quando tal evento se verifica é necessário que se modele conjuntamente a média do processo e a variância tornando-se factível obter resultados mais precisos e fidedignos com a realidade dos dados.

No estudo da volatilidade em séries temporais verifica-se que períodos de alta volatilidade são seguidos por períodos de volatilidade intensa, ao contrário quando se verifica períodos de baixa volatilidade são seguidos por períodos de menores volatilidades (BUENO, 2012). Considerando estes aspectos há modelos que captam estas características da volatilidade os quais são chamados de modelos heterocedásticos condicionais ou conhecidos na literatura por modelos da família ARCH.

O primeiro modelo de volatilidade desenvolvido foi criado por Engle, em 1982, intitulado por *Autoregressive Conditional Heterocedasticity* (ARCH). Em seguida, em 1986, este modelo foi reformulado e apresentado por Bollerslev e foi chamado de *Generalized Autoregressive Conditional Heterocedasticity* (GARCH). Posteriormente, outros pesquisadores verificaram que nem todas as volatilidades das séries analisadas tinham comportamento simétrico, como especificado pelos dois modelos anteriores.

A partir de então, novos modelos foram desenvolvidos, os quais consideram a assimetria apresentada nas séries analisadas. O modelo *Exponencial* GARCH (EGARCH) foi desenvolvido por Nelson, em 1991, este considera os efeitos assimétricos de choques aleatórios sobre a série. Segundo Tsay (2005), estes choques tendem a influir na volatilidade de maneira diferente, onde choques negativos apresentam maior impacto na volatilidade do que choques positivos. Em 1994, Zakoian desenvolveu outro modelo capaz de capturar o efeito da assimetria dos choques na volatilidade da série, este modelo foi chamado de *Threshold* ARCH (TARCH) e tem a mesma finalidade do EGARCH, com a diferença de que o primeiro usa variáveis *dummy* para medir o efeito da assimetria e o segundo usa o logaritmo para medir este mesmo efeito, mas também para relaxar o pressuposto de negatividade, isto é, impede que a variância seja negativa, portanto os parâmetros do modelo podem ser negativos.

Com o desenvolvimento desses modelos de volatilidade, o estudo do comportamento da variabilidade de variáveis econômicas tem se massificado na análise de negociações e

precificações de ativos, nos juros e nas atividades cambiais, bem como na utilização de outras áreas do conhecimento. A existência de volatilidade em séries macroeconômicas deve-se a variações em variáveis endógenas, como por exemplo, a política econômica adotada, taxa de juros interna, e nas exógenas, como exemplo, a mudança no preço internacional das commodities, alteração dos juros internacionais entre outras negociações de cunho governamental e de políticas externas.

Dessa maneira evidencia-se a relevância em se estudar o comportamento da taxa de juros e a taxa de câmbio no Brasil, dado que ambas estão intimamente correlacionadas a outras variáveis como a demanda por bens e serviços no âmbito macroeconômico. Segundo Mankiw (2011), a taxa de juros é importante na condução da economia influenciando a intenção de gastar e poupar de todos os agentes econômicos seja no nível pessoal, comercial, industrial (privado e/ou estatal), onde influencia a intenção de investimentos de longo prazo. Já no caso da taxa de câmbio, as importações e exportações são influenciadas, modificando as aplicações em investimento de bens de capital.

Este trabalho de dissertação está organizado no formato de artigos científicos da seguinte forma: na seção a seguir encontra-se o artigo 1, com a seguinte estrutura: resumo, introdução, aspectos metodológicos, análise dos resultados, considerações finais e referências citadas no artigo. Posteriormente, encontra-se o artigo 2 que possui a mesma estrutura do artigo 1. A seção 2 foi designada para uma breve discussão dos dois artigos; na seção 3 encontram-se as considerações finais deste trabalho e, posteriormente, a última seção detém as referências bibliográficas.

## **1.1 Tema da pesquisa**

Esta pesquisa tem como tema geral a análise de séries temporais com o intuito de analisar o nível e a volatilidade das séries de taxa de juros e câmbio no Brasil. Além da análise individual da pesquisa, procura-se verificar o desempenho da combinação de previsão para o estudo do nível da série e da volatilidade, utilizando a análise de componentes principais.

## 1.2 Justificativa e importância da pesquisa

Há relevância em se estudar a taxa de juros e a taxa de câmbio no Brasil, dado que ambas têm influência sobre outras séries, como a demanda por bens e serviços. Sabe-se que a taxa de juros é importante na condução da economia, pois influencia na intenção de se gastar e poupar de todos os agentes econômicos. Já no caso da taxa de câmbio as importações e exportações são influenciadas, modificando as aplicações em investimento de bens de capital dentre outras variáveis como o *deficit* ou *superavit* na balança comercial. Logo, prever estas séries torna viável a escolha de determinadas ações que uma empresa esteja disposta a executar no futuro reduzindo ao máximo suas perdas e exaltando sua receita.

As séries macroeconômicas, taxa de juros SELIC e taxa de câmbio auxiliam nas decisões tomadas no cenário econômico brasileiro, por isso, busca-se encontrar o melhor modelo que possa representar estas séries para tomadas de decisões futuras. Também se verifica qual o melhor tipo de estimação futura pode ser utilizada, a individual ou a combinada.

## 1.3 Objetivos

### 1.3.1 Objetivo Geral

O objetivo desta pesquisa é analisar o comportamento da taxa do Sistema de Liquidação de Custódia (SELIC), no período de janeiro de 1974 até junho de 2012 e, da taxa de câmbio, de janeiro de 1980 a maio de 2012, por meio de modelos Box-Jenkins e de volatilidade quando existente, expresso na forma de dois artigos científicos.

### 1.3.2 Objetivos Específicos

- Analisar o comportamento da taxa do Sistema de Liquidação de Custódia (SELIC) e da taxa de Câmbio por meio de modelos de volatilidade;

- Realizar as técnicas de combinação de previsões como: média aritmética, MMQO e análise de componentes principais (ACP) para ponderar as previsões dos modelos ARCH, GARCH, EGARCH e TARCH de modo verificar a influência de cada modelo na composição da combinação de previsão, deste modo procura-se capturar o que de melhor cada modelo conseguiu oferecer para compor a previsão final. Além das combinações de previsões serão utilizados três tipos de pesos de ponderação para a análise de ACP verificando-se qual o melhor método de realizar a combinação de previsão;

## ARTIGO 1– MODELOS BOX-JENKINS E MODELOS DE VOLATILIDADE PARA A TAXA DE JUROS SELIC E TAXA DE CÂMBIO BRASILEIRAS

### RESUMO

O uso de modelos estatísticos na análise de variáveis macroeconômicas é de suma relevância já que estes modelos dão suporte à teoria econômica, bem como representam o real comportamento dessas variáveis. Nesse contexto, a presente pesquisa tem como objetivo descrever o comportamento das taxas brasileiras de juros SELIC e câmbio nos períodos de janeiro de 1974 a junho de 2012 e de janeiro de 1980 a maio de 2012, respectivamente. Para tanto, foi utilizada a modelagem Box-Jenkins, onde os modelos evidenciaram por meio da análise de resíduos que ambos possuíam heterocedasticidade condicional. Em seguida, utilizou-se a modelagem conjunta para a média do processo (ARIMA) e para a variância do processo (Modelos de volatilidade, ARCH, GARCH, EGARCH, TARCH). Os resultados obtidos mostram que, para a série da taxa de juros SELIC, o modelo escolhido foi um ARIMA (1,1,1)- EGARCH (3,1) e, para a taxa de câmbio, um ARIMA (0,1,1)- EGARCH (1,1). Evidencia-se por meio destes modelos que há assimetria das informações, contudo não se verificou o efeito de alavancagem. Ademais, a volatilidade dessas séries se deu pelo cenário econômico brasileiro diante das crises externas e internas nos períodos analisados. Logo, os modelos encontrados captaram de forma eficaz o período de instabilidade econômica brasileira na década de 80 e meados de 90 evidenciando o grau de persistência dos choques *bad news* e *good news*, auxiliando no conhecimento sobre o comportamento dessas variáveis propiciando aos gestores, tomadas de decisão de longo e curto prazo.

Palavras Chaves: Modelos Box-Jenkins; Taxa de Juros SELIC; Taxa de Câmbio; Modelos de Volatilidade;

### ABSTRACT

The use of statistical models in the analysis of macroeconomic variables is of paramount importance since these models support to economic theory, as well as represent the actual behavior of these variables. In this context, this research has as objective to describe the behavior of Brazilian SELIC interest rates and foreign exchange during January 1974 to June 2012 and January 1980 to may 2012, respectively. To this end, we used the Box-Jenkins model, where the models showed through the analysis of residues which both had conditional heteroscedasticity. Then joint modeling was used to process average (ARIMA) and for the process variance (volatility models, ARCH, GARCH, TARCH, EGARCH). The results obtained show that, for the SELIC interest rate series, the model selected was an ARIMA (1,

1,1)-EGARCH (3,1) and, to the exchange rate, an ARIMA (0,1,1)-EGARCH (1,1). It is evidenced through these models that there is asymmetry of information, yet there was the leverage effect. In addition, the volatility of these series was by the Brazilian economic scenario in the face of external and internal crises in the periods examined. Soon, the models found effectively captured the Brazilian economic instability period in the 80 and 90 showing the mid degree of persistence of shocks bad news and good news, aiding in understanding the behavior of these variables providing decision-making to managers, long and short term.

Key Words: Box-Jenkins Models; SELIC Interest Rate; Exchange Rate; Volatility Models;

## 1 INTRODUÇÃO

O comportamento volátil de determinadas variáveis econômicas tem se tornado um assunto cada vez mais presente nas negociações e precificações de ativos, nos juros e nas atividades cambiais. A existência de volatilidade deve-se às variações em certas variáveis que tem relação de cause e/ou efeito com a variável em estudo. Por exemplo, no âmbito econômico brasileiro uma variável pode ser influenciada por variáveis endógenas, tais como a política econômica adotada, taxa de juros interna, entre outras. Além da influência de variáveis internas, poderá também a mesma variável sofrer variações devido às variáveis exógenas como a variabilidade no preço internacional de certa commodity, alteração dos juros internacionais ou ainda, na mudança do volume de fluxo de capitais internacionais.

Ao analisar a volatilidade verifica-se a relevância em se estudar a taxa de juros e a taxa de câmbio, sabendo que ambas estão intensamente correlacionadas a outras variáveis na esfera macroeconômica. Segundo Mankiw (2011), a taxa de juros, tem um relevante papel na condução da economia influenciando a intenção dos agentes econômicos (famílias, empresas e governo). Em contrapartida, variações na taxa de câmbio influenciam as importações e exportações, logo modificando as aplicações em investimento das empresas, além de modificar a balança comercial.

Com isso, na ótica da empresa, o comportamento da taxa de juros influencia o preço dos ativos tangíveis e intangíveis, que serão formados por meio do investimento das empresas repassando ao custo dos produtos. Segundo Omar (2008), a taxa de juros também influencia a taxa de câmbio, a qual afeta o preço de bens duráveis, tais como aquisição de máquinas e

equipamentos importados, refletindo-se nas relações macroeconômicas tais como a inflação, o desemprego, a taxa de câmbio, os fluxos de capital e os níveis da dívida externa e interna.

Segundo Melo (2010), é necessário que exista uma compatibilidade entre as políticas monetária, fiscal, cambial, e a política de inovação (explícita) para que exista um ambiente favorável ao investimento em inovação. Desta maneira, empresários e segmentos do governo, nas mais variadas esferas, possam tomar as suas decisões de investimento tendo como base o cenário econômico vigente.

Sendo assim, este estudo tem por objetivo analisar o comportamento da taxa do Sistema de Liquidação de Custódia (SELIC), no período de janeiro de 1974 até junho de 2012 e da taxa de Câmbio de janeiro de 1980 a maio de 2012, por meio de modelos de volatilidade, em vista da relevância destas no cenário econômico brasileiro.

Este artigo está organizado da seguinte forma: na seção 2 são descritos os aspectos metodológicos destacando a modelagem de séries temporais e evidenciando a aplicabilidade de tais modelos; na seção 3, expõe-se a análise e discussão dos resultados; e por fim a seção 4 traz as considerações finais.

## 2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa utiliza a série temporal da Taxa de Juros SELIC e a Taxa de Câmbio, obtidas no site do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), a SELIC é composta de 462 observações mensais e a Taxa de Câmbio com 389 observações.

Os aspectos metodológicos são descritos a seguir:

### I. Análise da estacionariedade da série em nível

Primeiramente, verifica-se a estabilidade da série no período por meio de uma inspeção visual, e em seguida, utilizam-se os testes *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) (1979) conjuntamente com o teste proposto por KWIATKOWSKI, PHILLIPS, SCHMIDT, SHIN (KPSS) (1992).

Realizada a análise de estacionariedade, investiga-se a existência de autocorrelação nas séries por meio do teste de Ljung-Box e se esta característica estiver presente na série se

inicia a etapa de modelagem, utilizando os modelos genéricos Autorregressivo Integrado e de Médias Móveis – ARIMA, os quais se fundamentam na teoria de que o comportamento da variável é revelado pelas suas informações passadas (BOX; JENKINS, 1970).

Os Modelos ARIMA (p,d,q) são genéricos e existem outras variações que são casos particulares como o modelo AR(p) exibindo que o valor de  $Z_t$  no período t é explicado por uma proporção de seu valor no período anterior, ou MA(q) o qual  $Z_t$  estará em função do somatório dos erros passados, ou se pode apresentar de uma forma mista, com uma combinação de características autorregressivas e de médias móveis ARMA (p, q), isto quando a série em estudo for classificada como estacionária, a qual será representada pela Equação 1.

$$\phi(B)Z_t = \theta(B)a_t \quad (1)$$

Se a série de dados for estacionária o valor de  $d$  que representa o número de diferenças necessárias para estacionarizar a série será zero, isto é,  $d = 0$ , caso contrário,  $d$  será igual a 1 ou 2, isto é,  $d = 1$  ou  $d = 2$ . Genericamente o modelo ARIMA (p, d, q) será representado pela Equação 2.

$$\phi(B)\Delta^d Z_t = \theta(B)a_t \quad (2)$$

Onde, B é o operador de retardo,  $d$  é a ordem de integração da série,  $\phi$  representa o termo da parte autorregressiva com ordem p e  $\theta$  representa o parâmetro de médias móveis de ordem q,  $a_t$  é o resíduo do modelo tendo média zero, variância constante e independente, denominado de ruído branco (MORETTIN, 2008).

A utilização de análise de séries temporais consiste em realizar esse método em três etapas gerais: identificação, estimação e testes de diagnóstico, realizando posteriormente a previsão caso seja o interesse da pesquisa.

Após encontrar vários modelos que representem as séries estudadas, estes modelos serão denominados de modelos concorrentes e utilizam-se critérios de penalização para auxiliar na escolha do melhor modelo, sendo: o Critério de Informação Akaike (AIC) e o Bayesian Information Criterion (BIC), os quais utilizam o valor maximizado da Função de Verossimilhança para o modelo estimado (L), o número de parâmetros (n) e o tamanho da amostra (T) (SOUZA; SOUZA; MENEZES, 2012).

$$AIC = -2 \ln(L) + 2n \quad (3)$$

$$\text{BIC} = -2 \ln(L) + n \ln(T) \quad (4)$$

Considerando os resíduos dos modelos concorrentes com características de *ruído branco*, torna-se factível eleger o modelo mais adequado para representar a série em análise em termos do número de parâmetros utilizados, o qual descreverá o processo gerador, bem como será útil para se realizar as previsões para períodos futuros. Nesta etapa da pesquisa salienta-se que os modelos ARIMA serão úteis para descrever o comportamento da série em nível.

Contudo, há outra investigação que deve ser conduzida, com o propósito de descrever o comportamento da variância condicional, utilizando os resíduos oriundos do modelo ARIMA descritos nesta etapa.

## II. Análise da variância condicional

Em certos casos, mesmo que o modelo de uma série temporal apresente resíduos com características *ruído branco*, ainda pode existir algum tipo de dependência na série que pode ser revelada quando seus resíduos quadráticos são analisados. Este fato estilizado é denominado de variância condicional e para que se verifique esse comportamento, realiza-se um teste para detectar a autocorrelação residual quadrática e neste estudo utiliza-se o teste ARCH-LM nos resíduos quadráticos do modelo ARIMA escolhido na etapa anterior. Quando assumida a existência de heterocedasticidade, busca-se descrever esta variância não constante ao longo do tempo por meio dos modelos não lineares *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* - ARCH. Esta variância não condicional, após ser modelada, auxilia na interpretação da volatilidade da série, revelando características como a persistência, períodos de pequenas e grandes turbulências na série – cluster de volatilidade e auxiliam na determinação de uma medida de risco, pois períodos de grande volatilidade representam períodos de maiores riscos quando se está avaliando o mercado acionário. Mas no contexto macroeconômico, grandes flutuações permitem identificar fases de crises econômicas, como uma crise na política monetária, fiscal, cambial, etc..

O efeito de variância não constante é revelado pelos modelos ARCH (p), propostos por Engle em 1982 que são bastante úteis para avaliar o comportamento de risco e retorno no

mercado financeiro. A variância condicional é expressa como uma defasagem distribuída dos erros quadráticos passados, conforme Equação 5.

$$a_t = \sqrt{\sigma_t^2} \varepsilon_t \quad (5)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum \alpha_i \cdot \varepsilon_{t-i}^2 = \omega + \alpha(B)\varepsilon_t^2 \quad (6)$$

Onde  $\omega$  corresponde à constante desse modelo e  $\alpha_i$  representa a componente autorregressiva dos erros quadráticos passados.

Para que esse modelo seja bem definido, a variância condicional deve ser positiva, assim os parâmetros devem satisfazer os seguintes pressupostos:  $\omega > 0$  e  $\alpha_i > 0$ . Uma desvantagem dos modelos ARCH é que, às vezes, se faz necessário utilizar um grande número de defasagens  $p$  no modelo para captar todos os efeitos das séries o que implica em elevado número de parâmetros e violando o princípio da parcimônia.

Como forma de superar esta dificuldade apresentada pelos modelos ARCH, em 1986, Bollerslev propôs o modelo denominado de *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH) onde o autor incluiu no modelo ARCH a variância passada da série. Com isso, é possível obter um modelo mais parcimonioso e sem os problemas de estimação do modelo ARCH, conforme exposto na equação 8:

$$a_t = \sqrt{\sigma_t^2} \varepsilon_t \quad (7)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \cdot \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \cdot \sigma_{t-j}^2 \quad (8)$$

Podendo ser reescrita como:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha(B)\varepsilon_t^2 + \beta(B)\sigma_t^2 \quad (9)$$

Onde  $\omega > 0$ , e  $\beta \geq 0$  garantindo que  $a_t \geq 0$ .

Com a estimação dos modelos de volatilidade é possível determinar a dependência entre a variabilidade da série e seus erros quadráticos passados no caso dos modelos ARCH e,

também é possível determinar a persistência da série que geralmente é revelado pelos modelos GARCH (p, q), com a soma dos parâmetros  $\alpha + \beta$ , onde quanto mais próximos de 1, mais persistente será o efeito da variância não constante, isto é, o efeito será prolongado, levando um determinado período para retornar ao seu patamar habitual de variabilidade.

Posteriormente, Nelson (1991) propôs uma extensão do modelo GARCH, o *Exponential GARCH* (EGARCH), o qual captura os efeitos assimétricos de choques aleatórios sobre a série, estes choques tendem a influir na volatilidade de maneira diferente, pois se sabe que geralmente choques negativos apresentam maior impacto na volatilidade do que choques positivos (TSAY, 2005). Por isso, este modelo pode evidenciar se choques positivos ou negativos do tipo aumento do preço do petróleo internacional, políticas monetária expansionista ou restritiva, etc., influenciam na volatilidade com o mesmo peso.

$$\varepsilon_t = \sqrt{\sigma_t^2} \varepsilon_t \quad (10)$$

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^p \beta_j \ln \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} - E \left( \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right) \right| + \sum_{k=1}^r \gamma_k \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \quad (11)$$

Onde  $\varepsilon_t$  *i.i.d.*  $\sim \mathcal{N}(0,1)$ .

Nelson (1991) utilizou a especificação logarítmica no modelo EGARCH com o intuito de impedir que a variância condicional torne-se negativa, propiciando que alguns parâmetros do modelo possam ser negativos. Além disso, neste modelo, o parâmetro  $\gamma$  capta a assimetria nos choques sofridos pela série. Estes choques podem ser negativos ou positivos, e geralmente eles produzem um impacto distinto na volatilidade da série.

Nos mercados financeiros, observa-se que períodos de quedas nos preços são frequentemente seguidos por períodos de intensa volatilidade, enquanto que, em períodos de alta nos preços, a volatilidade não é tão intensa. Tal fato é denominado “efeito alavanca”; em geral, choques positivos e negativos tendem a ter impactos diferenciados sobre a volatilidade.

Na literatura financeira verifica-se o efeito de alavancagem onde se identifica que os choques negativos – também chamados de *bad news* - têm um impacto maior sobre a volatilidade das séries de ativos financeiros, do que os choques positivos denominados de *good news*. Na identificação dos modelos EGARCH verifica-se o efeito de alavancagem quando o parâmetro  $\gamma$  for menor que zero ( $\gamma < 0$ ).

Além do modelo EGARCH, as assimetrias na volatilidade podem ser capturadas por outra variante do modelo GARCH, o modelo TARCH (ZAKOIAN, 1994), onde a variância condicional do modelo TARCH (p,q), *Threshold Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* pode ser definida por :

$$\varepsilon_t = \sqrt{\sigma_t^2} \varepsilon_t \quad (12)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \dots + \sum_{j=1}^s \alpha_j \sigma_{t-j}^2 + \gamma \varepsilon_{t-i}^2 d_{t-i} \quad (13)$$

$$\text{Com } d_t = \begin{cases} 1, & \text{se } \varepsilon_t < 0 \text{ ("Bad news")} \\ 0, & \text{se } \varepsilon_t > 0 \text{ (Good news)} \end{cases}$$

Se  $\gamma = 0$ , não há assimetria na variância condicional, ou seja, os choques sofridos pela série não diferem quando são negativos ou quando são positivos. Os choques negativos (*bad news*), no mercado, são representados pelos erros negativos ( $\varepsilon_t < 0$ ), podendo se caracterizar por queda abrupta do dólar ou instabilidade política, e têm um impacto de  $(\alpha + \gamma)$  na volatilidade da série. Já os choques positivos ou *good news* são representados pelos erros positivos ( $\varepsilon_t > 0$ ), por exemplo, um aumento na demanda de determinado produto, e têm impacto  $\alpha$ . Evidentemente que a determinação de quais serão os tipos de choques dependerá de qual série o pesquisador estará analisando e qual o contexto em que esta variável está inserida.

Após a modelagem da volatilidade utilizando a família ARCH ter-se-á novos modelos concorrentes, dentre os quais deve-se escolher o mais adequado, verificando-se a característica de ruído branco, a não autocorrelação residual por meio dos testes Ljung-Box e a homocedasticidade residual por meio do teste ARCH-LM. Finalmente, utilizam-se os critérios de penalizadores AIC e BIC já descritos anteriormente para a escolha do melhor modelo representativo da série em estudo. Desta forma tem-se o modelo ARIMA-ARCH, onde o primeiro modelo é relativo ao nível da série e o segundo à volatilidade da mesma.

Por fim, entende-se que os modelos descritos, anteriormente, estimam a média ou a média e a variância do processo conjuntamente, captando com acurácia o processo gerador da série bem como a volatilidade estocástica.

O uso dessa metodologia propicia a análise do comportamento da série temporal verificando se uma modelagem da média do processo é suficiente, ou se ainda deve ser levada em conta a modelagem da volatilidade da série para a obtenção de resultados mais fidedignos, capazes de retratar a realidade dessa variável.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Inicialmente realizou-se uma inspeção visual na série, por meio dos gráficos de sequências da taxa de juros (TXJ) no período de janeiro de 1974 a junho de 2012 e da taxa de câmbio (TXC) de janeiro de 1980 a maio de 2012, mostrados na Figura 1 e 2, respectivamente. A série da taxa de juros apresenta uma tendência ascendente de 1974 a 1985 e, após este período a série apresenta um período instável que se estabiliza em meados de 1996 após o estabelecimento do Plano Real, o qual permitiu o equilíbrio na econômica brasileira. A instabilidade na série, que poderá representar um comportamento volátil no período iniciado na década de 80 e até os meados da década de 90, tem como justificativa a instabilidade econômica brasileira revelada por altas taxas de juros e altos níveis de inflação.

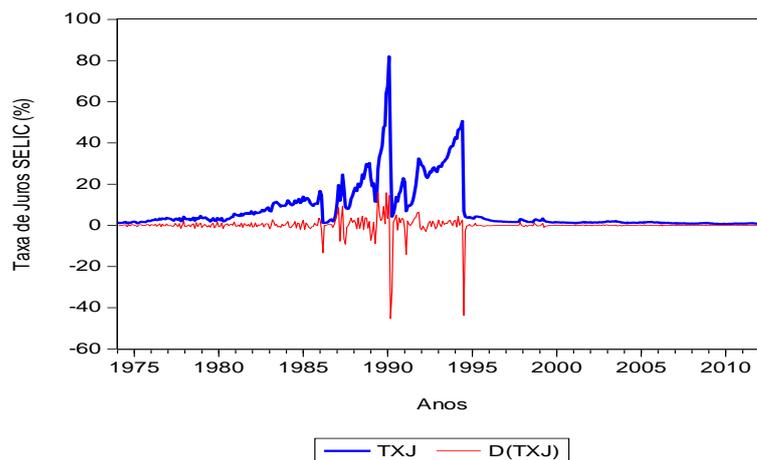


Figura 1- Evolução da taxa de juros SELIC e da série em primeira diferença.

Fonte: Os dados foram extraídos no site do IPEADATA.

Legenda: TXJ = série em nível da taxa de juros; D (TXJ) = série diferenciada (uma vez) da taxa de juros.

A Figura 2 mostra o gráfico da série da taxa de câmbio mostra que a série possui uma mudança de nível na série onde se verifica certa variabilidade no período examinado. Nota-se com isso que a mudança de nível ocorre a partir do ano de 1999. Após o ano 2005 há uma redução no nível da taxa de câmbio, mesmo assim as taxas se encontram num nível elevado em comparação com a primeira fase (1º nível da série) descrita pelas décadas de 1980 e 1990. Assim, evidencia-se que nos últimos anos a taxa de câmbio se elevou e permaneceu maior do que 70%.

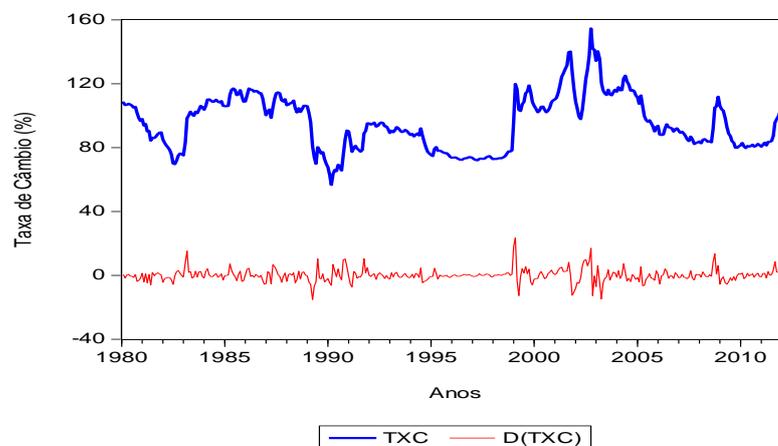


Figura 2 - Evolução da série taxa de câmbio em nível, e da série em primeira diferença.

Fonte: Os dados foram extraídos no site do IPEADATA.

Legenda: TXC = taxa de câmbio; D(TXC) = série diferenciada (uma vez) da taxa de câmbio.

Além da inspeção gráfica das séries utilizou-se a função de autocorrelação (FAC) e a função de autocorrelação parcial (PACF), em que os correlogramas mostraram que os coeficientes de autocorrelação decrescem lentamente conforme aumenta o número de defasagens, evidenciando que há uma forte dependência nos dados, além de indicar a não estacionariedade das séries. Para corroborar esta indicação de não estacionariedade aplicaram-se os testes ADF e KPSS, conforme Tabela 1, que sinalizam que a série em nível é não estacionária.

Tabela 1- Resultado dos testes de raiz unitária (ADF e KPSS) para a série em nível e primeira diferença da Taxa de Juros SELIC e Taxa de Câmbio.

<b>Taxa de Juros SELIC</b>		
<b>Ordem de Integração da Série (d= 0)</b>	Teste ADF	Teste KPSS
	<b>H<sub>0</sub>: <math>\delta = 0</math> ou <math>\rho = 1</math> H<sub>1</sub>: <math>\delta \neq 0</math> ou <math>\rho \leq 1</math></b>	<b>H<sub>0</sub>: <math>\delta \neq 0</math> ou <math>\rho \leq 1</math> H<sub>1</sub>: <math>\delta = 0</math> ou <math>\rho = 1</math></b>
<b>d = 0</b>	$\tau = 4,6162$ (p < 0,05)	LM = 0,5339 (p < 0,05)
<b>d = 1</b>	$\tau = 15,6468$ (p < 0,05)	LM = 0,0529 (p > 0,05)
<b>Taxa de Câmbio</b>		
<b>d = 0</b>	$\tau = 3,3443$ (p < 0,05)	LM = 0,1424 (p < 0,05)
<b>d = 1</b>	$\tau = 14,3238$ (p < 0,05)	LM = 0,0358 (p > 0,05)

Fonte: Resultados obtidos pelo *Software Eviews 7.1*.

Legenda:  $\tau$  estatística “tau”, LM refere-se à estatística qui-quadrado. Hipótese nula do teste ADF é de não estacionariedade e do teste KPSS série estacionária.

Após verificar pelos testes ADF e KPSS que as séries tornam-se estacionária em primeira diferença, iniciou-se o processo de modelagem onde se buscou um modelo que pudesse descrever com menor erro possível o comportamento das séries (taxa de juros e taxa de câmbio). Para tanto, estimaram-se diversos modelos concorrentes, a seleção foi baseada nos Critérios AIC e BIC, sendo escolhidos o modelo ARIMA (1,1,2) para a taxa de juros e o modelo ARIMA (0,1,1) para a série da taxa de câmbio, estes modelos referem-se ao primeiro estágio da modelagem realizada nesta pesquisa, isto é, primeiro se realizou a modelagem para o nível da série.

Em seguida, analisou-se os resíduos destes dois modelos escolhidos – ARIMA (1,1,2) e ARIMA (0,1,1) os quais foram caracterizados como ruído branco. O resultado do teste Jarque-Bera para os resíduos do primeiro modelo (referente a taxa de juros) evidenciou que os resíduos não possuem uma distribuição Normal com *p-valor* < 0,0001 e o valor da curtose > 3, evidenciando um indicativo de caudas pesadas. O mesmo resultado se verificou para o modelo da taxa de câmbio, onde o teste Jarque-Bera revelou um *p-valor* < 0,0001 e um valor da curtose maior do que 3. Com estas estatísticas apresentada há uma forte evidência da presença de volatilidade na série. Para confirmar este efeito de volatilidade residual advinda dos modelos ARIMA, foi utilizado o teste ARCH-LM, que mostrou-se significativo rejeitando a hipótese nula e evidenciando a presença de heterocedasticidade condicional nos resíduos quadráticos do modelo ARIMA(1,1,2) que representa a taxa de juros SELIC e do modelo ARIMA(0,1,1) que representa a taxa de câmbio.

Portanto, faz-se necessário modelar a volatilidade existente nas séries, conjuntamente com a média do processo, afim de se obter resultados fidedignos a cerca do comportamento

da taxa de juros SELIC e da taxa de câmbio ao longo do período, conforme os resultados apresentados na Tabela 2 e seus respectivos modelos concorrentes.

Tabela 2 - Modelos concorrentes para as séries taxa de juros SELIC e câmbio que tiveram seus coeficientes significativos e resíduos ruído branco.

<b>Taxa de Juros SELIC</b>			
	<b>ARIMA(1,1,1) EGARCH (3,1)</b>	<b>ARIMA(1,1,0) EGARCH (3,1)</b>	<b>ARIMA(1,1,0) TARCH (2,1)</b>
$\phi_1$	- 0,1107 (0,0011)	- 0,3269 (0,00001)	- 0,3161 (0,00001)
$\theta_1$	-0,2309 (0,00001)	- -	- -
$\omega$	-0,0455 (0,00001)	-0,3572 (0,00001)	-0,00021 (0,0047)
$\alpha_1$	0,1461 (0,0034)	0,9005 (0,00001)	0,3493 (0,00001)
$\alpha_2$	0,3535 (0,00001)	- 0,1707 (0,0392)	-0,1507 (0,00001)
$\alpha_3$	-0,4806 (0,00001)	- 0,2540 (0,0009)	- -
$\gamma_1$	0,3241 (0,00001)	0,4494 (0,00001)	-0,1984 (0,00001)
$\beta_1$	0,9974 (0,00001)	0,9943 (0,00001)	0,9402 (0,00001)
<b>AIC</b>	<b>2,0754</b>	<b>2,1160</b>	<b>2,1933</b>
<b>BIC</b>	<b>2,1472</b>	<b>2,1789</b>	<b>2,2471</b>
<b>Taxa de Câmbio</b>			
	<b>ARIMA(0,1,1) EGARCH (2,1)</b>	<b>ARIMA(0,1,1) EGARCH (1,1)</b>	<b>ARIMA(0,1,1) GARCH (1,1)</b>
$\theta_1$	0,3099 (0,0001)	0,3202 (0,0001)	0,3287 (0,0001)
$\omega$	0,2181 (0,0087)	0,3780 (0,0005)	4,5302 (0,0001)
$\alpha_1$	0,6919 (0,0001)	0,6177 (0,0001)	0,5194 (0,0001)
$\alpha_2$	-0,2924 (0,0001)	- -	- -
$\alpha_3$	- -	- -	- -
$\gamma_1$	0,1226 (0,0044)	0,1323 (0,0054)	- -
$\beta_1$	0,7948 (0,0001)	0,6652 (0,0001)	0,2340 (0,0037)
<b>AIC</b>	<b>5,2216</b>	<b>5,2265</b>	<b>5,2397</b>
<b>BIC</b>	<b>5,2829</b>	<b>5,2776</b>	<b>5,2805</b>

Fonte: Modelagem realizada no *Software Eviews 7.1*.

Legenda:  $\phi_1$ = Parâmetro autorregressivo do modelo ARIMA;  $\theta_1$ = parâmetro de média móvel do modelo ARIMA;  $\omega$  = constante do modelo não linear;  $\alpha_i$ = parâmetro que representa os erros quadráticos do modelo ARIMA;  $\gamma_i$ = parâmetro que capta o efeito de assimetria dos choques na volatilidade;  $\beta_i$ = parâmetro que representa a variância passada; ARIMA = Modelo Autorregressivo Integrado e de Médias Móveis; EGARCH = Modelo Exponencial GARCH; AIC = Critério Akaike, BIC = critério Schwarz. Valores em parênteses (p-valor) dos parâmetros estimados.

Após a determinação dos modelos mais adequados às variáveis taxa de juros e câmbio ARIMA (1,1,1) – EGARCH (3,1) e ARIMA (0,1,1) EGARCH (1,1), respectivamente, realizou-se o teste ARCH-LM nos resíduos das modelagens verificando que os mesmos não possuem heterocedasticidade, e pelo teste Ljung-Box verificou-se que os mesmos são não autocorrelacionados, além de possuírem média próxima de zero constatando-se que atendem ao pressuposto de possuir resíduos com características de ruído branco.

Ao se analisar os modelos concorrentes para a taxa de juros SELIC expostos na Tabela 2, foram verificados a significância para todos os parâmetros estimados e a confirmação de que  $\gamma \neq 0$ , evidenciando presença de assimetria nos choques das informações. Observou-se, que no modelo ARIMA (1,1,1) – EGARCH (3,1) escolhido, não há o efeito alavanca já que  $\gamma > 0$  para os modelos EGARCH. Em outros termos, verifica-se que há assimetria nos choques, mas não há impacto maior dos choques negativos do que os positivos na volatilidade da série.

A persistência dos choques na volatilidade no modelo escolhido ARIMA (1,1,1) – EGARCH (3,1) para a taxa de juros é captada pelo parâmetro  $\beta$  onde seu valor é igual a 0,9974 sendo este muito alto demonstrando que os choques: *bad news* e *good news* tendem a levar um longo período de tempo para retomar sua trajetória de volatilidade média do período.

Para compreender a volatilidade da série taxa de juros SELIC na década de 80 e 90, é relevante enfatizar que as crises do petróleo (primeira em 1973 e a segunda em 1979) somadas à alteração da política monetária dos Estados Unidos da América (de 1978 a 1982) refletiram o impacto dessas novas tendências do capitalismo mundial sobre o Brasil, e as consequências de tais mudanças foram agravadas pelas políticas econômicas internas postas em prática no período (NOZAKI, 2010).

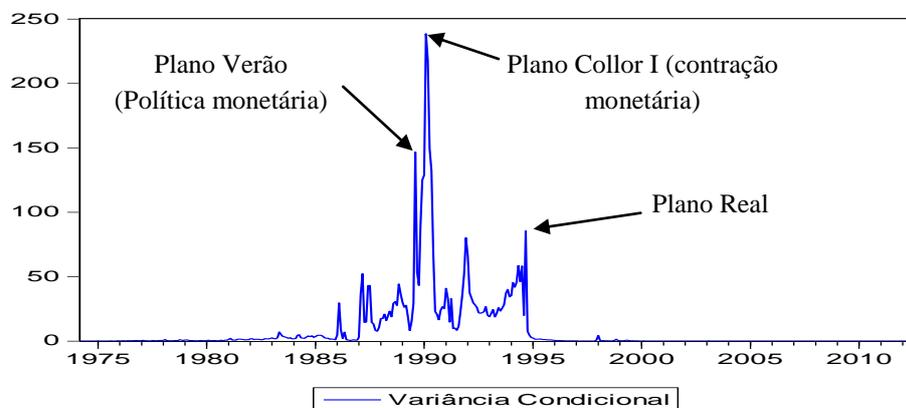


Figura 3 - Gráfico da Volatilidade Condicional do modelo ARIMA (1,1,1) – EGARCH (3,1) da taxa de câmbio.

Fonte: Resultados obtidos pelo *Software Eviews 7.1*

Após o plano Cruzado em meados de 1986, ainda sob o governo de Sarney, foi iniciado o plano Verão, em janeiro de 1989, o qual teve curta duração. Segundo Gremaud, Vasconcellos e Júnior (2009) vários fatores, como a tentativa de negociação do governo com o Congresso Nacional o qual visava um aumento do período do governo Sarney para cinco anos, concomitantemente com as eleições do final de 1989 (“Diretas já”), entre outros aspectos políticos e econômicos vigentes na época mobilizaram um descontrole fiscal e monetário, provocando um aumento na inflação em 89 e caminhando assim, a passos largos para a hiperinflação, revelados pelo modelo de volatilidade.

Nesse contexto, o governo de Sarney ficou caracterizado pelo descontrole das contas públicas, com aumentos de déficits operacionais e crescimento do endividamento interno. Essas características levaram a adoção de uma política monetária restritiva no qual visava uma sustentação da taxa de juros reais elevada, a qual evitava a fuga de dólares e ativos reais. Logo, segundo Cardoso (1991), a presença da dívida externa alta, juntamente com a elevada taxa de juros, levou a um aumento na taxa de inflação no período subsequente.

Assim, verifica-se na volatilidade da série da taxa de juros SELIC que o maior pico da taxa é oriundo do processo hiperinflacionário brasileiro que se iniciou nos últimos meses do plano Verão em 1989 e seguiu em meados de 1990, quando a inflação brasileira chegou a ultrapassar 80% ao mês, demonstrando em meados de 1993 que os planos econômicos adotados no governo Collor também fracassaram como seus predecessores podendo se observar na Figura 3.

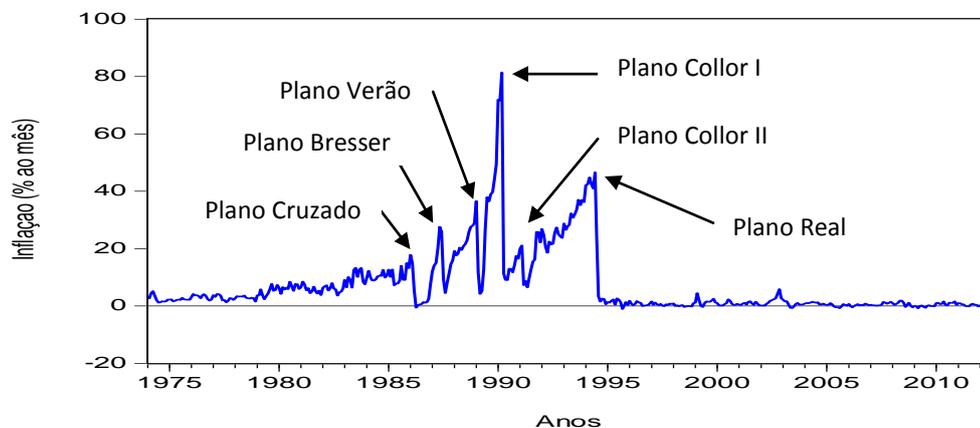


Figura 4 – Evolução da Inflação Brasileira - IGP-DI - (% ao mês).

Fonte: Série disponível no site do IPEADATA (janeiro/1974 a junho/2012).

Ao analisar o comportamento da taxa de juros SELIC nota-se que inflação brasileira tem a mesma trajetória ao longo do tempo, mostrando forte variação da inflação e da taxa de juros SELIC na década de 80 e 90, estabilizando-se depois desse período. Dessa forma, confirma-se a forte relação entre a taxa de juros SELIC e inflação mostrando que ambas possuem o mesmo comportamento ao longo do tempo como relata Mankiw (2011).

Para a taxa de câmbio o modelo ARIMA (0,1,1) EGARCH (1,1) foi o que apresentou melhores estatísticas de ajuste e, portanto, foi o escolhido para representar a série e com todos os parâmetros foram significativos. Verificou-se a existência de assimetria na série e o parâmetro  $\gamma$  apresenta um valor significativo ( $\gamma \neq 0$ ) confirmando a assimetria nos choques das informações. De acordo com Ferreira, Menezes e Mendes (2007), verifica-se que nos modelos estimados não se identifica o efeito alavanca, dado que  $\gamma > 0$  nos modelos EGARCH utilizados. Em síntese a estimação dos parâmetros mostrou que há assimetria nas informações, onde aos choques positivos e negativos têm impacto diferente na volatilidade, entretanto não se confere a presença do efeito alavanca.

Conforme aponta Bueno (2008) a persistência dos choques na volatilidade no modelo escolhido ARIMA (0,1,1) – EGARCH (1,1) é captada pelo parâmetro  $\beta$  igual a 0,6652 sendo este um valor médio, demonstrando que os choques positivos e negativos – *bad news* e *good news* - na volatilidade da série taxa de câmbio, tendem a não levar um longo tempo para retomar sua trajetória na média do processo.

Na Figura 5 se expõe a volatilidade condicional da taxa de câmbio e verifica-se que o pico de maior volatilidade ocorrer no ano de 1999, quando houve a mudança do regime cambial no Brasil. Nesta data adotou-se o regime de câmbio flutuante sendo que a taxa de câmbio passou a oscilar exclusivamente em função da oferta e demanda no mercado. Nota-se ainda na Figura 5, a volatilidade da série mostra nitidamente que, após a mudança de regime cambial no ano de 1999, há uma estabilização da variabilidade da taxa de câmbio, pois a mesma retorna ao patamar anterior e flutua em torno da média zero, mostrando que a mudança de regime cambial foi efetiva para aquele período.

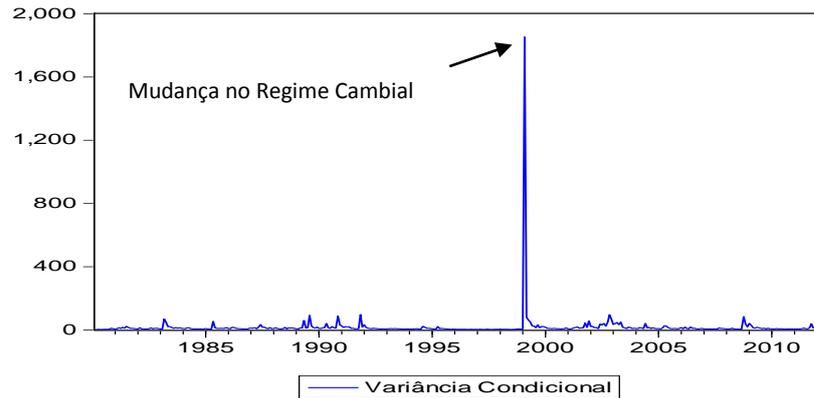


Figura 5 - Gráfico da Volatilidade Condicional do modelo ARIMA (0,1,1) – EGARCH (1,1) da Taxa de Câmbio.

Fonte: Resultados obtidos pelo *Software Eviews 7.1*

Logo, verifica-se que o uso da modelagem conjunta ARIMA-ARCH propiciou uma melhor representação das séries em análise, já que ambos os modelos escolhidos mostraram em suas representações gráficas suas volatilidades existentes.

## 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo efetuou-se uma análise empírica da volatilidade da taxa de juros SELIC e da taxa de câmbio utilizando modelagem conjunta da média e da volatilidade do processo. O modelo mais adequado à taxa de juros foi um ARIMA (1,1,1) - EGARCH (3,1) e para a taxa de câmbio um ARIMA (0,1,1) – EGARCH (1,1), onde se modelou conjuntamente a média do processo, bem como, a volatilidade existente nos resíduos dos modelos ARIMA.

A estimação dos parâmetros confirmou a existência de assimetria nas informações para ambos os modelos onde se verifica que os choques têm impactos diferentes na volatilidade das séries. Além disso, o parâmetro que capta a persistência dos choques *bad news* e *good news* sobre a volatilidade da série da taxa de juros, por ter um valor próximo de um, evidenciou que os choques sofridos tendem a repercutir por longo período. Em contrapartida, para a taxa de câmbio este mesmo parâmetro não obteve um valor tão próximo da unidade evidenciando que a persistência dos choques é média.

O conhecimento dos efeitos da persistência na volatilidade auxilia os tomadores de decisão - empresários e governo – evidenciando que possíveis choques oriundos da política interna adotada e/ou por crises internacionais como o ocorrido nas décadas de 80 e meados de

90 tendem a repercutir por longo tempo no comportamento da taxa de juros. Isto não se verifica no comportamento da taxa de câmbio, onde os choques não possuem uma persistência tão alta a ponto de interferir bruscamente na oscilação do seu desempenho ao longo do período.

Assim entende-se que crises econômicas internas ou externas afetam a condução da política monetária e fiscal brasileira podendo alterar as expectativas dos demais agentes econômicos.

Como sugestão de estudos futuros sugere-se a utilização de técnicas de combinação de previsão nos modelos de volatilidade da família ARCH. Além disso, também se sugere a utilização de modelos que considerem um elenco de variáveis regressoras, podendo captar efeitos que talvez a análise de séries temporais é incapaz, por exemplo, Modelos VAR-VEC e Análise de Regressão Múltipla, Regressão Logística, etc.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOLLERSLEV, T. **Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity**. *Journal of Econometrics*, v. 31, 1986.

BOX, G. E. O.; JENKINS, G.M. **Time series Analysis: Forecasting and Control**. San Francisco: Holden-Day, 1970.

BUENO, R. L. S. **Econometria de Séries Temporais**. São Paulo: Cengage Learning, 2008.

CARDOSO, ELIANA. **Da inércia à megainflação: O Brasil nos anos 80**. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, v. 21, abr. 1991.

DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. **Distribution of the estimators for autoregressive timeseries with a unit root**. *Journal of the American Statistical Association* 74, 1979.

ENGLE, R. F. **Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation**. *Econometrica*, v. 50, 1982.

FERREIRA N. B.; MENEZES RUI, MENDES, D. A. **Asymmetric conditional volatility in international stock markets**. *Physica A*, v. 382, 2007.

GREMAUD, P. A.; VASCONCELLOS, S. M. A.; JÚNIOR, T. R.. **Economia Brasileira Contemporânea**. São Paulo, Editora Atlas, 2009.

INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA (IPEADATA). Disponível em: <<http://www.ipeadata.gov.br/>>. Acesso em: mai, 2012.

KWIATKOWSKI, D.; PHILLIPS, P. C. B.; SCHMIDT, Peter; SHIN, Yongcheol. **Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root**. Journal of Econometrics, v. 54, 1992.

MANKIW, N. G. **Macroeconomia**. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

MELO, L. M. **O Financiamento das Empresas Inovadoras: alternativas para discussão**. Economia & tecnologia (UFPR), v. 6, 2010.

MORETTIN, P. A. **Econometria Financeira: um curso em Séries Temporais Financeiras**. São Paulo, Blücher, 2008.

NELSON, B. Daniel. **Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A New Approach**. Econometrica, v. 59, 1991.

NOZAKI, V. WILLIAM; **Crise monetária e ciclo inflacionário no Brasil: as décadas de 1980 e 1990**. Leituras de Economia Política, Campinas, v. 16, jun. 2010.

OMAR, H. D. J. **Taxa de Juros: Comportamento, Determinação e Implicações para a Economia Brasileira**. Revista Economia Contemporânea, Rio de Janeiro, v. 12, n. 3, set/dez, 2008.

SOUZA, M. A.; SOUZA, M. F.; MENEZES, R. **Procedure to evaluate multivariate statistical process control using ARIMA-ARCH models**. Japan Industrial Management Association, v. 63, 2012.

TSAY, S. RUEY. **Analysis of Financial Time Series**. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, 2005.

ZAKOIAN, J.M. **Threshold Heteroskedasticity Models**. Journal of Economic Dynamics and Control, v.18 1994.

## **ARTIGO 2 – COMBINAÇÃO DE PREVISÃO DA VOLATILIDADE DA TAXA DE JUROS SELIC E TAXA DE CÂMBIO BRASILEIRAS UTILIZANDO ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS**

### **RESUMO**

O uso de modelos de volatilidade para variáveis macroeconômicas são capazes de proporcionar resultados mais eficientes do que aqueles modelos que estimam a média do processo. Nesse contexto a presente pesquisa tem como objetivo avaliar a eficácia da estimação de modelos individuais e combinações de previsão para a taxa de juros SELIC e câmbio brasileiro nos períodos de janeiro de 1974 a junho de 2012 e de janeiro de 1980 a maio de 2012, respectivamente. A análise dessas séries permitiu confirmar que há volatilidade nestas séries onde o cenário econômico brasileiro, diante das crises externas e internas, nos períodos analisados, foi determinante para esta variabilidade. Para tanto, foi utilizada a modelagem conjunta para a média do processo (ARIMA) e para a variância do processo (ARCH, GARCH, EGARCH, TARCH). Os resultados obtidos mostram que, no geral, as medidas de desempenho consideradas: MAPE, MSE e U-THEIL são superiores para as combinações de previsão. Além disso, a realização das combinações de previsão por ACP com ponderações diferentes não foram conclusivas considerando aos tipos de ponderações utilizadas, isso mostra que quando se utilizar combinação de previsão pelo método de ACP a melhor alternativa é utilizar mais de um tipo de ponderação propiciando assim resultados melhores.

Palavras Chaves: Modelos de Volatilidade; Taxa de Juros SELIC; Taxa de Câmbio; Combinação de Previsões;

### **ABSTRACT**

The use of macroeconomic variables for volatility models are able to provide more efficient results than those models that estimate the average process. In this context the present research aims to assess the effectiveness of individual models estimation and forecast combinations for the SELIC interest rate and Brazilian Exchange during January 1974 to June 2012 and January 1980 to may 2012, respectively. The analysis of these series has confirmed that there is volatility in these series where the Brazilian economic scenario, the external and internal crises in the periods analysed, was a determining factor in this variability. To this end, joint modeling was used to process average (ARIMA) and for the process variance (ARCH, GARCH, TARCH, EGARCH). The results obtained show that, in General, the performance measures considered: MAPE, MSE and U-THEIL are superior to the combinations of prediction. In addition, the performance of the prediction by ACP combinations with different weights were not conclusive regarding to types of weights used, it shows that when using

combination of prediction by ACP method the best alternative is to use more than one type of weighting thus better results.

Key words: Volatility models. SELIC interest rate. Exchange rate. Combination of Forecasts.

## 1 INTRODUÇÃO

No cenário econômico de um país, o comportamento de variáveis macroeconômicas como a taxa de juros e taxa de câmbio influenciam outras variáveis podendo modificar o desempenho da economia. A taxa de juros, por exemplo, desempenha um papel muito relevante na economia influenciando os agentes econômicos. No caso da taxa de câmbio, suas flutuações influenciam diretamente as importações e exportações realizadas no país modificando dessa maneira a balança comercial.

Avaliar e mensurar as variações em variáveis macroeconômicas não é tarefa simples de se realizar pelo fato de que estas têm relação restrita com outras variáveis que dependem não só do cenário brasileiro, como também do cenário mundial. Contudo, muitos estudos vêm sendo realizados na busca por modelos que aproximem ao máximo as estimativas da realidade. Estes modelos foram desenvolvidos a partir da década de 1980 com o intuito de mensurar, analisar e prever a volatilidade intrínseca às séries financeiras e/ou macroeconômicas para se reduzir o risco de perder o investimento realizado ao mesmo tempo tentando elevar ao máximo o retorno, já que aqueles modelos econométricos anteriores enfatizavam apenas o primeiro momento condicional (BUENO, 2008).

Dessa forma, a mensuração da variabilidade de séries econômicas propicia aos tomadores de decisões meios de obter maiores ganhos, reduzindo os riscos inerentes às transações financeiras. Apesar de sua grande aplicabilidade em séries financeiras, o uso dos modelos de volatilidade não está restrito e muitas variáveis econômicas acabam utilizando este tipo de modelagem por terem características voláteis nas séries. O mesmo ocorre com variáveis macroeconômicas como índices e taxas, dentre esses, a taxa de juros e taxa de câmbio.

O uso de modelos que captam a volatilidade da série faz-se necessário porque há séries temporais cujo comportamento exhibe o fenômeno de aglomeração de volatilidade, ou seja, períodos em que apresentam grandes oscilações por extenso período de tempo seguido de

momentos de relativa calma. Por isso há necessidade do uso de tais modelos, pois assim torna-se exequível estudar o processo gerador da série obtendo resultados consistentes devido à estabilidade da série ao longo do tempo. As séries macroeconômicas utilizadas nesta pesquisa são a taxa de juros SELIC e a taxa de câmbio, e suas escolhas foram baseadas no fato de que estas séries têm forte influência sobre a atividade econômica, além de modificar a disposição de investimento das empresas.

Na literatura econômica são utilizados muitos modelos de previsão de volatilidade com a finalidade de prever a variância de forma mais acurada. Dentre estes modelos de volatilidade os que mais se destacam são denominados modelos da família ARCH. Segundo, Engle (1982), Bollerslev (1986), Nelson (1991), Zakoian (1994), Bueno (2008), os modelos de volatilidade foram sendo desenvolvidos ao longo do tempo, onde cada um foi incluindo termos e parâmetros inexistentes nos primeiros e assim foi-se aprimorando a modelagem da volatilidade, de forma a captar características das séries voláteis não captadas pelos modelos iniciais. Com isso, cada modelo de volatilidade conserva suas características próprias e cada um contém os parâmetros capazes de determinar a variância condicional (volatilidade).

De acordo com Rausser e Oliveira (1976), Libby e Blashfield (1978), Makridakis e Winkler (1983), Werner (2004) sabe-se que a combinação de previsão apresenta melhores resultados que os modelos individuais quando se prevê o nível de uma série temporal. Sendo assim, tem-se como hipótese de pesquisa, verificar se a combinação de previsão também é melhor quando aplicada a modelos de volatilidade. Além disso, se busca verificar se o uso da análise de componentes principais utilizada como forma de ponderação dos modelos de volatilidade apresenta resultados eficientes na composição dos pesos da combinação, assim como a redução de dimensionalidade.

O objetivo deste estudo é realizar a combinação de previsão da taxa de câmbio e taxa de juros SELIC por meio dos modelos ARCH, GARCH, EGARCH e TARARCH utilizando-se como fator de ponderação os pesos obtidos por meio da análise de componentes principais verificando-se qual o melhor método de realizar a combinação de previsão, frente aos métodos apresentados.

Este artigo está organizado da seguinte forma: na seção 2 são descritos os modelos de volatilidade; na seção 3 expõe-se os critérios de desempenho; em seguida na seção 4 descreve-se os métodos de combinação de previsão utilizados nesta pesquisa; consta na seção 5 a análise e discussão dos resultados; e a última seção 6 traz as considerações finais e posteriormente as referências bibliográficas.

## 2 MODELOS DE VOLATILIDADE

Há muitos modelos matemáticos que são utilizados no estudo da volatilidade de séries financeiras, os quais assumem a existência de heterocedasticidade condicional, isto é, variância não constante nos resíduos oriundos dos modelos lineares ou de séries não autocorrelacionadas.

### 2.1 Modelo ARCH

É comum na literatura financeira a utilização de modelos para captar a volatilidade intrínseca em séries temporais ligadas às finanças, já que propiciam captar o comportamento da variabilidade da série que revela o risco de uma tomada de decisão frente a estas variáveis, assim como o retorno dessas variáveis, usualmente preços de ativos, taxas de juros, câmbio, entre outros. O modelo - ARCH (p) - proposto por Engle em 1982 busca a estimação da volatilidade utilizando a variância dos erros passados. De acordo com Souza, Souza e Menezes (2012) este tipo de modelo surge por causa da dependência serial dos resíduos da estimação da média do processo. Assim, verifica-se que a variabilidade surge a partir da volatilidade que existe entre os períodos dos resíduos.

$$\varepsilon_t = \sqrt{\sigma_t^2} a_t \quad (1)$$

Onde os erros  $a_t$  são independentes e identicamente distribuídos com média zero e variância 1.

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \cdot \varepsilon_{t-i}^2 = \omega + \alpha(B) \varepsilon_t^2 \quad (2)$$

Onde p corresponde à ordem do modelo;  $\alpha_i$  é o componente autorregressivo dos resíduos quadráticos do modelo (parâmetro ARCH);  $\varepsilon_t^2$  correspondem aos resíduos não autocorrelacionados serialmente.

Este modelo deve atender ao pressuposto de que a variância condicional deve ser positiva, assim os parâmetros devem satisfazer os seguintes pressupostos:  $\omega > 0$  e  $\alpha_i > 0$  e o  $\sum_{i=1}^p \alpha_i < 1$  para que seja satisfeita o pressuposto da estacionariedade (BUENO, 2012).

## 2.2 Modelo GARCH

Bollerslev (1986) propôs o modelo *Generalized Autoregressive Conditional Hetercedasticity* (GARCH) onde o autor incluiu ao modelo ARCH a variância passada da série, desta forma o modelo capta os efeitos dos erros quadráticos e da própria variância nos instantes passados. Com isso, é possível obter um modelo mais parcimonioso e sem os problemas de estimação do modelo ARCH, conforme exposto na equação 4:

$$\varepsilon_t = \sqrt{\sigma_t^2} a_t \quad (3)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \cdot \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \cdot \sigma_{t-j}^2 \quad (4)$$

Podendo ser reescrita como:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha(B)\varepsilon_t^2 + \beta(B)\sigma_t^2 \quad (5)$$

Onde  $\omega > 0$ , e  $\beta \geq 0$  garantindo que  $a_t \geq 0$ .

## 2.3 Modelo EGARCH

Nelson (1991) propôs uma extensão do modelo GARCH, o *Exponential GARCH* (EGARCH), o qual captura os efeitos assimétricos de choques aleatórios sofridos pela série, estes choques tendem a influir na variabilidade da série, sendo que existe uma diferença de impacto destes choques em relação ao seu sinal do impacto. Contudo sabe-se que geralmente choques negativos apresentam maior impacto na volatilidade (TSAY, 2005). Por isso, este modelo pode evidenciar se choques positivos ou negativos influenciam na volatilidade com o mesmo peso.

$$\varepsilon_t = \sqrt{\sigma_t^2} a_t \quad (6)$$

Onde o Nelson (1991) utiliza o logaritmo (ln) da variância  $\sigma_t^2$  descrita na equação 6e modificando assim a formulação do modelo, além de incluir o termo que capta a assimetria da série.

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^p \beta_j \ln \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} - E \left( \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right) \right| + \sum_{k=1}^r \gamma_k \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \quad (7)$$

Onde  $\varepsilon_t$  *i.i.d.*  $\sim \mathcal{N}(0,1)$ .

O parâmetro  $\gamma$  ajusta a assimetria dos efeitos evidenciando que choques negativos e positivos produzem impacto diferente na volatilidade da série, caso se verifique o efeito de alavancagem onde choques negativos (*bad news*) causam maior impacto sobre a volatilidade do que os positivos (*good news*) o parâmetro deve ser:  $\gamma < 0$ .

## 2.4 Modelo TARARCH

As assimetrias na volatilidade podem ser capturadas pelo modelo desenvolvido por Zakoian (1994), este modelo é outra variante do modelo GARCH chamado por alguns pesquisadores de TARARCH. Nos mercados financeiros, observa-se que períodos de quedas nos

preços são frequentemente seguidos por períodos de intensa volatilidade, enquanto que em períodos de alta nos preços a volatilidade não é tão intensa. Este efeito é designado como alavancagem. A variância condicional do modelo TARCh (p, q) *Threshold Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* pode ser definida por :

$$\varepsilon_t = \sqrt{\sigma_t^2} \varepsilon_t \quad (8)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \dots + \sum_{j=1}^s \alpha_j \sigma_{t-j}^2 + \gamma \varepsilon_{t-i}^2 d_{t-i} \quad (9)$$

Onde  $d_t = \begin{cases} 1, & \text{se } \varepsilon_t < 0 \text{ ("Bad news")} \\ 0, & \text{se } \varepsilon_t > 0 \text{ (Good news)} \end{cases}$

Se  $\gamma = 0$ , não há assimetria na variância condicional. Previsões negativas de mercado ( $\varepsilon_t < 0$ ), tais como queda abrupta do dólar ou instabilidade política, têm um impacto de  $(\alpha + \gamma)$ . Já informações positivas ( $\varepsilon_t > 0$ ), elevada procura de um bem, por exemplo, tem impacto  $\alpha$ . Para se confirmar o efeito de alavancagem para este modelo o  $\gamma > 0$ .

O uso desses modelos propicia a análise do comportamento da série temporal estimando conjuntamente a média e a variância do processo, possibilitando que modelos distintos captando comportamentos diferentes, já que os modelos não são excludentes, são capazes de fornecer uma complementação de um modelo ao outro.

### 3 CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

Neste item serão descritos os passos metodológicos que possibilitem a evidência da hipótese de pesquisa que é a utilização da análise de componentes principais (ACP) como forma de ponderação da combinação de previsão e o cumprimento do objetivo proposto, que é o de realizar a combinação de previsão para a volatilidade das séries de taxa de juros e a taxa SELIC como forma de obter melhores resultados que os modelos individuais adotados.

Inicialmente realiza-se a estimação da série por meio dos modelos lineares da classe geral ARIMA e posteriormente ao obter uma série de resíduos que apresente as características de *ruído branco* passa-se a estimação da volatilidade por meio dos modelos da família ARCH, desta forma obtêm-se o modelo misto ARIMA-ARCH.

Após estimar diversos modelos para as séries utilizam-se critérios de penalização para auxiliar na escolha do melhor modelo, sendo: o Critério de Informação *Akaike* (AIC) e o *Bayesian Information Criterion* (BIC), os quais utilizam o valor maximizado da Função de Verossimilhança para o modelo estimado (L), o número de parâmetros (n) e o tamanho da amostra (T) (SOUZA; SOUZA; MENEZES, 2012).

$$AIC = -2 \ln(L) + 2n \quad (10)$$

$$BIC = -2 \ln(L) + n \ln(T) \quad (11)$$

Conforme expõem Diebold e Lopez (1996) há outros critérios de avaliação que servem para auxiliar a avaliar o desempenho dos modelos de previsão, estes indicadores avaliam a capacidade de precisão. Dentre as medidas de avaliação de acurácia existentes na literatura, serão utilizadas as expressões 12, 13 e 14 que correspondem respectivamente ao: erro percentual médio absoluto (MAPE), a Erro quadrático médio (MSE) e a estatística U-Theil.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|(Z_i - \hat{Z}_i)|}{Z_i} \quad (12)$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z_i - \hat{Z}_i)^2 \quad (13)$$

$$U - Theil = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\hat{Z}_i - Z_i)}}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\hat{Z}_i)^2 + \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (Z_i)^2}} \quad (14)$$

Onde  $n$  corresponde ao número de previsões realizadas, padrões,  $Z_i$  representa o valor real no instante  $i$ ,  $\hat{Z}_i$  representa o valor previsto no instante  $i$ .

## 4 TÉCNICAS DE COMBINAÇÃO DE PREVISÃO

Para realizar a combinação de previsão da taxa de juros e taxa de câmbio utilizam-se os modelos individuais ARCH, GARCH, EGARCH e TARCH como forma de se obter as melhores estimativas e posteriormente as melhores previsões fornecidas por cada modelo seguindo os critérios MAPE, MSE e U-Theil serão utilizados para comporem as combinações propostas utilizando a análise de componentes principais, média simples e Método de Mínimos Quadrados Ordinários (MMQO).

A primeira técnica de combinação de previsão recorre à Análise de Componentes Principais (ACP), esta técnica foi desenvolvida primeiramente por Pearson (1901) e posteriormente por Hotelling (1933). Outros pesquisadores como Morrison (1976), Seber (1984), Reinsel (1993), Jackson (1980, 1981) mostram que este método permite reduzir o conjunto de dados a ser analisado, por exemplo, quando os dados são constituídos de um grande número de variáveis inter-relacionadas.

Ao transformar o conjunto de variáveis originais em um novo conjunto de variáveis que mantém, ao máximo, a variabilidade do conjunto de dados, tem-se uma redução de informações. O novo conjunto de variáveis transformadas é denominado de Componentes Principais (CP), são independentes e não correlacionadas, favorecendo a análise, principalmente quando muitas variáveis devem ser analisadas.

Partindo-se de um vetor de variáveis aleatórias de vetor média  $\mu$  e matriz de variância-covariância  $\Sigma$ , procura-se encontrar um novo conjunto de variáveis, as quais são não correlacionadas entre si e cujas variâncias de cada nova variável é descrita em ordem decrescente de valores (REIS, 2001).

Cada componente principal é representada pela equação 15:

$$CP_j = a_{1j}X_1 + a_{2j}X_2 + \dots + a_{pj}X_{p1} = a_jX \quad (15)$$

Onde o vetor de constantes que deve manter a condição de normalidade.

A combinação de previsão pelo método ACP será realizada a partir da escolha dos melhores modelos individuais considerando os quatro tipos de modelos diferentes - ARCH, GARCH, EGARCH, TARCH. A técnica de ACP será construída utilizando as séries previstas dentro das amostras de cada modelo citado anteriormente. Esta análise permitirá a

construção de ponderações de cada modelo dentro das componentes principais além da ponderação dos autovalores.

A análise de componentes principais permite a utilização de mais de um fator de ponderação, podendo fornecer os pesos dados pela carga fatorial ou cargas fatoriais baseados na correlação das variáveis – que no presente estudo serão os modelos da família ARCH- ou o peso *Variable Contributions* ou contribuição das variáveis baseado também nas correlações dos modelos em cada CP. Além dessas ponderações também foi utilizada a ponderação de explicação de cada componente conforme realizado por Casarin et al (2012) ademais pode-se ter como diferencial a verificação por meio da matriz de correlação entre as CP's e as estimativas dos modelos para encontrar qual modelo tem maior representatividade em cada componente, formando assim a combinação baseada na força de expressão de cada modelo.

A formulação das componentes principais CP's é descrita na equação 16.

$$CP_j = \lambda_j = a_{1j} * X_1 + a_{2j} * X_2 + a_{3j} * X_3 + a_{4j} * X_4 \quad (16)$$

Onde os  $a_{ij}$  correspondem aos pesos sejam carga fatorial ou a contribuição dos modelos e  $X_i$  corresponde às variáveis que devem compor a combinação linear. Além disso, ressalta-se que as componentes a serem utilizadas na presente pesquisa serão aquelas significativas, ou seja, as que tiverem os autovalores maiores que 1 ( $\lambda_j > 1$ ).

A combinação de previsão por ACP será dada por três ponderações diferentes a fim de se averiguar qual das ponderações fornece melhor resultado de previsão segundo os indicadores de desempenho. A primeira combinação por ACP terá seus pesos de ponderação considerando os valores dados pela matriz da carga fatorial dada pela equação 17. A segunda ACP será dada pela ponderação da contribuição dos modelos nas componentes representada pela equação 18. A terceira e última combinação ACP será dada considerando a ponderação de explicação de cada componente conforme equação 19.

$$ACP_1 = r_{11} * X_1 + r_{21} * X_2 + r_{31} * X_3 + r_{41} * X_4 \quad (17)$$

$$ACP_2 = a_{12} * X_1 + a_{22} * X_2 + a_{32} * X_3 + a_{42} * X_4 \quad (18)$$

$$ACP_3 = \lambda_1 * (X_1 + X_2 + X_3 + X_4) + \dots + \lambda_p * (X_1 + X_2 + X_3 + X_4) \quad (19)$$

Sabendo que  $X_1, X_2, \dots, X_n$  são as variáveis;  $r_{ij}$  correspondem à carga fatorial ou a correlação entre as CP e as previsões dos modelos utilizados;  $a_{12}$  correspondem a contribuição de cada um dos modelos na formação da CP, isto é, os pesos que cada modelo exerce na formação da CP e  $\lambda_p$  é o autovalor referente à componente principal e que representa a variação correspondente a explicação de cada componente, neste estudo foram selecionados os autovalores maiores que 1.

A segunda técnica de combinação a ser utilizada foi proposta por Gupta e Wilton em 1987 e baseia-se na média aritmética dos modelos de previsão como segue abaixo a expressão 20.

$$F_c = \frac{F_1 + F_2 + \dots + F_n}{n} \quad (20)$$

Onde  $F_c$  é a combinação das previsões,  $F_1, F_2, \dots, F_n$  correspondem às previsões dos modelos individuais e  $n$  é o número de modelos individuais utilizados na combinação.

Segundo Winkler e Makridakis (1983), a utilização da combinação por média aritmética é melhor que utilizar a previsão advinda de um modelo ruim. Este método é um dos mais empregados na literatura pela praticidade e pelos bons resultados que gera em contrapartida as análises individuais.

A terceira técnica consiste na estimação pelo Método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MMQO), tendo como regressores as previsões dos modelos individuais e, como variável dependente, as séries diferenciadas que deram origem a cada modelo, sabendo que cada regressor terá um peso de ponderação que será estimado considerando o horizonte de tempo utilizado na previsão.

$$F_c = \alpha_0 + \beta_1 F_1 + \dots + \beta_n F_n \quad (21)$$

Onde  $\alpha_0$  corresponde ao coeficiente linear da regressão;  $\beta_n$  é o coeficiente angular, aquele que dará o peso a cada modelo (regressor);

A utilização da combinação de previsão pelas técnicas citadas acima tem o intuito de atingir melhores resultados do que aqueles auferidos pela utilização de modelos individuais. Além disso, também podem evidenciar qual método de combinação de previsão fornece desempenho melhor considerando as séries em estudo.

Logo, após a modelagem da volatilidade utilizando os modelos ARCH, utilizar-se-á a análise de componentes principais para a combinação de previsões formulando três tipos diferentes de combinação por ACP, considerando os pesos de ponderações: carga fatorial, contribuição dos modelos e autovalores. Estes serão avaliados, conjuntamente, permitindo verificar qual ponderação dá melhores resultados. Além disso, simultaneamente, serão comparadas as combinações por ACP com as combinações por MMQO e Média Aritmética e também os modelos individuais. Estas comparações serão realizadas pelos critérios de desempenho MAPE, MSE e U-THEIL. Espera-se, a priori, que as previsões combinadas tenham resultados superiores às previsões individuais, além disso, acredita-se que a combinação por ACP propiciará melhor resultado que as demais para todos os critérios por causa do método diferenciado na obtenção das ponderações.

## **5 RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Utilizou-se nesta pesquisa duas séries macroeconômicas: a série da taxa de juros SELIC no período de janeiro de 1974 a junho de 2012 e a série da taxa de câmbio no período de janeiro de 1980 a maio de 2012. As séries utilizadas são de relevância no cenário macroeconômico brasileiro, sendo que ambas influenciam outras variáveis econômicas, além de influenciarem nas decisões de investimento das empresas brasileiras.

### **5.1 Análise e Modelagem das Séries Temporais**

A primeira etapa realizada nesta pesquisa foi a análise visual das séries ao longo do tempo. Na Figura 1 pode-se observar que, aparentemente, as séries não são estacionárias em nível. Verificou-se também a existência de autocorrelação entre as observações por meio da FAC e FACP onde os coeficientes decrescem lentamente conforme aumenta o número de defasagens, evidenciando que há uma forte dependência nos dados. Após esta etapa foram realizados os testes de estacionariedade *Augmented Dickey–Fuller* (ADF) e o teste proposto por KWIATKOWSKI, PHILLIPS, SCHMIDT, SHIN (KPSS) onde se confirmou que, em

nível, as séries não são estacionárias. Em seguida, realizou-se a primeira diferença nas séries e, posteriormente, os testes foram refeitos mostrando que ambas as séries, em primeira diferença, tornaram-se estacionárias e os resultados estão expostos na Tabela 1.

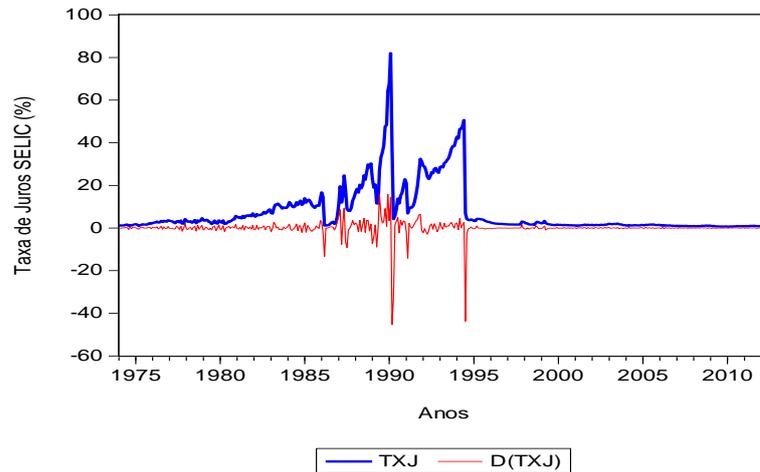


Figura 1 - Comportamento da taxa de juros SELIC em nível e com uma diferença simples.

Fonte: Os dados foram extraídos no site do IPEADATA.

Legenda: TXJ = série em nível da taxa de juros; D (TXJ) = série diferenciada (uma vez) da taxa de juros.

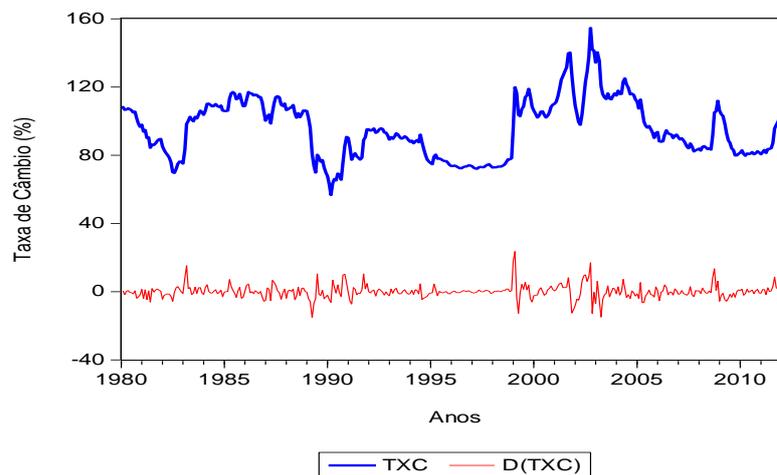


Figura 2 – Comportamento da taxa de câmbio em nível e com uma diferença simples.

Fonte: Os dados foram extraídos no site do IPEADATA.

Legenda: TXC = taxa de câmbio; D(TXC) = série diferenciada (uma vez) da taxa de câmbio.

Tabela 1 - Resultado dos testes de raiz unitária (ADF e KPSS) para a série em nível e primeira diferença da taxa de juros SELIC e taxa de câmbio.

<b>Taxa de Juros SELIC</b>		
<b>Ordem de Integração da Série (d= 0)</b>	Teste ADF	Teste KPSS
	<b>H<sub>0</sub>: <math>\delta = 0</math> ou <math>\rho = 1</math></b> <b>H<sub>1</sub>: <math>\delta \neq 0</math> ou <math>\rho \leq 1</math></b>	<b>H<sub>0</sub>: <math>\delta \neq 0</math> ou <math>\rho \leq 1</math></b> <b>H<sub>1</sub>: <math>\delta = 0</math> ou <math>\rho = 1</math></b>
<b>d = 0</b>	$\tau = 4,6162$ (p < 0,0001)	LM = 0,5339 (p < 0,05)
<b>d = 1</b>	$\tau = 15,6468$ (p < 0,0001)	LM = 0,0529 (p > 0,05)
<b>Taxa de Câmbio</b>		
<b>d = 0</b>	$\tau = 3,3443$ (p < 0,0136)	LM = 0,1424 (p < 0,05)
<b>d = 1</b>	$\tau = 14,3238$ (p < 0,0001)	LM = 0,0358 (p > 0,05)

Fonte: Resultados obtidos pelo *Software Eviews 7.1*

Legenda:  $\tau$  estatística “tau”, LM refere-se à estatística Qui-quadrado. Hipótese nula do teste ADF é de não estacionariedade e do teste KPSS série estacionária.

Iniciada a modelagem das séries estimou-se diversos modelos na busca pelo mais adequado ao conjunto de dados e a seleção se deu pelo uso dos Critérios AIC e BIC. Posteriormente, os resíduos destes modelos foram analisados e caracterizados como ruído branco. Ainda na análise dos resíduos, verificou-se, por meio do teste Jarque-Bera, para ambas as modelagens, que há indícios de caudas pesadas (curtose >3) além de constar que os resíduos não possuem uma distribuição Normal com *p-valor* < 0,0001. Por meio do teste ARCH-LM, evidenciou-se que há heterocedasticidade nos resíduos quadráticos do modelo (*p-valor* < 0,0001).

Após essa primeira etapa da modelagem da média do processo, iniciou-se a modelagem conjunta das séries, onde se acrescentou a modelagem da variância por meio dos modelos da família ARCH. Assim, tem-se na Tabela 2, os modelos concorrentes da modelagem conjunta da média e da volatilidade.

Os modelos concorrentes expostos na Tabela 2 têm seus parâmetros significativos com 95% de confiança, além disso, todos os modelos descritos possuem resíduos *ruído branco*. Os modelos que captam a assimetria nos choques da volatilidade EGARCH e TARARCH possuem o parâmetro  $\gamma$  diferente de zero, confirmando a assimetria nos choques das informações.

Tabela 2 - Modelos concorrentes para a série da taxa de juros SELIC e taxa de câmbio.

<b>Taxa de Juros</b>				
Coeficientes	ARIMA(0,1,1) ARCH (4,0)	ARIMA(0,1,1) GARCH (2,1)	ARIMA(1,1,1) EGARCH (3,1)	ARIMA(1,1,1) TARCH (2,1)
$\phi_1$	-	-	- 0,1107 (0,0011)	- 0,3302 (0,00001)
$\theta_1$	- 0,2585 (0,00001)	- 0,4604 (0,00001)	-0,2309 (0,00001)	- 0,1897 (0,00001)
$\omega$	0,02507 (0,00001)	0,01455 (0,00001)	-0,0455 (0,00001)	0,00311 (0,00001)
$\alpha_1$	0,59880 (0,00001)	0,34486 (0,00001)	0,1461 (0,0034)	0,65288 (0,00001)
$\alpha_2$	0,78108 (0,00001)	0,68459 (0,00001)	0,3535 (0,00001)	-0,07976 (0,00001)
$\alpha_3$	0,15738 (0,0041)	-	-0,4806 (0,00001)	-
$\alpha_4$	0,63836 (0,00001)	-	-	-
$\gamma_1$	-	-	0,3241 (0,00001)	-0,56001 (0,00001)
$\beta_1$	-	0,42845 (0,00001)	0,9974 (0,00001)	0,79586 (0,00001)
<b>AIC</b>	<b>2,4543</b>	<b>2,4689</b>	<b>2,0754</b>	<b>2,2913</b>
<b>BIC</b>	<b>2,5081</b>	<b>2,5137</b>	<b>2,1472</b>	<b>2,3541</b>
<b>Taxa de Câmbio</b>				
Coeficientes	ARIMA(0,1,1) ARCH (1,0)	ARIMA(0,1,1) GARCH (1,1)	ARIMA(0,1,1) EGARCH (1,1)	ARIMA(1,1,0) TARCH (0,1)
$\phi_1$	0,40265 (0,0001)	-	-	0,29733 (0,0001)
$\theta_1$	-	0,3287 (0,0001)	0,3202 (0,0001)	-
$\omega$	6,45918 (0,0001)	4,5302 (0,0001)	0,3780 (0,0005)	1,3404 (0,0379)
$\alpha_1$	0,68887 (0,0001)	0,5194 (0,0001)	0,6177 (0,0001)	-
$\alpha_2$	-	-	-	-
$\alpha_3$	-	-	-	-
$\gamma_1$	-	-	0,1323 (0,0054)	0,0502 (0,0428)
$\beta_1$	-	0,2340 (0,0037)	0,6652 (0,0001)	0,88893 (0,0001)
<b>AIC</b>	<b>5,2457</b>	<b>5,2397</b>	<b>5,2265</b>	<b>5,5173</b>
<b>BIC</b>	<b>5,2763</b>	<b>5,2805</b>	<b>5,2776</b>	<b>5,5582</b>

Legenda:  $\phi_1$ = Parâmetro autorregressivo do modelo ARIMA;  $\theta_1$ = parâmetro de média móvel do modelo ARIMA;  $\omega$  = constante do modelo não linear;  $\alpha_i$ = parâmetro que representa os erros quadráticos do modelo ARIMA;  $\gamma_i$ = parâmetro que capta o efeito de assimetria dos choques na volatilidade;  $\beta_i$ = parâmetro que representa a variância passada; ARIMA = Modelo Autorregressivo Integrado e de Médias Móveis; EGARCH = Modelo Exponencial GARCH; AIC = Critério Akaike, BIC = critério Schwarz. Valores em parênteses (p-valor) dos parâmetros estimados.

Segundo Ferreira, Menezes e Mendes (2007), o efeito de alavancagem existe quando  $\gamma < 0$  para os modelos EGARCH e  $\gamma > 0$  para o modelo TARCH. Nos modelos da Tabela 2, verifica-se a existência do efeito de alavancagem apenas no modelo TARCH (0,1) para a taxa de câmbio. Nos demais modelos houve assimetria, mas não se verificou o efeito de alavancagem.

## 5.2 Combinações de Previsões e Previsões Individuais

Os modelos individuais e os métodos de combinação de previsões para as duas séries utilizadas nesta pesquisa foram realizadas nos *Softwares Statistica 9.1, Eviews 7.1* e com o auxílio de planilha eletrônica. Como exposto no item anterior, os modelos considerados para as previsões foram os modelos de volatilidade: ARCH, GARCH, EGARCH e TARCH e as técnicas de combinação de previsão, foram a ACP<sub>1</sub> ponderando as previsões pelas cargas fatoriais da componente selecionada, ACP<sub>2</sub> ponderadas as previsões pela contribuição dos modelos nas CP's e ACP<sub>3</sub> ponderando as previsões pelo percentual de explicação das CP's, o Método de Mínimos Quadrados Ordinários (MMQO) e a Média Simples (MS).

A técnica de ACP possibilita uma combinação linear dos modelos ARCH, de cada modelo dentro das respectivas componentes, além dos autovalores que são as contribuições que fornecerão os autovalores de cada componente. Logo, estes autovalores representam a variação explicada de cada componente, conforme Johnson e Wichern (1992) e Casarin et. al (2012) as componentes significativas são aquelas que possuem seus autovalores maiores que um. Os autovalores, os autovetores e as variâncias explicadas estão descritos na Tabela 3. Na Tabela 4, apresenta-se as cargas fatoriais e as contribuições de cada modelo de volatilidade na composição das CP's onde os modelos ARIMA foram descritos na Tabela 2.

Tabela 3 – Resultado dos autovalores e da proporção da variância total explicada para cada série macroeconômica.

<b>Previsão por Modelos ARIMA</b>			
Séries	Autovalores ( $\lambda$ )	% variância explicada	Componente Principal
Taxa de Juros	<b>3,402528</b>	<b>85,06319</b>	CP <sub>1</sub>
	0,570326	14,25814	CP <sub>2</sub>
	0,026974	0,67436	CP <sub>3</sub>
	0,000172	0,00431	CP <sub>4</sub>
Taxa de Câmbio	<b>3,914637</b>	<b>97,86591</b>	CP <sub>1</sub>
	0,084761	2,11903	CP <sub>2</sub>
	0,000602	0,01505	CP <sub>3</sub>
	0,000000	0,00000	CP <sub>4</sub>
<b>Previsão das Volatilidades</b>			
Séries	Autovalores ( $\lambda$ )	% variância explicada	Componente Principal
Taxa de Juros	<b>3,087804</b>	<b>77,1959</b>	CP <sub>1</sub>
	0,749491	18,7377	CP <sub>2</sub>
	0,117876	2,94689	CP <sub>3</sub>
	0,044830	1,12075	CP <sub>4</sub>
Taxa de Câmbio	<b>2,604995</b>	<b>65,12488</b>	CP <sub>1</sub>
	0,962788	24,06969	CP <sub>2</sub>
	0,409008	10,22519	CP <sub>3</sub>
	0,023209	0,58023	CP <sub>4</sub>

Fonte: Os valores informados nesta tabela foram extraídos do *Software Statistica 9.1*.

Como se verificou na Tabela 3, os autovalores significativos são aqueles maiores do que um, por isso para a formação da combinação de previsão serão utilizadas apenas as primeiras componentes principais por serem significativas. Os resultados dessas ponderações são expressos na Tabela 4.

As formulações das combinações de previsões obtidas pela Análise de Componentes Principais dadas pelos autovalores (ACP<sub>3</sub>) são descritas nas expressões 25 e 28 para a taxa de juros e taxa de câmbio, respectivamente. Já para a carga fatorial (ACP<sub>1</sub>) e contribuição dos modelos nas componentes (ACP<sub>2</sub>) os resultados estão expostos na Tabela 4 considerando ambas as séries tratadas nesta pesquisa. A seguir, nas expressões 23, 24, 26 e 27 mostra-se a formulação das combinações de previsões conforme o tipo de ponderação utilizada.

Tabela 4 - Ponderações dadas pela carga fatorial e contribuição do modelo para as séries previstas dos modelos ARIMA e das volatilidades.

<b>Previsão dos Modelos ARIMA</b>			
		<b>Carga fatorial</b>	<b>Contribuição Modelo</b>
	<b>Modelo</b>	<b>CP<sub>1</sub></b>	<b>CP<sub>1</sub></b>
<b>Taxa de Juros</b>	<b>ARCH</b>	-0,953324	0,267103
	<b>GARCH</b>	-0,929216	0,253765
	<b>EGARCH</b>	-0,991325	0,288822
	<b>TARCH</b>	-0,804694	0,190309
<b>Taxa de Câmbio</b>	<b>ARCH</b>	-0,991114	0,250932
	<b>GARCH</b>	-0,998644	0,254759
	<b>EGARCH</b>	-0,998208	0,254537
	<b>TARCH</b>	-0,968824	0,239772
<b>Previsão das Volatilidades</b>			
<b>Taxa de Juros</b>	<b>ARCH</b>	-0,886424	0,254468
	<b>GARCH</b>	-0,907016	0,266428
	<b>EGARCH</b>	-0,807141	0,210984
	<b>TARCH</b>	-0,909891	0,268120
<b>Taxa de Câmbio</b>	<b>ARCH</b>	0,964857	0,357371
	<b>GARCH</b>	0,962307	0,355484
	<b>EGARCH</b>	0,740007	0,210215
	<b>TARCH</b>	0,447661	0,076929

Fonte: Os valores informados nesta tabela foram extraídos do *Software Statistica 9.1*.

### Combinação da componente principal para o nível da série (modelagem ARIMA)

$$ACP_{1(Tx\ juros)} = (-0,8864) * ARCH + (-0,9070) * GARCH + (-0,8071) * EGARCH + (-0,9098) * TARCH \quad (23)$$

$$ACP_{2(Tx\ juros)} = (0,2671) * ARCH + (0,2537) * GARCH + (0,2888) * EGARCH + (0,1903) * TARCH \quad (24)$$

$$ACP_{3(Tx\ juros)} = \frac{3,402528}{4} * (ARCH + GARCH + EGARCH + TARCH) \quad (25)$$

$$ACP_{1(Tx\ câmbio)} = -0,9911 * ARCH + (-0,9986) * GARCH + (-0,9982) * EGARCH + (-0,9688) * TARCH \quad (26)$$

$$ACP_{2(Tx\ câmbio)} = 0,250932 * ARCH + 0,254759 * GARCH + 0,254537 * EGARCH + 0,239772 * TARCH \quad (27)$$

$$ACP_{3(Tx\ câmbio)} = \frac{3,914637}{4} * (ARCH + GARCH + EGARCH + TARCH) \quad (28)$$

### Combinação da componente principal para a volatilidade da série (modelagem ARCH)

$$ACP_{1(Tx\ juros)} = (-0,9533) * ARCH + (-0,9292) * GARCH + (-0,9913) * EGARCH + (-0,8046) * TARCH \quad (29)$$

$$ACP_{2(Tx \text{ juros})} = (0,2544) * ARCH + (0,2664) * GARCH + (0,2109) * EGARCH + (0,2681) * TARCH \quad (30)$$

$$ACP_{3(Tx \text{ juros})} = \frac{3,087804}{4} * (ARCH + GARCH + EGARCH + TARCH) \quad (31)$$

$$ACP_{1(Tx \text{ câmbio})} = (0,9648) * ARCH + (0,9623) * GARCH + (0,7400) * EGARCH + (0,4476) * TARCH \quad (32)$$

$$CP_{2(Tx \text{ câmbio})} = (0,3573) * ARCH + (0,3554) * GARCH + (0,2102) * EGARCH + (0,0769) * TARCH \quad (33)$$

$$ACP_{3(Tx \text{ câmbio})} = \frac{2,604995}{4} * (ARCH + GARCH + EGARCH + TARCH) \quad (34)$$

Dessa forma, obtiveram-se as combinações de previsão pelos três métodos utilizando as ACP, média simples das previsões e pela técnica MMQO. Como a finalidade da pesquisa é verificar o nível de desempenho dos métodos propostos baseados nas ponderações (carga fatorial, contribuição do modelo, autovalores), utilizaram-se as expressões 12, 13 e 14.

Na Tabela 5, verifica-se que a combinação de previsão por meio dos métodos propostos sempre apresentou pelo menos um dos resultados melhor do que os das previsões individuais, utilizando os critérios MAPE, MSE e U-Theil. Destaca-se que por meio das combinações foi plausível incluir as características da modelagem conjunta ARIMA-ARCH.

Tabela 5 - Medidas de desempenho dos modelos individuais e das combinações de previsão propostas para taxa de juros.

	Previsão dos Modelos ARIMA			Previsão das Volatilidades		
	MAPE	MSE	U-THEIL	MAPE	MSE	U-THEIL
<b>ARCH</b>	3,73903	3,99788	0,79549	58,041	36426,52	0,982427
<b>GARCH</b>	6,80145	4,15012	0,70308	68,1553	25978,7	0,979117
<b>EGARCH</b>	3,54286	4,08599	0,80448	26,4286	713,9108	0,902117
<b>TARCH</b>	4,29735	4,39406	0,78276	17,9747	2996,345	0,951169
<b>ACP<sub>1</sub></b>	1,97060	0,45894	0,99992	1,87958	35,47482	0,999998
<b>ACP<sub>2</sub></b>	<b>0,76633</b>	<b>0,18048</b>	<b>0,60364</b>	0,74893	13,88468	0,588801
<b>ACP<sub>3</sub></b>	1,03754	0,18986	0,64713	<b>0,22805</b>	<b>4,272019</b>	<b>0,128699</b>
<b>MS</b>	0,75000	0,17977	0,60000	0,75000	14,04967	0,600000
<b>MMQO</b>	1,71853	4,95210	0,79890	1,00312	402,48835	0,99883

Legenda: As medidas MAPE, MSE e U-Theil foram calculadas na planilha Excel.

Os resultados da taxa de juros para as medidas de desempenho mostram que todos os métodos de combinação forneceram resultados superiores aos modelos individuais, conforme afirmou Clemen (1989). Dentre os modelos individuais, considerando a modelagem ARIMA, seria escolhido o modelo EGARCH, segundo os critérios MAPE e MSE, confirmando assim a escolha pelo critério AIC e BIC. No entanto, ao considerar as combinações por ACP verifica-se que, apesar de todas fornecerem bons resultados em comparação com os modelos individuais a ACP<sub>2</sub> (ponderação- contribuição dos modelos), os melhores resultados foram para a modelagem ARIMA. Já para a previsão da volatilidade, a ACP<sub>3</sub> (ponderação- autovalor), teve melhor desempenho comparado às outras ACP's e também às demais combinações MS e MMMQO.

Tabela 6 - Medidas de desempenho dos modelos individuais e das combinações de previsão propostas para taxa de câmbio.

	Previsão dos Modelos ARIMA			Previsão das Volatilidades		
	MAPE	MSE	U-THEIL	MAPE	MSE	U-THEIL
<b>ARCH</b>	1,7428	3,86872	0,692267689	22,1925	912,63488	0,887052997
<b>GARCH</b>	1,52217	3,84757	0,730465372	20,8499	747,38323	0,88128809
<b>EGARCH</b>	1,54398	3,84821	0,726070485	19,8871	3808,4159	0,925167781
<b>TARCH</b>	1,43315	3,84933	0,734368391	28,3097	251,53904	0,824893338
<b>ACP<sub>1</sub></b>	1,99447	0,5232	0,999999718	<b>0,25176</b>	<b>1,1127518</b>	<b>0,103561357</b>
<b>ACP<sub>2</sub></b>	0,74783	0,19717	0,599729621	0,76562	4,3425033	0,580231776
<b>ACP<sub>3</sub></b>	<b>0,02134</b>	<b>0,00561</b>	<b>0,010785537</b>	0,34875	2,0600749	0,211204514
<b>MS</b>	0,75	0,19722	0,600000	0,75	4,4302534	0,600000
<b>MMQO</b>	0,87156	3,94766	0,612899137	1,01435	115,95119	0,984485331

Legenda: As medidas MAPE, MSE e U-Theil foram calculadas na planilha Excel.

Para a taxa de câmbio, as medidas de desempenho mostram que todos os métodos de combinação também deram resultados superiores aos modelos individuais. Ao considerar os modelos ARIMA, o modelo escolhido pelo critério MAPE e MSE seria o TARCH, ao contrário da escolha pelo critério AIC e BIC que elegeria o EGARCH. Ao considerar as combinações por ACP verifica-se que ACP<sub>3</sub> (ponderação pelo autovalor) teve os resultados melhores para a modelagem ARIMA. Já, entre as medidas de desempenho para as previsões das volatilidades, a ACP<sub>1</sub> (ponderação- carga fatorial) teve melhor desempenho comparada às outras ACP's e também às demais combinações MS e MMQO.

Logo, verifica-se a importância em se utilizar mais de uma combinação por

componentes principais considerando vários pesos de ponderação para verificar qual delas exibe melhor ajuste para os modelos ao considerar os indicadores de desempenho. Pois, a como se verifica pelos resultados apresentados as combinações de previsões fornecem melhores resultados por permitirem que as características relevantes de cada modelo concorrente sejam levadas em consideração, ao contrário da previsão de um modelo individual. Dessa maneira, torna-se viável obter melhores previsões para as séries estudadas. Verifica-se aqui que essa metodologia pode ser aplicada à qualquer tipo de série temporal.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo propôs-se a avaliar diferentes modelos de volatilidade para a taxa de juros SELIC e a taxa de câmbio brasileira para verificar, por medidas de desempenho, quais modelos obteriam melhores resultados. Os modelos individuais adotados foram ARCH, GARCH, EGARCH e TARARCH, além de três métodos de combinação de previsão (ACP, MS e MMQO) nos quais foram considerados três pesos de ponderação distintos para a técnica de ACP, resultando assim em cinco combinações de previsões. Para avaliar o desempenho dos modelos e das combinações utilizaram-se os critérios MAPE, MSE e U-THEIL.

Os resultados das previsões mostraram que, no geral, as técnicas de combinação produzem resultados superiores aos modelos individuais para as duas séries (taxa de juros e taxa de câmbio). Considerando as técnicas de combinação ACP, para a taxa de juros, para as previsões ARIMA, a  $ACP_2$  teve melhor desempenho que as demais CP's, sendo que a técnica de combinação com pior desempenho foi a MMQO. Já para as previsões das volatilidades o melhor e pior desempenho, respectivamente, foram na  $ACP_3$  e MMQO. Para a taxa de câmbio, considerando a modelagem ARIMA, o melhor desempenho foi conferido pela  $ACP_3$  e para a volatilidade foi a  $ACP_1$  enquanto que a MMQO produziu as piores medidas. Com isso, verifica-se a relevância em se obter mais de um tipo de combinação, além de considerar mais de um peso de ponderação para a combinação por Análise de Componentes Principais.

Deixa-se como sugestão para trabalhos futuros a comparação com outros modelos de previsão tais como os modelos VAR-VEC, econométricos, dentre outros, para compará-los com os modelos de séries temporais, além de utilizar outras técnicas de combinação como a média móvel, etc.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BOLLERSLEV, T. **Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity**. Journal of Econometrics, v. 31, 1986.
- BUENO, R. L. S. **Econometria de Séries Temporais**. São Paulo: Cengage Learning, 2008.
- BUENO, R. L. S. **Econometria de Séries Temporais**. São Paulo: Cengage Learning, 2012.
- CASARIN, V. A. et al. **Continuous casting process stability evaluated by means of residuals control charts in the presence of cross-correlation and autocorrelation**. International Journal of Academic Research, v. 4, n. 3, 2012.
- CLEMEN, R.T, **Combining forecasts: a review and annotated bibliography**. International Journal of Forecasting, v.5, 1989.
- DIEBOLD, F. X.; LOPEZ, J. A. **Forecast evaluation and combination**. In: NB ER Working Paper n. T0192. Available at: <http://ssrn.com/abstract=225136>, Mar, 1996.
- ENGLE, R. F. **Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation**. Econometrica, v. 50, p.987- 1007, 1982.
- FERREIRA N. B.; MENEZES RUI, MENDES, D. A. **Asymmetric conditional volatility in international stock markets**. Phisica A, v. 382, 2007.
- GUPTA, S.; WILTON, P. C. **Combination of Forecasts: Na Extension**. Management Science, v. 13, n. 3, 1977.
- JACKSON, J.E. **Principal components and factor analysis: Part I – principal components**. Journal of Quality Technology, October. v.12, n.4, 1981.
- JACKSON, J.E. **Principal components and factor analysis: Part II – additional topics related to principal components**. Journal of Quality Technology, January, v.13. n.1, 1981.
- JOHNSON, R.A., WICHERN, D.W. **Applied multivariate statistical analysis**. Prentice-Hall. New Jersey, 1992.
- HOTTELLING, H. **Analysis of a complex of Statistical variables into principal components**. The Journal of Educational Psychology, v.24, 1933.
- LIBBLY, R. e BLASHFIELD, R.K, **Performance of a Composite as a Function of Number of Judges**. Organizational Behavior and human Performance, v 21, 1978.
- NELSON, B. Daniel. **Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A New Approach**. Econometrica, v. 59, 1991.
- MAKRIDAKIS, S.G.; WINKLER, R.L. **Averages of forecasts: some empirical results**. Management Science. v.29, n. 9, 1983.

MORRISON, D.F, Multivariate statistical methods. 2. Ed., New York, NY. Mc Graw Hill, 1976.

PEARSON, K. **On lines and planes of closed fit to system of point in space.** Philosophical Magazine, v. 6, 1901.

RAUSSER, G.C.; OLIVEIRA, R. A. **An econometric analysis of wilderness area use.** Journal of the American Statistical Association, v.71, n. 354, 1976.

REINSEL, G. C, Elements of multivariate time series analysis. Springer-Verlag. New York, 1993.

REIS, E. **Estatística Multivariada Aplicada.** Edições. Sílabo, 2001.

SEBER, G.A.F, Multivariate observation. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics. John Wiley and Sons, Inc. NY, 1984.

SOUZA, M. A.; SOUZA, M. F.; MENEZES, R. **Procedure to evaluate multivariate statistical process control using ARIMA-ARCH models.** Japan Industrial Management Association, v. 63, 2012.

TSAY, S. RUEY. **Analysis of Financial Time Series.** New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, 2005.

WERNER, L. **Um modelo Composto para realizar previsão de demanda através da integração da Combinação de previsões e do ajuste baseado na opinião.** Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2004.

ZAKOIAN, J.M. **Threshold Heteroskedasticity Models.** Journal of Economic Dynamics and Control, v.18, p. 931-955. 1994.

## 2 DISCUSSÃO

A utilização das duas séries taxa de juros SELIC e a taxa de câmbio deu-se pelo fato de ambas terem uma relação muito estreita com outras variáveis econômicas como o investimento, a intenção de poupar/gastar dos agentes, estando intimamente ligadas à saúde da economia brasileira. O período de inspeção da série da taxa de juros foi de janeiro de 1974 a junho de 2012 e a Taxa de Câmbio no período de janeiro de 1980 a maio de 2012. Estes períodos analisados foram caracterizados na história da economia brasileira pela instabilidade financeira e econômica. Dessa forma, a análise destas séries além de verificar o processo gerador de ambas, teve-se como intuito verificar se essas instabilidades seriam captadas pelos modelos estimados.

Conforme a inspeção visual da taxa de juros, exposta na Figura 1 (pág. 23 e 45), para ambos os estudos realizados e mostrados nos artigos produzidos, observa-se uma tendência ascendente no período de 1974 a 1985 e, após este período, a série apresenta um período de variabilidade no qual se estabiliza em meados de 1996, após o estabelecimento do Plano Real. Esta volatilidade existente na série durante este período deu-se pela grande instabilidade econômica brasileira revelada por altas taxas de juros e altos níveis de inflação.

Ao se analisar a taxa de câmbio ao longo do tempo, exposta na Figura 2 (pág. 24 e 45), mostrada nos estudos realizados anteriormente, vê-se certa variabilidade no período examinado, porém a partir do ano de 1999 a série tem uma tendência ascendente até os anos 2000. Verifica-se ainda que após o ano 2005, ocorreu uma redução no nível da série, no entanto este nível passou para um nível mais elevado do que os anos anteriores.

Além da inspeção gráfica das séries, utilizou-se a função de autocorrelação (FAC) e a função de autocorrelação parcial (PACF), em que o teste de Ljung-Box, evidenciou uma característica de longa dependência das observações, identificando-se a existência de autocorrelação serial. Além disso, foram realizados os testes de estacionariedade ADF e KPSS, onde se constatou com 5% de significância que as séries não são estacionárias em nível. Após este resultado foi dada a primeira diferença nas séries e logo em seguida foram aplicados os testes ADF e KPSS novamente.

Em seguida foram estimados os modelos para as taxas de juros SELIC e taxa de câmbio. Após realizar-se os testes nos resíduos dos modelos concorrentes para confirmar se estes eram ruído branco. Posteriormente escolheu-se um modelo para caracterizar as séries

por meio do critério de AIC e BIC. Realizada esta escolha verificou-se que as séries possuíam características de caudas pesadas por meio do teste de Jarque-Bera – teste de normalidade, onde se tem informações a cerca da assimetria e da curtose dos resíduos do modelo escolhido, com isso, realizou-se o teste ARCH-LM nos resíduos quadráticos dos modelos para confirmar a existência de volatilidade na série.

Portanto, foi imprescindível modelar a volatilidade existente nas séries conjuntamente com a média do processo a fim de se obter resultados com maior acurácia a cerca do comportamento da taxa de juros SELIC e da taxa de câmbio ao longo dos períodos analisados. Dessa forma, no primeiro artigo modelou-se ambas as taxas, sendo que para a taxa de juros obteve-se a modelagem conjunta ARIMA (1,1,1) – EGARCH (3,1) e, para o câmbio, o modelo ARIMA (0,1,1) EGARCH (1,1). Após realizou-se o teste ARCH-LM nos resíduos das modelagens verificando que os mesmos não possuem heterocedasticidade, além do teste Ljung-Box, que mostrou que os mesmos são não autocorrelacionados, atendendo ao pressuposto de ruído branco.

O objetivo da modelagem Box-Jenkins e modelos de volatilidade para a taxa de juros SELIC e taxa de câmbio brasileiras era verificar qual tipo de modelo descrevia melhor o comportamento das taxas em análise. Desta forma descreveu-se o comportamento das séries segundo os modelos elegidos. Para ambas as taxas evidenciou-se a existência de assimetria nas séries onde o parâmetro  $\gamma$  foi significativo ( $\gamma \neq 0$ ) confirmando a assimetria nos choques das informações. No entanto, nos modelos estimados não se verificou o efeito de alavancagem, dado que  $\gamma > 0$ .

O efeito de alavancagem nas séries financeiras têm fácil entendimento e aceitação porque os investidores estão continuamente especulando sobre variações nos preços das ações e essas especulações movem suas intenções de compra/venda das ações evidenciando que as informações negativas (quedas nos preços) geram choques maiores na volatilidade dos ativos pelo aumento do risco envolvido. Este entendimento do efeito de alavancagem já não é tão simples nas séries macroeconômicas por possuírem características distintas das séries financeiras.

Apesar de não ter se verificado o efeito de alavancagem nos modelos obteve-se a persistência dos choques na volatilidade no modelo escolhido ARIMA (0,1,1) – EGARCH (1,1) para a taxa de câmbio onde o parâmetro  $\beta$  - que capta a persistência com valor igual a 0,6652, em que este é um valor médio demonstrando que os choques positivos e negativos – *bad news* e *good news* - na volatilidade da série taxa de câmbio tendem a não levar um longo tempo para retomar sua trajetória na média do processo.

Na Figura 3 (pág. 30), a volatilidade condicional da taxa de câmbio mostra que o pico de maior volatilidade ocorreu no ano de 1999, e este resultado confere com o contexto econômico da época, onde se verificou uma mudança do regime cambial no Brasil. Com o novo regime de câmbio flutuante, a taxa de câmbio passou a oscilar exclusivamente em função da oferta e demanda no mercado, logo houve uma estabilização da variabilidade da taxa de câmbio.

Ao se analisar o modelo escolhido para a taxa de juros SELIC também não se verificou o efeito de alavancagem já que  $\gamma > 0$ , mas que há assimetria nos choques e não há impacto maior sobre a volatilidade dos choques negativos do que os positivos na volatilidade da série. Em relação à persistência dos choques na volatilidade no modelo escolhido para a taxa de juros onde é captada pelo parâmetro  $\beta$ , seu valor foi igual a 0,9974, sendo um valor muito alto corroborando com a ideia de que a volatilidade após os choques *bad news* e *good news* tende a levar um longo período de tempo para retomar sua trajetória média.

A volatilidade da série taxa de juros, representada na Figura 3 (pág. 27), mostra que na década de 80 e 90 teve estreita relação com os efeitos das crises do petróleo sofridas pelo Brasil, onde segundo NOZAKI (2010) as consequências de tais mudanças foram agravadas pelas políticas econômicas internas postas em prática no período. Conforme Gremaud, Vasconcellos e Júnior (2009), depois do plano Cruzado em 1986, foi iniciado o plano Verão em janeiro de 1989 no governo Sarney que teve curta duração. Além disso, vários fatores políticos e econômicos vigentes na época movimentaram um descontrole fiscal e monetário, provocando um aumento na inflação no ano de 1989 e chegando rapidamente à hiperinflação, revelados pelo modelo de volatilidade. A Figura 1 mostra o comportamento da taxa de inflação relacionando os planos econômicos com os picos da taxa de inflação, aqui representada pelo índice IGP.

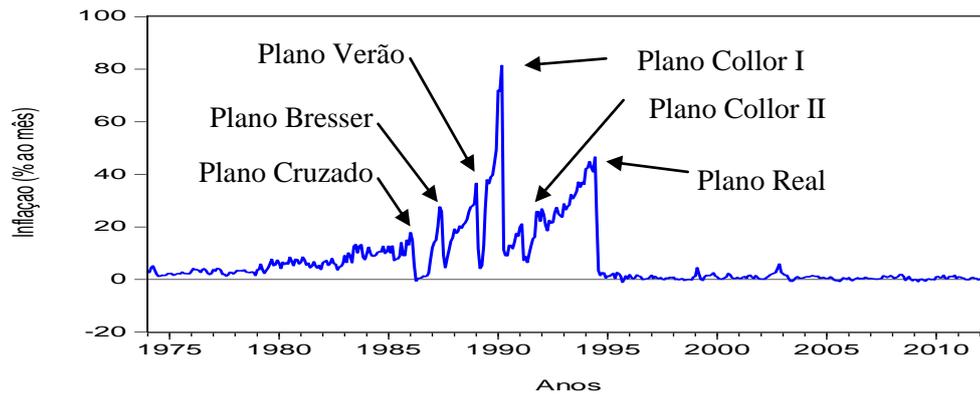


Figura 1 - Gráfico elaborado com base na Inflação - IGP-DI - (% ao mês).

Fonte: Série disponível no site do IPEADATA.

Além de todo o descontrole das contas públicas e dos aumentos de déficits operacionais e crescimento do endividamento interno, nesse período a política monetária procurava evitar a fuga de dólares e ativos reais com o aumento da taxa de juros. Por isso, conforme expõe Cardoso (1991), a presença da alta dívida externa concomitantemente com a elevada taxa de juros induziu a um aumento na taxa de inflação no período posterior. Logo, volatilidade da série da taxa de juros tem seu maior pico por causa do processo hiperinflacionário brasileiro que se iniciou nos últimos meses do plano Verão em 1989 e seguiu em meados de 1990, quando a inflação brasileira chegou a ultrapassar 80% ao mês.

No estudo da combinação de previsão da volatilidade da taxa de juros SELIC e da taxa de câmbio brasileiras utilizando a análise de componentes principais, utilizaram-se as mesmas modelagens, com o diferencial de que no primeiro artigo foram usados os modelos concorrentes mostrando aqueles com melhores valores para o AIC e BIC. Já no segundo artigo foram utilizados quatro modelos distintos, ARCH, GARCH, EGARCH e TARARCH de forma a capturar as diferentes expressões da volatilidade sem se preocupar em escolher um único modelo de volatilidade para representar as séries em estudo. Dentre cada classe de modelo ARCH, GARCH, EGARCH e TARARCH, escolheu-se o melhor utilizando os critérios AIC e BIC e estes modelos estão na Tabela 2 (pág. 47).

Vencida a etapa de modelagem e escolha do melhor modelo para representar as séries em estudo, foram feitas as previsões dentro da amostra para cada modelo individual e posteriormente foram obtidos os métodos de combinação de previsões, onde as técnicas utilizadas foram a ACP<sub>1</sub>- ponderando pelas cargas fatoriais da componente selecionada, ACP<sub>2</sub>- ponderadas pela contribuição dos modelos nas CP's e ACP<sub>3</sub> ponderando pelo percentual de explicação das CP's, MMQO e Média Simples (MS).

Os resultados da combinação de previsão pela técnica da ACP evidenciaram que, para ambas as séries e tipos de ponderação, apenas a componente principal um foi significativa tendo seu autovalor maior que um. Considerando a previsão dos modelos ARIMA os valores dos autovalores para a taxa de juros foi 3,4025 com uma variância explicada de 85,06% e esta variação mostra que a componente um explica 85% da variação dos dados. Já a taxa de câmbio teve um autovalor de 3,9146 com uma explicação da CP<sub>1</sub> de 97,87%. Devido à significância destes autovalores é que foi utilizada para o cálculo das outras ACP's apenas a CP<sub>1</sub>. Para as previsões da volatilidade, a taxa de juros teve um autovalor na modelagem ARIMA o autovalor foi de 3,0878 e uma variância explicada de 77,19%, ao passo que, para a taxa de câmbio o autovalor foi menor, cerca de 2,6049 e uma variância explicada de 65,12%.

Os resultados das previsões para ambas as séries evidenciam que as medidas de desempenho têm resultados superiores para todos os métodos de combinação em comparação aos modelos individuais. Confirmando a teoria de que, em geral, combinações de previsões fornecem estimativas muito melhores que as individuais.

Tabela 1 - Medidas de desempenho dos modelos individuais e das combinações de previsão propostas para taxa de juros e taxa de câmbio.

Taxa de Juros Selic						
Previsão dos Modelos ARIMA			Previsão das Volatilidades			
	MAPE	MSE	U-THEIL	MAPE	MSE	U-THEIL
ARCH	3,73903	3,99788	0,79549	58,041	36426,52	0,982427
GARCH	6,80145	4,15012	0,70308	68,1553	25978,7	0,979117
EGARCH	3,54286	4,08599	0,80448	26,4286	713,9108	0,902117
TARCH	4,29735	4,39406	0,78276	17,9747	2996,345	0,951169
ACP <sub>1</sub>	1,97060	0,45894	0,99992	1,87958	35,47482	0,999998
ACP <sub>2</sub>	<b>0,76633</b>	<b>0,18048</b>	<b>0,60364</b>	0,74893	13,88468	0,588801
ACP <sub>3</sub>	1,03754	0,18986	0,64713	<b>0,22805</b>	<b>4,272019</b>	<b>0,128699</b>
MS	0,75000	0,17977	0,60000	0,75000	14,04967	0,600000
MMQO	1,71853	4,95210	0,79890	1,00312	402,48835	0,99883
Taxa de Câmbio						
ARCH	1,7428	3,86872	0,692267689	22,1925	912,63488	0,887052997
GARCH	1,52217	3,84757	0,730465372	20,8499	747,38323	0,88128809
EGARCH	1,54398	3,84821	0,726070485	19,8871	3808,4159	0,925167781
TARCH	1,43315	3,84933	0,734368391	28,3097	251,53904	0,824893338
ACP <sub>1</sub>	1,99447	0,5232	0,999999718	<b>0,25176</b>	<b>1,1127518</b>	<b>0,103561357</b>
ACP <sub>2</sub>	0,74783	0,19717	0,599729621	0,76562	4,3425033	0,580231776
ACP <sub>3</sub>	<b>0,02134</b>	<b>0,00561</b>	<b>0,010785537</b>	0,34875	2,0600749	0,211204514
MS	0,75	0,19722	0,600000	0,75	4,4302534	0,600000
MMQO	0,87156	3,94766	0,612899137	1,01435	115,95119	0,984485331

Legenda: As medidas MAPE, MSE e U-Theil foram calculadas na planilha Excel.

É relevante enfatizar que, no primeiro artigo, procurou-se o melhor modelo segundo os critérios AIC e BIC, com isso os modelos concorrentes foram aqueles que tinham os menores valores para os critérios de seleção. Entretanto, no segundo artigo foram obtidos como modelos concorrentes aqueles com menor valor do AIC e BIC para cada tipo de modelo. Logo, alguns resultados para a escolha dos modelos individuais do primeiro e segundo artigo diferem por não considerar a maioria dos modelos concorrentes iguais.

Assim, para a taxa de câmbio verifica-se que entre os modelos individuais, ao se considerar a modelagem ARIMA, o modelo EGARCH (3,1) seria o escolhido segundo os critérios MAPE e MSE confirmando assim a escolha pelo critério AIC e BIC no primeiro artigo. Além disso, também se verifica que, segundo as séries previstas, o modelo EGARCH (3,1) também é o elegido pelos critérios MSE e U-THEIL. Analisando os resultados da taxa de câmbio, para a modelagem ARIMA, segundo os critérios MSE e U-THEIL, o modelo EGARCH (1,1) é o modelo escolhido confirmando o resultado do artigo 1 segundo os critérios de AIC e BIC. Porém, as previsões das volatilidades não conferem com o modelo elegido anteriormente, tendo-se escolhido o modelo TARARCH segundo os critérios MSE e U-THEIL.

Ao considerar as combinações por ACP verificou-se que tiveram seus resultados superiores às demais combinações e modelos individuais. A comparação entre as combinações por ACP para a taxa de juros mostrou que a ACP<sub>2</sub> (ponderação- contribuição dos modelos) teve os resultados melhores para a modelagem ARIMA. Já, para a previsão da volatilidade, a ACP<sub>3</sub> (ponderação- autovalor) teve melhor desempenho comparado às outras ACP's e também às demais combinações MS e MMQO.

A Figura 2 mostra o gráfico das combinações de previsões para a taxa de juros considerando as estimativas do nível da série da taxa de juros, e estas combinações evidenciam um comportamento muito similar com exceção dos períodos de picos em que se destacam as ACP<sub>1</sub>, ACP<sub>2</sub> e ACP<sub>3</sub>, confirmando o comportamento volátil da série da taxa de juros neste período.

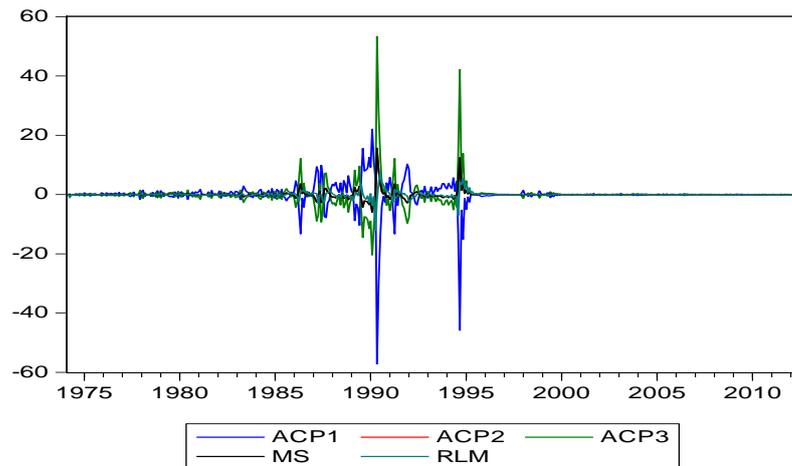


Figura 2 - Combinações de previsões para a série de juros da modelagem ARIMA.  
Fonte: Resultado obtidos pelas previsões combinadas.

A Figura 3 mostra o gráfico das previsões da volatilidade evidenciando as mesmas amplitudes que se examinaram nas previsões do nível da série, aonde em meados dos anos 90 a inflação chegou a patamares altíssimos em torno de 80% ao mês, tendo um acompanhamento direto da elevação da taxa de juros. Logo, as combinações de previsões para a volatilidade são adequadas ao contexto real da volatilidade observada da série da taxa de juros.

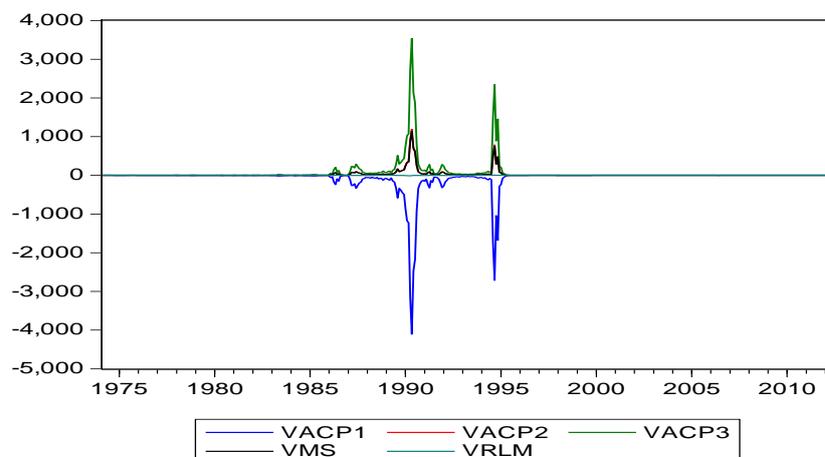


Figura 3 - Combinações de previsões para a série de juros da modelagem da volatilidade.  
Fonte: Resultados obtidos pelas previsões combinadas.

Para a taxa de câmbio, as medidas de desempenho mostram que, ao analisar as combinações por ACP, verifica-se que ACP<sub>3</sub> (ponderação- autovalor) teve os resultados melhores para a modelagem ARIMA. No entanto, entre as medidas de desempenho para as previsões das volatilidades a ACP<sub>1</sub> (ponderação- carga fatorial) teve melhor desempenho comparada as outras ACP's e também às demais combinações MS e MMQO.

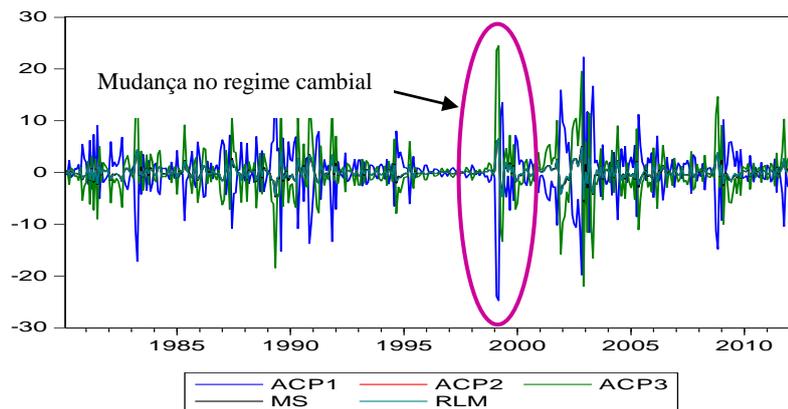


Figura 4 - Combinações de previsões para a série da taxa de câmbio da modelagem do nível da série (ARIMA).

Fonte: Resultados obtidos pelas previsões combinadas.

Observou-se, que, pela Figura 4 e 5, as combinações de previsões, seja para a modelagem do nível da série ou para a volatilidade, estas possuem um comportamento muito similar mostrando assim o poder em se utilizar essas técnicas em detrimento dos modelos individuais. Além disso, verifica-se que as combinações de previsões captaram com eficiência os clusters de volatilidade, onde o ano de 1999 que tem o maior pico de amplitude foi caracterizado pela mudança no regime cambial.

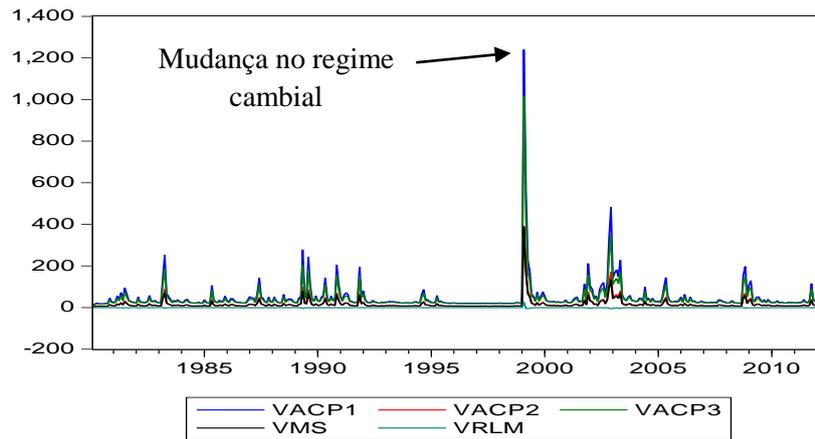


Figura 5 - Combinações de previsões para a série de câmbio da modelagem da volatilidade.  
 Fonte: Resultado obtido pelos cálculos das previsões.

Dessa forma, entende-se a importância em se utilizar mais de uma combinação por componentes principais com vários pesos de ponderação para elevar a chance de escolher a combinação que exibe melhor ajuste para as previsões segundo os indicadores de desempenho. Em outras palavras, o uso de mais de um peso de ponderação torna viável a obtenção das melhores previsões para as séries estudadas.

### 3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo efetuou-se uma análise empírica da volatilidade da taxa de juros SELIC e da taxa de câmbio utilizando modelagem conjunta da média e da volatilidade do processo. Com o intuito de se obter os modelos mais adequados aos conjuntos de dados obteve-se para a taxa de câmbio um ARIMA (0,1,1) – EGARCH (1,1) e, para a taxa de juros, um ARIMA (1,1,1) - EGARCH (3,1) onde se modelou conjuntamente a média do processo, bem como, a volatilidade existente nos resíduos dos modelos ARIMA. A escolha destes modelos foi igual nos dois artigos. No primeiro artigo esperava-se encontrar apenas um modelo que representa o comportamento da variável em estudo, sendo que a escolha desse modelo foi executada pelos critérios AIC e BIC. Já no segundo artigo, tinha-se como objetivo principal a execução das combinações de previsão pelo método de ACP. Quando se considerou os critérios MAPE, MSE e U-THEIL para o desempenho das previsões individuais e combinadas verificou-se que a escolha dos modelos individuais foi igual para ambos os artigos.

Além disso, a análise dos modelos elegidos para a taxa de juros e câmbio mostrou que ambos os modelos possuem assimetria nas informações evidenciando que os choques têm impactos diferentes na volatilidade das séries. Também se analisou o parâmetro que capta a persistência dos choques sobre a volatilidade das séries onde, para a taxa de juros, os choques sofridos tendem a repercutir por longo período; em contrapartida, para a taxa de câmbio este mesmo parâmetro não obteve um valor tão próximo da unidade evidenciando que a persistência dos choques é média.

Comparando as técnicas de combinação ACP para a taxa de juros nas previsões ARIMA a ACP<sub>2</sub> (peso de ponderação: contribuição dos modelos na CP<sub>1</sub>) teve melhor desempenho que as demais CP's, sendo que a técnica de combinação com pior desempenho foi a MMQO. Já, para as previsões das volatilidades, teve melhor e pior desempenho, respectivamente, a ACP<sub>3</sub> (peso de ponderação: autovalor) e MMQO. Para a taxa de câmbio, para a modelagem ARIMA, o melhor desempenho foi conferido pela ACP<sub>3</sub> e, para a volatilidade, foi a ACP<sub>1</sub> (peso de ponderação: carga fatorial) enquanto que a MMQO forneceu as piores medidas.

Com isso, vê-se a relevância em se obter mais de um tipo de combinação além de considerar mais de um tipo de peso de ponderação para a combinação por Análise de Componentes Principais. Além disso, também se verificou a superioridade das medidas de desempenho para as técnicas de componentes principais em comparação com a média

aritmética e a por Mínimos Quadrados Ordinários.

Deixa-se como sugestão, para trabalhos futuros, a comparação com outros modelos de previsão tais como os modelos VAR-VEC, EWMA, Regressão Linear Múltipla, dentre outros, para compará-los com os modelos de séries temporais. Além de utilizar outras técnicas de combinação, como a média móvel, também pode ser realizada a acurácia das previsões utilizando modelos com intervenção.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BOLLERSLEV, T. **Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity**. Journal of Econometrics, v. 31, 1986.
- BUENO, R. L. S. **Econometria de Séries Temporais**. São Paulo: Cengage Learning, 2012.
- CARDOSO, E. **Da inércia à megainflação: O Brasil nos anos 80**. Pesquisa e Planejamento Econômico, v. 21, abr. 1991.
- ENGLE, R. F. **Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation**. Econometrica, v. 50, 1982.
- GREMAUD, P. A.; VASCONCELLOS, S. M. A.; JÚNIOR, T. R.. **Economia Brasileira Contemporânea**. São Paulo : Editora Atlas, 2009.
- GUJARATI, D. N. **Econometria Básica**. São Paulo: Makron Books, 2006.
- MANKIW, N. G. **Macroeconomia**. Rio de Janeiro: LTC, 2011.
- MORETTIN, P. A. **Econometria Financeira: um curso em Séries Temporais Financeiras**. São Paulo, Blücher, 2008.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de Séries Temporais**. São Paulo, Edgard Blücher, 2004.
- NELSON, B. Daniel. **Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A New Approach**. Econometrica, v. 59, 1991.
- NOZAKI, V. WILLIAM; **Crise monetária e ciclo inflacionário no Brasil: as décadas de 1980 e 1990**. Leituras de Economia Política, Campinas, v. 16, p. 139-159, jun. 2010.
- TSAY, S. Ruey. **Analysis of Financial Time Series**. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, 2005.
- ZAKOIAN, J.M. **Threshold Heteroskedasticity Models**. Journal of Economic Dynamics and Control, v.18, 1994.