



UFSM

Dissertação de Mestrado

**CONTROLE DE VELOCIDADE SENSORLESS DE
MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS SUJEITOS
A DISTÚRBIOS DE TORQUE**

CRISTIANE CAUDURO GASTALDINI

PPGEE

Santa Maria, RS, BRASIL.

2008

**CONTROLE DE VELOCIDADE SENSORLESS DE
MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS SUJEITOS
A DISTÚRBIOS DE TORQUE**

por

Cristiane Cauduro Gastaldini

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Processamento de Energia, Controle de Processos, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM - RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Engenharia Elétrica.**

Orientador: Prof. Hilton Abílio Gründling - D. Sc.

Santa Maria, RS, Brasil

2008

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca Central da UFSM

G255c	<p>Gastaldini, Cristiane Cauduro, 1984-</p> <p>Controle de velocidade de sensorless de motores de indução trifásicos sujeitos a distúrbio de torque / por Cristiane Cauduro Gastaldini ; orientador Hilton Abilio Gründling. - Santa Maria, 2008. 139f. ; il.</p> <p>Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, RS, 2008.</p> <p>1. Engenharia elétrica 2. Motor de indução trifásico 3. Controle de velocidade sensorless I. Gründling, Hilton Abilio, orient. II. Título</p> <p>CDU: 621.333</p>
-------	---

Ficha catalográfica elaborada por
Luiz Marchiotti Fernandes – CRB 10/1160
Biblioteca Setorial do Centro de Ciências Rurais/UFSM

© 2008

Todos os direitos autorais reservados a Cristiane Cauduro Gastaldini. A reprodução de partes ou do todo deste trabalho só poderá ser com autorização por escrito do autor.

Telefone (0xy) 55 32215873; Tel. Móvel (0xy) 55 96144911;

End. Eletr: gastaldini@ieee.org

Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Dissertação de Mestrado

**CONTROLE DE VELOCIDADE SENSORLESS DE MOTORES DE
INDUÇÃO TRIFÁSICOS SUJEITOS A DISTÚRBIOS DE TORQUE**

elaborada por
Cristiane Cauduro Gastaldini

como requisito parcial para obtenção do grau de
Mestre em Engenharia Elétrica

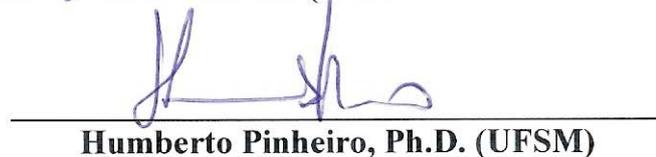
COMISSÃO EXAMINADORA:



Hilton Abílio Gründling, D.Sc. (UFSM)
(Presidente / Orientador)



Helder Tavares Câmara (WEG – Divisão Automação)



Humberto Pinheiro, Ph.D. (UFSM)

Santa Maria, 31 de Outubro de 2008.

Dedico esse trabalho aos meus pais, Maria do Carmo e Antônio Luiz,
que sempre me incentivaram ao estudo e a pesquisa.

“Quem alcança seu ideal, vai além dele”.

(Friedrich Nietzsche)

Agradecimentos

Inicialmente, quero agradecer ao Professor Hilton Abílio Gründling pela dedicação, profissionalismo e seriedade com que orientou este trabalho, sempre buscando novos caminhos para transpormos os desafios encontrados ao longo dessa caminhada. Agradeço pela sua amizade, paciência e por proporcionar um ambiente de trabalho agradável.

Gostaria de agradecer aos Professores Humberto Pinheiro, Hélio Leães Hey, Douglas Schirmer Schramm, Luiz Carlos de Souza Marques pelo conhecimento e pela experiência transmitidos no decorrer do Mestrado.

Tenho que agradecer sinceramente aos colegas e amigos do GEPOC, pela troca de experiências e convívio.

Aos colegas do GEPOC, quero agradecer aos amigos Diego Einloft, Felipe Grigoletto, Ivan Jorge Gabe, Jean Patric da Costa, Jorge Rodrigo Massing, Leandro Della-Flora, Marcio Stefanello, Matheus Martins, Milena S. Dias, Rodrigo P. Vieira, Rodrigo Z. Azzolin e Thiago Bernardes, pela agradável convivência de todos os dias, a troca de idéias e conhecimentos, sempre objetivando o crescimento intelectual do grupo.

Um agradecimento especial a Rodrigo Zelir Azzolin pela ajuda no desenvolvimento experimental e pelos momentos de convivência.

Ao pessoal do NUPEDEE e PPGEE pela atenção e profissionalismo.

A todas as pessoas que de uma forma ou de outra contribuíram para o desenvolvimento desse trabalho.

A Universidade Federal de Santa Maria, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, por fornecer um espaço adequado para desenvolver e somar conhecimentos ao patrimônio científico. Agradeço a UFSM pelo ensino público e de qualidade.

Agradeço a CAPES pelo suporte financeiro.

A Deus, por estar sempre presente em minha vida.

Resumo

Controle de Velocidade Sensorless de Motores de Indução Trifásicos sujeitos a Distúrbios de Torque

Autor: Eng^a. Cristiane Cauduro Gastaldini

Orientador: Dr. Sc. Eng. Hilton Abílio Gründling

Este trabalho apresenta um estudo de um servomecanismo *sensorless* usando motores de indução trifásicos. Objetiva-se o estudo do desempenho de uma técnica de controle frente a variações de torque de carga ou distúrbios de torque. Para a determinação da técnica de controle, inicialmente, é realizado um estudo sobre o estado da arte das técnicas de controle e estimação da velocidade, apresentando suas características e suas limitações.

O servomecanismo de motor de indução sensorless proposto utiliza uma técnica de controle de campo orientado indireto (IFOC). Sua formulação é realizada através da estratégia de controle realimentado linearizado (FLC – *feedback linearization control*) típica de sistemas não-lineares. Este sistema de controle é composto por três controladores: controlador de fluxo, controlador de velocidade e controlador de correntes. Para sua implementação são necessários as estimativas de torque e velocidade. A estimativa de velocidade é computada através de um modelo de referência adaptativo da potência reativa. Este valor estimado é filtrado pelo filtro de Kalman o qual também é utilizado na estimativa do torque. No desenvolvimento deste trabalho, resultados de simulações utilizando o software Matlab[®] e experimentais em plataforma DSP TMS320F2812 são apresentados. A partir destes resultados, averiguou-se o desempenho do sistema de controle proposto, em condições de baixas velocidades e perante variações de torque de carga.

Abstract

Sensorless Speed Control in Three-phase Induction Motors with Torque Disturbance

Author: Eng. Cristiane Cauduro Gastaldini

Research Supervisor: Dr. Sc. Eng. Hilton Abílio Gründling

This work presents a study of a sensorless speed servomechanism using three-phase induction motors. The aim is to investigate the performance of a specific control technique when different load variations or torque disturbances are applied. In order to determine the control technique to be used, first a review of the state-of-the-art of control and speed estimation techniques with their characteristics and limitations.

The proposed sensorless induction motor servomechanism uses indirect field-oriented control (IFOC), a technique based on feedback linearization control (FLC), which is often used in nonlinear systems. This control system comprises three basic controllers: flux control, speed control and current control. To implement IFOC, estimates of torque and speed are required. Speed is estimated using an adaptive reference algorithm of reactive power. The resulting estimated is processed in a Kalman filter, which is also used for torque estimates. A number of simulations using the Matlab® software package and experimental results using on DSP TMS320F2812 platform are presented here to verify the performance of the proposed control system in conditions of low speeds and load variations.

Sumário

Capítulo 1 – Introdução	16
1.1 Introdução	16
1.2 Histórico de Servomecanismo de Motores de Indução	17
1.3 Técnicas de Controle de Motores de Indução	18
1.3.1 Controle por Campo Orientado Direto (DFOC)	19
1.3.2 Controle por Campo Orientado Indireto (IFOC)	21
1.3.3 Controle Direto de Torque (DTC)	23
1.4 Estimação da Velocidade	26
1.4.1 Estimação do Escorregamento	27
1.4.2 Modelo de Regressão Linear	29
1.4.3 Modelo de Referência (MRAS)	30
1.4.4 Filtro de Kalman	33
1.5 Justificativa e Objetivos do Trabalho Proposto	35
1.6 Descrição dos Capítulos	35
1.7 Considerações Finais do Capítulo	36
Capítulo 2 – Modelagem, Estimação de Velocidade e Torque	38
2.1 Introdução	38
2.2 Modelagem do Motor de Indução Trifásico	39
2.3 Modelagem Mecânica do Rotor	42
2.4 Estimador de Velocidade	44
2.5 Filtro de Kalman	50
2.6 Filtro na forma de variáveis de estado (SVF)	52
2.7 Considerações Finais do Capítulo	53
Capítulo 3 – Projeto do Sistema de Controle	54

3.1	Introdução	54
3.2	Princípio do Modelo Inversor	55
3.2.1	Controlador das correntes “qd”	57
3.2.2	Controlador do Fluxo	58
3.2.3	Controlador de Velocidade	59
3.3	Observador de Fluxos	59
3.4	Projeto dos Controladores	60
3.4.1	Controlador PI das correntes	60
3.4.2	Controlador PI de velocidade	64
3.5	Estrutura de Controle Proposta	66
3.6	Considerações Finais do Capítulo	67
Capítulo 4 – Resultados de Simulação		68
4.1	Introdução	68
4.2	Parâmetros do Sistema	68
4.2.1	Motor de Indução Trifásico	68
4.2.2	Controladores	69
4.2.3	Fluxo de Referência	70
4.3	Descrição dos Ensaios	70
4.4	Resultados Obtidos em Simulação – Matlab®	72
4.4.1	Velocidade de Referência de 18 rad/s	72
4.4.2	Velocidade de Referência de 90 rad/s	73
4.5	Considerações Finais do Capítulo	75
Capítulo 5 – Plataforma Experimental		76
5.1	Introdução	76
5.2	Descrição do Processador Digital de Sinais (DSP)	76
5.3	Simulação por Hardware em Tempo-Real	79

5.3.1	Velocidade de Referência de 18 rad/s	79
5.3.2	Velocidade de Referência de 90 rad/s	81
5.4	Descrição da Plataforma	82
5.5	Considerações para realização dos ensaios	83
5.5.1	Compensação do Fluxo Rotórico	83
5.5.2	Determinação do Momento de Inércia	83
5.5.3	Determinação do Torque Elétrico	84
5.6	Resultados Experimentais	85
5.6.1	Velocidade de Referência de 18 rad/s realimentando o controlador com a velocidade medida (encoder)	85
5.6.2	Velocidade de Referência de 18 rad/s com Distúrbio de Torque realimentando o controlador com a Velocidade Medida (encoder)	87
5.6.3	Velocidade de Referência de 45 rad/s com Distúrbio de Torque realimentando o controlador com a Velocidade Medida (encoder)	89
5.6.4	Velocidade de Referência de 18 rad/s Sensorless	91
5.6.5	Velocidade de Referência de 18 rad/s com Sensorless e Distúrbio de Torque ..	93
5.6.6	Velocidade de Referência de 45 rad/s com Sensorless e Distúrbio de Torque ..	94
5.7	Considerações Finais do Capítulo	96
	Capítulo 6 – Conclusão	98
	Referências Bibliográficas	102
	Anexo A – Modelagem do Motor de Indução	111
A.1	Introdução	111
A.2	Teoria Generalizada de Motores Elétricos	111
A.3	Motor de Indução Trifásico Ideal	112
A.3.1	Considerações	112
A.3.2	Equacionamento do Sistema Trifásico	114
A.4	Transformação RST\leftrightarrowqd0	117

A.5	Sistemas de Referência	118
A.5.1	Sistema de Referência Estacionário	120
A.5.2	Sistema de Referência Móvel	120
A.5.3	Sistema de Referência Síncrono	121
A.6	Equação das Tensões em $qd0$	122
A.7	Equação dos Fluxos	123
A.8	Modelo Simplificado do Motor de Indução Trifásico	125
A.9	Representação em Variáveis de Estado	130
A.9.1	Modelo Corrente	130
A.9.2	Modelo Corrente-Fluxo	135
A.9.3	Modelo Fluxo	138

Simbologia

a_0, a_1, \dots, a_{14}	Variáveis dadas em função dos parâmetros mecânicos e/ou elétricos do motor
A_m, B_m e C_m	Matrizes que definem o modelo mecânico do rotor
B_n	Coefficiente de viscosidade
e_m	Vetor da força contra-eletromotriz $[e_{qm} \quad e_{dm}]$
I_m	Vetor corrente magnetizante $[I_{qm} \quad I_{dm}]^T$
i_R	Vetor corrente do rotor $[I_{qr} \quad I_{dr}]^T$
i_S	Vetor corrente do estator $[I_{qs} \quad I_{ds}]^T$
I_{ds}	Corrente estatórica de eixo direto
I_{qs}	Corrente estatórica de eixo de quadratura
I_{qd0r}^x	Vetor corrente do rotor no sistema em quadratura arbitrário
I_{qd0s}^x	Vetor corrente do estator no sistema em quadratura arbitrário
\bar{i}_q	Compensação proporcional integral do erro de velocidade rotórica
i_q	Corrente de quadratura de referência do controle por modelo inverso
J	Momento de inércia
j	Operador de variável complexa
K	Matriz de transformação entre o sistema trifásico RST e o sistema em quadratura qd0
k_{p_iq}	Ganho proporcional do controlador PI do controlador velocidade
k_{i_iq}	Ganho integral do controlador PI do controlador velocidade
k_{pv}	Ganho proporcional do controlador PI do controlador das correntes qd
k_{iv}	Ganho integral do controlador PI do controlador das correntes qd
K_{tn}	Constante de torque elétrico

$K_{p\omega}$	Ganho proporcional do controlador PI do estimador de velocidade MRAS
$K_{i\omega}$	Ganho integral do controlador PI do estimador de velocidade MRAS
L_{lr}	Auto-indutância do enrolamento do rotor
L_{ls}	Auto-indutância do enrolamento do estator
L_r	Indutância do enrolamento do rotor
L_s	Indutância do enrolamento do estator
L_m	Indutância mútua entre os enrolamentos do estator e do rotor
N	Número de pares de pólos
$qd0$	Representação das variáveis do motor de indução no sistema em quadratura
q_m	Potência reativa in'stântanea que mantém a corrente magnetizante
R_r	Resistência do enrolamento do rotor
R_s	Resistência do enrolamento do estator
RST	Representação das variáveis do motor de indução no sistema trifásico
s	Operador Laplace
T_r	Variável dada em função dos parâmetros elétricos do motor
T_e	Torque elétrico
T_L	Torque de carga e/ou distúrbio de torque
T_m	Torque mecânico ou dinâmico
\mathbf{T}_s^x	Matriz de transformação entre as variáveis do enrolamento do estator e o sistema de referência arbitrário x .
\mathbf{T}_r^x	Matriz de transformação entre as variáveis do enrolamento do rotor e o sistema de referência arbitrário x .
t_s	Período de discretização ou intervalo de amostragem
u_{ds}	Tensão de quadratura de saída do controlador por modelo inverso
u_{qs}	Tensão de eixo direto de saída do controlador por modelo inverso
\bar{u}_d	Compensação proporcional integral do erro da corrente de eixo direto

\bar{u}_q	Compensação proporcional integral do erro da corrente de quadratura
\mathbf{V}_{qd0r}^x	Vetor tensão do rotor no sistema em quadratura arbitrário
\mathbf{V}_{qd0s}^x	Vetor tensão do estator no sistema em quadratura arbitrário
\mathbf{V}_R	Vetor tensão do rotor $[\mathbf{V}_{qr} \quad \mathbf{V}_{dr}]^T$
\mathbf{V}_S	Vetor tensão do estator $[\mathbf{V}_{qs} \quad \mathbf{V}_{ds}]^T$
V_{ds}	Tensão estatórica de eixo direto
V_{qs}	Tensão estatórica de eixo de quadratura
Z	Operador transformada z
δ_x	Ângulo formado entre o campo do enrolamento do rotor e o sistema de referência arbitrário
λ_{qd0r}^x	Vetor fluxo do rotor no sistema em quadratura arbitrário
λ_{qd0s}^x	Vetor fluxo do estator no sistema em quadratura arbitrário
λ_R	Vetor fluxo do rotor $[\lambda_{qr} \quad \lambda_{dr}]^T$
λ_S	Vetor fluxo do estator $[\lambda_{qs} \quad \lambda_{ds}]^T$
λ_{dr}	Fluxo rotórico de eixo direto
λ_{qr}	Fluxo rotórico de eixo de quadratura
λ_{ds}	Fluxo estatórico de eixo direto
λ_{qs}	Fluxo estatórico de eixo de quadratura
θ	Posição instantânea do campo do rotor
θ_e	Posição instantânea do campo do estator
ρ	Operador derivada
σ	Variável dada em função dos parâmetros elétricos do motor
ω	Velocidade elétrica do rotor
ω_e	Velocidade elétrica do estator
ω_f	Frequência da banda passante do filtro da forma de variáveis de estado

(SVF)

ω_s	Escorregamento
ω_x	Velocidade angular em um sistema de referência arbitrário
x	Sobrescrito que indica referencial arbitrário
e	Sobrescrito que indica referencial síncrono
r	Sobrescrito que indica referencial móvel
s	Sobrescrito que indica referencial estacionário
*	Sobrescrito que indica valor de referência
^	Sobrescrito que indica valor estimado
~	Sobrescrito que indica erro de estimativa em relação a referência
•	Sobrescrito que indica operador derivada
	Operador norma euclidiana

INTRODUÇÃO

1.1 INTRODUÇÃO

Servosistemas de motores elétricos têm sido o cavalo de força em vários ramos da indústria há várias décadas. Estima-se que 70% da energia elétrica produzida é consumida por eles, conforme Sen et. alli (1996). Aliando os interesses industriais de produtividade e qualidade, com a automação industrial e a eficiência energética, a comunidade científica é constantemente impulsionada a buscar soluções plausíveis técnica e financeiramente para a obtenção de sistemas robustos, com reduzida necessidade de manutenção e de alta eficiência. Seguindo as tendências mundiais e pela globalização, apresenta-se, no Brasil, crescentes avanços neste campo tanto pela indústria como pelos grupos de pesquisa, segundo apresentado por Suemitsu et alli (2000).

Neste contexto, o motor de indução trifásico com rotor do tipo gaiola de esquilo, nas aplicações de baixa e média potência, está difundido em servomecanismos de velocidade, posição e torque. Especificamente para este tipo de motor, há dados que informam que este represente 60% do consumo de energia elétrica, Giménez (1995). Deve-se isto, principalmente ao baixo custo (produção e manutenção), a robustez, a capacidade de sobrecarga, a possibilidade de operação em ambientes explosivos e a menor relação peso/potência, se comparados aos servomecanismos de corrente contínua. Entretanto, o alto acoplamento, as características não-lineares e as estruturas multivariáveis limitaram por um grande período suas aplicações.

Atualmente, o estágio de desenvolvimento da tecnologia de acionamento de motores de indução está consolidado. Estima-se que o mercado mundial na área de acionamentos de corrente alternada tenha um volume anual de 12 bilhões de dólares com crescimento anual de 15%, segundo Holtz (2002).

Uma das metas da comunidade científica, no desenvolvimento de servomecanismos com motor de indução trifásico, é a eliminação dos sensores mecânicos (velocidade e torque) sem prejudicar o desempenho dinâmico do sistema. Isto porque com a eliminação dos

sensores de velocidade se reduz a complexidade da estrutura física de acionamento e conseqüentemente o custo; eliminam-se os cabos para os sensores – imunidade ao ruído; podendo também aumentar a confiabilidade do sistema; e se diminui a necessidade de manutenção. A operação em ambiente hostil muitas vezes impossibilita a utilização de sensores de velocidade [23]. Dentro destas metas, o desenvolvimento de controlador *sensorless* robusto a distúrbios de torque é um item pertinente, principalmente, em baixas velocidades de rotação.

O tema abordado nesta dissertação insere-se neste tema: “Controle Sensorless de Motores de Indução Trifásicos sujeitos a Distúrbios de Torque”. Nas próximas seções é apresentado um breve histórico de servomecanismos de motores de indução, o estado da arte sobre as técnicas de controle e de estimação da velocidade, e o desenvolvimento deste trabalho.

1.2 HISTÓRICO DE SERVOMECANISMO DE MOTORES DE INDUÇÃO

A concepção inicial do motor de indução foi no final do século XIX por Nicolas Tesla. Esta descoberta ocorreu em aproximadamente 50 anos após a descoberta do fenômeno da indução eletromagnética por Faraday. Do início do século XX até 1970, impulsionados pela elevação mundial no preço do petróleo, melhorias construtivas com a finalidade de redução dos custos de operação e aumento do rendimento foram propostas para motores de indução, conforme Chapman (1999).

Estudos de modelagem do motor de indução desenvolvidos por Park, em 1920, facilitaram o desenvolvimento do sistema de controle, porém, o acionamento deste motor ainda era complexo e oneroso. A partir da década de 80, alguns fatores foram cruciais aos avanços neste campo de estudo. A disponibilidade e a contínua diminuição dos custos dos conversores de potência, o grande desenvolvimento e popularização de processadores de sinais digitais e o avanço nos estudos de técnicas de controle robustas e adaptativas, ampliaram o uso destes motores em diversas aplicações (Bose, 1997).

As primeiras técnicas de controle de motores utilizavam o controle escalar, isto é, pela variação somente da magnitude das variáveis tensão e frequência. Apesar deste tipo de controle apresentar baixo desempenho dinâmico, isto é, baixa resolução de velocidade e lenta resposta de torque. É ainda utilizado pela indústria em certas aplicações devido sua fácil

implementação. A vantagem deste método é não necessitar da medida da velocidade rotórica (Nash, 1997).

Hasse (1969) e Blaschke (1972), apud Sen (1990) [58], introduziram o conceito de controle por campo orientado, empregando a Transformação de Park – conforme é demonstrado no anexo A, para efetuar o controle do fluxo e torque. Em (1972), Blaschke formulou uma técnica genérica para o controle de motores elétricos de corrente alternada, possibilitando transformar a estrutura complexa do motor de indução em modelos equivalentes ao motor de corrente contínua. A evolução dos trabalhos, seguindo o conceito de controle por campo orientado, dividiu-se em controle por campo orientado direto (DFOC) e controle por campo orientado indireto (IFOC).

No controle por campo orientado direto, é realizado a estimação ou medição do fluxo rotórico para sua posterior realimentação. Esta técnica possibilita que o fluxo e o torque possam ser controlados de forma independente.

Na técnica de controle por campo orientado indireto, são aplicadas as equações do motor de indução para calcular o escorregamento entre o campo magnético do estator e do rotor. Calculado o escorregamento, e com o valor da velocidade rotórica (medida ou estimada), obtém-se a velocidade síncrona das variáveis do estator. Possibilitando desacoplar as correntes de alimentação do motor e as controlar independentemente.

Em meados da década de 80, outra técnica de controle de motores de indução – controle direto de torque (DTC), para servomecanismos de médias e baixas potências, foi apresentada por Takahashi et. alli (1986). Esta técnica é caracterizada pela simplicidade, performance (bom desempenho dinâmico sem a utilização de sensores mecânicos) e robustez. O fluxo e o torque são controlados diretamente por um comparador de histerese, enquanto as correntes e tensões são controladas indiretamente. O acionamento do inversor é determinado por uma tabela lógica garantindo a comutação ótima. Uma técnica semelhante é o auto controle direto (DSC – Direct Self Control) proposta por Depenbrock (1988), preferível em aplicações para altas faixas de potência, onde as baixas frequências de comutação do inversor justifiquem as altas taxas de distorção da corrente.(Casadei et. alli, 2002)

1.3 TÉCNICAS DE CONTROLE DE MOTORES DE INDUÇÃO

Recentes publicações apresentam uma tendência, para servos de motor de indução de

maior desempenho para técnicas de controle por campo orientado e de controle direto de torque. Nas próximas subseções são detalhadas essas técnicas abordando as estratégias de controle empregadas enfatizando para aplicações *sensorless*, suas características e limitações.

1.3.1 CONTROLE POR CAMPO ORIENTADO DIRETO (DFOC)

A técnica de controle DFOC estabelece a orientação direta do fluxo (estatórico ou rotórico). Em ambos os casos são usuais a utilização do referencial síncrono para o DFOC. Na orientação estátórica, o vetor fluxo estátórico é orientado sobre o eixo direto, de forma que a componente do fluxo de quadratura é nula $\lambda_{qs}^e = 0$. Já na orientação no fluxo rotórico, o vetor do fluxo rotórico encontra-se alinhado ao eixo direto d, de forma que seja nulo o fluxo rotórico de quadratura $\lambda_{qr}^e = 0$. Giménez (1995) [17] apresenta detalhadamente as duas formas de orientação.

Para essa orientação, o fluxo deve ser medido ou estimado e realimentado. Devido à dificuldade de instalar sensores para mensurar esse valor, normalmente, o fluxo é estimado e/ou calculado indiretamente. Em muitos casos, a realimentação do fluxo no controle apresenta ruídos, prejudicando o desempenho do controlador principalmente nas baixas frequências, problemas de estimação devido a baixa excitação. Este é um dos principais desafios a ser sanado na utilização desta técnica.

Na figura 1.1, é apresentado um diagrama de blocos resumido do controle por campo orientado direto.

A principal dificuldade de implementação de um controlador *sensorless* empregando a orientação de campo direto é a determinação da orientação instantânea do vetor fluxo. Tamai (1985), apud Schauder et. alli (1992) [56], apresentou as primeiras propostas empregando modelo de referência adaptativo (MRAS). Em 1992, Schauder et. alli, publicou outro trabalho nesta linha com reduzida complexidade e maior desempenho.

Em 1989, Hori et. alli propôs um controle utilizando o observador de fluxo com orientação de campo (FOFO). Este controle agrega robustez ao torque e variações paramétricas do motor. Outro trabalho com este controlador foi apresentado em Tajima et. alli (1993), onde resultados experimentais foram obtidos em um plataforma a base de processador digital de sinais (DSP) atestando a robustez.

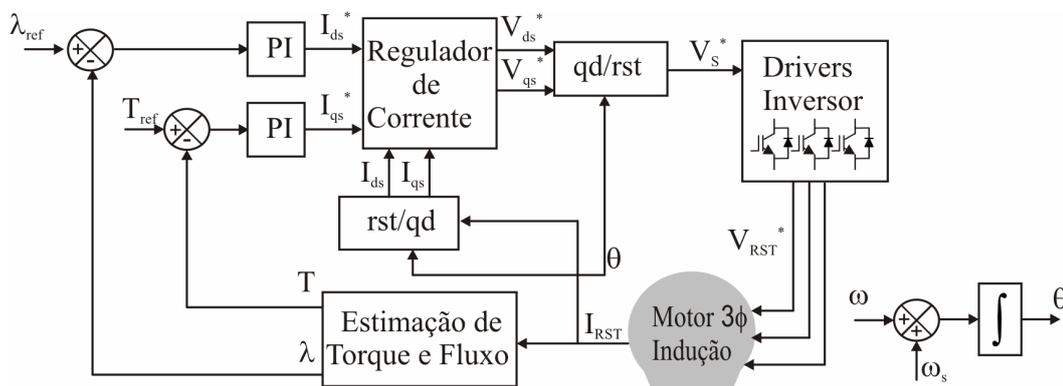


Figura 1.1 – Diagrama resumido da técnica DFOC

Segundo Kubota et. alli (1994), nas metodologias apresentadas por Schauder e Tajima, variações paramétricas da resistência rotórica causam erros na estimação da velocidade. Desta forma, Kubota sugeriu a estimação instantânea da velocidade e da resistência rotórica onde obtinha a velocidade por um observador de fluxo. Seguindo esta tendência, Suwankawin et. alli (2002), apresentou um trabalho mais recente, demonstrando a análise da estabilidade do controlador.

Uma metodologia baseada na geometria e efeitos de saturação, foi apresentada por Schroedl (1996) – INFORM, detecção indireta do fluxo pela medida online da reatância. Um equacionamento matemático é realizado com as medidas de correntes e tensões reativas estatóricas, obtendo a chamada reatância complexa INFORM. A partir desta, determina-se informações da posição angular do fluxo.

O estudo de técnicas que permitam a operação em baixas velocidades de rotação foi proposto por Consoli (2004). Utilizando-se quatro sensores de tensão, é realizado um controle por campo orientado direto *sensorless* de seqüência zero (SZS). A tensão de seqüência zero do estator é gerada através da injeção de um sinal de alta freqüência adequado, possibilitando-se detectar tanto a amplitude quanto a posição angular do fluxo rotórico. A manipulação desta componente de tensão não afeta a velocidade e o torque.

Desde o início da década de 90, observa-se um interesse no estudo de controladores *sliding mode* em aplicações de servoacionamento de motor de corrente alternada (indução e imã permanente). Vislumbra-se que esta metodologia pode ser uma solução ao controle *sensorless*, visto o crescente número de trabalhos publicados.

O controle *sliding mode* é uma técnica de controle robusta a incertezas de sistemas não-lineares descrita por um conjunto de parâmetros em tempo contínuo ou discreto. Sendo o acionamento de servomecanismos dado por fontes de tensão ou de corrente alternada, chaveadas, é possível considerar o controle de estrutura variável com soluções geradas por leis de controle descontínuas que levam as trajetórias do sistema a deslizar sobre uma superfície pré-definida no espaço de estados dando origem ao nome *sliding mode*. Entre suas principais características estão: rejeição de ruído ou distúrbios de carga; insensível a variações paramétricas; possibilita reduzir a ordem, linearizar e desacoplar o sistema; e é de fácil implementação (Utkin et. alli, 1993).

Seguindo esta linha de estudo de servomecanismos *sensorless* para motores de indução, tem-se desenvolvido uma série de trabalhos empregando técnicas de controle *sliding mode*: Neves et. alli (1999), Zhang et. alli (2000), Tursini et. alli (2000), Rodic et. alli (2002), Lascu et alli [35].

A robustez do controlador *sliding Mode* é bem apresentada em tempo contínuo, mas a implementação digital não preserva totalmente essas propriedades devido o tempo de amostragem limitar a existência do verdadeiro *sliding Mode*. O processo de amostragem freqüentemente força a oscilação em torno do ponto verdadeiro (Misawa, 1995).

Os resultados experimentais dos trabalhos apresentados – Zhang [73], Tursini [69] e Lascu [36] – ilustram os ruídos na estimação do torque e do fluxo, demoninado *chattering*. Este ruído diminui a precisão do controlador, aumenta as perdas por aquecimento podendo também provocar vibração mecânica no sistema [70]. A solução a este problema é a utilização do *sliding mode* discreto, realizando as provas matemáticas para garantir a estabilidade do sistema em malha fechada e a convergência do sistema.

1.3.2 CONTROLE POR CAMPO ORIENTADO INDIRETO (IFOC)

A técnica de controle por campo orientado indireto (IFOC) considera que o vetor do fluxo rotórico encontra-se alinhado ao eixo direto d, de forma que seja nulo o fluxo rotórico de quadratura $\lambda_{qr}^e = 0$. [17] As equações do motor de indução são aplicadas para calcular o escorregamento entre o campo magnético do estator e do rotor. Este valor é adicionado a velocidade medida do rotor obtendo a velocidade síncrona das variáveis do estator. Isto

possibilita desacoplar as correntes de alimentação do motor e as controlar independentemente.

Na figura 1.2, é apresentado um diagrama de blocos resumido do controle por campo orientado indireto.

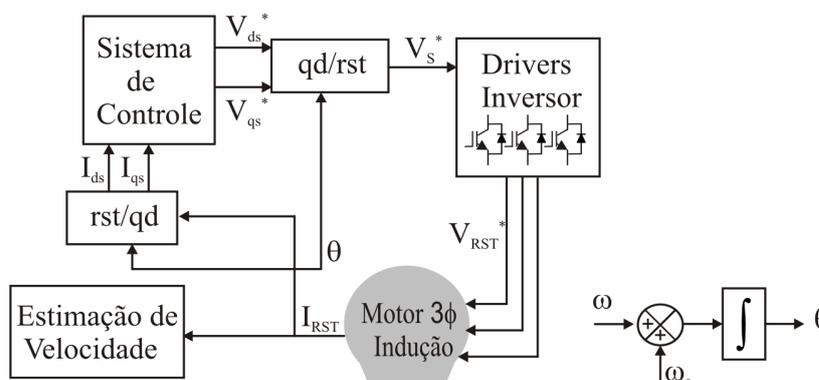


Figura 1.2 – Diagrama resumido da técnica IFOC

A principal desvantagem desta técnica está na dependência entre o cálculo do escorregamento e a variação da constante de tempo do motor que varia conforme a temperatura. Apesar disto, o IFOC apresenta menor ruído e tem por natureza uma característica robusta em relação ao DFOC por utilizar a corrente estatórica na realimentação do sistema, tornando-se mais atrativo no mercado (Haffner, 1998).

Várias propostas empregando controle por modelo de referência adaptativo são apresentadas utilizando a técnica IFOC. Alguns exemplos são: Peng et. alli (1994); Jacobina et. alli (2000), Câmara et. alli (2004) e Martins (2006). A diferença entre os trabalhos encontra-se na estruturação do mecanismo de adaptação e incorporação da estimação utilizada.

Béres et. alli (2001) publicou uma técnica IFOC para operação em baixas velocidades. É abordada uma diferente forma de controle das correntes estatóricas. Efetuando um controle da magnitude dos vetores velocidade e corrente estatórica. A velocidade é estimada por uma equação baseada no modelo matemático do motor considerando as correntes e tensões de alimentação.

Marino et. alli (1990) apresentaram uma forma de linearização do motor de indução trifásico, empregando uma metodologia de controle realimentado linearizado (FLC – *feedback linearization control*) típica de controle de sistemas não-lineares. Considerando o modelo de

quinta ordem do motor de indução, incluindo as dinâmicas elétricas e mecânicas, foi apresentado uma teoria de desacoplamento do sistema. O algoritmo de controle possui identificadores não lineares com rastreamento assintótico do torque e da resistência rotórica (que são assumidos constantes e conhecidos). Conhecendo esses parâmetros, dois controladores regulam a velocidade e o fluxo rotórico desacopladamente. Entretanto, esta técnica não era *sensorless*.

Peresada et. alli (1998) publicou uma proposta para rastreamento *sensorless* da velocidade baseado na presença de distúrbios de torque, seguindo o estudo da técnica de controle apresentada por Marino et. alli (1990) [38]. A estratégia de controle apresentada, [51], assegura o desacoplamento dos subsistemas velocidade e fluxo e possui robustez a variações paramétricas da resistência rotórica. Baseado nas equações do modelo matemático do motor, são determinados o controle do fluxo e controle de velocidade utilizando o princípio do modelo inverso. A estabilidade exponencial do fluxo e o rastreamento da velocidade são garantidos.

Entre outros trabalhos publicados seguindo este conceito de controle estão: Montanari et. alli (2000), Peresada et. alli (2002), Montanari et. alli (2003), Marino et. alli (2004); Montanari et. alli (2004), Montanari et. alli (2007). Esta estratégia é baseada em três controladores distintos: controle do fluxo, controle de velocidade e controle das correntes “qd”. Estas propostas distinguiram-se na forma de organização das equações e nos estimadores de velocidade utilizados. Em particular, Marino [39], com algumas modificações assegura o rastreamento global do controlador *sensorless*, dependendo da observabilidade do fluxo e identificação dos parâmetros.

1.3.3 CONTROLE DIRETO DE TORQUE (DTC)

A estratégia de controle direto de torque (DTC), intrinsecamente *sensorless*, foi publicada por Takahashi et. alli (1986). Os valores de referência de fluxo estático e torque são comparados com os valores atuais (medidos ou estimados) em controladores de histerese de fluxo e torque, respectivamente. Desta forma, esta técnica propicia controlar diretamente e independentemente o torque e o fluxo, e selecionar o modo ótimo de comutação do inversor através da seleção dos vetores de tensão estática.

As principais diferenças em relação ao controle por campo orientado, apresentadas por

Takahashi, são:

O DTC é uma técnica baseada no controle do ciclo limite do fluxo e torque. Determina-se a tensão estatórica ótima através de uma tabela de comutação. Esta tabela é organizada selecionando os melhores vetores de tensão de forma a se ter uma rápida resposta ao torque, assim como minimizar as perdas em comutação.

A componente harmônica do torque eletromagnético é restrita pela banda de histerese. A frequência de comutação dos comparadores pode ser a mesma utilizada pelo controle por campo orientado. Entretanto, o DTC possibilita reduzir, sob a mesma condição, oscilações de torque e fluxo. Essas oscilações são relacionadas a ruído acústico e perdas harmônicas.

A eficiência do DTC em regime permanente é garantida controlando a amplitude do fluxo de acordo com o torque necessitado, excluindo-se em baixas frequências de rotação. No caso do controle por campo orientado, devido a tensão de saída do inversor ser limitada, a resposta instantânea ao torque não pode ser assegurada.

Na técnica de controle DTC, diferentemente do controle por campo orientado, não são necessários: reguladores para as correntes, sistema de referência, geração de sinais em largura de pulso (PWM).

Na figura 1.3, é apresentado um diagrama de blocos resumido do controle direto de torque.

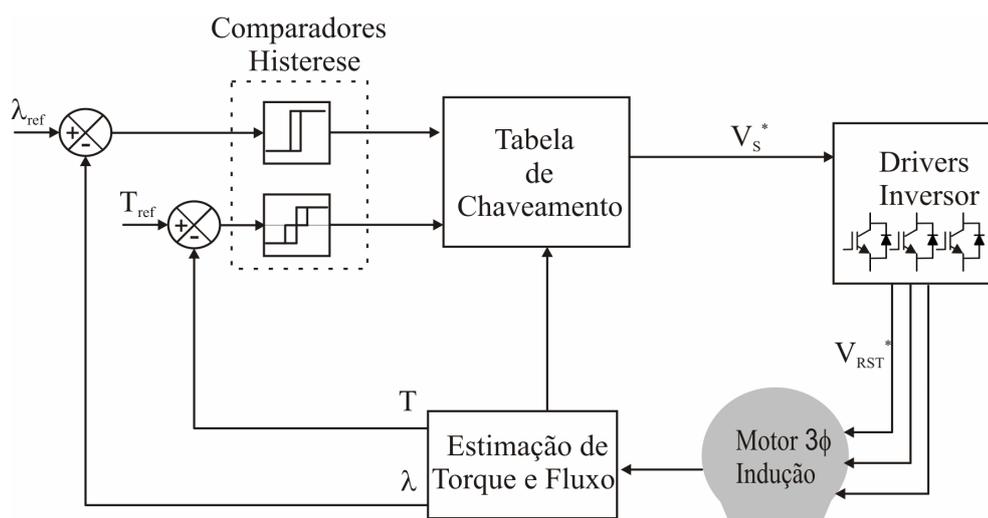


Figura 1.3 – Diagrama resumido da técnica DTC

A simplicidade e o bom desempenho no controle do torque, em regime permanente e nos transitórios, estão entre suas principais vantagens. Entretanto, também sofre com os

problemas de variação paramétrica como o controle por campo orientado. Os principais desafios a serem sanados em relação ao DTC são [9]:

- Dificuldade de controle do torque e fluxo em baixas velocidades de rotação;
- Alta oscilação de corrente e torque;
- Frequência de comutação variável;
- Ruído em baixas rotações;
- Ausência de controle direto das correntes;

Nos últimos anos, vários trabalhos têm sido publicados visando melhorias desta técnica de controle de motores de indução. Entre as principais contribuições ao DTC estão:

Foram propostas melhorias na tabela de comutação, como proposto por Nash (1997) [48]. Neste trabalho, um circuito de aplicação específica (ASIC) realiza a seleção de um dos oito vetores disponíveis (sendo dois deles vetores nulos) de tensão estatórica através dos dados de saída dos controladores de histerese de torque e fluxo. A magnitude do fluxo do estator é normalmente mantida constante, e o torque é controlado variando o ângulo entre os vetores dos fluxos estatórico e rotórico. Este método é válido devido a constante de tempo rotórica ser superior a constante de tempo estatórica. Assim, o fluxo rotórico é relativamente estável e as variações são lentas comparadas ao fluxo do estator.

Alguns trabalhos apresentaram melhorias nos comparadores de histereses. No trabalho apresentado por Casadei [9], uma análise dos efeitos das amplitudes das bandas de histerese de fluxo e torque no desempenho do controlador. Os resultados obtidos mostram que a banda de histerese do fluxo afeta principalmente na distorção da corrente em termos de harmônicos de baixa ordem. Altos valores da banda de histerese do fluxo determinam perdas no cobre. Quando a amplitude da banda de histerese do torque é estabelecida pela carga, as perdas do sistema são unicamente funções da variação do fluxo. Kang et. alli (1999) propôs uma modificação nas bandas de histerese. A frequência característica do controlador de histerese de fluxo é diferente da frequência do controlador de histerese de torque. Esta modificação faz com que os controladores de histerese do fluxo e torque tenham diferentes contribuições na frequência de comutação total.

Outra contribuição interessante foi a implementação de controladores DTC com frequência constante com técnicas PWM e SVM. Buja et. alli (2004) apresentam o estado da arte de controladores DTC com inversores PWM. A operação do DTC com frequência fixa possibilita a redução da oscilação de torque e fluxo, melhora o desempenho na partida e em

baixas velocidades de rotação. Estratégias DTC operando em frequência constante podem ser implementadas em malha fechada com controladores proporcionais integrais, preditivos – *dead-beat* ou *neuro-fuzzy*. É calculado o vetor tensão o qual pode ser sintetizado utilizando técnicas de modulação por largura de pulso (PWM) ou modulação space-vector (SVM). Um trabalho com este enfoque, é o de Lai et. alli (2001), o qual emprega amostragem regular assimétrica de modulação *space vector*.

A introdução de técnicas *fuzzy* e *neuro-fuzzy* são proposta para o controle DTC. Bacha et. alli (2001) propõem um controlador DTC baseado na lógica *fuzzy*. O controlador *fuzzy* possui três variáveis de estado e uma variável de controle para atingir o torque e fluxo constante. As variáveis de estado utilizadas são: a diferença entre o fluxo de referência e o estimado no estator, a diferença entre o torque elétrico e o estimado e a fase com o fluxo estatórico. Miloudi et. alli (2004) apresentaram um controlador DTC *neuro-fuzzy*. Este controlador utiliza a amplitude do fluxo estatórico e o torque eletromagnético na determinação, pelo controlador *neuro-fuzzy* adaptativo, da tensão *space vector*.

A utilização de estimadores de fluxo no controle DTC são apresentadas com o intuito de melhorar o desempenho em baixas velocidade de rotação. Casadei et. alli (1997) [10] apresentaram uma proposta ao desempenho do DTC em baixas velocidades de rotação inserindo um estimador para o fluxo estatórico. A inserção deste estimador permitiu uma significativa redução da sensibilidade do controlador a variações paramétricas e *offsets* dos sensores de corrente. Lascu et alli [36] apresentaram um controlador híbrido, utilizando o controle *bang-bang* quando é necessária uma rápida resposta ao torque, e controle *space vector* em regime permanente. Neste trabalho, um estimador Luenberger do fluxo estatórico foi empregado para minimizar os erros cumulativos na estimação da velocidade.

1.4 ESTIMAÇÃO DA VELOCIDADE

Nas últimas décadas, têm sido publicadas várias propostas de controle sem a utilização de sensores mecânicos para motores de indução trifásicos. Agregando conceitos de confiabilidade e robustez, aliados a redução dos custos dos microcontroladores (entre eles o processador digital de sinais – DSP), a substituição de sensores mecânicos por algoritmos capazes de estimar a velocidade rotórica passou a ter respaldo comercial. Normalmente, estes algoritmos de estimação utilizam informações das correntes e tensões estatóricas. O diagrama

representado na figura 1.4 sumariza as principais formas de estimação da velocidade.

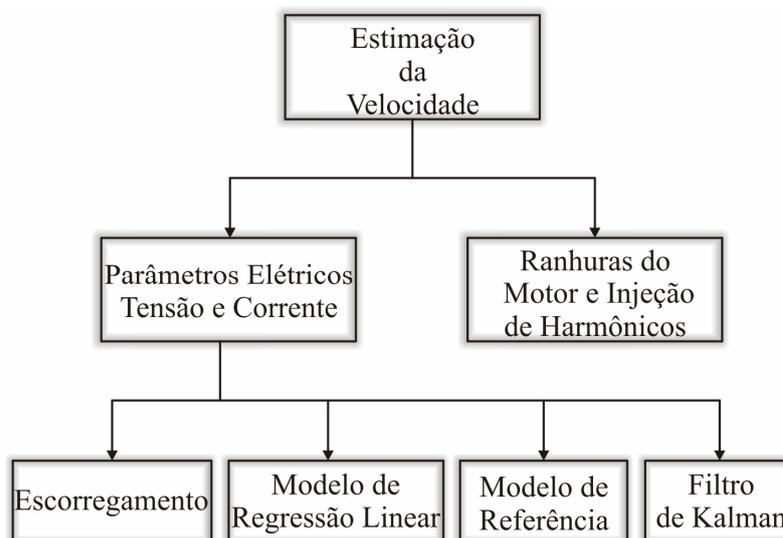


Figura 1.4 – Metodologias de Estimação da Velocidade

A estimação da velocidade utilizando-se a metodologia das ranuras e da injeção de harmônicos apresentam desempenho considerável em baixas velocidades, muito próximas a zero. Jasen et. alli (1995), Cilia et. alli (1997), Teske et. alli (2000) são alguns trabalhos nesta linha. Entretanto, a injeção de sinais causa oscilações de torque, vibração e ruído audível. Este tipo de estimação é aplicável para motores com características construtivas especiais, não para motores padrões, não sendo o foco de estudo deste trabalho.

Nas próximas subseções, são detalhadas técnicas de estimação de velocidade que empregam parâmetros elétricos (tensão e corrente).

1.4.1 ESTIMAÇÃO DO ESCORREGAMENTO

Abbondanti et. alli (1975) publicaram uma das primeiras formas de estimação da velocidade medindo somente a tensão e a corrente estatórica. Baseando-se no modelo equivalente do motor de indução no referencial estacionário, é obtida uma equação que relaciona o conjugado eletromagnético T_e com a velocidade rotórica ω :

$$\omega_s = \frac{R_r \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot T_e}{N |V_s - (R_s - j \cdot \omega \cdot L_s) \cdot I_s|} \quad (1.1)$$

$$\omega = \omega_s + \omega_e \quad (1.2)$$

N e f , respectivamente, são o número de pares de pólos e a frequência de acionamento do estator.

ω_s e ω_e são o escorregamento e a velocidade estacionária.

A forte dependência paramétrica, principalmente a resistência rotórica, e a limitação da estimativa ao regime permanente são alguns dos entraves da metodologia de Abbondanti [1].

Bose et. alli [6] apresentaram um controlador DFOC. As equações (1.3) e (1.4) indicam a estimação do escorregamento e velocidade síncronas. Esta técnica de estimação tem o inconveniente de ser sensível à variação paramétrica da resistência estatórica.

$$\omega_s = \frac{I_{qs}^s \cdot L_s \cdot (1 + \sigma \cdot T_r)}{T_r \cdot (\lambda_{ds}^s - \sigma \cdot L_s \cdot I_{ds}^s)} \quad (1.3)$$

$$\omega_e = \frac{(V_{qs}^s - R_s \cdot I_{qs}^s) \cdot \lambda_{ds}^s - (V_{ds}^s - R_s \cdot I_{ds}^s) \cdot \lambda_{qs}^s}{|\lambda_s|^2} \quad (1.4)$$

Onde $T_r = \frac{L_r}{R_r}$ e $\sigma = L_s \cdot L_r - L_m^2$.

Béres et. alli [5] propuseram um controle IFOC *sensorless* baseado em uma equação que relaciona o escorregamento do motor com a corrente de quadratura do estator I_{qs}^e e o fluxo de eixo direto do rotor λ_{dr}^e . Esta equação é determinada através do modelo matemático do motor em coordenadas síncronas.

$$\omega_s = \frac{R_r \cdot L_m \cdot I_{qs}^e}{L_r \cdot \lambda_{dr}^e} \quad (1.5)$$

O sistema de controle apresentado por Béres [4] possui bom desempenho em baixas velocidades de rotação e no controle de torque. Entretanto, a estimação é bastante ruidosa na passagem da velocidade rotórica por zero.

1.4.2 MODELO DE REGRESSÃO LINEAR

Modelos regressão linear são metodologias de estimação para sistemas não lineares, podendo ser utilizados para estimação de parâmetros aumentando o número de estados. Vélez-Reyes et alli (1989) propuseram um estimador de erro mínimo quadrático da função de transferência. Esta função é obtida através do modelo matemático do motor:

$$\frac{\mathbf{I}_s}{\mathbf{V}_s} = \frac{\frac{1}{\sigma \cdot L_s} \cdot s + \frac{1}{\sigma \cdot L_s} \cdot \left(\frac{1}{T_r} - j\omega \right)}{s^2 + \left(\frac{R_s + \frac{L_s}{T_r}}{\sigma \cdot L_s} - j\omega \right) \cdot s + \frac{R_s}{\sigma \cdot L_s} \cdot \left(\frac{1}{T_r} - j\omega \right)} \quad (1.6)$$

A velocidade rotórica é estimada com base nas medições de tensão e corrente estatóricas. Considerando os parâmetros da planta conhecidos, a estimação da velocidade é solucionada por métodos de regressão linear:

$$\mathbf{Y}(k) = \mathbf{C}(k) \cdot \theta \quad (1.7)$$

Véles-Reyes [71] utilizou um algoritmo RLS para estimação do parâmetro θ . A figura 1.5 apresenta o diagrama de blocos do sistema proposto.

Minami et. alli (1991) apresentaram uma proposta com três modelos de regressão linear, utilizando as medidas de tensão e corrente estatóricas. Cada um dos modelos possui uma escala de tempo diferente, considerando os parâmetros de interesse e sua taxa de variação. Esta proposta reduz o esforço computacional por ciclo de amostragem, melhorando a robustez em relação a variações paramétricas como a resistência estatórica. Um dos problemas desta técnica, são os harmônicos da tensão devido a comutação do inversor que ocasionam imprecisões na estimação da velocidade.

Entre outros trabalhos empregando a estimação da velocidade por regressão linear estão: Kook et. alli (1998) e Véles-Reyes et. alli (2001). Em Kook, é apresentado um algoritmo tipo rede neural RLS possibilitando uma convergência mais rápida – quando os parâmetros são próximos dos verdadeiros. Já na publicação de Véles-Reyes, são propostas melhorias na estimação da velocidade empregando a estimação dos parâmetros elétricos,

como a resistência estática, a constante de tempo entre outros.

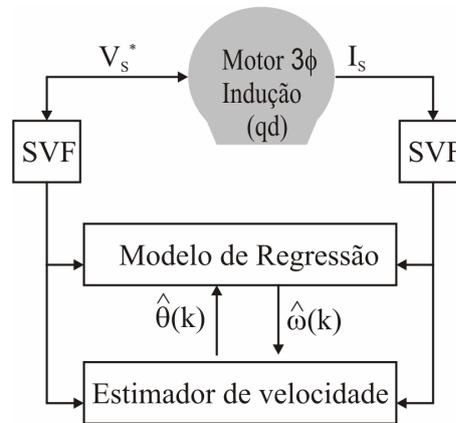


Figura 1.5 – Metodologias de Estimação da Velocidade utilizando regressão linear (proposta por Veles-Reyes et. alli, 1993)

1.4.3 MODELO DE REFERÊNCIA (MRAS)

A utilização de controladores adaptativos tem apresentado grandes contribuições no desenvolvimento de servosistemas sensorless para motor de indução. Agregam ao sistema alto desempenho mesmo quando a planta não é bem conhecida ou perante variações paramétricas. O algoritmo deste tipo de controle baseia-se na comparação das saídas da planta com um observador (modelo de referência). A diferença entre ambos é realimentada por um mecanismo de adaptação ajustando o observador.

Pode-se definir dois tipos de controladores por modelo de referência:

- Observadores de corrente e/ou fluxo.
- Observadores de força contra-eletromotriz ou potência reativa.

Observadores de corrente e/ou fluxo:

Kubota et. alli (1993) apresentou um controle MRAS com um observador do fluxo rotórico. Foi considerado o modelo da planta e o modelo de referência, sendo $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} I_s \\ \lambda_r \end{bmatrix}$ e

$\hat{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} I_s \\ \hat{\lambda}_r \end{bmatrix}$. A figura 1.6 ilustra o controle MRAS proposto por Kubota (1993).

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot v_s \quad (1.8)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{X}}} = \hat{\mathbf{A}} \cdot \hat{\mathbf{X}} + \mathbf{B} \cdot v_s + \mathbf{G}(\hat{i}_s - i_s) \quad (1.9)$$

A e B são matrizes do modelo matemático do motor de indução.

$\hat{\mathbf{A}}$ e G são matrizes do observador que relacionam características do modelo matemático do motor de indução.

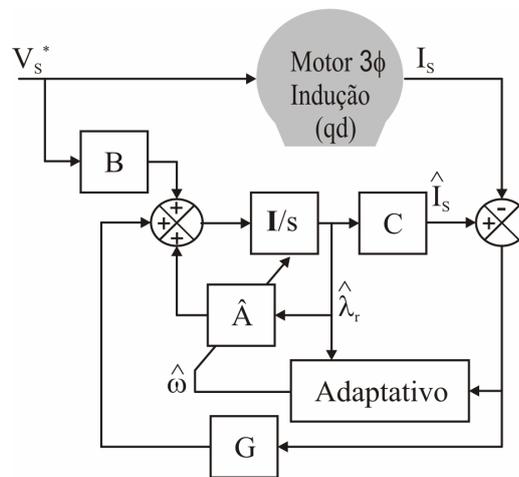


Figura 1.6 – Metodologias de Estimação da Velocidade utilizando observadores de fluxo (proposta por Kubota et. alli, 1993)

A estimação utilizando observadores de corrente e/ou fluxo apresentam problemas na prova da estabilidade. Conforme Harnefors (2000), as dinâmicas não-lineares do fluxo no acionamento sensorless de motores de indução apresentam como característica múltiplos pontos de equilíbrio. O ponto de equilíbrio desejado, em coordenadas síncronas, é $\lambda_{ref} + j0$. λ_{ref} é a referência de fluxo que, no melhor dos casos, está localizada em pontos assintoticamente estáveis. Entretanto, até mesmo a estabilidade local é frequentemente perdida por um modo de operação regenerativo.

A estabilidade global é uma propriedade desejada na estimação da velocidade empregando-se observadores de corrente e/ou fluxo. Em Kubota [32] e Maes [37], leis de controle e observadores de velocidade adaptativos projetados utilizando teorias de estabilidade de Lyapunov, implicando na estabilidade global. Entretanto, a análise da estabilidade não é executada estritamente, como é mostrado em Hinkkanen [22] e Tajima [64] respectivamente.

Harnefors (2007) [20] publicou um artigo demonstrando que as provas usando Lyapunov são falhas para observadores de corrente e/ou fluxo *sensorless*. Esta análise contraria os trabalhos apresentados por Cirrincione et. alli (2006) e Suwankawin et. alli (2006). Segundo Harnefors [20], as funções candidatas de Lyapunov nas formas sugeridas por – Kubota [32], Maes [37], Cirrincione [13] e Suwankawin [62] – não podem ser funções Lyapunov se não providos de medições do fluxo ou da velocidade. Conseqüentemente, é falha a estabilidade global do acionamento de motores de indução *sensorless* utilizando estes observadores MRAS, assumindo presunções razoáveis, estes estimadores são marginalmente estáveis, passíveis de erros de regime permanente constantes ou oscilatórios. Em 2008, Harnefors et. alli [21] publicaram um trabalho demonstrando a completa estabilidade de observadores de ordem reduzida e completa, incluindo o projeto dos ganhos necessários para atingir a estabilidade.

Observadores de força contra-eletromotriz ou potência reativa:

Peng et. alli [53] apresentaram duas formas controle MRAS, utilizando a força contra-eletromotriz ou a potência reativa, no lugar do fluxo e/ou corrente. Salienta-se como principal contribuição, nesta proposta, a eliminação da operação de integração.

As equações do MRAS utilizando a força contra-eletromotriz \mathbf{e}_m e estimada $\hat{\mathbf{e}}_m$ são

$$\hat{\mathbf{e}}_m = \frac{L_m^2}{L_r} \left(\begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} & -\omega \\ \omega & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{I}_m + \begin{bmatrix} \frac{1}{T_r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{I}_s \right) \quad (1.10)$$

$$\mathbf{e}_m = \mathbf{V}_s - \left(\begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \cdot \mathbf{I}_s + \begin{bmatrix} 0 & -\sigma L_s \\ \sigma L_s & 0 \end{bmatrix} \cdot \dot{\mathbf{I}}_s \right) \quad (1.11)$$

A corrente de magnetização \mathbf{I}_m é dada por

$$\mathbf{I}_m = \mathbf{I}_s + \frac{L_r}{L_m} \cdot \mathbf{I}_r \quad (1.12)$$

Para minimizar o efeito da resistência estatórica R_s , multiplica-se a força contra-eletromotriz e sua estimativa por \mathbf{I}_s , observando a potência reativa q_m . A figura 1.7 ilustra a estimativa da velocidade utilizando a potência reativa proposta por Peng et. alli [53].

$$\hat{\mathbf{q}}_m = \frac{L_m^2}{L_r} \cdot \mathbf{I}_s \otimes \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} & -\omega \\ \omega & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{I}_m \quad (1.13)$$

$$\mathbf{q}_m = \mathbf{I}_s \otimes \left(\mathbf{V}_s - \begin{bmatrix} 0 & -\sigma L_s \\ \sigma L_s & 0 \end{bmatrix} \cdot \dot{\mathbf{I}}_s \right) \quad (1.14)$$

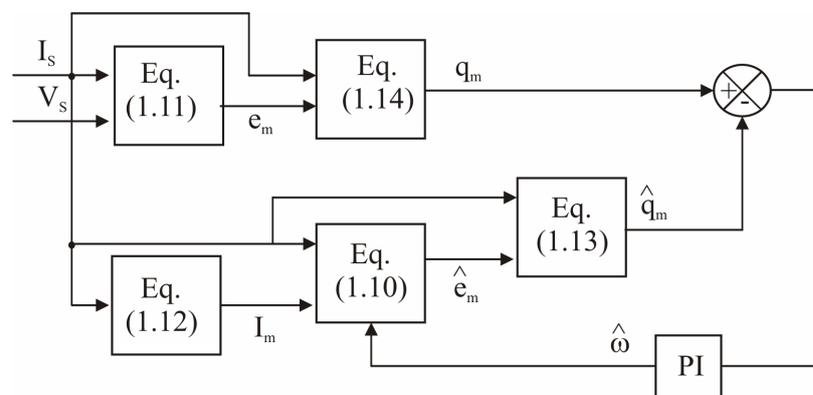


Figura 1.7 – Metodologias de Estimação da Velocidade utilizando potência reativa (proposta por Peng et. alli, 1994)

1.4.4 FILTRO DE KALMAN

O filtro de Kalman é um observador eficiente e robusto tanto para sistemas lineares quanto não lineares. Este filtro baseia-se na minimização do erro de covariância estimado. Sua aplicação é adequada para obter a estimação de variáveis de estado e parâmetros do modelo e eliminar ruídos de medida.

A estimação da velocidade empregando filtro de Kalman é uma técnica baseada no modelo do motor. O motor é modelado como um sistema de terceira ordem, sendo a velocidade rotórica uma variável de estado adicional. Uma função de erro quadrático minimiza erros nas medições do sistema. Esta função erro é calculada tendo como base as variáveis de estado preditivas, levando em consideração ruídos e variações paramétricas do modelo. Para maiores detalhes vide Holtz [23].

Kim et. alli (1994) apresentaram uma proposta *sensorless*, conforme ilustrado na figura 1.8. As variáveis de estado são compostas por correntes estatóricas, fluxo rotórico e

velocidade rotórica. É empregado um filtro de Kalman estendido para identificar a velocidade rotórica e fluxo rotórico baseada nas medidas das correntes estatóricas e tensão do barramento capacitivo do inversor (V_{cc}). A velocidade estimada é realimentada no controlador e na transformação do sistema de referência (orientado no fluxo rotórico).

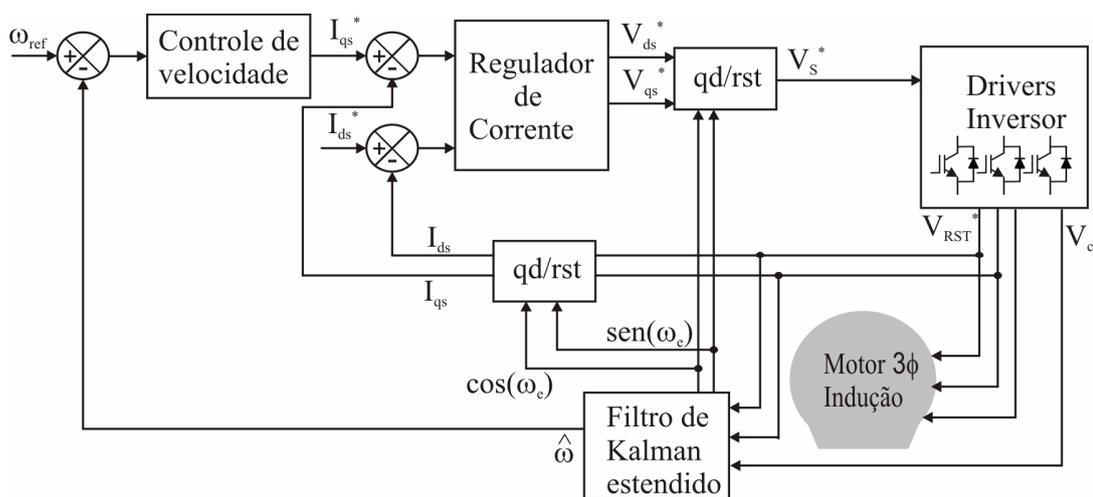


Figura 1.8 – Metodologias de Estimação da Velocidade utilizando Filtro de Kalman (proposta por Kim et. alli, 1994)

A utilização de um filtro de Kalman com ordem reduzida foi proposta por Kim et. alli (1995). Nesta proposta, não é necessário a medição da tensão do barramento capacitivo do inversor, sendo obtidas indiretamente pela função de comutação. Para compensar o erro de velocidade é empregado um controlador proporcional integral. A forma reduzida do filtro de Kalman apresentou-se mais robusta a variações na resistência rotórica.

As principais limitações desta técnica devem-se:

- Sensibilidade paramétrica.
- Exige um maior esforço computacional.
- Operação em baixas velocidades; o fluxo rotórico fica enfraquecido dificultando sua estimação devido a ser uma técnica de controle orientado direto.
- Para o cálculo da matriz de ganho do filtro de Kalman é necessário o conhecimento da distribuição do ruído. Não sendo bem conhecida esta distribuição, a minimização do ruído não pode ser garantida.

1.5 JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS DO TRABALHO PROPOSTO

Despertado o interesse da comunidade científica a servomecanismos de motor de indução, têm sido propostas várias técnicas de controle – controle escalar, controle vetorial (IFOC e DFOC) e controle direto de torque. Conforme o estado da arte nas seções anteriores, têm-se desenvolvido diversas metodologias para o controle e a estimação da velocidade. Embora o grande número de trabalhos, o controle *sensorless* ainda possui certos entraves a serem solucionados. A robustez a variação de carga (distúrbio de torque) e a operação em baixas velocidades de rotação estão entre eles.

As metodologias de controle DFOC e DTC apresentam em sua concepção o controle do torque. Entretanto, possuem desempenho prejudicado na estimação de velocidade em baixas velocidades de rotação. Devido ao enfraquecimento do fluxo nesta faixa de operação, a utilização destas metodologias de controle não é aconselhada. Assim, o controle IFOC é mais indicado.

Marino e Montanari apresentam uma seqüência de trabalho empregando o controle IFOC realimentado linearizado (FLC – *feedback linearization control*). Esta metodologia emprega controle de fluxo, de velocidade e de corrente “qd”. A união destes três controladores possibilita a realimentação do torque (medido ou estimado) para sua compensação. Entre suas principais características estão: o rastreamento do erro de velocidade, a regulação do fluxo, é assegurada estabilidade e convergência do sistema e, robustez a variações de torque.

A principal contribuição deste trabalho é o estudo de uma técnica de controle sem a utilização de sensores mecânicos e averiguar sua robustez a distúrbio de torque em baixas velocidades de rotação. Propõe-se o estudo da técnica de controle IFOC realimentado linearizado (FLC) utilizando a estimação da velocidade por modelo de referência da potência reativa. Objetiva-se através de simulação e implementação experimental averiguar o desempenho deste sistema de controle frente a variações de carga em algumas faixas de velocidade (entre 10% a 50% do valor nominal).

1.6 DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS

Na seqüência, este trabalho está organizado como segue:

O capítulo dois apresenta a modelagem, a metodologia de estimação da velocidade escolhida e do torque. É realizada uma breve descrição da modelagem do motor de indução trifásico tipo gaiola de esquilo, abordando sua estrutura elétrica e mecânica, a demonstração detalhada do desenvolvimento das equações em diferentes referenciais encontra-se no anexo A. Para efetuar a estimação da velocidade, empregou-se uma metodologia modificada do estimador proposto por Peng et. al. (1994). A velocidade estimada é filtrada por um filtro de Kalman de ordem reduzida, onde também é obtida a estimação do torque.

A estrutura e o desenvolvimento de projeto do controlador proposto são descritos no capítulo três. Empregando-se as equações do modelo matemático do motor apresentado no capítulo dois, o sistema de controle é formulado através da estratégia de controle realimentado linearizado (FLC – *feedback linearization control*) típica de sistemas não-lineares. Este sistema é composto de três controladores distintos: controle de fluxo, controle de velocidade e controle das correntes “qd”. Para melhorar a resposta dinâmica do sistema, foram inseridos controladores proporcionais integrais (PI) nos controladores das correntes “qd” e no controle de velocidade. É mostrado o desenvolvimento e projeto destes controladores PI.

De forma a averiguar o desempenho do servossistema *sensorless* proposto, resultados de simulação são apresentados no capítulo quatro. Na simulação do sistema é empregado o software Matlab. São apresentadas as metodologias utilizadas na discretização do algoritmo do sistema de controle e nos estimadores de velocidade e de torque.

A plataforma de controle e a metodologia dos ensaios são detalhadas no capítulo cinco. A simulação em hardware de tempo-real é apresentada, descrevendo as devidas considerações para a implementação do algoritmo de controle no DSP. Posteriormente, resultados experimentais ilustram o desempenho do sistema.

Finalmente no capítulo seis, são apresentados as conclusões obtidas deste trabalho bem como as propostas para trabalhos futuros.

1.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo, apresentou-se um estudo sobre servossistemas de motores de indução trifásicos. A partir desta revisão alguns pontos podem ser mencionados:

O controle DFOC possibilita controlar independentemente o torque e o fluxo rotórico. Entretanto, a realimentação do fluxo no controle pode apresentar ruídos, prejudicando o

desempenho do sistema em baixas frequências de rotação. Uma solução é a utilização de observadores de fluxo tipo *sliding mode* discreto. Estes observadores apresentam robustez em relação a erros de modelagem e rejeição aos ruídos (como distúrbios de torque). A utilização desta técnica requer a análise da estabilidade do sistema em malha fechada.

O DTC é intrinsecamente um controle sensorless. Suas principais vantagens são a simplicidade e o bom desempenho a variações de carga. Todavia, sofre dos mesmos problemas do DFOC em baixas velocidades de rotação devido ao enfraquecimento do fluxo.

O acionamento do motor, no caso do controle IFOC, é mais simples, apresenta menor ruído e natureza mais robusta que o DFOC. Entre as técnicas apresentadas, a metodologia de controle apresentada por Marino et. al. [38] possibilita compensação do torque de carga (distúrbio de torque). Esta metodologia baseia-se no controle realimentado linearizado FLC típica de sistemas não lineares. Sua formulação é equacionada considerando o modelo do motor de indução de quinta ordem, incluindo as dinâmicas elétricas e mecânicas, sendo necessário o prévio conhecimento do torque de carga ou distúrbio de torque. No caso do valor de torque não ser conhecido e/ou medido, este pode ser estimado através de um filtro de Kalman, utilizando como variável de entrada a velocidade estimada.

Nas metodologias de estimação da velocidade, destacam-se o desempenho apresentado por Véles-Reyes et. al. [71] e Peng et. al. [53].

Véles-Reyes [71] apresentaram uma metodologia de estimação da velocidade empregando modelos de regressão linear. O projeto é simples e de fácil implementação, entretanto, necessita de estimação paramétrica e apresenta problemas em baixas velocidades de rotação.

A metodologia de estimação da velocidade, proposta por Peng [53], apresentou um controle MRAS utilizando a potência reativa. Entre suas principais características estão as de não necessitar de integração, relativa robustez a variações das resistências estatórica e rotórica e bom desempenho em baixas velocidades.

Com estas colocações, o presente trabalho visa o estudo de servomecanismo *sensorless* e averiguar sua robustez a distúrbios de torque inclusive em baixas velocidades de rotação.

MODELAGEM, ESTIMAÇÃO DE VELOCIDADE E TORQUE

2.1 INTRODUÇÃO

A implementação de técnicas de controle requer um modelo matemático adequado que represente com certa fidelidade o sistema em questão. Aliados ao controlador, o sistema de controle também envolve medição, estimação e identificação, em tempo real, de variáveis. Em vista, este capítulo aborda a modelagem e os algoritmos de estimação requeridos para execução do controlador proposto.

Para que seja possível o desenvolvimento de técnicas de controle IFOC, é necessária a modelagem matemática do motor de indução trifásico gaiola de esquilo. Nesta modelagem, as variáveis trifásicas sofrem uma mudança de referencial para um sistema bifásico em quadratura, conforme Krause (1986) [33]. Na fundamentação das equações do modelo elétrico e mecânico, é utilizada a teoria generalizada de motor elétrico proposta por Park. Uma abordagem mais detalhada da obtenção do modelo elétrico é apresentada no anexo A.

Seguindo as tendências da indústria e da comunidade científica no desenvolvimento de servosistemas de motores de indução, busca-se minimizar o número de sensores. Entre estes, os sensores mecânicos velocidade e torque, assim como, metodologias de estimação da velocidade e do torque são apresentadas na seqüência do capítulo.

A estimação da velocidade baseia-se em modelos de referência da potência reativa. Esta metodologia de estimação foi proposta por Peng et. alli (1994) [53]. Aqui é apresentado o equacionamento para obtenção das potências reativas (medida e estimada), possibilitando realizar a estimativa da velocidade.

Um filtro de Kalman de ordem reduzida é utilizado para realizar a estimativa do torque. Este filtro é um ótimo estimador de estados adaptativo, empregando a velocidade estimada para estimação do torque. Na realimentação do sistema de controle, utiliza-se a velocidade filtrada por Kalman, eliminando algumas possíveis fontes de ruído.

2.2 MODELAGEM DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

No motor de indução, o campo magnético do estator e do rotor giram em velocidades diferentes. Sendo assim, necessário referenciar as variáveis estatóricas e rotóricas no mesmo sistema de referência. As transformações $0\alpha\beta$ de Park (qd0) são formas alternativas de representar o sistema trifásico em um sistema equivalente bifásico desacoplado, através de uma mudança do sistema de referência. No anexo A, é apresentada a transformação de Park para motor de indução trifásico em várias representações das variáveis de estado (corrente e/ou fluxo).

Considerando um referencial arbitrário x , o modelo corrente do motor de indução trifásico tipo gaiola de esquilo, relacionando as tensões estatóricas (V_{qs}^x e V_{ds}^x) e as correntes estatóricas (I_{qs}^x e I_{ds}^x) e rotóricas (I_{qr}^x e I_{dr}^x), é dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 & -(\omega_x + a_2 N\omega) & a_3 & -a_4 N\omega \\ (\omega_x + a_2 N\omega) & -a_1 & a_4 N\omega & a_3 \\ a_6 & a_7 N\omega & -a_8 & -(\omega_x - a_9 N\omega) \\ -a_7 N\omega & a_6 & (\omega_x - a_9 N\omega) & -a_8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_5 & 0 \\ 0 & a_5 \\ -a_{10} & 0 \\ 0 & -a_{10} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{qs}^x \\ V_{ds}^x \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Na equação (2.1), as componentes de sequência zero não são representadas, seu valor é nulo para o motor de indução trifásico balanceado.

Seguindo as definições (2.2)-(2-12) e a simbologia da Tabela 2.1, tem-se

$$a_0 \triangleq L_s L_r - L_m^2 \quad (2.2)$$

$$a_1 \triangleq \frac{R_s L_r}{a_0} \quad (2.3)$$

$$a_2 \triangleq \frac{L_m^2}{a_0} \quad (2.4)$$

$$a_3 \triangleq \frac{R_r L_m}{a_0} \quad (2.5)$$

$$a_4 \triangleq \frac{L_r L_m}{a_0} \quad (2.6)$$

$$a_5 \triangleq \frac{L_r}{a_0} \quad (2.7)$$

$$a_6 \triangleq \frac{R_s L_m}{a_0} \quad (2.8)$$

$$a_7 \triangleq \frac{L_s L_m}{a_0} \quad (2.9)$$

$$a_8 \triangleq \frac{R_r L_s}{a_0} \quad (2.10)$$

$$a_9 \triangleq \frac{L_s L_r}{a_0} \quad (2.11)$$

$$a_{10} \triangleq \frac{L_m}{a_0} \quad (2.12)$$

Tabela 2.1 – Simbologia

Símbolo	Definição
L_m	Indutância magnetizante
L_s	Indutância estatórica
L_r	Indutância rotórica
N	Número de pares de pólos
R_s	Resistência estatórica
R_r	Resistência rotórica

A figura 2.1 ilustra o circuito elétrico equivalente do motor de indução trifásico gaiola de esquilo em um referencial genérico.

O torque eletromagnético T_e produzido pelo motor é proporcional ao produto vetorial dos fluxos estatórico e rotórico, podendo ser representado por

$$T_e = NL_m (I_{dr} I_{qs} - I_{ds} I_{qr}) \quad (2.13)$$

Através da equação (A.94) apresentada no anexo A no referencial móvel, tem-se

$$\begin{bmatrix} I_{qr}^r \\ I_{dr}^r \end{bmatrix} = \frac{1}{L_r} \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} - \frac{L_m}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

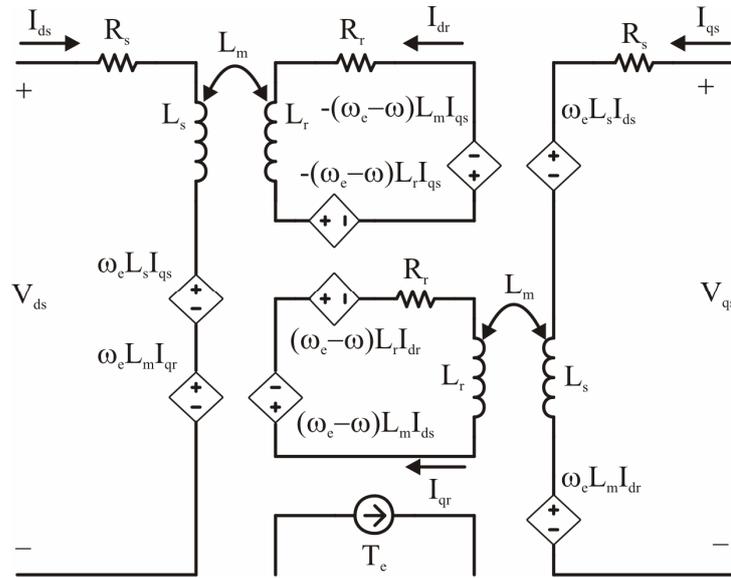


Figura 2.1 – Circuito elétrico equivalente do motor de indução em referencial genérico

De (2.14) pode-se escrever as correntes no eixo de quadratura e no eixo direto como

$$I_{qr}^r = -\frac{L_m}{L_r} I_{qs}^r \quad (2.15)$$

$$I_{dr}^r = \frac{\lambda_{dr}^r - L_m I_{ds}^r}{L_r} \quad (2.16)$$

Substituindo (2.15) e (2.16) em (2.13), tem-se que a equação do torque elétrico pode ser dada por:

$$T_e = NL_m \frac{\lambda_{dr}^r}{L_r} I_{qs}^r \quad (2.17)$$

Dada a equação (A.99) do anexo A, em regime permanente e considerando I_{ds} constante, tem-se:

$$\lambda_{dr}^r = L_m \cdot I_{ds}^r \quad (2.18)$$

O torque elétrico T_e pode então ser reescrito em função das corrente I_{ds} e I_{qs} como

$$T_e = \frac{NL_m^2 I_{ds}^r}{L_r} I_{qs}^r \quad (2.19)$$

2.3 MODELAGEM MECÂNICA DO ROTOR

A equação do movimento, para o sistema motor e carga, quando a velocidade da carga é igual a velocidade mecânica do rotor, é dada por

$$T_m = T_e - T_L = J\dot{\omega} + B_n\omega \quad (2.20)$$

Onde o torque elétrico é calculado como

$$T_e = K_{tn} I_{qs}^* \quad (2.21)$$

e

$$K_{tn} = \frac{NL_m^2 I_{ds}}{L_r} \quad (2.22)$$

A tabela 2.2 apresenta a simbologia utilizada.

Tabela 2.2 – Simbologia

Símbolo	Definição
B_n	Coefficiente de viscosidade (N.m.s/rad)
J	Momento de inércia (kg.m ²)
T_m	Torque mecânico ou dinâmico (N.m)
T_L	Torque de carga (N.m)

O diagrama de blocos da modelagem dinâmica do rotor é ilustrado na figura 2.2.

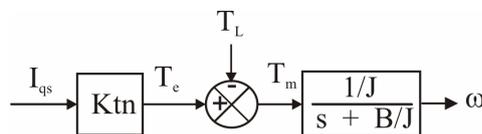


Figura 2.2 – Diagrama modelagem mecânica do rotor

A posição angular θ é definida de

$$\dot{\theta} = \omega \quad (2.23)$$

Considerando que a dinâmica do sistema é lenta e que a variação do torque da carga é aproximadamente nula, então

$$\dot{T}_L = 0 \quad (2.24)$$

Sumarizando o sistema das equações (2.20), (2.22) e (2.23), em uma equação matricial, tem-se

$$\dot{\mathbf{x}}_m = \mathbf{A}_m \mathbf{x}_m + \mathbf{B}_m u_m \quad (2.25)$$

$$y = \mathbf{C}_m \mathbf{x}_m \quad (2.26)$$

Onde o vetor de estados \mathbf{x}_m e as matrizes \mathbf{A}_m , \mathbf{B}_m e \mathbf{C}_m são dados por

$$\mathbf{x}_m = [\omega \quad \theta \quad T_L]^T \quad (2.27)$$

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} -\frac{B_n}{J} & 0 & -\frac{1}{J} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$\mathbf{B}_m = \begin{bmatrix} 1 \\ J & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.29)$$

$$\mathbf{C}_m = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (2.30)$$

Reescrevendo o sistema (2.27)-(2.30), tem-se

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{\theta} \\ \dot{T}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B_n}{J} & 0 & -\frac{1}{J} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ \theta \\ T_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ J \\ 0 \end{bmatrix} T_e \quad (2.31)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ \theta \\ T_L \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

2.4 ESTIMADOR DE VELOCIDADE

O estimador de velocidade utilizado aqui baseia-se na proposta de Peng et. alli (1994) [53]. Neste trabalho, foi proposto um sistema adaptativo por modelo de referência (MRAS) para realizar a estimativa da velocidade através da potência reativa. Este tipo de estimador compõe-se de dois modelos, um dependente da velocidade rotórica ω (modelo adaptativo) e outro independente (modelo de referência). As principais vantagens desta metodologia de estimação da velocidade são a robustez com relação a resistência estática e a variação térmica da resistência rotórica, e também não requer integração direta das variáveis medidas.

O diagrama de blocos da figura 2.3 ilustra o estimador MRAS baseado na potência reativa.

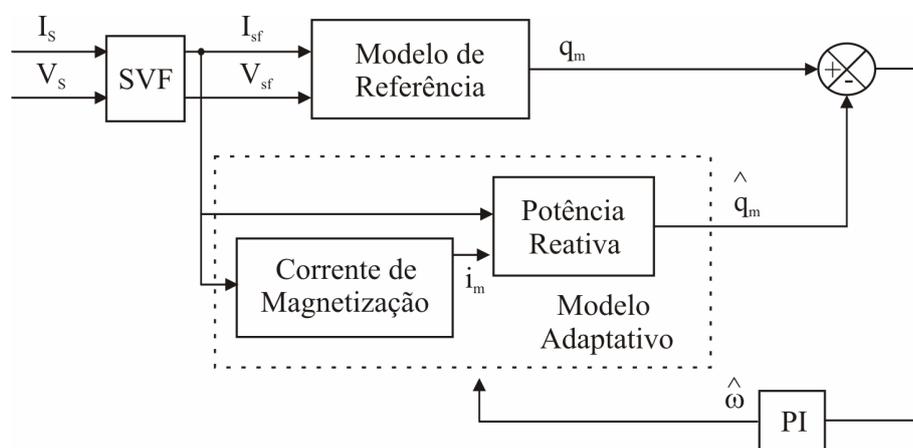


Figura 2.3 – Diagrama de blocos do estimador de velocidade MRAS

O equacionamento do estimador é realizado considerando o motor de indução trifásico tipo gaiola de esquilo no referencial estacionário com N pares de pólos, conforme equação (A.114), o qual é representado por

$$\begin{bmatrix} V_{qs}^s \\ V_{ds}^s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + \rho L_s & 0 & \rho L_m & 0 \\ 0 & R_s + \rho L_s & 0 & \rho L_m \\ \rho L_m & -N\omega L_m & R_r + \rho L_r & -N\omega L_r \\ N\omega L_m & \rho L_m & N\omega L_r & R_r + \rho L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^s \\ I_{ds}^s \\ I_{qr}^s \\ I_{dr}^s \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

As correntes magnetizantes do motor I_{qm} e I_{dm} podem ser calculadas por (vide anexo

A)

$$\begin{bmatrix} I_{qm}^s \\ I_{dm}^s \end{bmatrix} = \frac{L_r}{L_m} \begin{bmatrix} I_{qr}^s \\ I_{dr}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{qs}^s \\ I_{ds}^s \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Isolando as corrente rotóricas, tem-se

$$\begin{bmatrix} I_{qr}^s \\ I_{dr}^s \end{bmatrix} = \frac{L_m}{L_r} \left(\begin{bmatrix} I_{qm}^s \\ I_{dm}^s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_{qs}^s \\ I_{ds}^s \end{bmatrix} \right) \quad (2.35)$$

Substituindo (2.35) em (2.33), advém

$$\begin{bmatrix} V_{qs}^s \\ V_{ds}^s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + \rho L_s & 0 & \rho L_m & 0 \\ 0 & R_s + \rho L_s & 0 & \rho L_m \\ \rho L_m & -N\omega L_m & R_r + \rho L_r & -N\omega L_r \\ N\omega L_m & \rho L_m & N\omega L_r & R_r + \rho L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^s \\ I_{ds}^s \\ \frac{L_m}{L_r} (I_{qm}^s - I_{qs}^s) \\ \frac{L_m}{L_r} (I_{dm}^s - I_{ds}^s) \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

A força contra eletromotriz e_m pode ser calculada como

$$\begin{bmatrix} e_{qm}^s \\ e_{dm}^s \end{bmatrix} = \frac{L_m^2}{L_r} \begin{bmatrix} I_{qm}^s \\ I_{dm}^s \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Reescrevendo as duas primeiras linhas de (2.36), tem-se

$$\begin{bmatrix} V_{qs}^s \\ V_{ds}^s \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} I_{qs}^s \\ I_{ds}^s \end{bmatrix} + \sigma L_s \begin{bmatrix} \dot{I}_{qs}^s \\ \dot{I}_{ds}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{qm}^s \\ e_{dm}^s \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

De (2.38), pode-se obter e_m como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_{qm}^s \\ \mathbf{e}_{dm}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{qs}^s \\ \mathbf{V}_{ds}^s \end{bmatrix} - \mathbf{R}_s \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{qs}^s \\ \mathbf{I}_{ds}^s \end{bmatrix} - \sigma \mathbf{L}_s \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_{qs}^s \\ \dot{\mathbf{I}}_{ds}^s \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Das duas últimas linhas do sistema representado por (2.36) resulta

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_r} & -N\omega \\ N\omega & \frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{qm}^s \\ \mathbf{I}_{dm}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{qs}^s \\ \mathbf{I}_{ds}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_{qm}^s \\ \dot{\mathbf{I}}_{dm}^s \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Então, a derivada da corrente magnetizante pode ser escrita como

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_{qm}^s \\ \dot{\mathbf{I}}_{dm}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} & N\omega \\ -N\omega & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{qm}^s \\ \mathbf{I}_{dm}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{T_r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{qs}^s \\ \mathbf{I}_{ds}^s \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Representando o sistema (2.41) no espaço de estados, tem-se

$$\dot{\mathbf{I}}_m = \mathbf{A}_{Im} \mathbf{I}_m + \mathbf{B}_{Im} \mathbf{I}_s \quad (2.42)$$

Onde as matrizes \mathbf{A}_{Im} e \mathbf{B}_{Im} , são dadas por

$$\mathbf{A}_{Im} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} & N\omega \\ -N\omega & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$\mathbf{B}_{Im} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

A potência reativa instantânea que mantém a corrente magnetizante é utilizada como modelo de referência para o algoritmo MRAS. Esta potência é definida como o produto vetorial da corrente \mathbf{I}_s com a força contra-eletromotriz \mathbf{e}_m

$$\mathbf{q}_m = \mathbf{I}_s \otimes \mathbf{e}_m \quad (2.45)$$

Substituindo-se \mathbf{e}_m (2.39) em (2.45) resulta

$$\mathbf{q}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{qs}^s \\ \mathbf{I}_{ds}^s \end{bmatrix} \otimes \left(\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{qs}^s \\ \mathbf{V}_{ds}^s \end{bmatrix} - \mathbf{R}_s \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{qs}^s \\ \mathbf{I}_{ds}^s \end{bmatrix} - \sigma \mathbf{L}_s \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_{qs}^s \\ \dot{\mathbf{I}}_{ds}^s \end{bmatrix} \right) \quad (2.46)$$

Dado que produto vetorial $\mathbf{I}_s \otimes \mathbf{I}_s = 0$, então

$$\mathbf{q}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{qs}^s \\ \mathbf{I}_{ds}^s \end{bmatrix} \otimes \left(\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{qs}^s \\ \mathbf{V}_{ds}^s \end{bmatrix} - \sigma \mathbf{L}_s \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_{qs}^s \\ \dot{\mathbf{I}}_{ds}^s \end{bmatrix} \right) \quad (2.47)$$

De onde

$$\mathbf{q}_m = -\mathbf{I}_{qs}^s (\mathbf{V}_{ds}^s - \sigma \mathbf{L}_s \rho \mathbf{I}_{ds}^s) + \mathbf{I}_{ds}^s (\mathbf{V}_{qs}^s - \sigma \mathbf{L}_s \rho \mathbf{I}_{qs}^s) \quad (2.48)$$

A direção do vetor \mathbf{q}_m é perpendicular aos vetores qd, eixos direto e de quadratura.

Para a obtenção de um modelo adaptativo, utilizam-se as equações da força contra-eletromotriz (2.37) e da corrente (2.41). Então,

$$\hat{\mathbf{e}}_m = \frac{L_m^2}{L_r} (\mathbf{A}_{lm} \mathbf{I}_m + \mathbf{B}_{lm} \mathbf{I}_s) \quad (2.49)$$

A matriz \mathbf{A}_{lm} da equação (2.49) depende da velocidade estimada.

A potência reativa instantânea observada é o produto vetorial da corrente estatórica \mathbf{I}_s com a força contra-eletromotriz estimada $\hat{\mathbf{e}}_m$

$$\hat{\mathbf{q}}_m = \mathbf{I}_s \otimes \hat{\mathbf{e}}_m \quad (2.50)$$

Substituindo a força eletromotriz estimada (2.49) em (2.50), tem-se

$$\hat{\mathbf{q}}_m = \mathbf{I}_s \otimes \left(\frac{L_m^2}{L_r} (\mathbf{A}_{lm} \mathbf{I}_m + \mathbf{B}_{lm} \mathbf{I}_s) \right) \quad (2.51)$$

ou

$$\hat{\mathbf{q}}_m = \frac{L_m^2}{L_r} \begin{bmatrix} I_{qs}^s \\ I_{ds}^s \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} N\hat{\omega} I_{dm}^s + \frac{1}{T_r} I_{qs}^s - \frac{1}{T_r} I_{qm}^s \\ -N\hat{\omega} I_{qm}^s + \frac{1}{T_r} I_{ds}^s - \frac{1}{T_r} I_{dm}^s \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

A direção do vetor $\hat{\mathbf{q}}_m$ é análoga do vetor \mathbf{q}_m .

A magnitude do vetor potência reativa estimada é dada por

$$\hat{q}_m = \frac{L_m^2}{L_r} \left(I_{ds}^s \left(N\hat{\omega} I_{dm}^s + \frac{1}{T_r} I_{qs}^s - \frac{1}{T_r} I_{qm}^s \right) - I_{qs}^s \left(-N\hat{\omega} I_{qm}^s + \frac{1}{T_r} I_{ds}^s - \frac{1}{T_r} I_{dm}^s \right) \right) \quad (2.53)$$

O erro entre as potências reativas é utilizado para realimenta um controlador proporcional integral (PI) para computar a velocidade estimada dada por

$$\hat{\omega} = \left(K_{p\omega} + \frac{K_{i\omega}}{s} \right) (q_m - \hat{q}_m) \quad (2.54)$$

O projeto dos ganhos $K_{p\omega}$ e $K_{i\omega}$ devem atender a condição, $\frac{K_{i\omega}}{K_{p\omega}} > \frac{1}{T_r}$, conforme Peng et. alli (1994). Em baixas velocidades de rotação, Peng et. alli [54] sugerem que sejam utilizadas as correntes de referência calculadas pelo controlador I_s^* na estimação da velocidade. Tendo em vista a minimização de problemas de ruído, principalmente na do cálculo da derivada da corrente estatórica ρI_s^s .

Um entrave para a realização digital deste estimador MRAS é a solução discreta da equação (2.41). A técnica trapezoidal apresentou bons resultados, como descrito por Martins (2006) [40]. No domínio da frequência, considerando nula as condições iniciais, a equação (2.41) pode ser escrita como

$$sI_{qm}^s(s) = -\frac{1}{T_r} I_{qm}^s(s) + N\hat{\omega} I_{dm}^s(s) + \frac{1}{T_r} I_{qs}^s(s) \quad (2.55)$$

$$sI_{dm}^s(s) = -N\hat{\omega} I_{qm}^s(s) - \frac{1}{T_r} I_{dm}^s(s) + \frac{1}{T_r} I_{ds}^s(s) \quad (2.56)$$

Dada relação da discretização bilinear, Ogata (1995) [50], sendo t_s o tempo de discretização, tem-se

$$\frac{1}{s} = \frac{t_s}{2} \frac{(z+1)}{(z-1)} \quad (2.57)$$

Aplicando a equação (2.57) em (2.55) e (2.56), obtém-se

$$I_{qm}^s(z) = \frac{t_s}{2} \frac{(z+1)}{(z-1)} \left(-\frac{1}{T_r} I_{qm}^s(z) + N\hat{\omega} I_{dm}^s(z) + \frac{1}{T_r} I_{qs}^s(z) \right) \quad (2.58)$$

$$I_{dm}^s(z) = \frac{t_s}{2} \frac{(z+1)}{(z-1)} \left(-N\hat{\omega} I_{qm}^s(z) - \frac{1}{T_r} I_{dm}^s(z) + \frac{1}{T_r} I_{ds}^s(z) \right) \quad (2.59)$$

Isolando $zI_{qm}(z)$ e $zI_{dm}(z)$ das equações (2.58)-(2.59), advém

$$(z-1)I_{qm}^s(z) = \frac{t_s}{2}(z+1) \left(-\frac{1}{T_r} I_{qm}^s(z) + N\hat{\omega} I_{dm}^s(z) + \frac{1}{T_r} I_{qs}^s(z) \right) \quad (2.60)$$

e

$$(z-1)I_{dm}^s(z) = \frac{t_s}{2}(z+1) \left(-N\hat{\omega} I_{qm}^s(z) - \frac{1}{T_r} I_{dm}^s(z) + \frac{1}{T_r} I_{ds}^s(z) \right) \quad (2.61)$$

Admitindo-se $K_1 = \frac{t_s}{2T_r}$ e $K_2 = K_1 + 1$, então

$$z(K_2 I_{qm}^s(z) - K_1 T_r N\hat{\omega} I_{dm}^s(z)) = (1 - K_1) I_{qm}^s(z) + K_1 T_r N\hat{\omega} I_{dm}^s(z) + (z+1) K_1 I_{qs}^s(z) \quad (2.62)$$

e

$$z(K_2 I_{dm}^s(z) + K_1 T_r N\hat{\omega} I_{qm}^s(z)) = (1 - K_1) I_{dm}^s(z) - K_1 T_r N\hat{\omega} I_{qm}^s(z) + (z+1) K_1 I_{ds}^s(z) \quad (2.63)$$

Organizando matricialmente as equações (2.62) e (2.63), resulta

$$\begin{bmatrix} K_2 & -K_1 T_r N\hat{\omega} \\ K_1 T_r N\hat{\omega} & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qm}^s(z) \\ I_{dm}^s(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 - K_1) I_{qm}^s(z) + K_1 T_r N\hat{\omega} I_{dm}^s(z) + (z+1) K_1 I_{qs}^s(z) \\ (1 - K_1) I_{dm}^s(z) - K_1 T_r N\hat{\omega} I_{qm}^s(z) + (z+1) K_1 I_{ds}^s(z) \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

As correntes magnetizantes $I_{qm}(z)$ e $I_{dm}(z)$ discretas são determinadas por

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{qm}^s(z) \\ \Gamma_{dm}^s(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_2 & -K_1 T_r N \hat{\omega} \\ K_1 T_r N \hat{\omega} & K_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (1-K_1) \Gamma_{qm}^s(z) + K_1 T_r N \hat{\omega} \Gamma_{dm}^s(z) + (z+1) K_1 \Gamma_{qs}^s(z) \\ (1-K_1) \Gamma_{dm}^s(z) - K_1 T_r N \hat{\omega} \Gamma_{qm}^s(z) + (z+1) K_1 \Gamma_{ds}^s(z) \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

Calculando-se a matriz inversa de (2.65), tem-se

$$\begin{bmatrix} K_2 & -K_1 T_r N \hat{\omega} \\ K_1 T_r N \hat{\omega} & K_2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{K_2}{K_2^2 + (K_1 T_r N \hat{\omega})^2} & -\frac{K_1 T_r N \hat{\omega}}{K_2^2 + (K_1 T_r N \hat{\omega})^2} \\ \frac{K_1 T_r N \hat{\omega}}{K_2^2 + (K_1 T_r N \hat{\omega})^2} & \frac{K_2}{K_2^2 + (K_1 T_r N \hat{\omega})^2} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

Os termos $zI_{qs}(z)$ e $zI_{ds}(z)$ são computados por filtros na forma de variáveis de estados, conforme foi proposto por Martins [40], apresentados na seção 2.6.

2.5 FILTRO DE KALMAN

O filtro de Kalman permite a determinação das estimativas dos estados do sistema a partir do erro de predição. Sua solução é calculada recursivamente, isto é, a nova estimativa é computada partindo-se dos valores de estimativas anteriores. Para sua implementação é necessário o conhecimento dos parâmetros do sistema e das matrizes do ruído dos estados do sistema e do ruído de medição de saída.

Neste trabalho, este filtro é empregado para estimar o torque de carga. Considerando o sistema de ordem reduzida das equações (2.31)-(2.32), tem-se

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{T}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B_n}{J} & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ T_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} T_e \quad (2.67)$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \omega \\ T_L \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

Definindo o vetor de estados e as matrizes do sistema como

$$\dot{\mathbf{x}}_{m_red} = \begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{T}_L \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

$$\mathbf{A}_{m_red} = \begin{bmatrix} -\frac{B_n}{J} & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

$$\mathbf{B}_{m_red} = \begin{bmatrix} 1 \\ J \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

$$\mathbf{C}_{m_red} = [1 \quad 0] \quad (2.72)$$

Então, o sistema discreto, usando a discretização de Euler (Ogata, 1995 [50]), em (2.67) e (2.68) é dado por

$$\mathbf{x}_{m_red}(k+1) = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{m_red} \cdot t_s) \mathbf{x}_{m_red}(k) + \mathbf{B}_{m_red} \cdot t_s \cdot T_e(k) \quad (2.73)$$

$$y = \mathbf{C}_{m_red} \cdot \mathbf{x}_{m_red}(k) \quad (2.74)$$

O vetor da estimativa do filtro de Kalman e as matrizes para seu equacionamento são dadas como $\hat{\mathbf{x}}_k(k) = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_k(k) \\ T_L(k) \end{bmatrix}$, $\mathbf{A}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{m_red} \cdot t_s)$, $\mathbf{B}_k = \mathbf{B}_{m_red} \cdot t_s$ e $\mathbf{C}_k = \mathbf{C}_{m_red}$.

Os ganhos deste filtro são determinados, conforme Aström et. alli (1997) [2], como

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}(k) \mathbf{C}_k^T (\mathbf{C}_k \mathbf{P}(k) \mathbf{C}_k^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (2.75)$$

Onde \mathbf{R} é a matriz de covariância do ruído medido, descreve o ruído devido a distúrbios na estimativa de velocidade; \mathbf{P} é a matriz de covariância definida por

$$\mathbf{P}(k+1) = \mathbf{A}_k (\mathbf{P}(k) - \mathbf{K}(k) \mathbf{C}_k \mathbf{P}(k)) \mathbf{A}_k^T + \mathbf{B}_k \mathbf{Q} \mathbf{B}_k^T \quad (2.76)$$

A matriz \mathbf{Q} representa a covariância do ruído proveniente do processo, distúrbios externos desconhecidos e variações da planta.

As matrizes \mathbf{R} e \mathbf{Q} são definidas em função dos elementos que podem produzir os ruídos.

Os estados observados são determinados pela equação

$$\hat{\mathbf{x}}_k(k+1) = \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{x}}_k(k) + \mathbf{B}_k u_k(k) + \mathbf{A}_k \mathbf{K}(k) (y(k) - \mathbf{C}_k \hat{\mathbf{x}}_k(k)) \quad (2.77)$$

O valor de entrada de $y(k)$ representa o valor da estimativa da velocidade $\hat{\omega}(k)$. Como este filtro possui a capacidade de tratar sinais com ruídos, é realizada a realimentação do controlador com a velocidade filtrada por Kalman $\hat{\omega}_k(k)$.

2.6 FILTRO DE VARIÁVEIS DE ESTADO (SVF)

O filtro de variáveis de estado insere um atraso de fase nos sinais. Este filtro é necessário na determinação da variação dos sinais de tensão e corrente utilizados no estimador de velocidade e no controlador.

A função de transferência do filtro é de segunda ordem já que é necessária a obtenção das derivadas de primeira ordem.

$$G_f(s) = \frac{\omega_f^2}{(s + \omega_f)^2} \quad (2.78)$$

Onde, ω_f é a banda passante do filtro, sendo definida entre 5 a 10 vezes o valor da frequência do sinal de entrada. O filtro é de segunda ordem já que necessita-se obter as derivadas de primeira ordem dos sinais.

A equação (2.78) é reescrita no espaço de estados:

$$\dot{\mathbf{x}}_f = \mathbf{A}_f \mathbf{x}_f + \mathbf{B}_f u_f \quad (2.79)$$

Definindo-se as matrizes \mathbf{A}_f e \mathbf{B}_f e o vetor de estados \mathbf{x}_f , tem-se

$$\mathbf{A}_f = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_f^2 & -2\omega_f \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

$$\mathbf{B}_f = \begin{bmatrix} 0 & \omega_f^2 \end{bmatrix}^T \quad (2.81)$$

$$\mathbf{x}_f = [\mathbf{u}_f \quad \rho \mathbf{u}_f]^T \quad (2.82)$$

O vetor de estados \mathbf{x}_f é composto pelo sinal de entrada do filtro \mathbf{u}_f e sua derivada $\rho \mathbf{u}_f$.

A discretização por Euler do filtro SVF (Ogata, 1995 [50]), resulta em

$$\mathbf{x}_f(k+1) = (\mathbf{I} + \mathbf{A}_f t_s) \mathbf{x}_f(k) + \mathbf{B}_f t_s \mathbf{u}_f(k) \quad (2.83)$$

2.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo, abordou-se a modelagem elétrica e mecânica do motor de indução trifásico. Maiores detalhes sobre a transformada de Park e modelos de variáveis de estado são apresentados no anexo A.

Outros aspectos que são mencionados neste capítulo são o estimador de velocidade e de torque.

O equacionamento do estimador de velocidade é realizado. Incluindo alguns aspectos significativos para implementação discreta do algoritmo, para a discretização da função da corrente de magnetização e para a obtenção das derivadas. A computação das derivadas é realizada via filtro na forma de variáveis de estados, sendo seu equacionamento apresentado.

Com base no modelo mecânico reduzido, é computada a estimação do torque empregando-se um filtro de Kalman. Este filtro utiliza como variável de entrada a velocidade estimada, a partir do conhecimento dos parâmetros dos sistema e das matrizes do ruído dos estados e do ruído de medição de saída, é realizada a estimativa do torque.

Os valores das estimativas de velocidade e torque são realimentados no sistema de controle para realizar o controle do fluxo, velocidade e correntes qd.

PROJETO DO SISTEMA DE CONTROLE

3.1 INTRODUÇÃO

O motor de indução trifásico apresenta alguns impecilhos no desenvolvimento do sistema de controle. Este motor possui dinâmicas intrinsecamente não-lineares e estrutura multivariável. As variações paramétricas tais como resistência rotórica, estatórica e torque de carga, também são fatores críticos. Além disto, em muitos casos nem todas as variáveis de estado e/ou saídas são disponíveis para realimentação como em servosistemas de controle *sensorless*.

A literatura sobre servosistemas *sensorless* é vasta, almejando-se constantes melhorias no desempenho do sistema frente essas dificuldades no controle de motores de indução. Entre as metodologias empregadas, alguns autores têm apresentado estudos de uma técnica de controle não linear, denominada de controle realimentado linearizado, aplicada a motor de indução trifásico.

A técnica de controle realimentado linearizado tem sido aplicada para servosistemas *sensorless*. Melhorias têm sido apresentadas em publicações de Montanari et. alli [43]-[47] e Marino et. alli [39], na tentativa de relaxar hipóteses, realizar o rastreamento da velocidade e garantir a estabilidade local ou global segundo Lyapunov. O controle realiza a orientação do campo indiretamente IFOC e entre suas principais características estão a orientação do fluxo, a compensação do torque e o rastreamento da velocidade de referência.

Neste capítulo, é apresentado o projeto do sistema de controle de velocidade *sensorless* de um servomecanismo de motor de indução tipo gaiola de esquilo. Baseado nos trabalhos apresentados por Marino e Montanari, propõe-se uma estratégia de controle realimentado linearizado. Esta estratégia também é conhecida na literatura por princípio do modelo inverso. Para sua concepção, são consideradas conhecidas as correntes estatóricas do motor, e o torque de carga. No presente caso, o conhecimento do torque de carga é relaxado e estimado por um filtro de Kalman, conforme apresentado na seção 2.5. Nas próximas seções,

o desenvolvimento dos sistema de controle é apresentado, incluindo o observador do fluxo rotórico e o projeto dos controladores PI necessários para sua implementação.

3.2 PRINCÍPIO DO MODELO INVERSO

Seja o modelo do motor de indução trifásico apresentado no anexo A – equações (A.162-163) e (A.152-153) conforme (Krause, 1986 [33]). Neste modelo, supõe-se que o mesmo possui um circuito magnético linear com dinâmicas de um motor de indução balanceado não saturado com “N” pares de pólos no plano de referência estacionário:

$$\dot{I}_{qs} = -a_{12}I_{qs} - \omega_x I_{ds} + a_{13}a_{11}\lambda_{qr} - a_{13}N\omega\lambda_{dr} + a_{14}u_{qs} \quad (3.1)$$

$$\dot{I}_{ds} = -a_{12}I_{ds} + \omega_x I_{qs} + a_{13}a_{11}\lambda_{dr} + a_{13}N\omega\lambda_{qr} + a_{14}u_{ds} \quad (3.2)$$

$$\dot{\lambda}_{qr} = -a_{11}\lambda_{qr} - (\omega_x - N\omega)\lambda_{dr} + a_{11}L_m I_{qs} \quad (3.3)$$

$$\dot{\lambda}_{dr} = -a_{11}\lambda_{dr} + (\omega_x - N\omega)\lambda_{qr} + a_{11}L_m I_{ds} \quad (3.4)$$

$$\dot{\omega} = \mu(\lambda_{dr}I_{qs} - \lambda_{qr}I_{ds}) - \frac{T_L}{J} \quad (3.5)$$

Onde as definições (3.6)-(3.11) e a simbologia apresentada na tabela 3.1, são utilizadas.

$$a_0 \triangleq L_s L_r - L_m^2 \quad (3.6)$$

$$a_{11} \triangleq \frac{R_r}{L_r} \quad (3.7)$$

$$a_{12} \triangleq \left(\frac{L_s L_r R_s}{a_0 L_s} + \frac{L_m^2}{a_0} a_{11} \right) \quad (3.8)$$

$$a_{13} \triangleq \frac{L_m}{a_0} \quad (3.9)$$

$$a_{14} \triangleq \frac{L_r}{a_0} \quad (3.10)$$

$$\mu = \frac{NL_m}{JL_r} \quad (3.11)$$

Tabela 3.1 – Simbologia

Símbolo	Definição
B_n	Coefficiente de viscosidade
J	Momento de inércia
L_m	Indutância magnetizante
L_s	Indutância estatórica
L_r	Indutância rotórica
N	Número de pares de pólos
R_s	Resistência estatórica
R_r	Resistência rotórica
T_L	Torque de carga

No desenvolvimento do controle realimentado linearizado (ou controle inverso), assume-se como validas as seguintes condições:

- A velocidade real ω tende a velocidade de referência ω^* , isto é, $\lim_{t \rightarrow \infty} (\omega(t) - \omega^*(t)) = 0$.
- O fluxo rotórico de eixo direto λ_{dr} tende ao fluxo de referência λ^* , isto é, $\lim_{t \rightarrow \infty} (\lambda_{dr}(t) - \lambda^*(t)) = 0$.
- O fluxo rotórico de quadratura é nulo λ_{qr} , isto é, $\lim_{t \rightarrow \infty} (\lambda_{qr}(t)) = 0$.

De acordo com as condições supracitadas, é considerado o alinhamento do vetor fluxo rotórico no eixo direto d. Assim

$$\lambda_{qr} = 0 \quad (3.12)$$

e

$$\lambda_{dr} = \lambda^* \quad (3.13)$$

Definindo-se os erros das correntes e da velocidade em relação a suas respectivas referências, então pode-se escrever:

$$\tilde{i}_{qs} = I_{qs} - I_{qs}^* \quad (3.14)$$

$$\tilde{i}_{ds} = I_{ds} - I_{ds}^* \quad (3.15)$$

e

$$e_{\omega} = \hat{\omega} - \omega^* \quad (3.16)$$

Dado que a estratégia de controle proposta é *sensorless*, considera-se que a velocidade estimada $\hat{\omega}$ represente o valor real ω na computação do sistema de controle.

A estratégia de controle realimentado linearizado baseia-se nas considerações (3.12)-(3.13) para a formulação de três controladores: das correntes “qd”, do fluxo e da velocidade. Em conjunto, estes controladores computam a tensão de alimentação do motor de indução e a compensação às variações de torque de carga e/ou de distúrbios de torque.

3.2.1 CONTROLADOR DAS CORRENTES “qd”

Os controladores das correntes “qd” são determinados através das equações (3.1) e (3.2), de onde tem-se que

$$u_{qs} = \frac{1}{a_{14}} \left(a_{12} I_{qs}^* + \omega_x I_{ds}^* + a_{13} \lambda^* N(\omega^* + e_{\omega}) + \rho I_{qs} \right) \quad (3.17)$$

e

$$\mathbf{u}_{ds} = \frac{1}{a_{14}} \left(a_{12} \mathbf{I}_{ds}^* - \omega_x \mathbf{I}_{qs}^* - a_{11} a_{13} \lambda^* + \rho \mathbf{I}_{ds} \right) \quad (3.18)$$

Nas equações (3.17) e (3.18), ρ é o operador derivação da variável.

As derivadas de corrente, $\rho \mathbf{I}_{qs}$ e $\rho \mathbf{I}_{ds}$, são determinadas por um filtro na forma de variáveis de estados (SVF).

As tensões de alimentação do motor de indução, V_{qs} e V_{ds} , são compostas por uma parcela relativa ao princípio do modelo inverso, u_{qs} e u_{ds} , e outra parcela por uma compensação proporcional integral do erro das correntes, \bar{u}_q e \bar{u}_d , tal como

$$V_{qs} = u_{qs} - \bar{u}_q \quad (3.19)$$

e

$$V_{ds} = u_{ds} - \bar{u}_d \quad (3.20)$$

$$\text{onde } \bar{u}_q = \left(k_{pv} + \frac{k_{iv}}{s} \right) \tilde{i}_{qs} \quad \text{e} \quad \bar{u}_d = \left(k_{pv} + \frac{k_{iv}}{s} \right) \tilde{i}_{ds}.$$

A velocidade síncrona é obtida por um rearranjo da equação (3.3), de onde resulta

$$\omega_x = N \hat{\omega} + \frac{a_{11} L_m}{\lambda^*} \mathbf{I}_{qs}^* \quad (3.21)$$

Na implementação do controlador das correntes discreto, é realizado a discretização das equações (3.17)-(3.20) utilizando a metodologia de Tustin (ou discretização bilinear) [50].

3.2.2 CONTROLADOR DO FLUXO

O controlador do fluxo é realizado pela corrente \mathbf{I}_{ds}^* através da equação (3.4):

$$\mathbf{I}_{ds}^* = \left(a_{11} \lambda^* + \rho \lambda \right) \frac{1}{a_{11} L_m} \quad (3.22)$$

A estimação do fluxo λ é apresentada na seção 3.3 e a derivada do fluxo $\rho \lambda$ é calculada por um filtro na forma de variáveis de estados.

Na implementação do controlador do fluxo discreto, é realizado a discretização das equações (3.22) utilizando a metodologia de Euler [50].

3.2.3 CONTROLADOR DE VELOCIDADE

O controlador de velocidade é computado reescrevendo a equação (3.5). Este controle é realizado como segue

$$\dot{i}_q = \frac{1}{\mu\lambda^*} \left(-k_\omega e_\omega + \frac{T_L}{J} + \rho\omega^* \right) \quad (3.23)$$

Onde a derivada do fluxo $\rho\omega^*$ é calculada por um filtro na forma de variáveis de estados.

Ao resultado de (3.23) é adicionado um controlador proporcional \bar{i}_q evitando-se grandes oscilações no sistema. Assim, a corrente de quadratura de referência é dada por

$$I_{qs}^* = i_q - \bar{i}_q \quad (3.24)$$

onde $\bar{i}_q = \left(k_{p-iq} + \frac{k_{i-iq}}{s} \right) e_\omega$. Na implementação do controlador de velocidade discreto,

é realizado a discretização das equações (3.23)-(3.24) utilizando a metodologia de Tustin (ou discretização bilinear) [50].

3.3 OBSERVADOR DE FLUXOS

Para computar a corrente I_{qs}^* , o controlador utilizado necessita do valor da derivada do fluxo $\rho\lambda$ e para calcular este valor, é empregado um observador relacionando as correntes estatóricas e os fluxos rotóricos. Este observador baseia-se no modelo do fluxo do motor de indução, apresentado equação (A.172) do anexo A.

De (A.172), tem-se que o fluxo rotórico dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qr} \\ \dot{\lambda}_{dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_r}{L_r} & -(\omega_x - N\hat{\omega}) \\ (\omega_x - N\hat{\omega}) & -\frac{R_r}{L_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{qr} \\ \lambda_{dr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{R_r L_m}{L_r} & 0 \\ 0 & \frac{R_r L_m}{L_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs} \\ I_{ds} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Discretizando (3.25) pelo método de Euler [50], sendo t_s o tempo de discretização, tem-se

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qr(k+1)} \\ \lambda_{dr(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{R_r}{L_r} \cdot t_s & -(\omega_x - N\hat{\omega}) \cdot t_s \\ (\omega_x - N\hat{\omega}) \cdot t_s & 1 - \frac{R_r}{L_r} \cdot t_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{qr(k)} \\ \lambda_{dr(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{R_r L_m}{L_r} \cdot t_s & 0 \\ 0 & \frac{R_r L_m}{L_r} \cdot t_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs(k)} \\ I_{ds(k)} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Determinado o valor do fluxo rotórico, um filtro na forma de variáveis de estados determina a derivada do fluxo $\rho\lambda$. Este filtro foi apresentado na seção 2.6.

3.4 PROJETO DOS CONTROLADORES

Nas subseções a seguir, são apresentados os projetos dos controladores PI citados na seção 3.2.

3.4.1 CONTROLADOR PI DAS CORRENTES

Para computar o controlador proporcional integral das correntes, é utilizado o modelo simplificado da parte elétrica do motor de indução. Na seção (A.7) do anexo A, é apresentado a dedução do modelo simplificado do motor de indução no referencial móvel, ilustrado na figura 3.1, com acoplamento dependendo da velocidade síncrona ω_x .

As funções de transferência do compensador e da planta são dadas por

$$G_{iqd} = k_{pv} + \frac{k_{iv}}{s} \quad (3.27)$$

e

$$G_{pv} = \frac{1}{L_s \cdot \sigma \cdot s + R_s} \quad (3.28)$$

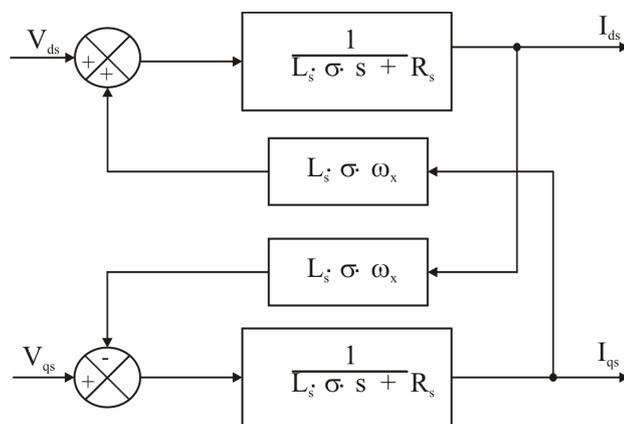


Figura 3.1 – Diagrama de blocos do modelo simplificado do motor de indução

Sendo assim, o diagrama de blocos do sistema realimentado é dado por

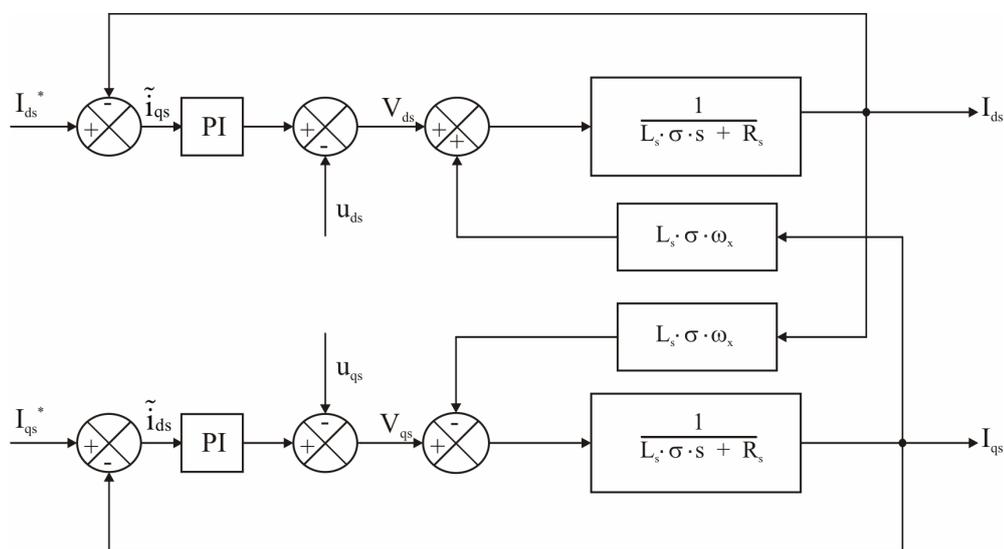


Figura 3.2 – Diagrama de blocos do modelo simplificado do motor de indução com adição dos controladores PI

A função de transferência do sistema em malha fechada:

$$T_{pv} = \frac{s \cdot k_{pv} + k_{iv}}{L_s \cdot \sigma} \quad (3.29)$$

$$s^2 + \frac{(R_s + k_{pv})}{L_s \cdot \sigma} \cdot s + \frac{k_{iv}}{L_s \cdot \sigma}$$

Admitindo válida a relação de $R_s \ll k_{pv}$

$$T_{pv} = \frac{\frac{s \cdot k_{pv} + k_{iv}}{L_s \cdot \sigma}}{s^2 + \frac{k_{pv}}{L_s \cdot \sigma} \cdot s + \frac{k_{iv}}{L_s \cdot \sigma}} \quad (3.30)$$

e, empregando-se modelo de referência de segunda ordem no domínio “s”, tem-se

$$\frac{\omega(j\omega_b)}{\omega_{ref}(j\omega_b)} = \frac{2\delta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2}{(j\omega_b)^2 + 2\delta\omega_n(j\omega_b) \cdot (j\omega_b) + \omega_n^2} \quad (3.31)$$

Para um ganho equivalente de 0,707, a largura de banda deve ser 3,01db, ou seja

$$20 \log \left(\left| \frac{\omega(j\omega_b)}{\omega_{ref}(j\omega_b)} \right| \right) = 3,01 \text{db} \quad (3.32)$$

Resolvendo a equação (3.32):

$$\left| \frac{2\delta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2}{(j\omega_b)^2 + 2\delta\omega_n(j\omega_b) \cdot (j\omega_b) + \omega_n^2} \right| = 0,707 \quad (3.33)$$

Elevando os dois lados da expressão (3.33) ao quadrado e resolvendo o módulo, resulta

$$\frac{(2\delta\omega_n\omega_b)^2 + (\omega_n^2)^2}{(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + (2\delta\omega_n\omega_b)^2} = 0,5 \quad (3.34)$$

Isolando ω_n^4 , obtém-se

$$(2\delta\omega_n\omega_b)^2 + \omega_n^4 = 0,5 \left[(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + (2\delta\omega_n\omega_b)^2 \right] \quad (3.35)$$

ou,

$$\omega_n^4 = 0,5 \left[(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + (2\delta\omega_n\omega_b)^2 \right] - (2\delta\omega_n\omega_b)^2 \quad (3.36)$$

de onde,

$$1 = 0,5 \left[\left(1 - \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \right)^2 + 4\delta^2 \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \right] - 4\delta^2 \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \quad (3.37)$$

Definindo-se

$$a = \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \quad (3.38)$$

então pode-se escrever que

$$1 = 0,5 \left[(1-a)^2 + 4\delta^2 a \right] - 4\delta^2 a \quad (3.39)$$

ou,

$$0,5 \cdot a^2 + (-2\delta^2 - 1) \cdot a - 0,5 = 0 \quad (3.40)$$

Resolvendo (3.40), tem-se

$$a = 2\delta^2 + 1 \pm \sqrt{(1+2\delta^2)^2 + 1} \quad (3.41)$$

Das equações (3.38) e (3.41), obtém-se

$$\omega_b = \omega_n \sqrt{2\delta^2 + 1 \pm \sqrt{(1+2\delta^2)^2 + 1}} \quad (3.42)$$

Das funções de transferência (3.30) e (3.31), têm-se as seguintes relações:

$$\frac{k_{pv}}{L_s \cdot \sigma} = 2\delta\omega_n \quad (3.43)$$

e

$$\frac{k_{iv}}{L_s \cdot \sigma} = \omega_n^2 \quad (3.44)$$

Os ganhos k_{pv} e k_{iv} são definidos substituindo-se (3.42) nas equações (3.43) e (3.44) respectivamente

$$k_{pv} = \frac{2\delta\omega_b L_s \cdot \sigma}{\sqrt{2\delta^2 + 1 \pm \sqrt{(1+2\delta^2)^2 + 1}}} \quad (3.45)$$

e

$$k_{iv} = \frac{\omega_b^2 L_s \cdot \sigma}{2\delta^2 + 1 \pm \sqrt{(1+2\delta^2)^2 + 1}} \quad (3.46)$$

Os ganhos discretos, utilizando a discretização de Euler [50], são dados por

$$k_{pv_z} = k_{pv} - \left(\frac{k_{iv} \cdot t_s}{2} \right) \quad (3.47)$$

e

$$k_{iv_z} = k_{iv} \cdot t_s \quad (3.48)$$

3.4.2 CONTROLADOR PI DE VELOCIDADE:

O diagrama de blocos da figura 3.3 apresenta o modelo mecânico do motor de indução trifásico. Um controlador proporcional integral (PI) realiza a compensação na corrente I_{qs}^* , baseado no erro entre a velocidade de referência e a velocidade estimada e filtrada pelo filtro de Kalman, conforme apresentado na seção 2.5, onde se admite que $\hat{\omega}_{kalman} \approx \omega$.

Descrevendo o compensador e a planta como

$$G_{\omega} = k_{p_iq} + \frac{k_{i_iq}}{s} \quad (3.49)$$

e

$$G_{p\omega} = \frac{\frac{K_{TN}}{J}}{s + \frac{B_n}{J}} \quad (3.50)$$

então o sistema em malha fechada é dado por

$$T_{\omega} = \frac{s \cdot \frac{k_{p_iq} \cdot K_{TN}}{J} + \frac{k_{i_iq} \cdot K_{TN}}{J}}{s^2 + \frac{(B + k_{p_iq} \cdot K_{TN})}{J} s + \frac{k_{i_iq} \cdot K_{TN}}{J}} \quad (3.51)$$

Admitindo-se que $B_n \ll k_{p_iq} \cdot K_{TN}$, então

$$T_\omega = \frac{s \cdot \frac{k_{p_iq} \cdot K_{TN}}{J} + \frac{k_{i_iq} \cdot K_{TN}}{J}}{s^2 + \frac{k_{p_iq} \cdot K_{TN}}{J} s + \frac{k_{i_iq} \cdot K_{TN}}{J}} \quad (3.52)$$

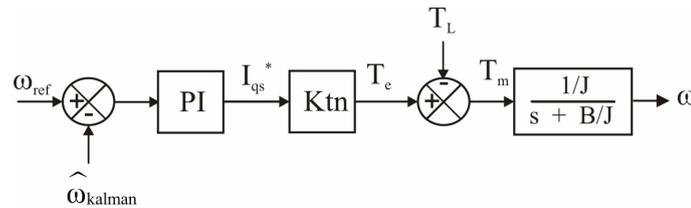


Figura 3.3 – Diagrama de blocos do modelo simplificado do motor de indução com adição dos controladores PI

Considerando-se um modelo de referência de segunda ordem:

$$\frac{\omega(j\omega_b)}{\omega_{ref}(j\omega_b)} = \frac{2\delta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2}{(j\omega_b)^2 + 2\delta\omega_n(j\omega_b) \cdot (j\omega_b) + \omega_n^2} \quad (3.53)$$

e a largura de banda é de 3,01db, equivalente a um ganho de 0,707, tem-se

$$20 \log \left(\left| \frac{\omega(j\omega_b)}{\omega_{ref}(j\omega_b)} \right| \right) = 3,01 \text{db} \quad (3.54)$$

Analogamente ao desenvolvimento apresentado na seção 3.4.1, obtém-se na solução das variáveis:

$$\frac{k_{p_iq} \cdot K_{TN}}{J} = 2\delta\omega_n \quad (3.55)$$

e

$$\frac{k_{i_iq} \cdot K_{TN}}{J} = \omega_n^2 \quad (3.56)$$

Relacionando a expressão (3.42) com (3.55) e (3.56), os ganhos proporcional e integral do controlador de velocidade são determinados como

$$k_{pv} = \frac{2\delta\omega_b \cdot J}{K_{TN} \sqrt{2\delta^2 + 1 \pm \sqrt{(1 + 2\delta^2)^2 + 1}}} \quad (3.57)$$

e

$$k_{iv} = \frac{\omega_b^2 \cdot J}{K_{TN} \left(2\delta^2 + 1 \pm \sqrt{(1 + 2\delta^2)^2 + 1} \right)} \quad (3.58)$$

e os ganhos discretos são dados por [50]

$$k_{p_iqz} = k_{p_iqv} - \left(\frac{k_{i_iq} \cdot t_s}{2} \right) \quad (3.59)$$

e

$$k_{i_iqz} = k_{i_iq} \cdot t_s \quad (3.60)$$

3.5 ESTRUTURA DE CONTROLE PROPOSTA

O diagrama de blocos da estrutura de controle proposta é ilustrada na figura 3.4.

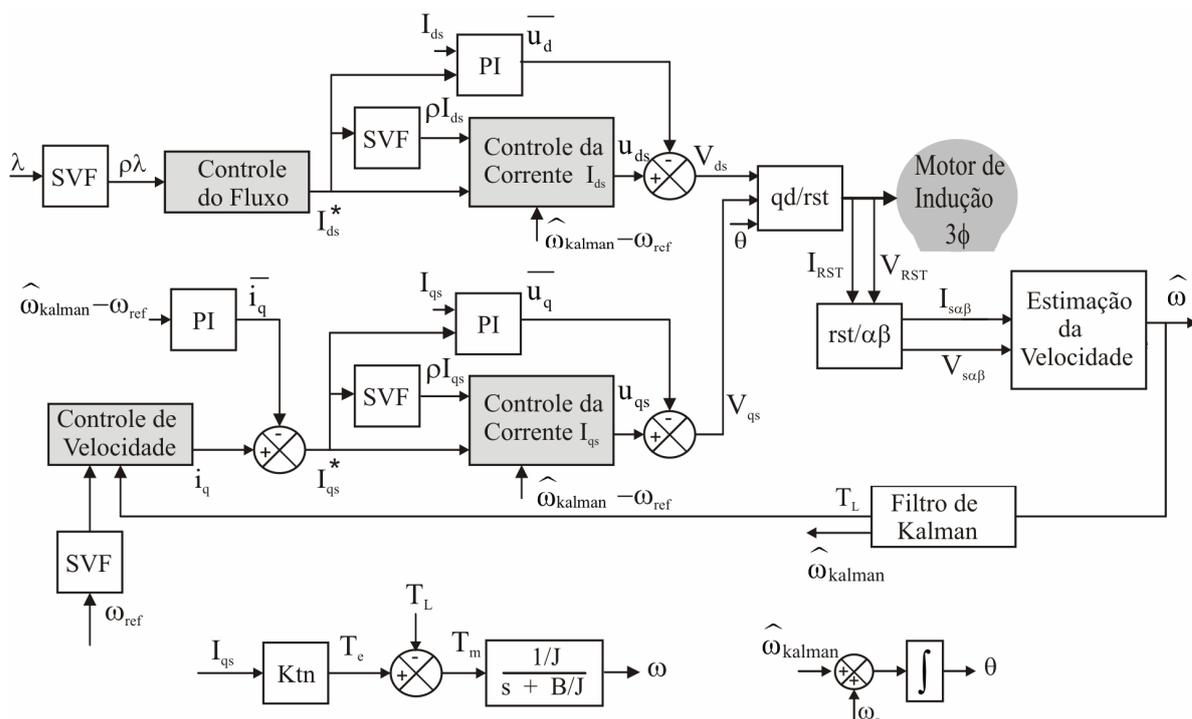


Figura 3.4 – Diagrama resumido das técnicas de estimação de velocidade proposta

Na figura 3.4, SVF e PI são, respectivamente, o filtro na forma de variável de estados e controlador proporcional integral.

Os controladores de fluxo e de velocidade geram as correntes de referência I_{ds}^* e I_{qs}^* .

Estas correntes computam os valores de tensão u_{ds} e u_{qs} compensadas por um controlador PI de forma a gerar as tensões V_{ds} e V_{qs} para a alimentação do motor de indução. Com os valores das grandezas estatóricas em coordenadas $\alpha\beta$, é realizada a estimação da velocidade. Este valor estimado é filtrado pelo filtro de Kalman que também estima o torque de carga T_L e realimentam o sistema de controle de velocidade.

3.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

O equacionamento do sistema de controle, utilizando a metodologia IFOC realimentado linearizado, é apresentado neste capítulo. Com base nas equações do modelo do motor de indução trifásico são descritos três controladores: controle de fluxo, controle de velocidade e controle de torque.

O controle de fluxo é realizado pela corrente de eixo direto I_{ds} . A derivada do fluxo rotórico de eixo direto realimenta o sistema para realizar a compensação. Para realização deste controle, é necessário o conhecimento da derivada do fluxo rotórico de eixo direto. Na seção 3.3 é apresentado o observador do fluxo rotórico que utiliza como variáveis de entrada as correntes estatóricas (I_{qs} e I_{ds}). Este valor é repassado pelo filtro na forma de variáveis de estado para determinação da derivada do fluxo rotórico de eixo direto.

A corrente I_{qs} efetua o controle de velocidade. As variáveis de entrada são a derivada de velocidade, o erro de velocidade (estimada em relação a referência) e o distúrbio de torque. Para compensação do sistema, empregou-se um controlador proporcional integral. O equacionamento deste controlador é realizado utilizando o modelo mecânico do motor de indução trifásico na seção 3.4.2.

Através das tensões de alimentação do motor V_{qs} e V_{ds} determina-se o controle das correntes. A referência de corrente (I_{qs}^* e I_{ds}^*) e as derivadas das correntes medidas (ρI_{qs} e ρI_{ds}) são empregadas neste controlador. Um controlador proporcional integral, usando o erro entre as correntes medidas e referência, foi adicionado. Para computar o valor dos ganhos empregou-se o modelo elétrico simplificado do motor de indução trifásico, sendo que sua dedução é apresentada no anexo A.

Nos próximos capítulos são apresentadas as simulações do sistema completo em software Matlab[®] e em tempo real utilizando um processador digital de sinais (DSP).

RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

4.1 INTRODUÇÃO

A simulação é um procedimento para validação da modelagem e da teoria de controle proposta. Simulações possibilitam a prévia averiguação e análise do sistema e auxiliam no desenvolvimento do projeto. Neste capítulo, é apresentado a simulação do servomecanismo sensorless apresentado nos capítulos 2 e 3 no software Matlab.

Para a realização das simulações, são apresentados os parâmetros do motor e os parâmetros do sistema de controle – estimador de velocidade e controladores. Após a parametrização, são descritos a metodologia de ensaio com suas devidas considerações em relação as técnicas de discretização. Gráficos ilustram o desempenho do sistema em baixas e médias velocidades, e perante a inserção de distúrbios de torque ou (variações no torque de carga).

4.2 PARÂMETROS DO SISTEMA

Nas próximas seções, são apresentados os dados paramétricos empregados na simulação do sistema – motor, estimador e controlador.

4.2.1 MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

As tabelas 4.1 e 4.2 apresentam os dados do motor de indução trifásico gaiola de esquilo empregado na realização das simulações.

Para a simulação do motor, é necessário o conhecimento de seus parâmetros elétricos e mecânicos. Estes parâmetros foram fornecidos através de prévio contato com o fabricante.

Tabela 4.1 – Dados de Placa

Potência	1,5 cv
Velocidade nominal	188 rad/s
Corrente nominal	2,56 A
Tensão nominal	380 V
Frequência	60 Hz
Número de pares de pólos (N)	2

Tabela 4.2 – Parâmetros do motor

Coefficiente de Viscosidade (B)	0,0328 kg.m ²
Momento de inércia (J)	0,001 kg.m ² /A
Indutância magnetizante (L _m)	388,5 mH
Indutância estatórica (L _s)	404,8 mH
Indutância rotórica (L _r)	402,4 m
Resistência estatórica (R _s)	3,24 Ω
Resistência rotórica (R _r)	4,96 Ω

4.2.2 CONTROLADORES

Os parâmetros dos controladores – MRAS, controlador de corrente qd e controlador de velocidade, são sumarizados na tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Parâmetros do controlador

$K_{p\omega}$	1
$K_{i\omega}$	$\frac{10}{T_r} \approx 80$
k_{pv}	14, 1544
k_{iv}	0,0758
k_{p_iq}	0,0605
k_{i_iq}	0,00000908

4.2.3 FLUXO DE REFERÊNCIA

O valor do fluxo de referência é estipulado de forma a manter uma corrente magnetizante I_d^* em regime permanente igual a 1A. Assim, estando em acordo com a equação (3.22), quando a derivada do fluxo $\rho\lambda = 0$, o fluxo de referência é

$$\lambda^* = L_m \cdot I_d^* \quad (4.1)$$

4.3 DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS

No desenvolvimento da simulação do sistema, empregou-se o modelo matemático do motor de indução trifásico – elétrico e mecânico. As equações (4.2)-(4.4) sumarizam este modelo em um referencial genérico.

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 & -(\omega_x + a_2 N \omega_r) & a_3 & -a_4 N \omega_r \\ (\omega_x + a_2 N \omega_r) & -a_1 & a_4 N \omega_r & a_3 \\ a_6 & a_7 N \omega_r & -a_8 & -(\omega_x - a_9 N \omega_r) \\ -a_7 N \omega_r & a_6 & (\omega_x - a_9 N \omega_r) & -a_8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_5 & 0 \\ 0 & a_5 \\ -a_{10} & 0 \\ 0 & -a_{10} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{qs}^x \\ V_{ds}^x \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$T_m = T_e - T_L = J\dot{\omega} + B_n \omega \quad (4.3)$$

$$T_e = K_m I_{qs}^* \quad (4.4)$$

O sistema – motor, controlador e estimador, foi discretizado empregando-se a metodologia de Euler. Então,

$$\mathbf{x}(k+1) = (\mathbf{I} + \mathbf{A}t_s) \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}t_s \mathbf{u}(k) \quad (4.5)$$

onde, $\mathbf{x}(k)$, t_s e $u(k)$ são respectivamente vetor de estados, tempo de discretização e entrada do sistema.

\mathbf{A} e \mathbf{B} são as matrizes que traduzem as dinâmicas do sistema.

A discretização da corrente magnetizante é efetuada empregando-se a metodologia Tustin, também conhecida por discretização bilinear, anteriormente apresentada na seção 2.4 devido a problemas de convergência na implementação. Estes problemas na metodologia de convergência de Euler devem-se ao tempo de amostragem não ser suficientemente pequeno em relação a constante de tempo presente no sistema, incorrendo em instabilidades dada a aproximação realizada na derivada temporal $\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} \approx \frac{\mathbf{x}(k+1) - \mathbf{x}(k)}{t_s}$.

O motor de indução é primeiramente magnetizado no acionamento (aproximadamente dois segundos). Neste intervalo de tempo, o fluxo de referência apresenta um crescimento linear de zero até o valor de referência. Para se atingir este valor, foi empregada uma taxa de variação de $\lambda^*/2$.

Na seqüência da simulação, posterior a magnetização, é aplicado uma rampa na velocidade de referência com taxa de variação de 54 rad/s até atingir a velocidade de referência a qual é mantida fixa. Foram realizados ensaios em baixas (10% da velocidade nominal) e médias velocidades (50% da velocidade nominal).

Atingida a velocidade de referência, foi aplicado um salto no torque de carga T_L (distúrbio de torque) de 0,3 N.m, conforme ilustrado na figura 4.1.

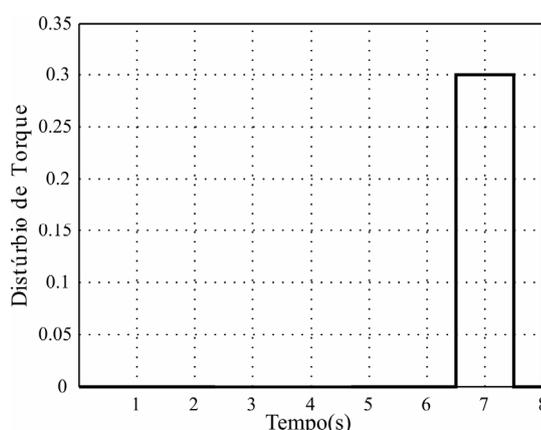


Figura 4.1 – Salto de torque de carga T_L

4.4 RESULTADOS OBTIDOS EM SIMULAÇÃO – MATLAB[®]

As simulações foram realizadas no software matlab, em domínio discreto, considerando a velocidade de referência igual a 18 rad/s e 90 rad/s, respectivamente.

4.4.1 VELOCIDADE DE REFERÊNCIA 18 RAD/S

A figura 4.2 ilustra a trajetória de velocidade real e estimada. Durante os três primeiros segundos é realizado a magnetização do motor com velocidade nula. Após 4 segundos é mantida a referência de velocidade de 18 rad/s.

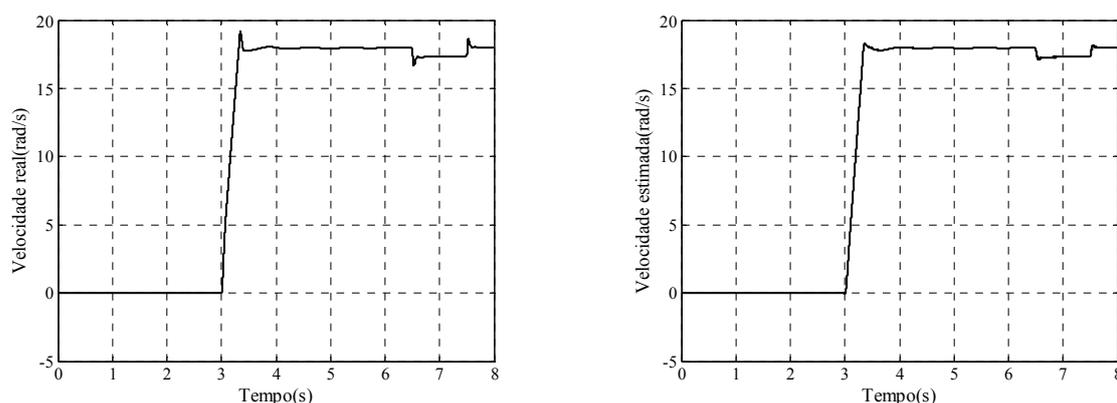


Figura 4.2 – Velocidade estimada e real

Em velocidade constante, é aplicado um distúrbio de torque entre 6,5 e 7,5 segundos. A aplicação deste distúrbio ocasionou um erro de -3.88% na velocidade estimada em relação a referência. O erro entre a velocidade real e estimada é insignificante, observa-se que as curvas no gráfico 4.2 são quase coincidentes.

A estimativa do torque pelo filtro de Kalman é representada no gráfico da figura 4.3 na velocidade de referência de 18 rad/s.

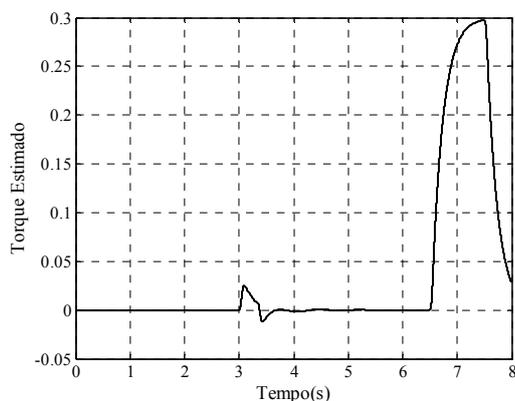


Figura 4.3 – Distúrbio de torque estimado pelo filtro de Kalman

As correntes de eixo direto e de quadratura são apresentadas na figura 4.4. Durante o distúrbio de torque, a corrente I_{qs} sofre uma variação para compensação do sistema a fim de manter a velocidade constante.

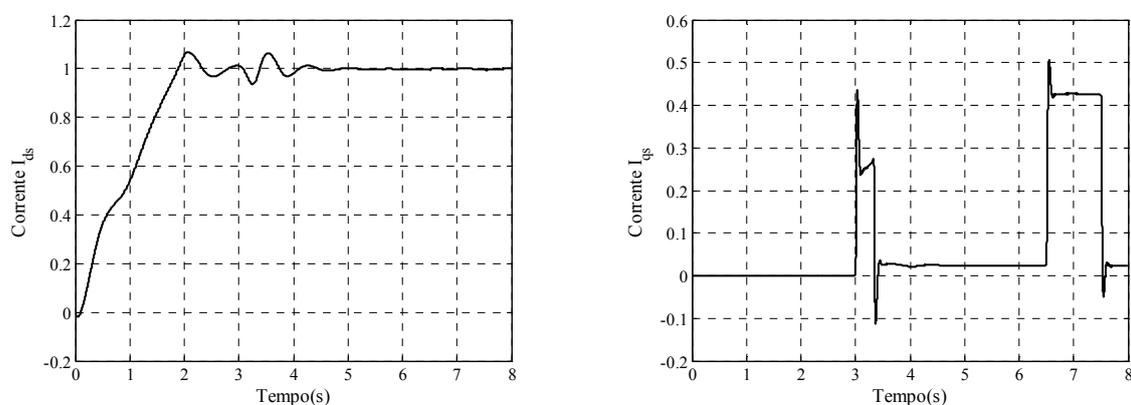


Figura 4.4 – Correntes I_{ds} e I_{qs}

4.4.2 VELOCIDADE DE REFERÊNCIA 90 RAD/S

O gráfico da trajetória de velocidade real e estimada é apresentado na figura 4.5. Análogo ao caso anterior, de 0 a 3 segundos é realizado a magnetização do motor com velocidade nula. Após 4 segundos é mantida a referência de velocidade de 90 rad/s.

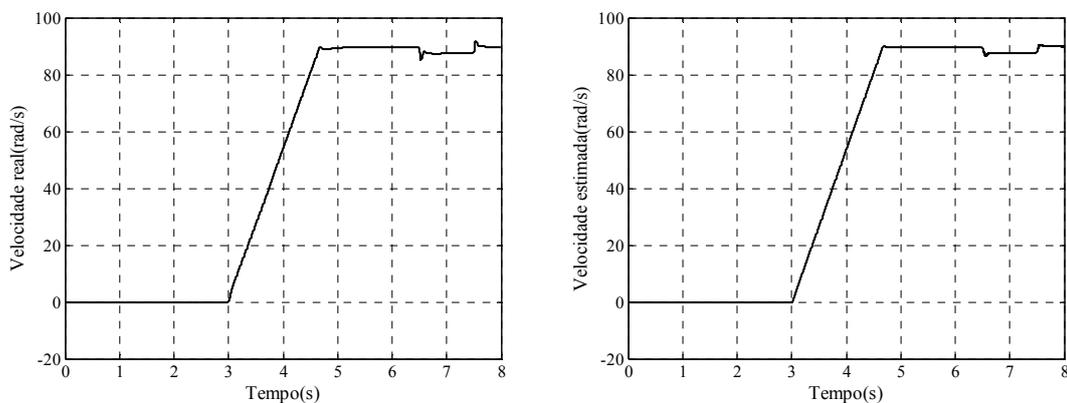


Figura 4.5 – Velocidade estimada e real

Um distúrbio de torque de 0,3 N.m é aplicado, em velocidade constante, no intervalo de 6,5 a 7,5 segundos. A aplicação deste distúrbio ocasionou um erro de -1,33% na velocidade estimada em relação a velocidade de referência. Observa-se que a velocidade real acompanha fielmente a estimativa.

A estimativa do torque pelo filtro de Kalman é representada no gráfico da figura 4.6 na velocidade de referência de 90 rad/s.

As correntes de eixo direto e quadratura são apresentadas na figura 4.7. Na análise deste gráfico, observa-se que durante o distúrbio de torque, a corrente I_{qs} sofre uma variação para compensação do sistema a fim de manter a velocidade constante.

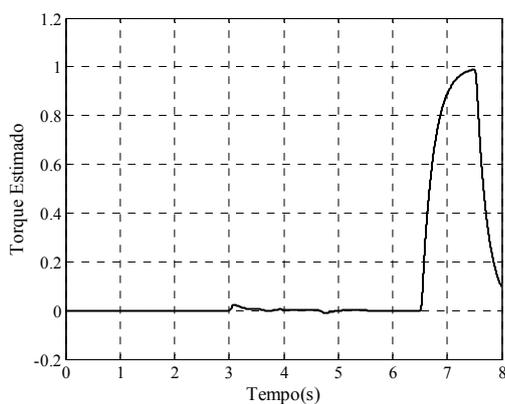


Figura 4.6 – Distúrbio de torque estimado pelo filtro de Kalman

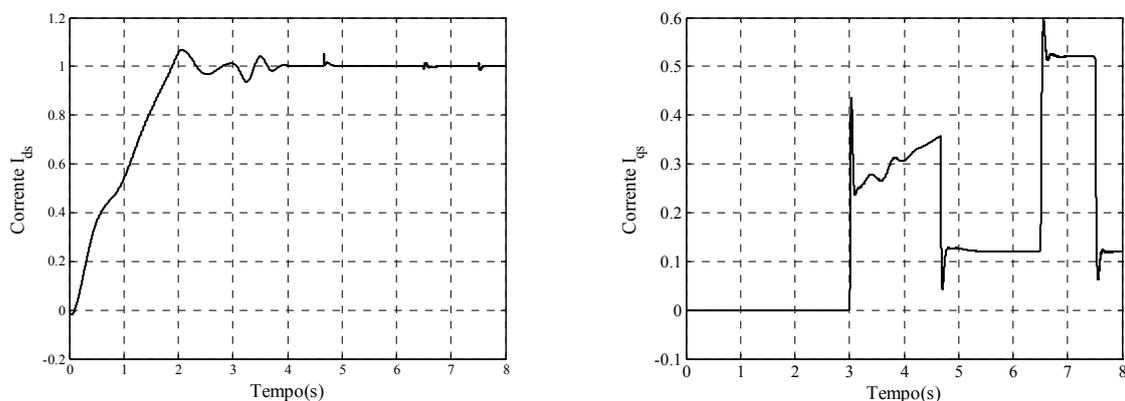


Figura 4.7 – Correntes I_{ds} e I_{qs}

4.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo, descreveu-se os parâmetros do motor e do sistema de controle necessários para sua implementação. Simulações utilizando o software Matlab[®], apresentam uma análise prévia do sistema de controle proposto. Foram analisados o desempenho para velocidades de referência de 18 rad/s e 90 rad/s.

Observou-se um bom desempenho do sistema entre 10% e 50% da velocidade nominal. A velocidade estimada segue a referência, mesmo durante o período de tempo que o distúrbio de torque é aplicado. O torque estimado pelo filtro de Kalman é realimentado pelo sistema, sendo percebido na variação da corrente I_{qs} .

PLATAFORMA EXPERIMENTAL

5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo é apresentado a implementação do servomecanismo de velocidade *sensorless* proposto empregando um DSP da Texas TMS320F2812 [68]. Nas próximas seções serão abordadas a descrição do processador digital de sinais (DSP), a simulação em hardware de tempo-real, a descrição da plataforma experimental para aquisição dos resultados experimentais.

Os algoritmos do sistema de controle são implementados utilizando uma aproximação aritmética de ponto-fixa (Q-math) [67]. Em casos específicos, como na implementação do filtro por variáveis de estado para efetuar o controle e estimação da velocidade, uma biblioteca de ponto flutuante foi empregada. Embora a implementação em ponto flutuante ocupe um maior espaço de memória, isto não resultou num problema, pois o algoritmo como um todo não apresenta grande complexidade.

As simulações em hardware, normalmente chamada de HIL – Hardware-In-the-Loop, são apresentadas para comparação com os resultados obtidos no Matlab[®]. Com o auxílio desta simulação, o sistema de controle proposto pode ser avaliado em tempo-real, realizando os cálculos em aritmética de ponto-fixa. Afora a verificação de erros no software, a simulação pode ser executada sem a presença física de um motor e apenas uma diretiva de compilação precisa ser alterada para executar o software em modo de simulação ou implementação.

5.2 DESCRIÇÃO DO PROCESSADOR DIGITAL DE SINAIS (DSP)

Os algoritmos do sistema de controle foram implementados no processador digital de sinais TMS320F2812 [68]. Este é um DSP de ponto-fixa de 32-bits com alguns periféricos dedicados para servomecanismos.

A figura 5.1 ilustra um diagrama com as principais funções do DSP TMS320F2812.

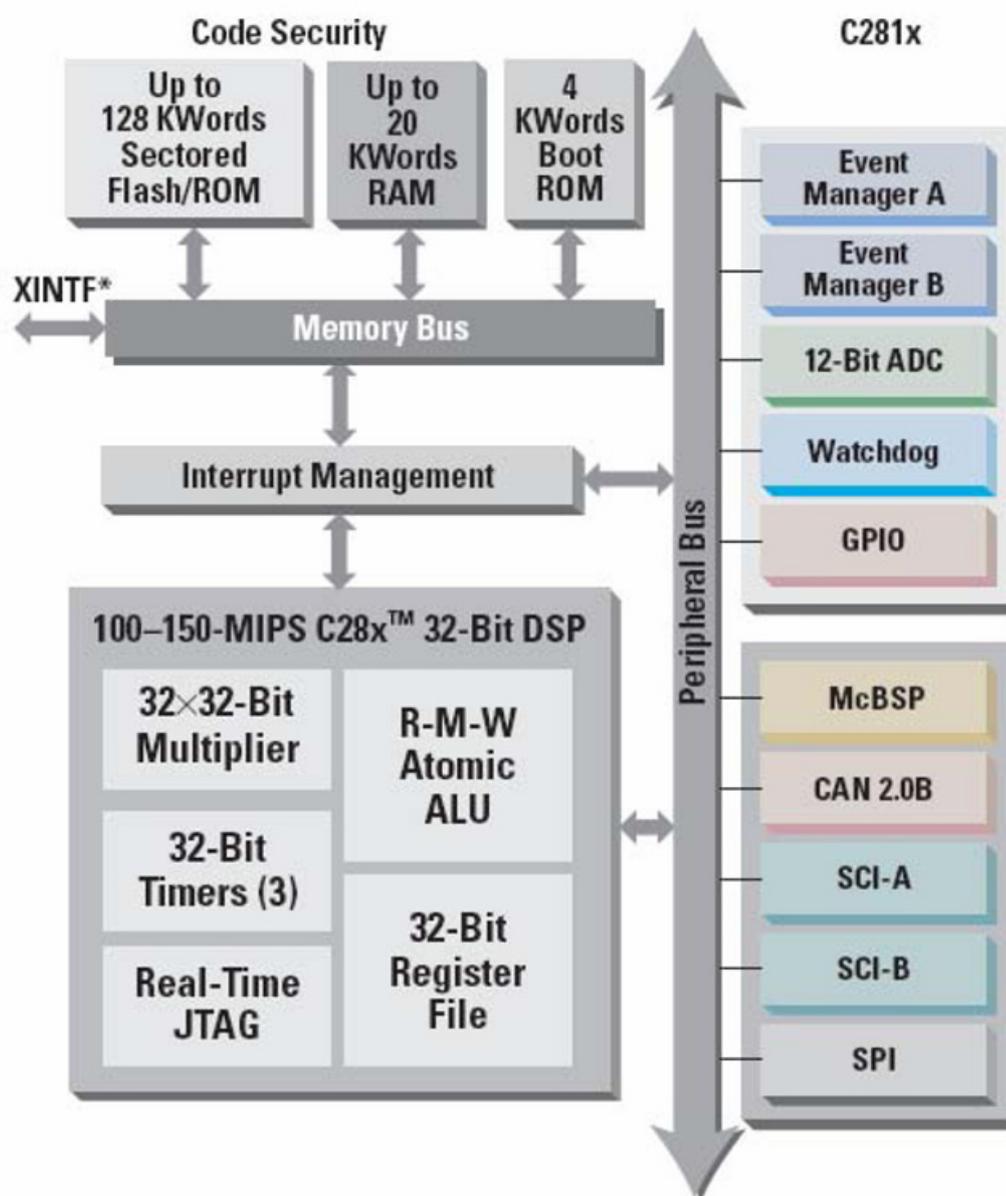


Figura 5.1 – Diagrama de funções do DSP TMS320F2812 [68]

As principais características do DSP TMS320F2812 são [68]:

- Tecnologia CMOS Estática de alto desempenho.
- Frequência de operação: 150 MHz (ciclo de clock 6,67ns).
- Baixo consumo de energia (1,9V Processador e 3,3V portas I/O).
- Programação em memória Flash de 3,3V.
- Unidade Central de Processamento de alto desempenho em 32 Bits.
- Realiza operações aritméticas de multiplicação de 32 bits x 32 bits.

- Barramento com arquitetura Harvard.
- Linguagens de programação: C/C++ e Assembly.
- Memória Flash interna: 128KWords x 16bits.
- Memória ROM interna: 128KWords x 16bits.
- Memória RAM interna de acesso único (SARAM): 128KWords x 16bits.
- Configuração de memória de Boot ROM (4K x 16) com software para gerenciamento dos modos de boot (RAM, Flash) e tabelas para execução de funções matemáticas incluídas.
- Interface com memória externa com capacidade de 1M de memória.
- Periféricos para suporte de interrupções.
- Código de segurança programável de 128 bits.
- 3 timers de 32 bits.
- Periféricos dedicados para servomecanismos: 2 gerenciadores de eventos para gerenciar timers, PWM e módulo de captura de encoder, periféricos para comunicação serial (SPI, SCI, eCAN, McBSP).
- 16 canais multiplexados para conversão analógico-digital: 2 amostradores, 1 conversor A/D de 12 bits, taxa de conversão de 80 ns/12,5 milhões de amostras por segundo.
- 56 portas I/O (entrada e saída) a ser programadas individualmente.
- Recurso de verificação de erros e monitoramento de memória em tempo-real.

O algoritmo do sistema de controle proposto foi desenvolvido em linguagem C/C++. Na sua elaboração, fez-se uso das bibliotecas de operação em ponto-fixado [67] fornecidas pelo fabricante.

O software Code Composer StudioTM IDE versão 2.12 foi utilizado para edição do programa, compilação, gravação do software na memória Flash, verificação de erros, e aquisição dos arquivos com os resultados das simulações de hardware/implementações. Para a implementação do sistema, foi utilizado um kit de aplicação chamado “F2812 eZdsp Starter Kit” fabricado pela empresa Spectrum Digital. Este kit contém o DSP TMS320F2812, 64KWords memória externa e interface pela porta paralela para comunicação com o computador.

5.3 SIMULAÇÃO POR HARDWARE EM TEMPO-REAL

A simulação por Hardware de tempo real possibilita uma avaliação prévia do sistema a ser implementado sem a presença física do motor. As características elétricas e mecânicas do motor foram sumarizadas na seção 4.2.1.

Para implementação do algoritmo de controle realizou-se as seguintes considerações:

- Para melhor representar o comportamento dinâmico do motor de indução trifásico na simulação, foi empregado o modelo do motor de indução trifásico utilizando uma biblioteca de ponto-flutuante.
- Empregou-se a biblioteca de ponto fixo na execução do estimador de torque (Filtro de Kalman).
- Na estimação da velocidade via algoritmo MRAS, e nos controladores de fluxo, de velocidade e de corrente, foram utilizados a biblioteca de ponto-flutuante. Esta decisão deve-se ao fato de que, em ambos os casos, são necessários filtros na forma de variáveis de estado. Estes filtros apresentam uma variação de valores numéricos de suas variáveis a qual é extremamente significativa. Embora a utilização de bibliotecas de ponto-flutuante ocupe maior tempo de processamento, como o algoritmo de controle é relativamente simples e de fácil execução, isto não se tornou um impecilho.
- No algoritmo dos controladores, foi estabelecido limites para os sinais de controle. Ações de controle sem limitação podem computar sinais de controle acima dos níveis desejados.

Nas próximas subseções são apresentados os resultados de simulação em hardware de tempo real no DSP TMS320F2812 para duas faixas de velocidade 18 rad/s e 90 rad/s.

5.3.1 VELOCIDADE DE REFERÊNCIA 18 RAD/S

O motor é inicialmente magnetizado e em 5,3 segundos é considerada a velocidade de referência. A figura 5.2 ilustra a trajetória de velocidade real e estimada, considerando-se a referência de 18 rad/s. Em velocidade constante, é aplicado um distúrbio de torque após 8 segundos. A aplicação deste distúrbio ocasionou um erro inferior a 3% na velocidade

estimada em relação a referência. O erro entre a velocidade real e a estimada é insignificante e observa-se que as curvas do gráfico 5.2 são quase coincidentes.

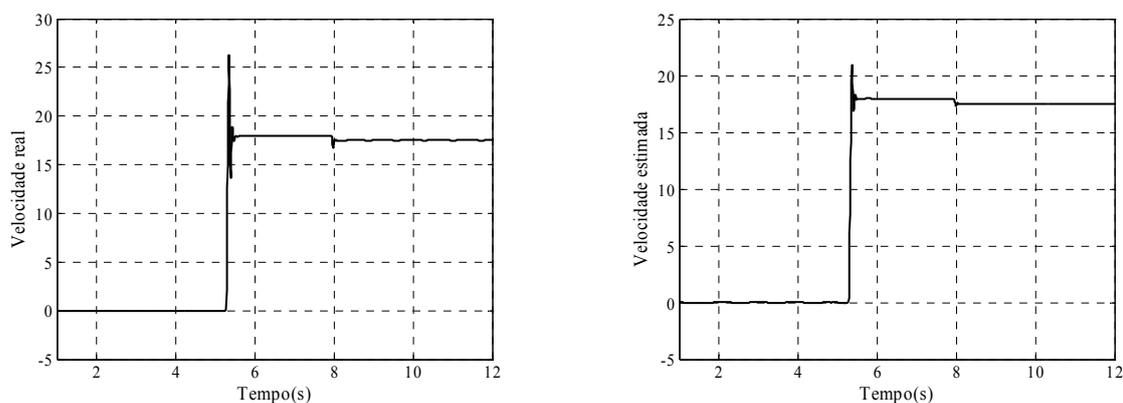


Figura 5.2 – Velocidade estimada e real

A estimativa do torque pelo filtro de Kalman é representada no gráfico da figura 5.3.

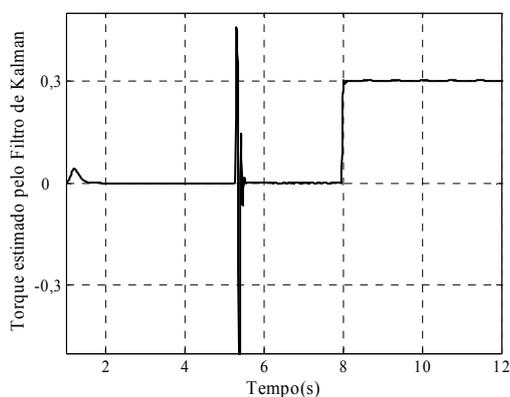


Figura 5.3 – Distúrbio de torque estimado pelo filtro de Kalman

As correntes de eixo direto e de quadratura são apresentadas na figura 5.4. Durante o distúrbio de torque, a corrente I_{qs} sofre uma variação para compensação do sistema a fim de manter a velocidade constante.

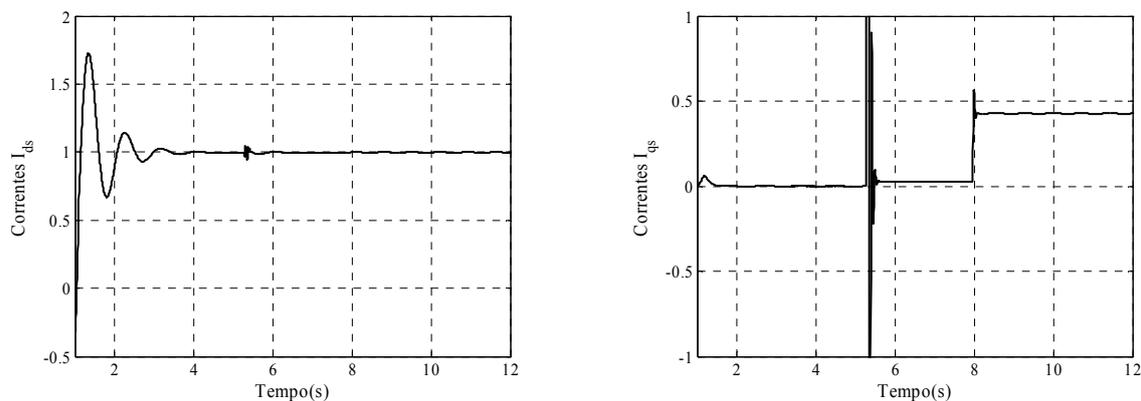


Figura 5.4 – Correntes I_{ds} e I_{qs}

Observa-se uma grande oscilação na corrente I_{qs} na partida do motor, esta variação é reflexo da sensibilidade do estimador de torque (filtro de Kalman). Este erro de estimativa do torque também é a causa do *overshoot* da velocidade.

5.3.2 VELOCIDADE DE REFERÊNCIA DE 90 RAD/S

Para a referência de 90 rad/s, é apresentado na figura 5.5 a trajetória de velocidade real e estimada. O motor é magnetizado até 3,7 segundos e posteriormente é imposta a velocidade de referência. Em velocidade constante, é aplicado um distúrbio de torque após 8 segundos. A aplicação deste distúrbio ocasionou um erro inferior a 2% na velocidade estimada em relação a de referência.

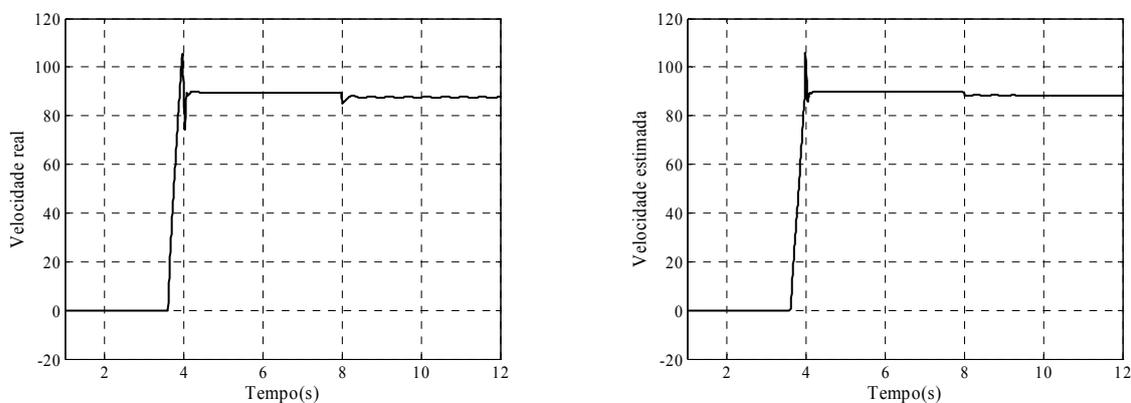


Figura 5.5 – Velocidade estimada e real

A estimativa do torque pelo filtro de Kalman é a representada no gráfico da figura 5.6.

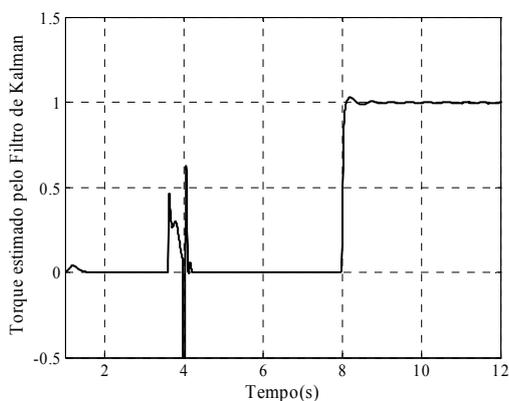


Figura 5.6 – Distúrbio de torque estimado pelo filtro de Kalman

Na figura 5.7, são ilustradas as correntes de eixo direto e de quadratura. Na aplicação do distúrbio de torque, visualiza-se uma variação na corrente I_{qs} para a compensação do sistema.

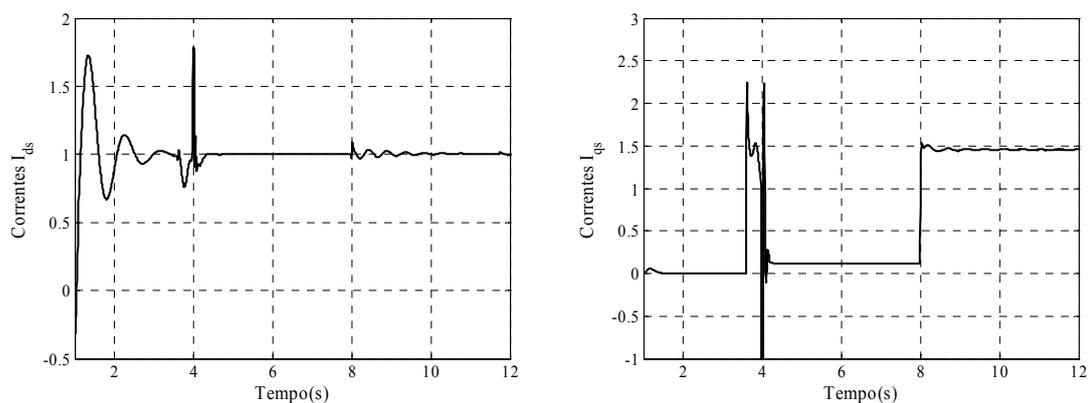


Figura 5.7 – Correntes I_{ds} e I_{qs}

Também é observado um erro na estimativa do torque na partida do motor conforme foi abordado para o caso anterior.

5.4 DESCRIÇÃO DA PLATAFORMA

A plataforma empregada para a realização experimental da técnica de controle proposta, para acionamento do motor descrito nas tabelas 4.1 e 4.2, é composta dos seguintes itens:

- Módulo de IGBTs SKM75GB124D (Semikron[®]) e circuito óptico para

isolamento dos sinais de PWM SKHI 20op (Semikron[®]).

- Uma placa de circuito impresso para medição de corrente constituída por dois sensores de efeito Hall modelo LEM[®] LA 55-P e circuito de condicionamento.
- Um encoder tipo incremental série BA da marca Veeder-Root[®].
- Um kit dedicado a aplicações de controle discreto eZdsp TMS2814(Spectrum Digital, Inc) contendo o DSP TMS320F2812 (Texas Instruments[®]).
- Um computador para programação do DSP e verificação de resultados.
- Fontes auxiliares.
- Um motor de corrente contínua (0.5 CV e 1800rpm), acoplamento mecânico e cargas resistivas, para realização dos ensaios com distúrbio de torque.

5.5 CONSIDERAÇÕES PARA REALIZAÇÃO DOS ENSAIOS

Experimentalmente, algumas considerações e ajustes do algoritmo de controle foram realizados para melhoria da resposta do sistema. Nas próximas seções são apresentadas as principais considerações realizadas.

5.5.1 COMPENSAÇÃO DO FLUXO ROTÓRICO

Verificou-se experimentalmente que o sistema de controle não estava mantendo a magnetização do motor de indução, isto é, $I_{ds} = 1A$ e $\lambda = \lambda^*$. Para compensação do fluxo rotórico inseriu-se um controlador proporcional com ganho K_{ids} na corrente I_{ds}^* , dado por

$$I_{ds}^* = (a_{11}\lambda^* + \rho\lambda) \frac{1}{a_{11}L_m} + K_{ids} (\lambda^* - \lambda) \quad (5.1)$$

onde λ é o fluxo de eixo direto.

5.5.2 DETERMINAÇÃO DO MOMENTO DE INÉRCIA

Para a realização dos ensaios com distúrbio de torque, foi acoplado um motor de

corrente contínua ao eixo do motor de indução. Este acoplamento insere uma carga de valor significativo que não foi considerada na modelagem. De forma que o momento de inércia do motor passa a ser diferente do informado pelo fabricante, tornando necessário a determinação do novo valor do momento de inércia do conjunto motor-gerador.

A estimação do momento de inércia é realizada empregando um controle de corrente proporcional integral. A corrente de eixo direto é mantida fixa $I_{ds} = 1,5$ A. Já a corrente de quadratura é nula durante os quatro segundos iniciais para magnetização do motor e muda instantaneamente a $I_{qs} = 0,15$ A.

Realizado o acionamento do motor de indução, a velocidade cresce linearmente até atingir um regime permanente. São apontados o valor da velocidade em regime permanente $\omega = 130$ rad/s e o tempo em segundos onde a velocidade atinge 63,2% de seu valor máximo $t_{6,32\%} = 7,08$ s. Através do modelo mecânico do motor de indução o coeficiente de atrito pode ser determinado por

$$B_n = \frac{NL_m^2 \cdot I_{ds} I_{qs}}{L_r \omega} \quad (5.2)$$

O valor encontrado é de 0,0013 Nms/rad, representando um valor próximo ao fornecido pelo fabricante.

Considerando a função de transferência do modelo mecânico (equação 3.50), a constante de tempo do sistema é (J/B_n) . Assim, a razão entre estes dois valores representa o intervalo de tempo de excursão que a velocidade alcançou 63,2% do valor de regime permanente.

O novo momento de inércia é computado por

$$J = B_n t_{63,2\%} \quad (5.3)$$

onde o valor encontrado foi de 0,0205, aproximadamente cinco vezes o valor fornecido pelo fabricante.

5.5.3 DETERMINAÇÃO DO TORQUE ELÉTRICO

O filtro de Kalman necessita do valor do torque elétrico para determinação do

distúrbio de torque. Como se tem um estimador dos fluxos rotóricos a partir das correntes medidas, conforme apresentado na seção 3.3, o torque elétrico é computado por

$$T_e = N \frac{L_m}{L_r} (\lambda_{dr} I_{qs} - I_{ds} \lambda_{qr}) \quad (5.4)$$

Experimentalmente, esta estimativa do torque elétrico apresentou melhores resultados do que a equação reduzida 2.21 utilizando K_{TN} .

5.6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nesta seção, são apresentados os resultados experimentais. Nos resultados apresentados, são realizadas duas análises realimentando o sistema com a velocidade medida pelo encoder e com a velocidade estimada pelo MRAS.

5.6.1 VELOCIDADE DE REFERÊNCIA DE 18 RAD/S REALIMENTANDO O CONTROLADOR COM A VELOCIDADE MEDIDA (ENCODER)

Neste primeiro ensaio, é imposta uma velocidade de referência de 18 rad/s, sem a inclusão de torque elétrico. São apresentados os gráficos da velocidade medida, das correntes q_d , das correntes trifásicas e da estimativa do torque.

A figura 5.8 apresenta a velocidade medida pelo encoder.

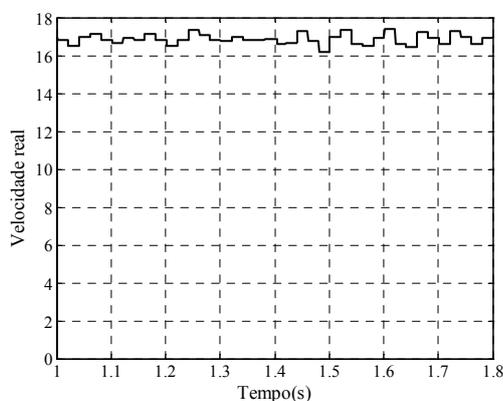


Figura 5.8 – Velocidade real

Mesmo na ausência de carga, o filtro de Kalman informa um torque de 0,14Nm como pode ser verificado na figura 5.9. Este valor é relativo a perdas mecânicas do motor de indução e do acoplamento com o motor de corrente contínua.

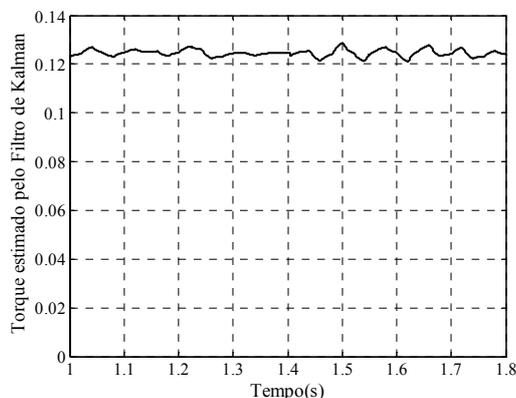


Figura 5.9 – Distúrbio de torque estimado pelo filtro de Kalman

Na figura 5.10, são apresentadas as correntes de eixo direto e de quadratura.

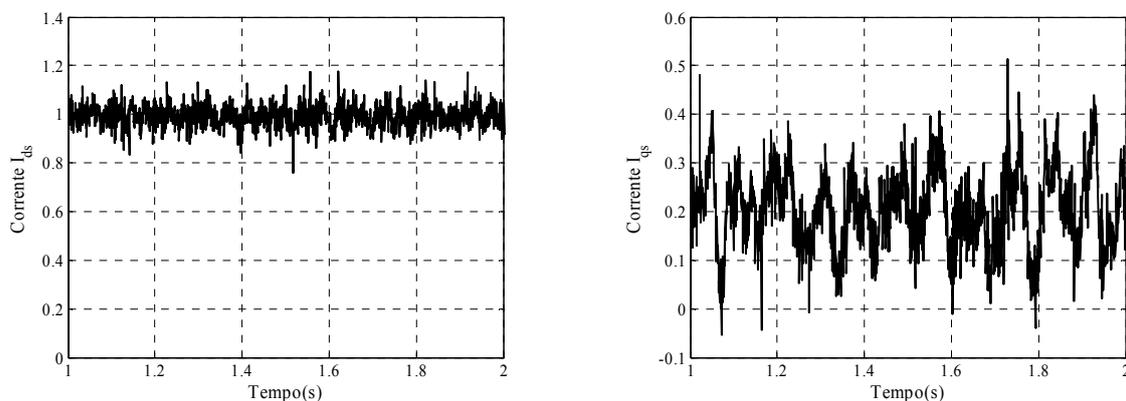


Figura 5.10 – Correntes I_{ds} e I_{qs}

Embora as correntes q_d apresentem um certo nível de ruído, as correntes trifásicas medidas no motor são senoidais, como ilustrado na figura 5.11.

A tensão trifásica V_{RS} , após a transformação de Park das tensões V_{ds} e V_{qs} computadas pelo controlador, é apresentada na figura 5.12.

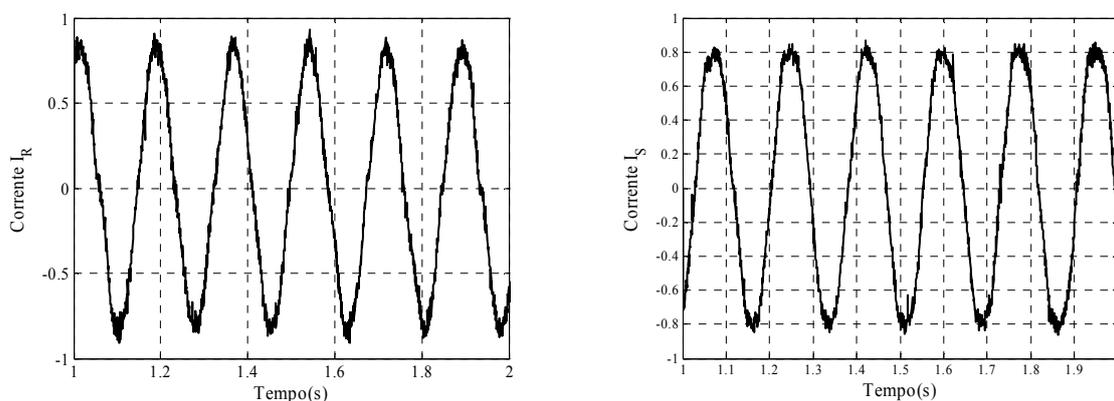


Figura 5.11 – Correntes I_R e I_S

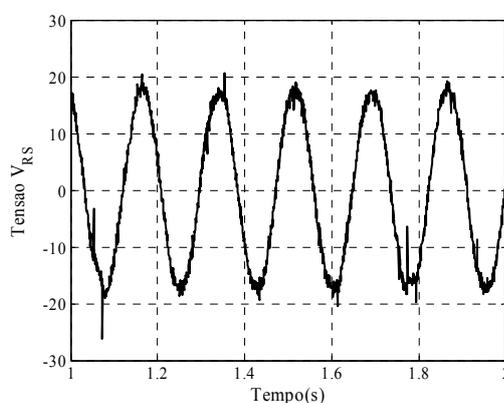


Figura 5.12 – Tensão V_{RS} que será transformada em PWM para acionamento do motor

5.6.2 VELOCIDADE DE REFERÊNCIA DE 18 RAD/S COM DISTÚRBO DE TORQUE REALIMENTANDO O CONTROLADOR COM A VELOCIDADE MEDIDA (ENCODER)

Neste ensaio, é realizada a magnetização do motor de indução durante os 5 segundos iniciais. Posteriormente é imposta uma velocidade de referência de 18 rad/s. Após atingir o regime permanente, em 8 segundos é aplicado um distúrbio de torque.

Para a realização deste distúrbio de torque inseriu-se uma resistência da armadura do motor de corrente contínua. Os valores de corrente e tensão da armadura no motor de corrente contínua são de 900mA e 10,5V respectivamente.

As figuras 5.13 e 5.14 apresentam a velocidade medida e o erro de rastreamento da velocidade respectivamente. Verifica-se que após a inserção da carga (distúrbio de torque) a velocidade tende ao valor de referência.

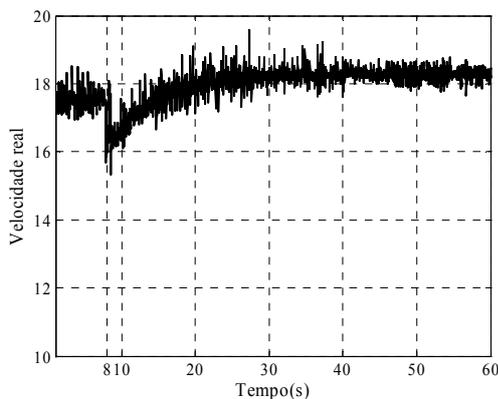


Figura 5.13 – Velocidade real

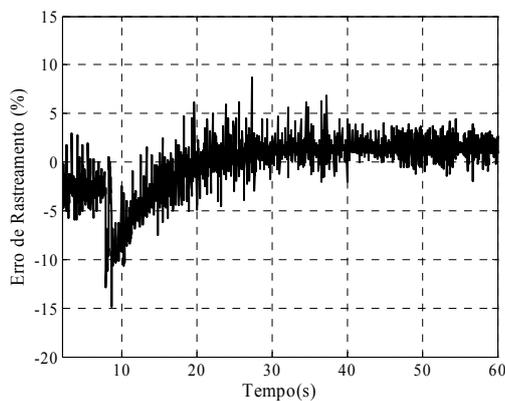


Figura 5.14 – Erro de Rastreamento da Velocidade

A estimativa do torque pelo filtro de Kalman utilizado na realimentação do sistema de controle, após ser filtrado por um filtro na forma de variáveis de estado, é ilustrada na figura 5.15. Observou-se que quando o motor de corrente contínua estava magnetizado o torque estimado pelo filtro de Kalman fornecia um valor superior. Este fato pode ser analisado através das figuras 5.9 e 5.15, possivelmente com o aumento das perdas mecânicas no acoplamento.

Na figura 5.16, são ilustradas as correntes de eixo direto e de quadratura. Na aplicação do distúrbio de torque, visualiza-se uma variação na corrente I_{qs} para a compensação do sistema.

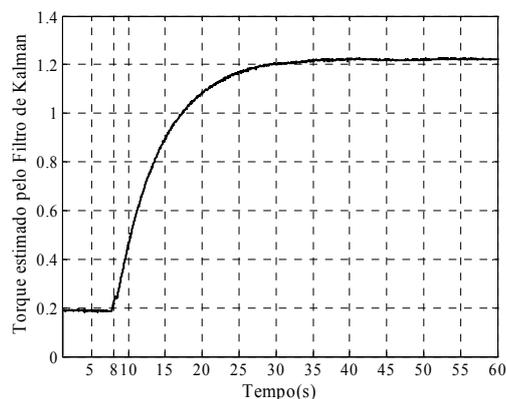


Figura 5.15 – Distúrbio de torque estimado pelo filtro de Kalman

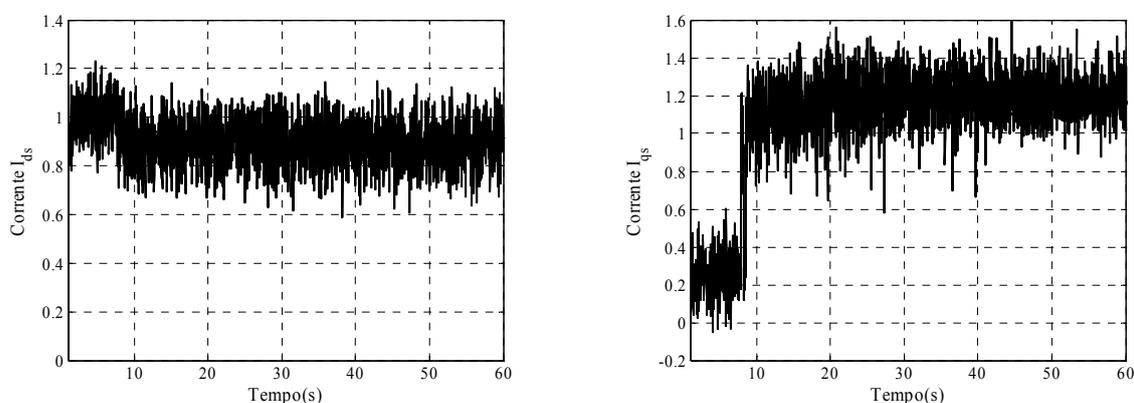


Figura 5.16 – Correntes I_{ds} e I_{qs}

5.6.3 VELOCIDADE DE REFERÊNCIA DE 45 RAD/S COM DISTÚRBO DE TORQUE REALIMENTANDO O CONTROLADOR COM A VELOCIDADE MEDIDA (ENCODER)

A metodologia deste ensaio é análoga ao caso anterior considerando uma velocidade de referência de 45 rad/s. Após atingir o regime permanente com velocidade constante, em $t = 8$ s é aplicado o distúrbio de torque.

Para a realização deste distúrbio de torque, da mesma forma que no ensaio anterior, inseriu-se uma resistência da armadura do motor de corrente contínua. Os valores de corrente e tensão da armadura no motor de corrente contínua acoplado são de 742mA e 32,2V respectivamente.

As figura 5.17 e 5.18 apresentam a velocidade medida e o erro de rastreamento da velocidade. Verifica-se que após a inserção da carga (distúrbio de torque) a velocidade tende ao valor de referência.

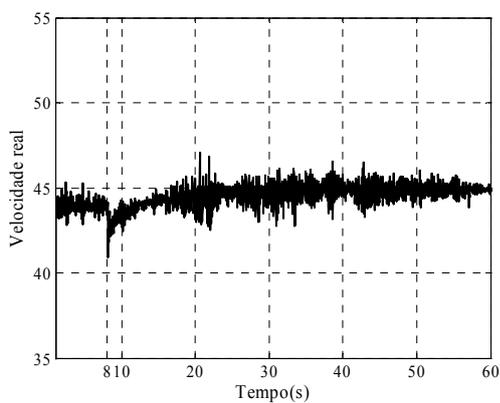


Figura 5.17 – Velocidade real

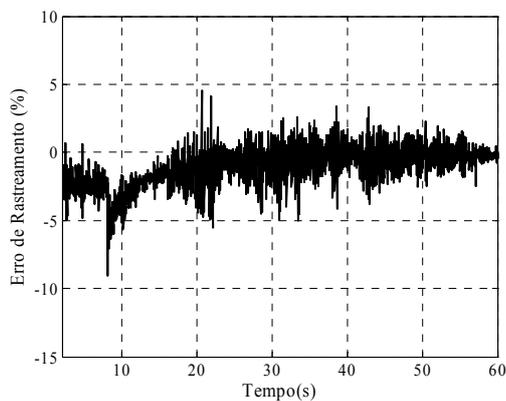


Figura 5.18 – Erro de Rastreamento da Velocidade

Na figura 5.19 é ilustrado o torque estimado via filtro de Kalman utilizado na realimentação do sistema de controle.

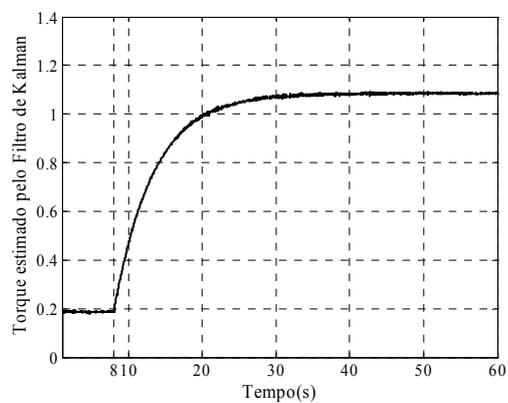


Figura 5.19 – Distúrbio de torque estimado pelo filtro de Kalman

O valor do torque estimado pelo filtro de Kalman sem carga é igual ao caso anterior, onde se verificou que ocorria uma pequena variação em diferentes faixas de velocidade.

Na figura 5.20, são ilustradas as correntes de eixo direto e de quadratura. Na aplicação do distúrbio de torque, visualiza-se uma variação na corrente I_{qs} para a compensação do sistema.

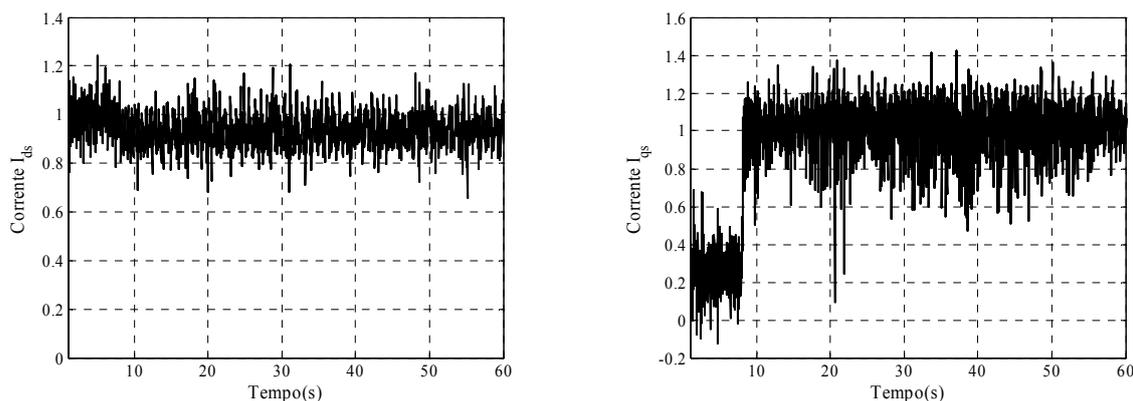


Figura 5.20 – Correntes I_{ds} e I_{qs}

5.6.4 VELOCIDADE DE REFERÊNCIA DE 18 RAD/S SENSORLESS

Neste ensaio é imposta uma velocidade de referência de 18 rad/s, sem a inclusão do distúrbio de torque, onde é utilizada na realimentação do sistema de controle a velocidade estimada pelo algoritmo MRAS. São apresentados os gráficos da velocidade real, da velocidade estimada, das correntes qd e das correntes trifásicas.

A figura 5.21 apresenta a velocidade real medida pelo encoder e a velocidade estimada. Observar-se um erro de regime permanente entre a velocidade estimada e a velocidade real medida pelo encoder. Este erro deve-se a problemas na instrumentação utilizada e às variações paramétricas do sistema.

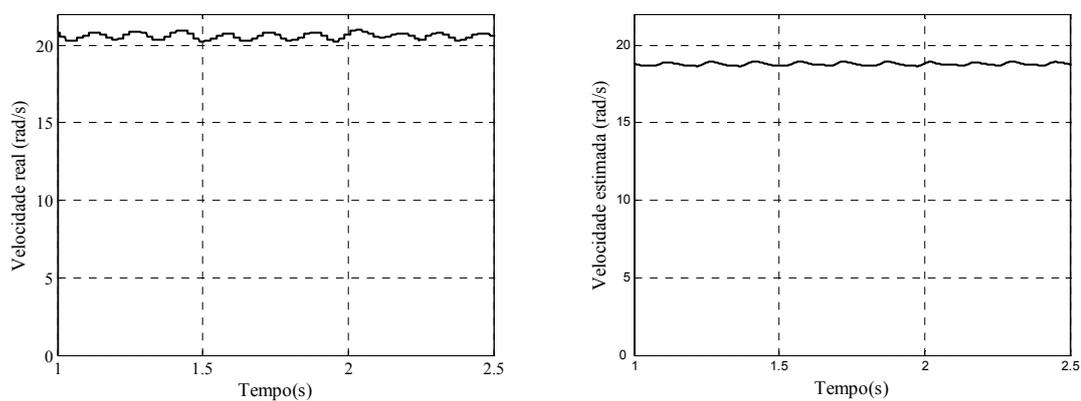


Figura 5.21 – Velocidade real e estimada

Na figura 5.22, são apresentadas as correntes de eixo direto e de quadratura.

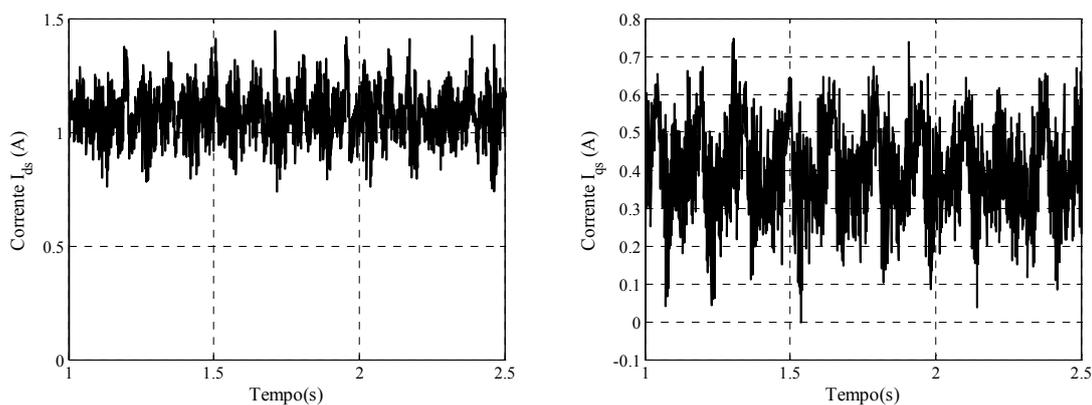


Figura 5.22 – Correntes I_{ds} e I_{qs}

Embora as correntes qd apresentem certo nível de ruído, as correntes trifásicas medidas no motor são senoidais, como pode ser visto na figura 5.23.

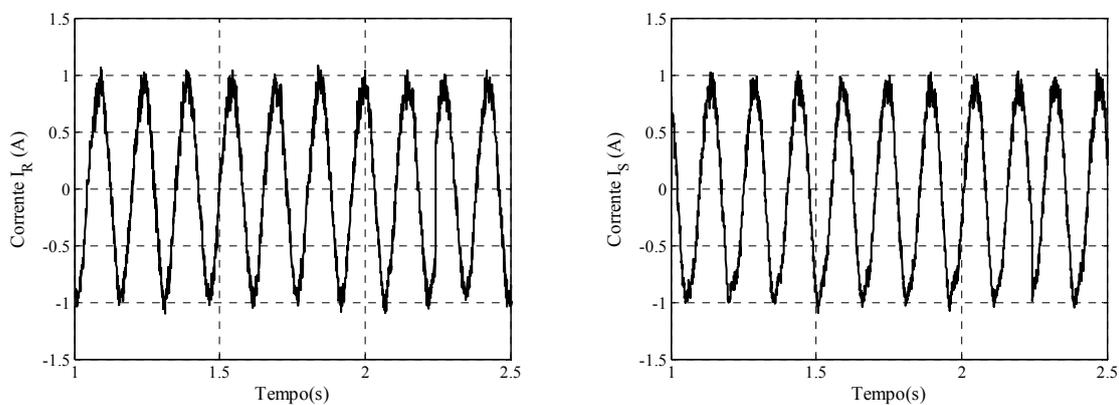


Figura 5.23 – Correntes I_R e I_S

5.6.5 VELOCIDADE DE REFERÊNCIA DE 18 RAD/S COM SENSORLESS E DISTÚRBO DE TORQUE

Neste ensaio, é realizada a magnetização do motor de indução durante os 5 segundos iniciais. Posteriormente é imposta uma velocidade de referência de 18 rad/s. Após atingir o regime permanente, em 22 segundos é aplicado um distúrbio de torque.

Para a realização deste distúrbio de torque inseriu-se uma resistência na armadura do motor de corrente contínua. Os valores de corrente e tensão da armadura no motor de corrente contínua são de 600mA e 14V respectivamente.

Nas figuras 5.24 e 5.25, são apresentadas a velocidade medida, velocidade estimada e o erro de estimativa da velocidade respectivamente. Verifica-se que após a inserção da carga (distúrbio de torque) a velocidade tende ao valor próximo ao valor de regime.

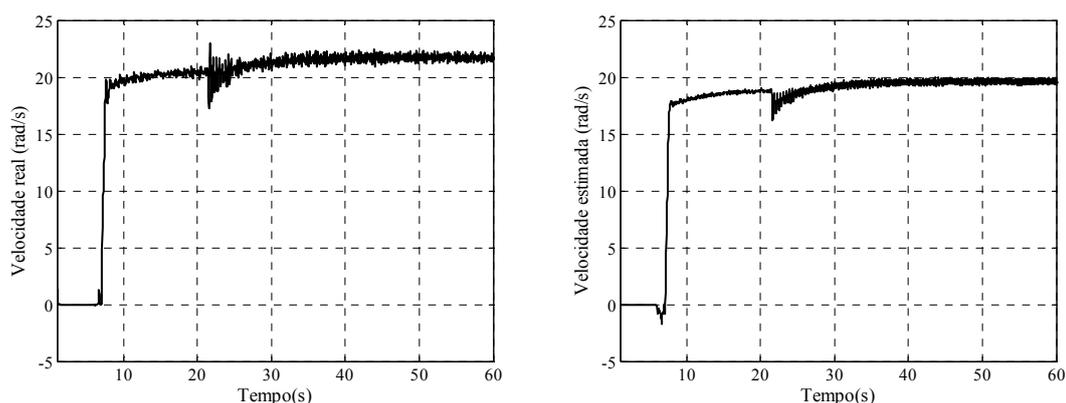


Figura 5.24 – Velocidade real e estimada

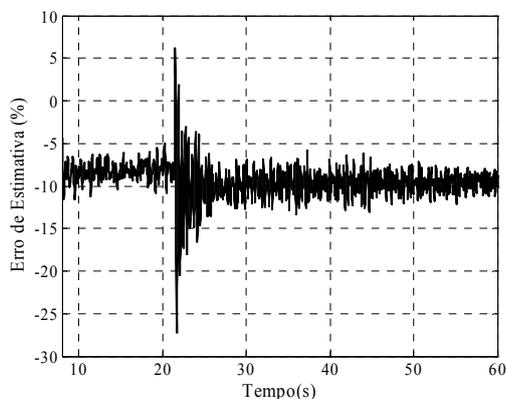


Figura 5.25 – Erro de estimativa da velocidade

Na figura 5.26, são mostradas as correntes de eixo direto e de quadratura. Durante o distúrbio de torque, visualiza-se uma variação na corrente I_{qs} para a compensação do sistema.

A estimativa do torque pelo filtro de Kalman utilizado na realimentação do sistema de controle é apresentada na figura 5.27.

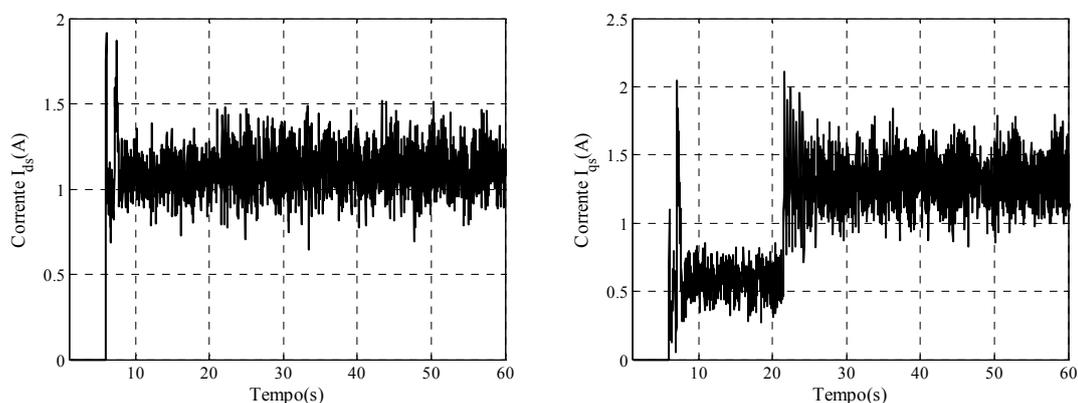


Figura 5.26 – Correntes I_{ds} e I_{qs}

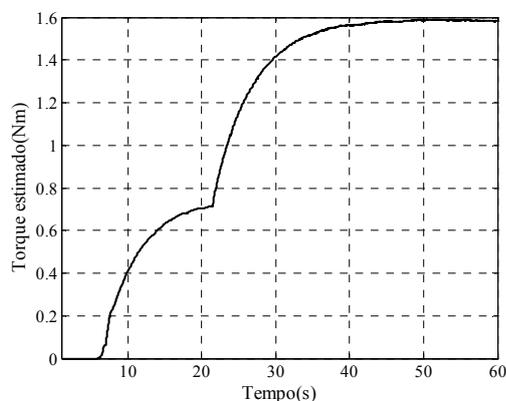


Figura 5.27 – Distúrbio de torque estimado pelo filtro de Kalman

5.6.6 VELOCIDADE DE REFERÊNCIA DE 45 RAD/S COM SENSORLESS E DISTÚRBO DE TORQUE

A metodologia deste ensaio é análoga ao caso anterior considerando uma velocidade de referência de 45 rad/s. Após atingir o regime permanente com velocidade constante, no intervalo de 15 a 50 segundos é aplicado o distúrbio de torque.

Para a realização deste distúrbio de torque, da mesma forma que no ensaio anterior, inseriu-se uma resistência na armadura do motor de corrente contínua. Os valores de corrente

e tensão da armadura no motor de corrente contínua acoplado ao eixo do motor de indução são de 570mA e 33,7V respectivamente.

Na figura 5.28, são apresentadas a velocidade medida e a velocidade estimada. Verifica-se que após a inserção da carga (distúrbio de torque) a velocidade possui uma característica oscilatória em torno do valor de referência.

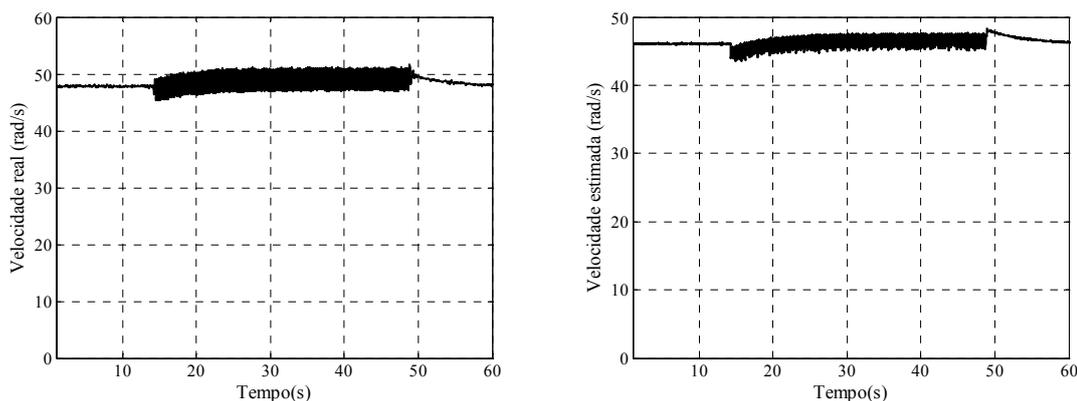


Figura 5.28 – Velocidade real e estimada

Na figura 5.29 é ilustrado o erro de estimativa da velocidade.

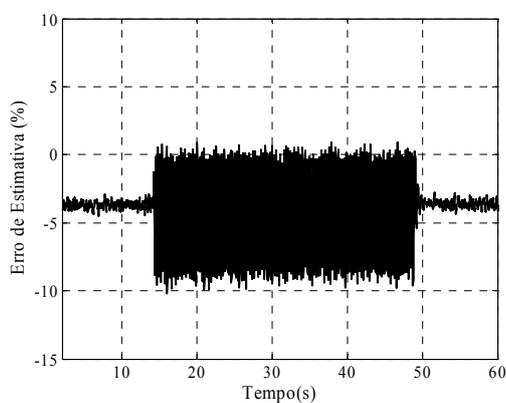


Figura 5.29 – Erro de Estimativa da Velocidade

Na figura 5.30, são ilustradas as correntes de eixo direto e de quadratura. Na aplicação do distúrbio de torque, visualiza-se uma variação na corrente I_{qs} para a compensação do sistema.

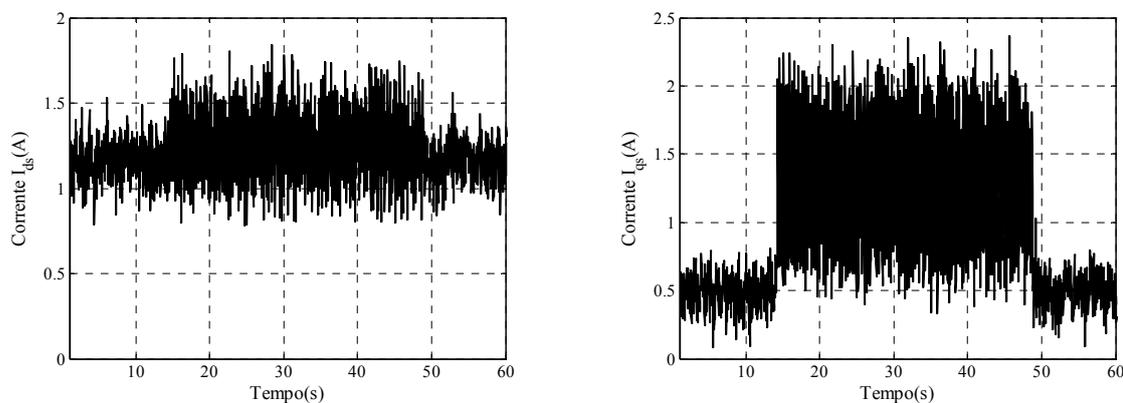


Figura 5.30 – Correntes I_{ds} e I_{qs}

A estimativa do torque pelo filtro de Kalman utilizado na realimentação do sistema de controle é ilustrada na figura 5.31.

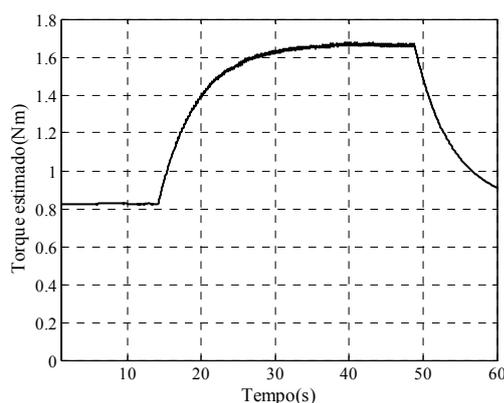


Figura 5.31 – Distúrbio de torque estimado pelo filtro de Kalman

5.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo, descreveu-se o DSP TMS320F2812 empregado na implementação do algoritmo de controle proposto. Para implementação deste algoritmo, algumas considerações foram realizadas.

A simulação por hardware em tempo-real das técnicas de controle de velocidade sensorless foram averiguadas utilizando aritméticas de ponto-fixa (e ponto flutuante, em casos particulares). Com o algoritmo desenvolvido em linguagem C/C++, viabiliza-se a sua implementação experimental.

Os resultados obtidos em simulação por hardware apresentaram-se condizentes com os

esperados, conforme a análise anteriormente realizada em simulação com o software Matlab[®]. O servosistema proposto apresenta bom desempenho em baixas e médias velocidades. A estimativa de velocidade é próxima da real, mesmo perante a inserção de torque de carga.

A plataforma empregada nos ensaios experimentais é descrita na seção 5.4.

Experimentalmente, algumas considerações foram necessárias para adequação do algoritmo ao sistema. Entre elas estão a compensação do fluxo rotórico, a determinação do momento de inércia após o acoplamento do motor de indução ao motor de corrente contínua e a forma de cálculo do torque elétrico empregada pelo filtro de Kalman.

Realizadas estas considerações, na seção 5.6 são apresentados resultados experimentais. Primeiramente, foram realizados ensaios com a realimentação da velocidade medida pelo encoder para avaliar o desempenho do controlador de forma isolada. Verifica-se um ruído nas correntes de eixo direto e de quadratura, principalmente na partida do motor. Entretanto, as correntes e tensões de alimentação do motor de indução são senoidais com pouco ruído. Concluí-se que o algoritmo de controle apresentou-se robusto a variações de torque de carga também em baixas velocidades.

Posteriormente, foram realizados ensaios utilizando a velocidade estimada pelo algoritmo MRAS. Observa-se que o estimador apresenta um erro de velocidade em regime permanente. Este erro deve-se a falhas na instrumentação utilizada e às variações paramétricas do sistema que afetam a estimativa.

Os resultados obtidos com a realimentação da velocidade estimada apresentam-se em conformidade com os resultados experimentais anteriores, onde a realimentava-se o sistema com a velocidade medida. Entretanto, observa-se um caráter oscilatório na velocidade, durante a inclusão de distúrbios de torque. O valor médio desta oscilação tende a referência de velocidade. Este e outros problemas encontrados na implementação dos resultados experimentais são motivações para trabalhos futuros.

CONCLUSÃO

A automação industrial exige o acionamento de motores com bom desempenho e elevada eficiência energética. Neste contexto, destaca-se a utilização de motor de indução trifásico, tipo gaiola de esquilo, em aplicações de baixa e de média potência. Durante as três últimas décadas, tem crescido a difusão de servomecanismos de alto desempenho de motores de indução. Há dados que informam que este representa 60% do consumo de energia elétrica. Entre os fatores que alavancaram a difusão no campo de aplicações deste motor, estão as características intrínsecas do mesmo; robustez, reduzido custo de produção e manutenção, etc. Além disto, outros fatores foram decisivos, como a evolução de técnicas de controle, redução dos custos dos processadores digitais e conversores eletrônicos.

O estágio de desenvolvimento da tecnologia de servomecanismos de motores de indução está consolidado. Entretanto, a solução a servomecanismos sem a utilização de sensores mecânicos (velocidade e/ou torque), sem prejudicar o desempenho dinâmico do sistema, ainda representa um campo a ser explorado. A característica *sensorless* de servomecanismos é visada em aplicações industriais, pois possibilita redução da complexidade da estrutura física, diminuição dos custos do sistema, podendo também aumentar a confiabilidade.

Este trabalho desenvolveu um estudo de uma técnica de controle *sensorless* para o acionamento de motores de indução. Objetivou-se o estudo do desempenho dinâmico da técnica proposta frente a variações de torque de carga ou distúrbios de torque. A partir de uma revisão bibliográfica, foi determinada a técnica de controle a ser utilizada. Entre os requisitos determinantes para a escolha foram: simplicidade e compensação do erro de rastreamento de velocidade.

Inicialmente, foi apresentado o estado da arte de servomecanismo. Foi abordada uma visão geral das técnicas de controle e de estimação de velocidade utilizadas, visando a observação de suas características e suas limitações. Verificou-se que o controle por campo orientado indireto, é uma técnica de acionamento simples, com menor ruído e natureza mais robusta que o controle por campo orientado direto. Além disto, não sofre de problemas de

enfraquecimento do fluxo em baixas velocidades de rotação, como no controle por campo orientado direto e no controle direto de torque. Estes problemas afetam o desempenho dinâmico do servomecanismo.

Um estudo da modelagem do motor de indução trifásico é sumarizado no capítulo dois, visando o entendimento de sua estrutura física, elétrica e mecânica, para o desenvolvimento do sistema de controle. A fundamentação desta modelagem baseia-se na teoria generalizada de motores elétricos. Nesta modelagem, as variáveis trifásicas sofrem uma mudança de referencial para um sistema bifásico em quadratura qd. Maiores detalhes do equacionamento, em diferentes referenciais (estacionário, síncrono e móvel) e modelo elétrico simplificado, são apresentados no anexo A.

O servomecanismo de motor de indução *sensorless* proposto utiliza uma técnica de controle por campo orientado indireto. A formulação desta técnica é baseada no controle realimentado linearizado, típica de sistemas não linearizados. O sistema de controle rastreia a velocidade, regula o fluxo e orienta o campo. Para sua implementação são necessários as estimativas de torque e velocidade.

Conforme o estado da arte, optou-se pela estimação da velocidade utilizando um modelo de referência adaptativo da potência reativa. Esta estimativa foi proposta por Peng et. alli [53]. Entre as principais características dessa técnica estão: não necessitar de integração, relativa robustez a variações de resistência estática e rotórica e bom desempenho em baixas velocidades [54]. O valor estimado da velocidade é filtrado via filtro de Kalman, devido a sua capacidade de tratar sinais com ruído. Este filtro é responsável pela também estimativa do torque de carga.

Com o conhecimento das estimativas de torque e velocidade, o sistema de controle é desenvolvido no capítulo três. O controle realimentado linearizado também pode ser denominado de princípio do modelo inverso, foi primeiramente introduzida para aplicações em servomecanismos por Marino et. alli [38]. Esta estratégia de controle possibilita a compensação do distúrbio de torque e rastreamento de velocidade.

A formulação desse controlador é realizada a partir de um modelo de quinta ordem do motor de indução trifásico, incluindo as dinâmicas elétricas e mecânicas. Esta estratégia é composta de três controladores distintos: controlador de fluxo, controlador de velocidade e controlador de correntes qd. Para melhor compensação dos resultados foram inseridos adicionalmente controladores proporcionais e integrais no controle de velocidade e no controle

das correntes. No equacionamento destes controladores são empregados o modelo mecânico e elétrico simplificado, respectivamente.

Resultados de simulação no software Matlab[®] e por hardware em tempo-real DSP TMS320F2812 são apresentadas. A simulação por hardware possibilita averiguar previamente o desempenho do algoritmo do sistema de controle sem a presença física do motor. O algoritmo foi escrito em linguagem C/C++ utilizando aritmética de ponto-fixado.

Os resultados nas duas formas de simulação, Matlab[®] e por hardware em tempo-real, apresentaram resultados semelhantes. A partir destas simulações, observa-se um bom desempenho do sistema em baixas (10% da velocidade nominal) e médias velocidades (50%). A velocidade estimada segue fielmente a real com um pequeno erro, mesmo perante a variação de torque de carga. Durante esta variação, observa-se uma significativa variação da corrente de quadratura I_{qs} compensando o torque e rastreando o erro de velocidade.

Resultados experimentais em plataforma DSP TMS320F2812 são apresentados no capítulo cinco. Sendo necessário a realização de algumas considerações para adequação do algoritmo ao sistema, como a compensação do fluxo rotórico e a determinação do momento de inércia.

Primeiramente, realizou-se ensaios experimentais com a realimentação da velocidade medida pelo encoder. Este ensaio teve como objetivo avaliar o desempenho do controlador de forma isolada. Nestes resultados experimentais, verificou-se um ruído nas correntes estatóricas de eixo direto e quadratura. Entretanto, o algoritmo de controle proposto atestou robustez frente a variações de torque de carga também em baixas velocidades.

Após a análise do algoritmo de controle, foram realizados ensaios utilizando a velocidade estimada pelo algoritmo MRAS. Verificou-se a presença de um erro de velocidade em regime permanente, podendo este ser atribuído a falhas na instrumentação utilizada e às variações paramétricas do sistema. Também observou-se um caráter oscilatório na velocidade durante a inclusão de distúrbios de carga, sendo que seu valor médio tende a referência de velocidade.

Concluí-se que este sistema de controle proposto é passível a utilização em servomecanismos de motores de indução. Atende as características requeridas de compensação do torque e de rastreamento do erro de velocidade, em boa parte da faixa de velocidade. Nos ensaios realizados, foram aplicados distúrbios de torque máximos de 25% da capacidade do motor. De acordo com as condições impostas para aplicação desta técnica de

controle, o torque deve ser aplicado em regime permanente, isto é, velocidade constante. Além disto, as variações de torque de carga devem ser suaves.

Desta forma, as principais contribuições deste trabalho são:

- Estudo da técnica de controle realimentada linearizada aplicada a servomecanismos de motor de indução.
- Averiguação do sistema de controle sensorless proposto frente a variações de carga, inclusive em baixas velocidades de rotação.
- Inclusão de controladores proporcionais integrais para obter erro nulo em regime permanente naquilo que já foi desenvolvido por Montanari et. alli [43]-[47] e Marino et. alli [38]-[39].

Por fim, podem-se citar algumas sugestões para futuros trabalhos:

- A busca de uma metodologia de adaptativa para computar os ganhos dos controladores em tempo-real na melhoria do desempenho da compensação do torque.
- Avaliação dos sistema frente a variações paramétrica do motor e implementação de estimativas em tempo-real para compensação do algoritmo de controle.
- A utilização de outras técnicas de estimação da velocidade de rotação para a controle realimentado linearizado.
- Estudo da aplicação de uma técnica de controle robusta, *sliding mode*, discreto para servomecanismos *sensorless*.

Referências Bibliográficas

- [1] Abbondanti, Alberto; Brennen, Michael B., "Variable Speed induction Motor Drives Use Electronic Slip Calculator Based on Motor Voltages and Currents," *Industry Applications, IEEE Transactions on* , vol.IA-11, no.5, pp.483-488, Sept. 1975.
- [2] Aström, K.; Wittenmark, B. "Computer-Controlled Systems: Theory and Design". Prentice-Hall, New Jersey, 1997.
- [3] Bacha, F.; Dhifaoui, R.; Buyse, H., "Real-time implementation of direct torque control of an induction machine by fuzzy logic controller," *Electrical Machines and Systems, 2001. ICEMS 2001. Proceedings of the Fifth International Conference on*, vol.2, no., pp.1244-1249 vol.2, Aug 2001.
- [4] Béres, Z.; Vranka, P., "Sensorless IFOC of induction motor with current regulators in current reference frame," *Industry Applications, IEEE Transactions on* , vol.37, no.4, pp.1012-1018, Jul/Aug 2001.
- [5] Bose, B.K.; Godoy Simoes, M.; Crecelius, D.R.; Rajashekara, K.; Martin, R., "Speed sensorless hybrid vector controlled induction motor drive," *Industry Applications Conference, 1995. Thirtieth IAS Annual Meeting, IAS '95., Conference Record of the 1995 IEEE* , vol.1, no., pp.137-143 vol.1, 8-12 Oct 1995.
- [6] Bose, B.K., "High performance control and estimation in AC drives," *Industrial Electronics, Control and Instrumentation, 1997. IECON 97. 23rd International Conference on*, vol.2, no., pp.377-385 vol.2, 9-14 Nov 1997.
- [7] Buja, G.S.; Kazmierkowski, M.P., "Direct torque control of PWM inverter-fed AC motors - a survey," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* , vol.51, no.4, pp.

744-757, Aug. 2004.

- [8] Câmara, H. T.; Gründling, H. A.; "A MRLS with MRC Applied to Sensorless Speed Control Induction Motor Drive"; VI Conferência Internacional de Aplicações Industriais, INDUSCON 2004, JOINVILLE 2004.
- [9] Casadei, D.; Grandi, G.; Serra, G.; Tani, A., "Effects of flux and torque hysteresis band amplitude in direct torque control of induction machines," *Industrial Electronics, Control and Instrumentation, 1994. IECON '94, 20th International Conference on* , vol.1, no., pp.299-304 vol.1, 5-9 Sep 1994.
- [10] Casadei, D.; Serra, G.; Tani, A., "Sensitivity investigation of a speed sensorless induction motor drive based on stator flux vector control," *Power Electronics Specialists Conference, 1997. PESC '97 Record., 28th Annual IEEE*, vol.2, no., pp.1055-1060 vol.2, 22-27 Jun 1997.
- [11] Casadei, D.; Profumo, F.; Serra, G.; Tani, A., "FOC and DTC: two viable schemes for induction motors torque control," *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol.17, no.5, pp. 779-787, Sep 2002.
- [12] Cilia, J.; Asher, G.M.; Bradley, K.J.; Sumner, M., "Sensorless position detection for vector-controlled induction motor drives using an asymmetric outer-section cage," *Industry Applications, IEEE Transactions on* , vol.33, no.5, pp.1162-1169, Sep/Oct 1997.
- [13] Cirrincione, M.; Pucci, M.; Cirrincione, G.; Capolino, G.-A., "An adaptive speed observer based on a new total least-squares neuron for induction machine drives," *Industry Applications, IEEE Transactions on* , vol.42, no.1, pp. 89-104, Jan.-Feb. 2006.
- [14] Chapman, S.J.; "Electric machinery fundamentals" 3^aEd. McGraw-Hill 1999.
- [15] Consoli, A.; Scarcella, G.; Testa, A., "Speed- and current-sensorless field-oriented induction motor drive operating at low stator frequencies," *Industry Applications, IEEE Transactions on* , vol.40, no.1, pp. 186-193, Jan.-Feb. 2004.

- [16] Depenbrock, M., "Direct self-control (DSC) of inverter-fed induction machine," *Power Electronics, IEEE Transactions on* , vol.3, no.4, pp.420-429, Oct 1988.
- [17] Giménez, R. B.; *High Speed Performance Sensorless Vector Control of Induction Motor Drives*, Philosophy Doctor thesis, University of Nottingham, December 1995.
- [18] Haffner, J. F.; "Análise de Estimadores de Fluxo para Implementação de Técnicas de Controle por Campo Orientado Direto em Máquinas de Indução" Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, PUC-RS Dezembro, 1998.
- [19] Harnefors, L., "Instability phenomena and remedies in sensorless indirect field oriented control," *Power Electronics, IEEE Transactions on* , vol.15, no.4, pp.733-743, Jul 2000.
- [20] Harnefors, L., "Globally Stable Speed-Adaptive Observers for Sensorless Induction Motor Drives," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* , vol.54, no.2, pp.1243-1245, April 2007.
- [21] Harnefors, L.; Hinkkanen, M., "Complete Stability of Reduced-Order and Full-Order Observers for Sensorless IM Drives," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* , vol.55, no.3, pp.1319-1329, March 2008.
- [22] Hinkkanen, M.; Luomi, J., "Stabilization of regenerating-mode operation in sensorless induction motor drives by full-order flux observer design," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* , vol.51, no.6, pp. 1318-1328, Dec. 2004.
- [23] Holtz, J., "Sensorless control of induction motor drives," *Proceedings of the IEEE* , vol.90, no.8, pp. 1359-1394, Aug 2002.
- [24] Hori, Y.; Umeno, T., "Implementation of robust flux observer based field orientation (FOFO) controller for induction machines," *Industry Applications Society Annual Meeting, 1989., Conference Record of the 1989 IEEE* , vol., no., pp.523-528 vol.1, 1-5 Oct 1989.

- [25] Jacobina, C.B.; Bione Fo, J.; Salvadori, F.; Lima, A.M.N.; Ribeiro, L.A.S., "A simple indirect field oriented control of induction machines without speed measurement," *Industry Applications Conference, 2000. Conference Record of the 2000 IEEE*, vol.3, no., pp.1809-1813 vol.3, 2000.
- [26] Jansen, P.L.; Lorenz, R.D., "Transducerless position and velocity estimation in induction and salient AC machines," *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol.31, no.2, pp.240-247, Mar/Apr 1995.
- [27] Kang, J.K.; Chung, D. W.; Sul, S.K.; "Direct torque control of induction machine with variable amplitude control of flux and torque hysteresis bands," *Electric Machines and Drives, 1999. International Conference IEMD '99*, vol., no., pp.640-642, May 1999.
- [28] Kim, Y.R.; Sul, S.K.; Park, M.H.; "Speed sensorless vector control of induction motor using extended Kalman filter," *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol.30, no.5, pp.1225-1233, Sep/Oct 1994.
- [29] Kim, Y.S.; Kim, S.U.; Yang, L.W.; "Implementation of a speed sensor-less vector control of induction motor by reduced-order extended Kalman filter," *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1995. APEC '95. Conference Proceedings 1995., Tenth Annual*, vol., no.0, pp.197-203 vol.1, 5-9 Mar 1995.
- [30] Kook, Y.S.; Kim, Y.H.; Lee, B.S.; "Implementation of speed sensorless induction motor drives by fast learning neural network using recursive least squares approach," *Power Electronic Drives and Energy Systems for Industrial Growth, 1998. Proceedings. 1998 International Conference on*, vol.2, no., pp. 745-750 Vol. 2, 1-3 Dec. 1998.
- [31] Kubota, H.; Matsuse, K., "Speed sensorless field-oriented control of induction motor with rotor resistance adaptation," *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol.30, no.5, pp.1219-1224, Sep/Oct 1994.
- [32] Kubota, H.; Matsuse, K.; Nakano, T., "DSP-based speed adaptive flux observer of induction motor," *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol.29, no.2,

pp.344-348, Mar/Apr 1993.

- [33] Krause, P.C.; *Analysis of electric machinery*, McGraw-Hill, United States of America, 1986.
- [34] Lai, Y.S.; Chen, J.H., "A new approach to direct torque control of induction motor drives for constant inverter switching frequency and torque ripple reduction ," *Energy Conversion, IEEE Transaction on* , vol.16, no.3, pp.220-227, Sep 2001.
- [35] Lascu, C.; Boldea, I.; Blaabjerg, F., "Direct torque control of sensorless induction motor drives: a sliding-mode approach," *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol.40, no.2, pp. 582-590, March-April 2004.
- [36] Lascu, C.; Trzynadlowski, A.M., "A sensorless hybrid DTC drive for high-volume low-cost applications," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol.51, no.5, pp. 1048-1055, Oct. 2004.
- [37] Maes, J.; Melkebeek, J.A., "Speed-sensorless direct torque control of induction motors using an adaptive flux observer," *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol.36, no.3, pp.778-785, May/Jun 2000.
- [38] Marino, R.; Peresada, S.; Valigi, P., "Adaptive partial feedback linearization of induction motors," *Decision and Control, 1990., Proceedings of the 29th IEEE Conference on* , vol., no., pp.3313-3318 vol.6, 5-7 Dec 1990.
- [39] Marino, R.; Tomei, P.; Verrelli, C. M.; "A global tracking control for speed-sensorless induction motors"; *Automatica - Elsevier*, 40(6):1071–1077, June 2004.
- [40] Martins, O. S.; "Comparação de Técnicas de Controle de Velocidade Sensorless Aplicadas a Motores de Indução em Plataforma DSP"; Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica – Universidade Federa de Santa Maria, UFSM, Rio Grande do Sul, Brasil, 2006.
- [41] Misawa, E.A., "Observer-based discrete-time sliding mode control with computational time delay: the linear case," *American Control Conference, 1995*.

- Proceedings of the* , vol.2, no., pp.1323-1327 vol.2, 21-23 Jun 1995.
- [42] Miloudi, A.; Radadi, E.A.A.; Draou, A.; Miloud, Y., "Simulation and modelling of a variable gain PI controller for speed control of a direct torque neuro fuzzy controlled induction machine drive," *Power Electronics Specialists Conference, 2004. PESC 04. 2004 IEEE 35th Annual*, vol.5, no., pp. 3493-3498 Vol.5, 20-25 June 2004.
- [43] Minami, K.; Vélez-Reyes, M.; Elten, D.; Verghese, G.C.; Filbert, D., "Multi-stage speed and parameter estimation for induction machines," *Power Electronics Specialists Conference, 1991. PESC '91 Record., 22nd Annual IEEE*, vol., no., pp.596-604, 24-27 Jun 1991.
- [44] Montanari, M.; Peresada, S.; Tilli, A.; Tonielli, A., "Speed sensorless control of induction motor based on indirect field-orientation," *Industry Applications Conference, 2000. Conference Record of the 2000 IEEE* , vol.3, no., pp.1858-1865 vol.3, 2000.
- [45] Montanari, M.; Peresada, S.; Tilli, A., "Sensorless indirect field oriented control of induction motor via adaptive speed observer," *American Control Conference, 2003. Proceedings of the 2003*, vol.6, no., pp. 4675-4680 vol.6, 4-6 June 2003.
- [46] Montanari, M.; Tilli, A.; Peresada, S., "Sensorless control of induction motor with adaptive speed-flux observer," *Decision and Control, 2004. CDC. 43rd IEEE Conference on* , vol.1, no., pp. 201-206 Vol.1, 14-17 Dec. 2004.
- [47] Montanari, M.; Peresada, S.M.; Rossi, C.; Tilli, A., "Speed Sensorless Control of Induction Motors Based on a Reduced-Order Adaptive Observer," *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* , vol.15, no.6, pp.1049-1064, Nov. 2007.
- [48] Nash, J.N., "Direct torque control, induction motor vector control without an encoder," *Industry Applications, IEEE Transactions on* , vol.33, no.2, pp.333-341, Mar/Apr 1997.
- [49] Neves, F.S.; Landim, R.P.; Habetler, T.G.; Menezes, B.R.; Silva, S.R., "Induction motor DTC strategy using discrete-time sliding mode control," *Industry*

- Applications Conference, 1999. Thirty-Fourth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 1999 IEEE*, vol.1, no., pp.79-85 vol.1, 1999.
- [50] Ogata, K. "Discrete-time Control Systems". 2ed. Estados Unidos da América: Prentice-Hall, 1995.
- [51] Peresada, S.; Tilli, A.; Tonielli, A., "Indirect field-oriented control of induction motor: new design leads to improved performance and efficiency," *Industrial Electronics Society, 1998. IECON '98. Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE*, vol.3, no., pp.1609-1614 vol.3, 31 Aug-4 Sep 1998.
- [52] Peresada, S.; Montanari, M.; Tilli, A.; Kovbasa, S., "Sensorless indirect field-oriented control of induction motors, based on high gain speed estimation," *IECON 02 [Industrial Electronics Society, IEEE 2002 28th Annual Conference of the]* , vol.2, no., pp. 1702-1709 vol.2, 5-8 Nov. 2002.
- [53] Peng, F. Z.; Fukao, T., "Robust speed identification for speed-sensorless vector control of induction motors," *Industry Applications, IEEE Transactions on* , vol.30, no.5, pp.1234-1240, Sep/Oct 1994.
- [54] Peng, F. Z.; Fukao, T.; Lai, J.S.; "Low-speed performance of robust speed identification using instantaneous reactive power for tachless vector control of induction motors," *Industry Applications Society Annual Meeting, 1994., Conference Record of the 1994 IEEE* , vol., no., pp.509-514 vol.1, 2-6 Oct 1994.
- [55] Rodic, M.; Jezernik, K., "Speed-sensorless sliding-mode torque control of an induction motor," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* , vol.49, no.1, pp.87-95, Feb 2002.
- [56] Schauder, C., "Adaptive speed identification for vector control of induction motors without rotational transducers," *Industry Applications, IEEE Transactions on* , vol.28, no.5, pp.1054-1061, Sep/Oct 1992.
- [57] Schroedl, M., "Sensorless control of AC machines at low speed and standstill based on the "INFORM" method," *Industry Applications Conference, 1996. Thirty-First IAS Annual Meeting, IAS '96., Conference Record of the 1996 IEEE* , vol.1, no.,

- pp.270-277 vol.1, 6-10 Oct 1996.
- [58] Sen, P.C., "Electric motor drives and control-past, present, and future," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* , vol.37, no.6, pp.562-575, Dec 1990.
- [59] Sen, P.C.; Namuduri, C.S.; Nandam, P.K., "Evolution of control techniques for industrial drives," *Power Electronics, Drives and Energy Systems for Industrial Growth, 1996., Proceedings of the 1996 International Conference on* , vol.2, no., pp.869-875 vol.2, 8-11 Jan 1996.
- [60] Suemitsu, W.I.; Soares, G.A.; Imbuzeiro, R.S.S., "Electric motor drives in Brazil: a reflection on the perspectives of the development of commercial research lines," *Industrial Electronics, 2000. ISIE 2000. Proceedings of the 2000 IEEE International Symposium on* , vol.1, no., pp.225-229 vol.1, 2000.
- [61] Suwankawin, S.; Sangwongwanich, S., "A speed-sensorless IM drive with decoupling control and stability analysis of speed estimation," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol.49, no.2, pp.444-455, Apr 2002.
- [62] Suwankawin, S.; Sangwongwanich, S., "Design strategy of an adaptive full-order observer for speed-sensorless induction-motor Drives-tracking performance and stabilization," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* , vol.53, no.1, pp. 96-119, Feb. 2006.
- [63] Tajima, H.; Hori, Y., "Speed sensorless field-orientation control of the induction machine ," *Industry Applications, IEEE Transactions on* , vol.29, no.1, pp.175-180, Jan/Feb 1993.
- [64] Tajima, H.; Guidi, G.; Umida, H., "Consideration about problems and solutions of speed estimation method and parameter tuning for speed-sensorless vector control of induction motor drives," *Industry Applications, IEEE Transactions on* , vol.38, no.5, pp. 1282-1289, Sep/Oct 2002.
- [65] Takahashi, Isao; Noguchi, Toshihiko, "A New Quick-Response and High-Efficiency Control Strategy of an Induction Motor," *Industry Applications, IEEE*

Transactions on , vol.IA-22, no.5, pp.820-827, Sept. 1986.

- [66] Teske, N.; Asher, G.M.; Sumner, M.; Bradley, K.J., "Suppression of saturation saliency effects for the sensorless position control of induction motor drives under loaded conditions," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* , vol.47, no.5, pp.1142-1150, Oct 2000.
- [67] Texas Instruments Inc. *IQmath Library - A Virtual Floating Point Engine*. Module user's Guide C28x Foundation Software, June 2002.
- [68] Texas Instruments Inc. TMS320F2810, TMS320F2811, TMS320F2812 TMS320C2810, TMS320C2811, TMS320C2812 - Digital Signal Processors Data Manual. Literatura n^o: SPRS174L, April 2001 – Revisão de 2004.
- [69] Tursini, M.; Petrella, R.; Parasiliti, F., "Adaptive sliding-mode observer for speed-sensorless control of induction motors," *Industry Applications, IEEE Transactions on* , vol.36, no.5, pp.1380-1387, Sep/Oct 2000.
- [70] Utkin, V.I., "Sliding mode control design principles and applications to electric drives," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* , vol.40, no.1, pp.23-36, Feb 1993.
- [71] Vélez-Reyes, M.; Minami, K.; Verghese, G.C., "Recursive speed and parameter estimation for induction machines," *Industry Applications Society Annual Meeting, 1989., Conference Record of the 1989 IEEE* , vol., no., pp.607-611 vol.1, 1-5 Oct 1989.
- [72] Velez-Reyes, M.; Wee Liam Fung; Ramos-Torres, J.E., "Developing robust algorithms for speed and parameter estimation in induction machines," *Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference on* , vol.3, no., pp.2223-2228 vol.3, 2001.
- [73] Zhang Yan; Changxi Jin; Utkin, V., "Sensorless sliding-mode control of induction motors," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* , vol.47, no.6, pp. 1286-1297, Dec 2000.

MODELAGEM DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

A.1 INTRODUÇÃO

No início de 1920, R. H Park introduziu uma nova forma de análise de motores elétricos. Esta análise consistia na troca de variáveis, substituindo as variáveis (tensão, corrente e fluxo) relacionadas ao estator com variáveis associadas ao rotor, isto é, relacionando as variáveis no estator no plano de referência fixo no rotor. Com esta forma de análise, chamada de Transformação de Park, possibilitou-se a eliminação de todas as indutâncias variáveis das equações de tensão.

Posterior a R. H. Park, outras metodologias semelhantes a esta foram desenvolvidas por H. C. Stanley, G. Kron e D. S. Brereton, na análise de máquinas elétricas. Na análise destas metodologias, observa-se que todas contem uma transformação geral que elimina todas as indutâncias variantes na transposição das variáveis relacionadas ao estator e ao rotor para outro plano de referência – móvel ou estacionário. (Krause, 1986)

A.2 TEORIA GENERALIZADA DE MOTORES ELÉTRICOS

Os motores elétricos são constituídos de um sistema estacionário (estator) e um sistema rotativo (rotor) que estão magneticamente acoplados. A figura (A.1) apresenta a máquina elétrica generalizada, formada por duas bobinas no estator e duas no rotor dispostas em 90° . As variáveis desta máquina podem ser representadas por um sistema de coordenadas em quadratura.

Devido à similaridade das estruturas, todas as máquinas elétricas podem ser representadas por um conjunto único de equações diferenciais. Este conjunto de equações é representado em um sistema de quadratura, simplificando o equacionamento e reduzindo o número de equações.

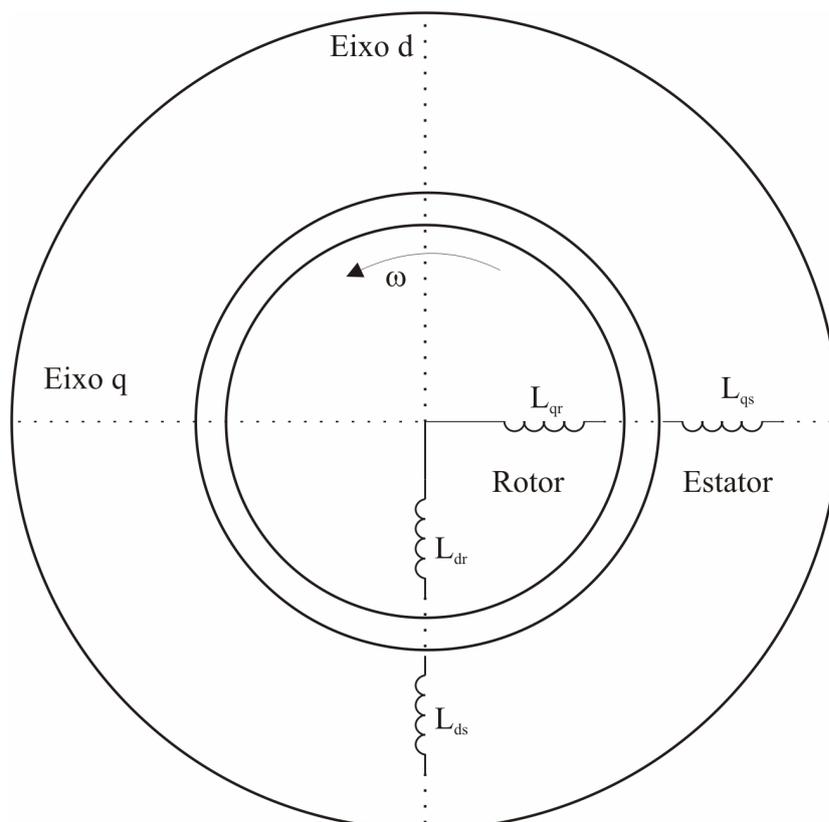


Figura A.1 – Motor elétricos Generalizado

A.3 MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO IDEAL

Na representação matemática do motor de indução, algumas hipóteses e convenções são utilizadas.

A.3.1 CONSIDERAÇÕES

- Três enrolamentos do estator iguais.
- Três enrolamentos do rotor iguais.
- Ângulos elétricos entre os enrolamentos são iguais – tanto no rotor quanto no estator.
- O entreferro é considerado constante.
- O circuito magnético é considerado ideal, o efeito da saturação é desprezado.
- A distribuição da densidade do fluxo magnético no entreferro é considerada radial e

senoidal.

- g) A máquina é considerada bipolar.
- h) Não são consideradas as perdas magnéticas.

Essas considerações estabelecem simplificações para modelagem incluindo restrições aos fenômenos físicos. Em casos, onde os efeitos da saturação não podem ser desconsiderados são aplicadas algumas técnicas para introduzir no modelo final o efeito da saturação magnética.

A partir destas hipóteses, é estabelecido que

- a) Os fluxos são superpostos

$$\sum \lambda_{\text{TOTAL}} = \sum_{i=1}^3 \lambda_{Ri} + \sum_{i=1}^3 \lambda_{Si} \quad (\text{A.1})$$

λ_{Ri} e λ_{Si} são o fluxo produzido pelo enrolamento “i” rotórico e estático respectivamente.

b) Os enrolamentos estático e rotórico apresentam indutâncias e resistências constantes. Tem-se L_{r-R} , L_{r-S} , L_{r-T} , L_{s-R} , L_{s-S} , L_{s-T} (indutâncias rotóricas e estáticas em suas respectivas fases) e R_{r-R} , R_{r-S} , R_{r-T} , R_{s-R} , R_{s-S} , R_{s-T} (resistências rotóricas e estáticas em suas respectivas fases).

- c) Pela igualdade, têm-se

$$L_{r-R} = L_{r-S} = L_{r-T} = L_{lr} \quad (\text{A.2})$$

$$L_{s-R} = L_{s-S} = L_{s-T} = L_{ls} \quad (\text{A.3})$$

$$R_{r-R} = R_{r-S} = R_{r-T} = R_r \quad (\text{A.4})$$

$$R_{s-R} = R_{s-S} = R_{s-T} = R_s \quad (\text{A.5})$$

- d) Devido à defasagem igual em todas as fases

$$L_{mR-R} = L_{mR-S} = L_{mR-T} = L_{mR} \quad (\text{A.6})$$

$$L_{mS-R} = L_{mS-S} = L_{mS-T} = L_{mS} \quad (\text{A.7})$$

L_{mR} e L_{mS} são as indutâncias mútuas dos enrolamentos do estator e do rotor.

A.3.2 EQUACIONAMENTO DO SISTEMA TRIFÁSICO

No motor de indução trifásico, os três enrolamentos do estator são alimentados através de uma fonte de tensão trifásica. Dada à disposição dos enrolamentos (sobre as ranhuras), é produzido um campo girante que induz correntes no rotor. Estas correntes produzem um campo induzido responsável pelo conjugado eletromagnético.

As indutâncias mútuas entre os enrolamentos estatórico e rotórico são funções senoidais do deslocamento angular e do ângulo de defasagem entre o rotor e o estator.

A figura (A.2) apresenta os enrolamentos da máquina defasados em 120° para cada fase (para o rotor e o estator), é apresentado o ângulo θ de defasagem entre estator e rotor destes dois conjuntos.

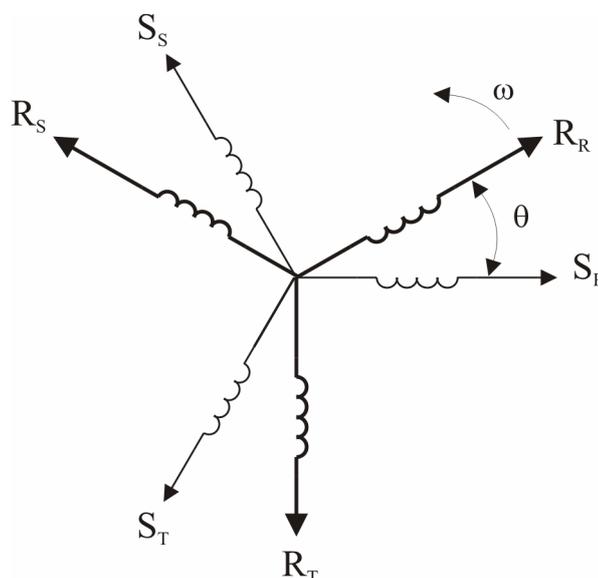


Figura A.2 – Máquina de Indução Trifásica

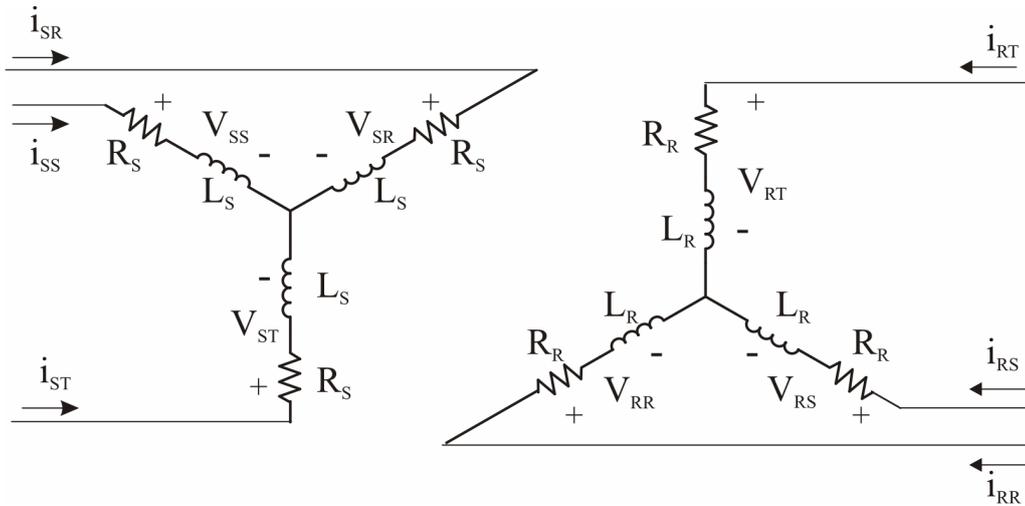


Figura A.3 – Circuito Elétrico Equivalente do Motor de Indução

A figura (A.3) apresenta o circuito elétrico equivalente da máquina elétrica, tratando-se a máquina elétrica como um receptor das tensões obtém-se as seguintes expressões para a tensão no estator \mathbf{V}_S e no rotor \mathbf{V}_R

$$\mathbf{V}_S = \mathbf{R}_S \cdot \mathbf{i}_S + \dot{\lambda}_S \quad (\text{A.8})$$

$$\mathbf{V}_R = \mathbf{R}_R \cdot \mathbf{i}_R + \dot{\lambda}_R \quad (\text{A.9})$$

λ_S e λ_R são os fluxos totais que envolvem os enrolamentos do estator e do rotor para cada uma das fases, \mathbf{R}_S e \mathbf{R}_R são as resistências estatórica e rotórica.

Considerando-se que as tensões e correntes do estator e rotor são dadas por

$$\mathbf{V}_S \equiv [v_{S-R} \quad v_{S-S} \quad v_{S-T}]^T \quad (\text{A.10})$$

$$\mathbf{V}_R \equiv [v_{R-R} \quad v_{R-S} \quad v_{R-T}]^T \quad (\text{A.11})$$

$$\mathbf{i}_S \equiv [i_{S-R} \quad i_{S-S} \quad i_{S-T}]^T \quad (\text{A.12})$$

$$\mathbf{i}_R \equiv [i_{R-R} \quad i_{R-S} \quad i_{R-T}]^T \quad (\text{A.13})$$

As indutâncias mútuas entre os enrolamentos estatóricos e rotóricos são dadas em função do deslocamento angular θ . Analisando a figura 2, as equações que relacionam os fluxos estatórico com as corrente são definidos por

$$\lambda_S = \mathbf{L}_{SS} \cdot \mathbf{i}_S + \mathbf{L}_{SR} \cdot \mathbf{i}_R \quad (\text{A.14})$$

Seguindo as definições

$$\mathbf{L}_{SS} = \begin{bmatrix} L_{lS} & L_{mS} & L_{mS} \\ L_{mS} & L_{lS} & L_{mS} \\ L_{mS} & L_{mS} & L_{lS} \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

$$\mathbf{L}_{SR} = L_{mSR} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) & \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

L_{mS} e L_{mSR} são a indutância mútua do estator e a indutância mútua entre o estator e o rotor.

Substituindo-se o fluxo λ_S em (A.8) tem-se

$$\mathbf{V}_S = \mathbf{R}_S \cdot \mathbf{i}_S + \mathbf{L}_{SS} \cdot \dot{\mathbf{i}}_S + \mathbf{L}_{SR} \cdot \dot{\mathbf{i}}_R + \frac{\partial \mathbf{L}_{SR}(\theta)}{\partial \theta} \cdot \mathbf{i}_R \quad (\text{A.17})$$

As equações do fluxo rotórico são análogas a (A.14), assim

$$\lambda_S = \mathbf{L}_{RR} \cdot \mathbf{i}_R + \mathbf{L}_{RS} \cdot \mathbf{i}_S \quad (\text{A.18})$$

Dado a seguinte relação

$$\mathbf{L}_{RS} = \mathbf{L}_{SR}^T \quad (\text{A.19})$$

Substituindo (A.17) em (A.9) tem-se

$$\mathbf{V}_R = \mathbf{R}_R \cdot \mathbf{i}_R + \mathbf{L}_{RR} \cdot \dot{\mathbf{i}}_R + \mathbf{L}_{RS} \cdot \dot{\mathbf{i}}_S + \frac{\partial \mathbf{L}_{RS}(\theta)}{\partial \theta} \cdot \mathbf{i}_S \quad (\text{A.20})$$

A.4 TRANSFORMAÇÃO RST ↔ QD0

O sistema de coordenadas em quadratura da teoria generalizada de motores elétricos transforma um motor trifásico em um motor equivalente bifásico. Esta transformação é válida em virtude do sistema trifásico, com neutro desligado da rede, cada uma das fases (tensão ou corrente) é combinação linear das outras.

$$V_{TN} = -V_{RN} - V_{SN} \quad (\text{A.21})$$

V_{RN} , V_{SN} e V_{TN} são as tensões de linha das fases R, S e T.

Em consequência dessa propriedade, determina-se que dado “f”, uma variável genérica (tensão, corrente ou fluxo) no sistema trifásico RST, existem inúmeros sistemas equivalentes em quadratura, como o “qd0”. É possível a transposição destes sistemas através de transformações trigonométricas.

O sistema “qd0” apresenta dois fasores em quadratura. A coordenada “0” é denominada de seqüência zero, e em alimentações trifásicas equilibradas seu valor é nulo. Já em sistemas desequilibrados, a seqüência zero apresenta componentes harmônicas desequilibradas, entretanto, por não estarem em fase, não fornecem torque ao motor.

Assim, a transformação do sistema trifásico RST para o sistema em quadratura “qd0”

$$\mathbf{f}_{qd0}^x = \mathbf{K} \cdot \mathbf{f}_{RST}^x \quad (\text{A.22})$$

$$\mathbf{f}_{RST}^x = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{f}_{qd0}^x \quad (\text{A.23})$$

Segundo as definições

$$\mathbf{f}_{RST}^x = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_R^x \\ \mathbf{f}_S^x \\ \mathbf{f}_T^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.24})$$

$$\mathbf{f}_{qd0}^x = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_q^x \\ \mathbf{f}_d^x \\ \mathbf{f}_0^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

$$\mathbf{K} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.26})$$

A.5 SISTEMAS DE REFERÊNCIA

As velocidades do campo magnético do estator e do rotor, do motor de indução, giram em velocidades diferentes. É necessário referenciar suas variáveis em uma mesma referência. Dada uma referência qualquer, figura 4, é possível relacionar as variáveis do estator e do rotor em função dos ângulos δ_x e θ_x . As componentes de seqüência zero não são representadas, independentes do sistema de coordenadas, são causadas pelo desbalanceamento da tensão de alimentação da máquina.

As variáveis do estator são representadas em um sistema de referência arbitrário \mathbf{f}_{qd0s}^x , através da relação da matriz de mudança de base.

$$\mathbf{f}_{qd0s}^x = \mathbf{T}_s^x \cdot \mathbf{f}_{qd0s} \quad (\text{A.27})$$

$$\mathbf{f}_{qd0s} = (\mathbf{T}_s^x)^{-1} \cdot \mathbf{f}_{qd0s}^x \quad (\text{A.28})$$

Através da análise da figura 4, determina-se que \mathbf{T}_s^x

$$\mathbf{T}_s^x = \begin{bmatrix} \cos(\theta_x) & -\text{sen}(\theta_x) & 0 \\ \text{sen}(\theta_x) & \cos(\theta_x) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.29})$$

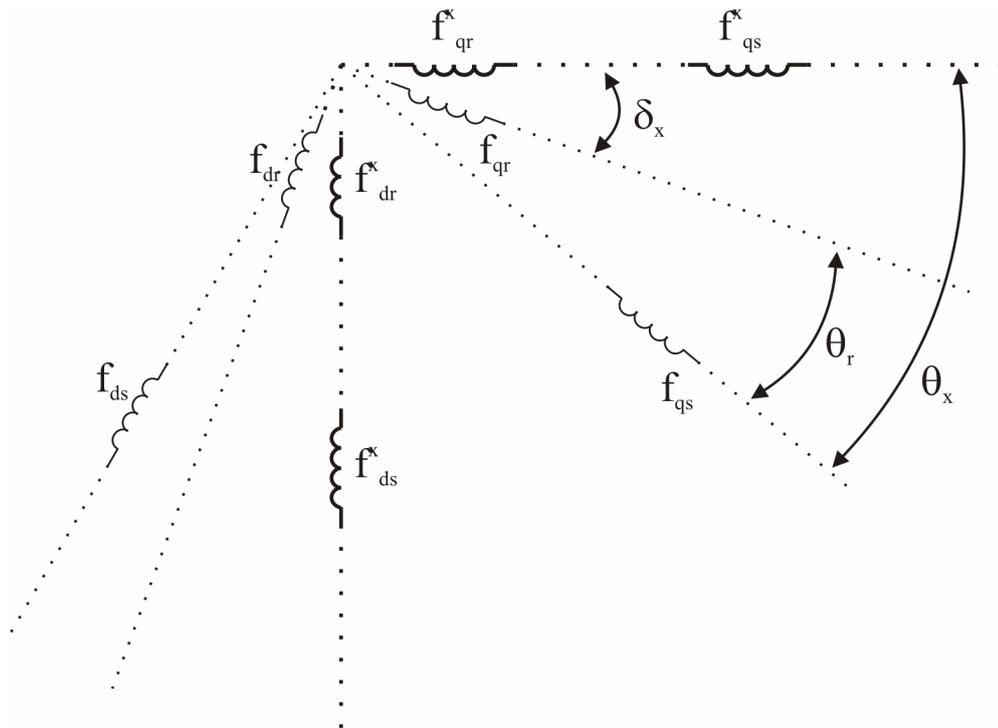


Figura A.4 – Transformação de Park aplicada as variáveis em quadratura do estator e do rotor

θ_x é o ângulo formado entre \mathbf{f}_{qdos} e \mathbf{f}^x_{qdos} .

As variáveis do rotor são representadas nesse sistema de referência arbitrário, relacionando seus valores com a matriz mudança de base \mathbf{T}^x_r .

$$\mathbf{f}^x_{qd0r} = \mathbf{T}^x_r \cdot \mathbf{f}_{qd0r} \quad (\text{A.30})$$

$$\mathbf{f}_{qd0r} = (\mathbf{T}^x_r)^{-1} \cdot \mathbf{f}^x_{qd0r} \quad (\text{A.31})$$

\mathbf{T}^x_r é dado por

$$\mathbf{T}^x_r = \begin{bmatrix} \cos(\delta_x) & -\text{sen}(\delta_x) & 0 \\ \text{sen}(\delta_x) & \cos(\delta_x) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.32})$$

δ_x é o ângulo entre \mathbf{f}_{qdos} e \mathbf{f}^x_{qdos} .

θ_r representa a posição do rotor em função da velocidade elétrica do rotor ω .

$$\delta_x = \theta_x - \theta_r \quad (\text{A.33})$$

$$\theta_r = \int \omega \cdot dt \quad (\text{A.34})$$

A.5.1 SISTEMA DE REFERÊNCIA ESTACIONÁRIO

O sistema de referência estacionário é fixo no estator. Através da figura 4 determina-se que

$$\theta_x = 0 \quad (\text{A.35})$$

$$\delta_x = -\theta_r \quad (\text{A.36})$$

$$\mathbf{f}_{qd0s}^s = \mathbf{K} \cdot \mathbf{f}_{RSTs} \quad (\text{A.37})$$

$$\mathbf{f}_{RSTs} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{f}_{qd0s}^s \quad (\text{A.38})$$

$$\mathbf{f}_{qd0r}^s = \mathbf{T}_r^s \cdot \mathbf{f}_{RSTr} \quad (\text{A.39})$$

$$\mathbf{f}_{RSTr} = (\mathbf{T}_r^s)^{-1} \cdot (\mathbf{K})^{-1} \cdot \mathbf{f}_{qd0r}^s \quad (\text{A.40})$$

\mathbf{K} e \mathbf{T}_r^s são matrizes não singulares.

A.5.2 SISTEMA DE REFERÊNCIA MÓVEL

O sistema de referência móvel é fixo no rotor. Através da figura 4 determina-se que

$$\theta_x = \theta_r \quad (\text{A.41})$$

$$\delta_x = 0 \quad (\text{A.42})$$

$$\mathbf{f}_{qd0s}^r = \mathbf{T}_s^r \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{f}_{RSTs} \quad (\text{A.43})$$

$$\mathbf{f}_{\text{RSTs}} = (\mathbf{T}_s^r)^{-1} \cdot (\mathbf{K})^{-1} \cdot \mathbf{f}_{\text{qd0s}}^r \quad (\text{A.44})$$

$$\mathbf{f}_{\text{qd0r}}^r = \mathbf{K} \cdot \mathbf{f}_{\text{RSTr}} \quad (\text{A.45})$$

$$\mathbf{f}_{\text{RSTr}} = (\mathbf{K})^{-1} \cdot \mathbf{f}_{\text{qd0s}}^r \quad (\text{A.46})$$

A.5.3 SISTEMA DE REFERÊNCIA SÍNCRONO

No sistema de referência síncrono, o sistema possui velocidade igual ao do campo girante do estator, ω_e . Esta velocidade está relacionada com a posição instantânea do campo do estator θ_e .

$$\theta_e = \int \omega_e \cdot dt \quad (\text{A.47})$$

Diferentemente dos outros sistemas de referência apresentados, este tem como característica transformar as variáveis do sistema de coordenadas trifásicas em variáveis contínuas.

$$\theta_x = \theta_e \quad (\text{A.48})$$

$$\delta_x = \theta_x - \theta_r \quad (\text{A.49})$$

$$\mathbf{f}_{\text{qd0s}}^e = \mathbf{T}_s^e \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{f}_{\text{RSTs}} \quad (\text{A.50})$$

$$\mathbf{f}_{\text{RSTs}} = (\mathbf{T}_s^e)^{-1} \cdot (\mathbf{K})^{-1} \cdot \mathbf{f}_{\text{qd0s}}^e \quad (\text{A.51})$$

$$\mathbf{f}_{\text{qd0r}}^e = \mathbf{T}_r^e \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{f}_{\text{RSTr}} \quad (\text{A.52})$$

$$\mathbf{f}_{\text{RSTr}} = (\mathbf{T}_r^e)^{-1} \cdot (\mathbf{K})^{-1} \cdot \mathbf{f}_{\text{qd0s}}^e \quad (\text{A.53})$$

A.6 EQUAÇÃO DAS TENSÕES EM QD0

As equações das tensões (A.8) e (A.9) são escritas para uma referência arbitrária em um sistema de coordenadas em quadratura “qd0”.

A matriz \mathbf{T}_s^x representa a matriz mudança de base para a equação do estator.

$$\left(\mathbf{T}_s^x\right)^{-1} \cdot \mathbf{V}_{qd0s}^x = \mathbf{R}_s \cdot \left(\mathbf{T}_s^x\right)^{-1} \cdot \mathbf{I}_{qd0s}^x + \frac{d}{dt} \left\{ \left(\mathbf{T}_s^x\right)^{-1} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{qd0s}^x \right\} \quad (\text{A.54})$$

\mathbf{R}_s é a matriz de resistência do enrolamento estatórico.

$$\mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \quad (\text{A.55})$$

Isolando a tensão e decompondo a derivada de (A.54)

$$\mathbf{V}_{qd0s}^x = \mathbf{R}_s \cdot \mathbf{I}_{qd0s}^x + \mathbf{T}_s^x \cdot \frac{d}{dt} \left(\mathbf{T}_s^x\right)^{-1} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{qd0s}^x + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\lambda}_{qd0s}^x \quad (\text{A.56})$$

A matriz \mathbf{T}_s^x foi definida em (A.29), multiplicando-a por sua derivada em relação ao tempo

$$\mathbf{T}_s^x \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{T}_s^x = -\omega_x \cdot \mathbf{H} \quad (\text{A.57})$$

Assim, a matriz \mathbf{H} é definida por

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.58})$$

Reescrevendo (A.54)

$$\mathbf{V}_{qd0s}^x = \mathbf{R}_s \cdot \mathbf{I}_{qd0s}^x + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\lambda}_{qd0s}^x - \omega_x \cdot \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{qd0s}^x \quad (\text{A.59})$$

A matriz \mathbf{T}_r^x representa a matriz mudança de base para a equação do rotor.

$$\left(\mathbf{T}_r^x\right)^{-1} \cdot \mathbf{V}_{qd0r}^x = \mathbf{R}_R \cdot \left(\mathbf{T}_r^x\right)^{-1} \cdot \mathbf{I}_{qd0r}^x + \frac{d}{dt} \left\{ \left(\mathbf{T}_r^x\right)^{-1} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{qd0r}^x \right\} \quad (\text{A.60})$$

\mathbf{R}_R é a matriz de resistência do enrolamento rotórico.

$$\mathbf{R}_R = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \quad (\text{A.61})$$

Isolando a tensão e decompondo a derivada de (A.60)

$$\mathbf{V}_{qd0r}^x = \mathbf{R}_R \cdot \mathbf{I}_{qd0r}^x + \mathbf{T}_r^x \cdot \frac{d}{dt} \left(\mathbf{T}_r^x\right)^{-1} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{qd0r}^x + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\lambda}_{qd0r}^x \quad (\text{A.62})$$

A matriz \mathbf{T}_s^x foi definida em (A.29), multiplicando-a por sua derivada em relação ao tempo

$$\mathbf{T}_r^x \cdot \frac{d}{dt} \left(\mathbf{T}_r^x\right)^{-1} = -(\omega_x - \omega) \cdot \mathbf{H} \quad (\text{A.63})$$

Reescrevendo (A.62)

$$\mathbf{V}_{qd0r}^x = \mathbf{R}_R \cdot \mathbf{I}_{qd0r}^x + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\lambda}_{qd0r}^x - (\omega_x - \omega) \cdot \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{qd0r}^x \quad (\text{A.64})$$

A.7 EQUAÇÃO DOS FLUXOS

A mudança de base para um sistema referencial de coordenadas em quadratura possui como maior vantagem a eliminação das não linearidades das indutâncias mútuas existentes entre os enrolamentos estático e rotórico.

Como foi definido em (A.1), o fluxo concatenado é igual ao somatório dos produtos das correntes que contribuem para formar o fluxo magnético em cada bobina. As equações (A.15) e (A.19) escritas no sistema de coordenadas em quadratura “qd0” são

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qs}^x \\ \lambda_{ds}^x \\ \lambda_{0s}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{qsqs} & L_{qsds} & 0 \\ L_{dsqs} & L_{dsds} & 0 \\ 0 & 0 & L_{0s} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{0s}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{qsqr} & L_{qsdr} & 0 \\ L_{dsqr} & L_{dsdr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \\ I_{0r}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.65})$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \\ \lambda_{0r}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{qrqr} & L_{qrdr} & 0 \\ L_{drqr} & L_{drdr} & 0 \\ 0 & 0 & L_{0r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \\ I_{0r}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{qrqs} & L_{qrds} & 0 \\ L_{drqs} & L_{drds} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{0s}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.66})$$

Na transposição do sistema, observa-se um desacoplamento do sistema, eliminando indutâncias mútuas. A seqüência zero não produz fluxo concatenado, sendo sua indutância a própria do enrolamento. Como o ângulo entre as bobinas q e d é de 90°, suas indutâncias mútuas são zero. As bobinas d e q são iguais.

$$L_{0r} = L_{lr} \quad (\text{A.67})$$

$$L_{0s} = L_{ls} \quad (\text{A.68})$$

$$L_{qsqs} = L_{dsds} = L_S \quad (\text{A.69})$$

$$L_{qrqr} = L_{drdr} = L_R \quad (\text{A.70})$$

$$L_{qsds} = L_{dsqs} = L_{qrdr} = L_{drqr} = 0 \quad (\text{A.71})$$

$$L_{qsqr} = L_{qrqs} = L_{dsdr} = L_{drds} = L_m \quad (\text{A.72})$$

As indutâncias L_S e L_R são o somatório da auto-indutância do enrolamento da bobina (do estator e do rotor) e da indutância mútua entre o estator e o rotor.

$$L_s = L_{ls} + L_m \quad (\text{A.73})$$

$$L_r = L_{lr} + L_m \quad (\text{A.74})$$

Reescrevendo as equações (A.65) e (A.66)

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qs}^x \\ \lambda_{ds}^x \\ \lambda_{0s}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{0s}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \\ I_{0r}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.75})$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \\ \lambda_{0r}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_r & 0 & 0 \\ 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & L_{lr} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \\ I_{0r}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{0s}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.76})$$

A.8 MODELO SIMPLIFICADO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICA

Para maior facilidade de interpretação do sistema, utilizando as equações (A.56), (A.64), (A.75) e (A.76), é possível encontrar um modelo simplificado do motor de indução trifásico para o referencial móvel. Nesta análise, foram desconsideradas as componentes de seqüência zero.

Isolando \mathbf{I}_{qdr} em (A.75)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{qr}^r \\ \mathbf{I}_{dr}^r \end{bmatrix} = \frac{1}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qs}^r \\ \lambda_{ds}^r \end{bmatrix} - \frac{L_s}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{qs}^r \\ \mathbf{I}_{ds}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.77})$$

Substituindo (A.77) em (A.76)

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} = \frac{L_r}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qs}^r \\ \lambda_{ds}^r \end{bmatrix} + \frac{L_m^2 - L_s \cdot L_r}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{qs}^r \\ \mathbf{I}_{ds}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.78})$$

λ_{qds} é definido por (A.78)

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qs}^r \\ \lambda_{ds}^r \end{bmatrix} = \frac{L_m}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} - \frac{L_m^2 - L_s \cdot L_r}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{qs}^r \\ \mathbf{I}_{ds}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.79})$$

Considerando o referencial móvel, as tensões rotóricas são iguais e zero. Assim, a equação (A.64) é escrita como

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{R}_r \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{qr}^r \\ \mathbf{I}_{dr}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qr}^r \\ \dot{\lambda}_{dr}^r \end{bmatrix} - (\omega_x - \omega) \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.80})$$

Substituindo (A.77) em (A.80)

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{\mathbf{R}_r}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qs}^r \\ \lambda_{ds}^r \end{bmatrix} - \frac{\mathbf{R}_r \cdot L_s}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{qs}^r \\ \mathbf{I}_{ds}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qr}^r \\ \dot{\lambda}_{dr}^r \end{bmatrix} - (\omega_x - \omega) \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.81})$$

Aplicando a derivada de (A.78) em (81)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= \frac{R_r}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qs}^r \\ \lambda_{ds}^r \end{bmatrix} - \frac{R_r \cdot L_s}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} + \frac{L_r}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qs}^r \\ \dot{\lambda}_{ds}^r \end{bmatrix} + \frac{L_m^2 - L_s \cdot L_r}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_{qs}^r \\ \dot{I}_{ds}^r \end{bmatrix} \\ &- (\omega_x - \omega) \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.82})$$

A derivada dos fluxos rotóricos é escrita em função das correntes, pela substituição de (A.79) e sua derivada em (A.82)

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{R_r}{L_r} \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} + \frac{R_r \cdot L_m}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qr}^r \\ \dot{\lambda}_{dr}^r \end{bmatrix} - (\omega_x - \omega) \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.83})$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qr}^r \\ \dot{\lambda}_{dr}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_r \cdot L_m}{L_r} & 0 & -\frac{R_r}{L_r} & -(\omega_x - \omega) \\ 0 & \frac{R_r \cdot L_m}{L_r} & -(\omega_x - \omega) & -\frac{R_r}{L_r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \\ \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.84})$$

λ_{qds} é obtido de (A.64)

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qs}^r \\ \dot{\lambda}_{ds}^r \end{bmatrix} = -R_s \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} + \omega_x \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qs}^r \\ \lambda_{ds}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{qs}^r \\ V_{ds}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.85})$$

Substituindo (A.75) em (A.85)

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qs}^r \\ \dot{\lambda}_{ds}^r \end{bmatrix} = -R_s \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} - \omega_x \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \left(\frac{L_m}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} - \frac{L_m^2 - L_s \cdot L_r}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} V_{qs}^r \\ V_{ds}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.86})$$

Dada a matriz λ_{qds} , (A.79), e sua derivada, (A.86), a equação (A.82) é reescrita

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= \frac{R_r}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} - \frac{R_r \cdot L_m}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} - \frac{L_r \cdot R_s}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} + \omega_x \cdot \left(\frac{L_m^2 - L_s \cdot L_r}{L_m} \right) \cdot \begin{bmatrix} I_{ds}^r \\ -I_{qs}^r \end{bmatrix} \\ &+ \frac{L_r}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} V_{qs}^r \\ V_{ds}^r \end{bmatrix} + \frac{L_m^2 - L_s \cdot L_r}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_{qs}^r \\ \dot{I}_{ds}^r \end{bmatrix} + \omega \cdot \begin{bmatrix} -\lambda_{dr}^r \\ \lambda_{qr}^r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.87})$$

Definindo-se

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s \cdot L_r} \quad (\text{A.88})$$

$$T_r = \frac{L_r}{R_r} \quad (\text{A.89})$$

Aplicando (A.88) e (A.89) em (A.87)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{I}_{qs}^r \\ \dot{I}_{ds}^r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s \cdot \sigma} - \frac{L_m^2}{T_r \cdot L_s \cdot L_r \cdot \sigma} & -\omega_x \\ \omega_x & -\frac{R_s}{L_s \cdot \sigma} - \frac{L_m^2}{T_r \cdot L_s \cdot L_r \cdot \sigma} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \frac{L_m}{T_r \cdot L_s \cdot L_r \cdot \sigma} & -\frac{\omega \cdot L_m}{L_s \cdot L_r \cdot \sigma} \\ \frac{\omega \cdot L_m}{L_s \cdot L_r \cdot \sigma} & \frac{L_m}{T_r \cdot L_s \cdot L_r \cdot \sigma} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} + \frac{1}{L_s \cdot \sigma} \cdot \begin{bmatrix} V_{qs}^r \\ V_{ds}^r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.90})$$

O eixo de coordenadas d encontra-se alinhado com o fluxo rotórico, então

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.91})$$

É obtido de (A.90)

$$\dot{I}_{ds}^r = \left(-\frac{R_s}{L_s \cdot \sigma} - \frac{L_m^2}{T_r \cdot L_s \cdot L_r \cdot \sigma} \right) \cdot I_{ds}^r + \omega_x \cdot I_{qs}^r + \left(\frac{L_m}{T_r \cdot L_s \cdot L_r \cdot \sigma} \right) \cdot \lambda_{dr}^r + \frac{V_{ds}^r}{L_s \cdot \sigma} \quad (\text{A.92})$$

A partir de (A.91), reescreve-se (A.80)

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = R_r \cdot \begin{bmatrix} I_{qr}^r \\ I_{dr}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\lambda}_{dr}^r \end{bmatrix} - (\omega_x - \omega) \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.93})$$

Isolando I_{qdr} de (A.76)

$$\begin{bmatrix} I_{qr}^r \\ I_{dr}^r \end{bmatrix} = \frac{1}{L_r} \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} - \frac{L_m}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.94})$$

Substituindo (A.93) em (A.94)

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{\mathbf{R}_r}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} - \frac{L_m \cdot \mathbf{R}_r}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{0} \\ \dot{\lambda}_{dr}^r \end{bmatrix} - (\omega_x - \omega) \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.95})$$

Obtêm-se para os eixos “d” e “q” respectivamente

$$0 = \frac{\mathbf{R}_r}{L_r} \cdot \lambda_{dr}^r - \frac{L_m \cdot \mathbf{R}_r}{L_r} \cdot I_{ds}^r + \dot{\lambda}_{dr}^r \quad (\text{A.96})$$

$$0 = -\frac{L_m \cdot \mathbf{R}_r}{L_r} \cdot I_{qs}^r + (\omega_x - \omega) \cdot \lambda_{dr}^r \quad (\text{A.97})$$

De (A.96) tem-se

$$\frac{\mathbf{R}_r}{L_r} \cdot \lambda_{dr}^r + \dot{\lambda}_{dr}^r = \frac{L_m \cdot \mathbf{R}_r}{L_r} \cdot I_{ds}^r \quad (\text{A.98})$$

Em regime permanente, I_{ds} é constante, assim

$$\lambda_{dr}^r = L_m \cdot I_{ds}^r \quad (\text{A.99})$$

Aplicando (A.99) em (A.97)

$$0 = -\frac{L_m \cdot \mathbf{R}_r}{L_r} \cdot I_{qs}^r + (\omega_x - \omega) \cdot L_m \cdot I_{ds}^r \quad (\text{A.100})$$

A velocidade síncrona ω_x é dada por

$$\omega_x = \omega + \frac{\mathbf{R}_r \cdot I_{qs}^r}{L_r \cdot I_{ds}^r} \quad (\text{A.101})$$

O escorregamento ω_s é definido por

$$\omega_s = (\omega_x - \omega) = \frac{\mathbf{R}_r \cdot I_{qs}^r}{L_r \cdot I_{ds}^r} \quad (\text{A.102})$$

Reescrevendo (A.92), pela substituição de (A.99)

$$\dot{I}_{ds}^r = -\frac{\mathbf{R}_s}{L_s \cdot \sigma} \cdot I_{ds}^r + \omega_x \cdot I_{qs}^r + \frac{V_{ds}^r}{L_s \cdot \sigma} \quad (\text{A.103})$$

Aplicando a transformada de Laplace em (A.103)

$$I_{ds}^r(s) \cdot (L_s \cdot \sigma \cdot s + R_s) = L_s \cdot \sigma \cdot \omega_x \cdot I_{qs}^r(s) + V_{ds}^r(s) \quad (\text{A.104})$$

Reorganizando (A.104)

$$\frac{I_{ds}^r(s)}{L_s \cdot \sigma \cdot \omega_x \cdot I_{qs}^r(s) + V_{ds}^r(s)} = \frac{1}{L_s \cdot \sigma \cdot s + R_s} \quad (\text{A.105})$$

Através das equações (A.90) e (A.84)

$$\dot{\lambda}_{qr}^r = \left(\frac{R_r \cdot L_m}{L_r} \right) \cdot I_{qs}^r - \frac{R_r}{L_r} \cdot \lambda_{qr}^r - (\omega_x - \omega) \cdot \lambda_{dr}^r \quad (\text{A.106})$$

λ_{qr}^R e sua derivada iguais a zero (A.91)

$$I_{qs}^r = \frac{T_r \cdot (\omega_x - \omega)}{L_m} \cdot \lambda_{dr}^r \quad (\text{A.107})$$

Obtém-se de (A.90)

$$\dot{I}_{qs}^r = -\omega_x \cdot I_{ds}^r - \frac{R_s}{L_s \cdot \sigma} \cdot I_{qs}^r - \frac{L_m^2}{T_r \cdot L_s \cdot L_r \cdot \sigma} \cdot I_{qs}^r - \left(\frac{\omega \cdot L_m}{L_s \cdot L_r \cdot \sigma} \right) \cdot \lambda_{dr}^r + \frac{V_{qs}^r}{L_s \cdot \sigma} \quad (\text{A.108})$$

Substituindo (A.107) em (A.108)

$$L_s \cdot \sigma \cdot \dot{I}_{qs}^r = -L_s \cdot \sigma \cdot \omega_x \cdot I_{ds}^r - R_s \cdot I_{qs}^r - \frac{L_m \cdot \omega_x}{L_r} \cdot \lambda_{dr}^r + V_{qs}^r \quad (\text{A.109})$$

Considerando-se que λ_{dr}^r é constante, o valor de $\frac{L_m \cdot \omega_x}{L_r} \cdot \lambda_{dr}^r$ é interpretado como um distúrbio de torque. Desconsiderando esse valor e aplicando a transformada de Laplace em (A.109)

$$I_{qs}^r(s) \cdot (L_s \cdot \sigma \cdot s + R_s) = -L_s \cdot \sigma \cdot \omega_x \cdot I_{ds}^r(s) + V_{qs}^r(s) \quad (\text{A.110})$$

Reescrevendo-se (A.110)

$$\frac{I_{qs}^r(s)}{V_{qs}^r(s) - L_s \cdot \sigma \cdot \omega_x \cdot I_{ds}^r(s)} = \frac{1}{L_s \cdot \sigma \cdot s + R_s} \quad (\text{A.111})$$

O diagrama de blocos do modelo simplificado da parte elétrica da máquina de indução com acoplamento independente da velocidade síncrona é obtido com as expressões (A.105) e (A.111). Este diagrama é apresentado na figura 5.

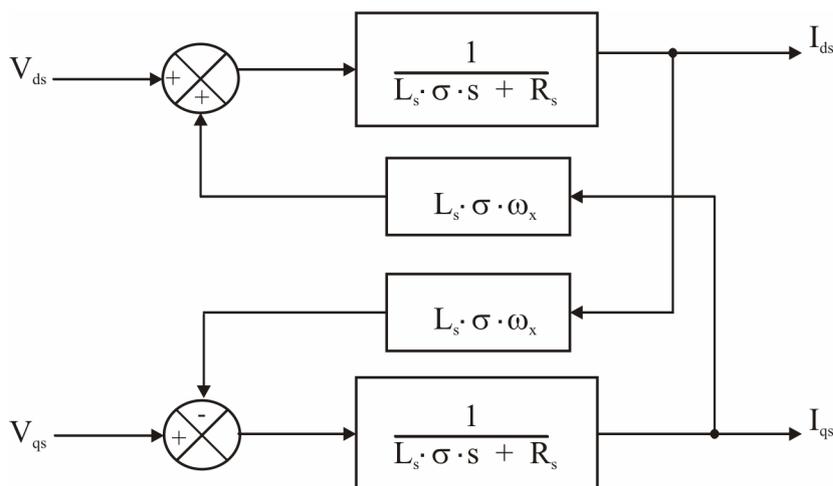


Figura A.5 – Diagrama de blocos do modelo simplificado da máquina de indução

A.9 REPRESENTAÇÃO EM VARIÁVEIS DE ESTADO:

A representação do motor de indução em variáveis de estado é obtida a partir das equações (A.56), (A.64), (A.75) e (A.76). Esta representação possui várias formas, conforme a escolha das variáveis de estado e do sistema de referência empregado. São apresentados três modelos da máquina de indução em variáveis de estado, para um referencial genérico [2-3]:

- Modelo Corrente – Variáveis de estado: correntes do estator e do rotor.
- Modelo Corrente-Fluxo – Variáveis de estado: correntes do estator e fluxos do rotor.
- Modelo Fluxo – Variáveis de estado: fluxos do estator e do rotor.

A.9.1 MODELO CORRENTE

Rearranjando as equações (A.75) e (A.76), e (A.56) e (A.64), obtêm-se

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qs}^x \\ \lambda_{ds}^x \\ \lambda_{0s}^x \\ \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \\ \lambda_{0r}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 & L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 & 0 & L_m & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} & 0 & 0 & 0 \\ L_m & 0 & 0 & L_r & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 & 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{lr} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{0s}^x \\ I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \\ I_{0r}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.112})$$

$$\begin{bmatrix} V_{qs}^x \\ V_{ds}^x \\ V_{0s}^x \\ V_{qr}^x \\ V_{dr}^x \\ V_{0r}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{0s}^x \\ I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \\ I_{0r}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qs}^x \\ \dot{\lambda}_{ds}^x \\ \dot{\lambda}_{0s}^x \\ \dot{\lambda}_{qr}^x \\ \dot{\lambda}_{dr}^x \\ \dot{\lambda}_{0r}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.113})$$

$$- \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(\omega_x - \omega) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\omega_x - \omega) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{qs}^x \\ \lambda_{ds}^x \\ \lambda_{0s}^x \\ \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \\ \lambda_{0r}^x \end{bmatrix}$$

Substituindo (A.112) e sua derivada em (A.113) e generalizando para “N” pares de pólos

$$\begin{bmatrix} V_{qs}^x \\ V_{ds}^x \\ V_{0s}^x \\ V_{qr}^x \\ V_{dr}^x \\ V_{0r}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & \omega_x L_s & 0 & 0 & \omega_x L_m & 0 \\ -\omega_x L_s & R_s & 0 & -\omega_x L_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\omega_x - N\omega)L_m & 0 & R_r & (\omega_x - N\omega)L_r & 0 \\ -(\omega_x - N\omega)L_m & 0 & 0 & -(\omega_x - N\omega)L_r & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{0s}^x \\ I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \\ I_{0r}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 & L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 & 0 & L_m & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} & 0 & 0 & 0 \\ L_m & 0 & 0 & L_r & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 & 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{lr} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{0s}^x \\ I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \\ I_{0r}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.114})$$

De forma a simplificar a análise da máquina de indução, é usual desconsidera-se as variáveis relativas à seqüência zero, pois em sistemas balanceados seu valor é nulo. Somando, ainda, ao fato de suas componentes não contribuírem no torque eletromagnético do motor.

Para uma máquina de indução tipo gaiola de esquilo, $V_{qr}^x = V_{dr}^x = 0$, desmembrando as equações e (A.114), tem-se

$$V_{qs}^x = R_s I_{qs}^x + \omega_x L_s I_{ds}^x + \omega_x L_m I_{dr}^x + L_s \dot{I}_{qs}^x + L_m \dot{I}_{qr}^x \quad (\text{A.115})$$

$$V_{ds}^x = -\omega_x L_s I_{qs}^x + R_s I_{ds}^x - \omega_x L_m I_{qr}^x + L_s \dot{I}_{ds}^x + L_m \dot{I}_{dr}^x \quad (\text{A.116})$$

$$0 = (\omega_x - N\omega) L_m I_{ds}^x + R_r I_{qr}^x + (\omega_x - N\omega) L_r I_{dr}^x + L_m \dot{I}_{qs}^x + L_r \dot{I}_{qr}^x \quad (\text{A.117})$$

$$0 = -(\omega_x - N\omega) L_m I_{qs}^x - (\omega_x - N\omega) L_r I_{dr}^x + R_r I_{dr}^x + L_m \dot{I}_{ds}^x + L_r \dot{I}_{dr}^x \quad (\text{A.118})$$

\dot{I}_{dr}^x e \dot{I}_{ds}^x são obtidos das equações (A.118) e (A.116)

$$\dot{I}_{dr}^x = (\omega_x - N\omega) \frac{L_m}{L_r} I_{qs}^x + (\omega_x - N\omega) I_{qr}^x - \frac{R_r}{L_r} I_{dr}^x - \frac{L_m}{L_r} \dot{I}_{ds}^x \quad (\text{A.119})$$

$$\dot{I}_{ds}^x = \frac{V_{ds}^x}{L_s} + \omega_x I_{qs}^x - \frac{R_s}{L_s} I_{ds}^x + \omega_x \frac{L_m}{L_s} I_{qr}^x - \frac{L_m}{L_s} \dot{I}_{dr}^x \quad (\text{A.120})$$

Substituindo \dot{I}_{dr}^x de (119) em (120)

$$\dot{I}_{ds}^x \left(1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} \right) = \frac{V_{ds}^x}{L_s} + \omega_x I_{qs}^x - \frac{R_s}{L_s} I_{ds}^x - \frac{L_m^2}{L_s L_r} (\omega_x - N\omega) I_{qs}^x + \frac{L_m}{L_s} N\omega I_{qr}^x + \frac{L_m R_r}{L_s L_r} I_{dr}^x \quad (\text{A.121})$$

Definindo-se os termos

$$a_0 \triangleq L_s L_r - L_m^2 \quad (\text{A.122})$$

$$a_1 \triangleq \frac{R_s L_r}{a_0} \quad (\text{A.123})$$

$$a_2 \triangleq \frac{L_m^2}{a_0} \quad (\text{A.124})$$

$$a_3 \triangleq \frac{R_r L_m}{a_0} \quad (\text{A.125})$$

$$a_4 \triangleq \frac{L_r L_m}{a_0} \quad (\text{A.126})$$

$$a_5 \triangleq \frac{L_r}{a_0} \quad (\text{A.127})$$

Aplicando as definições (A.122)-(A.127), (A.121) é reescrita

$$\dot{I}_{ds}^x = (\omega_x + a_2 N \omega) I_{qs}^x - a_1 I_{ds}^x + a_4 N \omega I_{qr}^x + a_3 I_{dr}^x + a_5 V_{ds}^x \quad (\text{A.128})$$

Isolando \dot{I}_{qr}^x e \dot{I}_{qs}^x das equações (A.115) e (A.117)

$$\dot{I}_{qs}^x = -\frac{R_s}{L_s} I_{qs}^x - \omega_x I_{ds}^x - \frac{L_m}{L_s} \dot{I}_{qr}^x - \frac{\omega_x L_m}{L_s} I_{dr}^x + \frac{V_{qs}^x}{L_s} \quad (\text{A.129})$$

$$\dot{I}_{qr}^x = -\frac{(\omega_x - N \omega) L_m}{L_r} I_{ds}^x - \frac{R_r}{L_r} I_{qr}^x - (\omega_x - N \omega) I_{dr}^x - \frac{L_m}{L_r} \dot{I}_{qs}^x \quad (\text{A.130})$$

Utilizando \dot{I}_{qr}^x de (A.130) em (A.129)

$$\begin{aligned} \dot{I}_{qs}^x \left(1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} \right) &= -\frac{R_s}{L_s} I_{qs}^x - \omega_x I_{ds}^x + \frac{L_m^2}{L_s L_r} (\omega_x - N \omega) I_{ds}^x \\ &+ \frac{L_m R_r}{L_s L_r} I_{qr}^x - \frac{L_m}{L_s} N \omega I_{dr}^x + \frac{V_{qs}^x}{L_s} \end{aligned} \quad (\text{A.131})$$

Das definições (A.122)-(A.127)

$$\dot{I}_{qs}^x = -a_1 I_{qs}^x - (\omega_x + a_2 N \omega) I_{ds}^x + a_3 I_{qr}^x - a_4 N \omega I_{dr}^x + a_5 V_{qs}^x \quad (\text{A.132})$$

Empregando \dot{I}_{ds}^x de (A.119) em (A.120), e substituindo (A.122)

$$\dot{I}_{dr}^x = -N \omega \frac{L_s L_m}{a_0} I_{qs}^x + \frac{L_m R_s}{a_0} I_{ds}^x + \left(\omega_x - \frac{L_r L_s}{a_0} N \omega \right) I_{qr}^x - \frac{L_s R_r}{a_0} I_{dr}^x - \frac{L_m}{a_0} V_{ds}^x \quad (\text{A.133})$$

Definindo os termos (A.134)-(A.138), a equação (A.133) é reescrita

$$a_6 \triangleq \frac{R_s L_m}{a_0} \quad (\text{A.134})$$

$$a_7 \triangleq \frac{L_s L_m}{a_0} \quad (\text{A.135})$$

$$a_8 \triangleq \frac{R_r L_s}{a_0} \quad (\text{A.136})$$

$$a_9 \triangleq \frac{L_s L_r}{a_0} \quad (\text{A.137})$$

$$a_{10} \triangleq \frac{L_m}{a_0} \quad (\text{A.138})$$

$$\dot{I}_{dr}^x = -a_7 N \omega I_{qs}^x + a_6 I_{ds}^x + (\omega_x - a_9 N \omega) I_{qr}^x - a_8 I_{dr}^x - a_{10} V_{ds}^x \quad (\text{A.139})$$

A partir de \dot{I}_{qs}^x apresentado (A.129) e (A.122), reescreve-se (A.130)

$$\dot{I}_{qr}^x = \frac{L_m R_s}{a_0} I_{qs}^x + \frac{L_s L_m}{a_0} N \omega I_{ds}^x - \frac{L_s R_r}{a_0} I_{qr}^x - (\omega_x - \frac{L_r L_s}{a_0} N \omega) I_{dr}^x - \frac{L_m^2}{a_0} V_{qs}^x \quad (\text{A.140})$$

Dada as definições (A.134)-(A.138), reescrevendo (A.140):

$$\dot{I}_{qr}^x = a_6 I_{qs}^x + a_7 N \omega I_{ds}^x - a_8 I_{qr}^x - (\omega_x - a_9 N \omega) I_{dr}^x - a_{10} V_{qs}^x \quad (\text{A.141})$$

Reunindo-se as equações (A.128), (A.132), (A.139) e (A.141) em uma única equação matricial, o modelo por equações de estado do motor de indução trifásico para um referencial genérico é dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 & -(\omega_x + a_2 N \omega) & a_3 & -a_4 N \omega \\ (\omega_x + a_2 N \omega) & -a_1 & a_4 N \omega_r & a_3 \\ a_6 & a_7 N \omega & -a_8 & -(\omega_x - a_9 N \omega) \\ -a_7 N \omega & a_6 & (\omega_x - a_9 N \omega) & -a_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_5 & 0 \\ 0 & a_5 \\ -a_{10} & 0 \\ 0 & -a_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{qs}^x \\ V_{ds}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.142})$$

A.9.2 MODELO CORRENTE-FLUXO

Obtêm-se das equações (A.114) e (A.64)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}^x_{qs} \\ \mathbf{V}^x_{ds} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \omega_x \mathbf{L}_s \\ -\omega_x \mathbf{L}_s & \mathbf{R}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^x_{qs} \\ \mathbf{I}^x_{ds} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{L}_m \omega_x \\ -\mathbf{L}_m \omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^x_{qr} \\ \mathbf{I}^x_{dr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}^x_{qs} \\ \dot{\mathbf{I}}^x_{ds} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_m & 0 \\ 0 & \mathbf{L}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}^x_{qr} \\ \dot{\mathbf{I}}^x_{dr} \end{bmatrix} \quad (\text{A.143})$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}^x_{qr} \\ \mathbf{V}^x_{dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_r & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^x_{qr} \\ \mathbf{I}^x_{dr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & (\omega_x - \mathbf{N}\omega) \\ -(\omega_x - \mathbf{N}\omega) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda^x_{qr} \\ \lambda^x_{dr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}^x_{qr} \\ \dot{\lambda}^x_{dr} \end{bmatrix} \quad (\text{A.144})$$

Através de um artifício matemático, de (A.112)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}^x_{qs} \\ \mathbf{I}^x_{ds} \\ \mathbf{I}^x_{qr} \\ \mathbf{I}^x_{dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\mathbf{L}_m}{\mathbf{L}_r} & 0 & \frac{1}{\mathbf{L}_r} & 0 \\ 0 & -\frac{\mathbf{L}_m}{\mathbf{L}_r} & 0 & \frac{1}{\mathbf{L}_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^x_{qs} \\ \mathbf{I}^x_{ds} \\ \mathbf{I}^x_{0s} \\ \lambda^x_{0r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^x_{qs} \\ \mathbf{I}^x_{ds} \\ \lambda^x_{qr} \\ \lambda^x_{dr} \end{bmatrix} \quad (\text{A.145})$$

A equação é reescrita (A.145), utilizando-se (A.143) e (A.144)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}^x_{qs} \\ \mathbf{V}^x_{ds} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \omega_x \left(\mathbf{L}_s - \frac{\mathbf{L}_m^2}{\mathbf{L}_r} \right) \\ -\omega_x \left(\mathbf{L}_s - \frac{\mathbf{L}_m^2}{\mathbf{L}_r} \right) & \mathbf{R}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^x_{qs} \\ \mathbf{I}^x_{ds} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{\mathbf{L}_m \omega_x}{\mathbf{L}_r} \\ -\frac{\mathbf{L}_m \omega_x}{\mathbf{L}_r} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda^x_{qr} \\ \lambda^x_{dr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s - \frac{\mathbf{L}_m^2}{\mathbf{L}_r} & 0 \\ 0 & \mathbf{L}_s - \frac{\mathbf{L}_m^2}{\mathbf{L}_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}^x_{qs} \\ \dot{\mathbf{I}}^x_{ds} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{L}_m}{\mathbf{L}_r} & 0 \\ 0 & \frac{\mathbf{L}_m}{\mathbf{L}_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\lambda}^x_{qr} \\ \dot{\lambda}^x_{dr} \end{bmatrix} \quad (\text{A.146})$$

$$\begin{bmatrix} V_{qr}^x \\ V_{dr}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_r L_m}{L_r} & 0 \\ 0 & -\frac{R_r L_m}{L_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{R_r}{L_r} & (\omega_x - N\omega) \\ -(\omega_x - N\omega) & \frac{R_r}{L_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qr}^x \\ \dot{\lambda}_{dr}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.147})$$

Desmembrando as equações (A.147) e (A.146), considerando-se $V_{qr}^x = V_{dr}^x = 0$, para rearranjar o sistema nas variáveis de corrente estatóricas e fluxo rotórico

$$V_{qs}^x = R_s I_{qs}^x + \omega_x \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) I_{ds}^x + \frac{L_m}{L_r} \omega_x \lambda_{dr}^x + \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) \dot{I}_{qs}^x + \frac{L_m}{L_r} \dot{\lambda}_{qr}^x \quad (\text{A.148})$$

$$V_{ds}^x = -\omega_x \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) I_{qs}^x + R_s I_{ds}^x - \frac{L_m}{L_r} \omega_x \lambda_{qr}^x + \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) \dot{I}_{ds}^x + \frac{L_m}{L_r} \dot{\lambda}_{dr}^x \quad (\text{A.149})$$

$$0 = -\frac{R_r L_m}{L_r} I_{qs}^x + \frac{R_r}{L_r} \lambda_{qr}^x + (\omega_x - N\omega) \lambda_{dr}^x + \dot{\lambda}_{qr}^x \quad (\text{A.150})$$

$$0 = -\frac{R_r L_m}{L_r} I_{qs}^x - (\omega_x - N\omega) \lambda_{qr}^x + \frac{R_r}{L_r} \lambda_{dr}^x + \dot{\lambda}_{dr}^x \quad (\text{A.151})$$

Isolando os termos $\dot{\lambda}_{qr}^x$ e $\dot{\lambda}_{dr}^x$ de (A.150) e (A.151)

$$\dot{\lambda}_{qr}^x = \frac{R_r L_m}{L_r} I_{qs}^x - \frac{R_r}{L_r} \lambda_{qr}^x - (\omega_x - N\omega) \lambda_{dr}^x \quad (\text{A.152})$$

$$\dot{\lambda}_{dr}^x = \frac{R_r L_m}{L_r} I_{ds}^x + (\omega_x - N\omega) \lambda_{qr}^x - \frac{R_r}{L_r} \lambda_{dr}^x \quad (\text{A.153})$$

Dada a definição

$$a_{11} \triangleq \frac{R_r}{L_r} \quad (\text{A.154})$$

De (A.152) e (A.153), têm-se

$$\dot{\lambda}_{qr}^x = a_{11} L_m I_{qs}^x - a_{11} \lambda_{qr}^x - (\omega_x - N\omega) \lambda_{dr}^x \quad (\text{A.155})$$

$$\dot{\lambda}_{dr}^x = a_{11} L_m I_{ds}^x + (\omega_x - N\omega) \lambda_{qr}^x - a_{11} \lambda_{dr}^x \quad (\text{A.156})$$

Resolvendo as equações (A.148) e (A.149) com (A.137), e isolando os termos \dot{I}_{qr}^x e

\dot{I}_{dr}^x , respectivamente

$$\dot{I}_{qs}^x = -a_9 \frac{R_s}{L_s} I_{qs}^x - \omega_x I_{ds}^x - a_9 \frac{L_m}{L_s L_r} \omega_x \lambda_{dr}^x - a_9 \frac{L_m}{L_s L_r} \dot{\lambda}_{qr}^x + \frac{a_9}{L_s} V_{qs}^x \quad (\text{A.157})$$

$$\dot{I}_{ds}^x = \omega_x I_{qs}^x - a_9 \frac{R_s}{L_s} I_{ds}^x + a_9 \frac{L_m}{L_s L_r} \omega_x \lambda_{qr}^x - a_9 \frac{L_m}{L_s L_r} \dot{\lambda}_{dr}^x + \frac{a_9}{L_s} V_{ds}^x \quad (\text{A.158})$$

Aplicando (A.155) e (A.156) em (A.157) e (A.158) respectivamente

$$\dot{I}_{qs}^x = -\left(a_9 \frac{R_s}{L_s} + (a_9 - 1)a_{11}\right) I_{qs}^x - \omega_x I_{ds}^x + \frac{L_m}{L_s L_r} a_9 a_{11} \lambda_{qr}^x - a_9 \frac{L_m}{L_s L_r} N \omega \lambda_{dr}^x + \frac{a_9}{L_s} V_{qs}^x \quad (\text{A.159})$$

$$\dot{I}_{ds}^x = \omega_x I_{qs}^x - \left(a_9 \frac{R_s}{L_s} + (a_9 - 1)a_{11}\right) I_{ds}^x + a_9 \frac{L_m}{L_s L_r} N \omega \lambda_{qr}^x + a_9 \frac{L_m}{L_s L_r} a_{11} \lambda_{dr}^x + \frac{a_9}{L_s} V_{ds}^x \quad (\text{A.160})$$

Definindo-se os termos

$$a_{12} \triangleq \left(a_9 \frac{R_s}{L_s} + (a_9 - 1)a_{11}\right) \quad (\text{A.161})$$

$$a_{13} \triangleq \frac{L_m}{L_s L_r} a_9 \quad (\text{A.162})$$

$$a_{14} \triangleq \frac{a_9}{L_s} \quad (\text{A.163})$$

Reescrevendo (A.159) e (A.160) a partir dessas definições

$$\dot{I}_{qs}^x = -a_{12} I_{qs}^x - \omega_x I_{ds}^x + a_{13} a_{11} \lambda_{qr}^x - a_{13} N \omega \lambda_{dr}^x + a_{14} V_{qs}^x \quad (\text{A.162})$$

$$\dot{I}_{ds}^x = \omega_x I_{qs}^x - a_{12} I_{ds}^x + a_{13} N \omega \lambda_{qr}^x + a_{13} a_{11} \lambda_{dr}^x + a_{14} V_{ds}^x \quad (\text{A.163})$$

O conjunto das equações (A.162), (A.163), (A.152) e (A.153) organizadas matricialmente, para uma máquina de indução com N pares de pólos tipo gaiola de esquilo

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{qs}^x \\ \dot{I}_{ds}^x \\ \dot{\lambda}_{qr}^x \\ \dot{\lambda}_{dr}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{12} & -\omega_x & a_{13} a_{11} & -a_{13} N \omega \\ \omega_x & -a_{12} & a_{13} N \omega & a_{13} a_{11} \\ a_{11} L_m & 0 & -a_{11} & -(\omega_x - N \omega) \\ 0 & a_{11} L_m & (\omega_x - N \omega) & -a_{11} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{14} & 0 \\ 0 & a_{14} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{qs}^x \\ V_{ds}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.164})$$

A.9.3 MODELO FLUXO-FLUXO

A partir da equação (A.112) e da definição (A.122), têm-se

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{qs}^x \\ \mathbf{I}_{ds}^x \\ \mathbf{I}_{qr}^x \\ \mathbf{I}_{dr}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L_r}{a_0} & 0 & -\frac{L_m}{a_0} & 0 \\ 0 & \frac{L_r}{a_0} & 0 & -\frac{L_m}{a_0} \\ -\frac{L_m}{a_0} & 0 & \frac{L_s}{a_0} & 0 \\ 0 & -\frac{L_m}{a_0} & 0 & \frac{L_s}{a_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qs}^x \\ \lambda_{ds}^x \\ \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.165})$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{qs}^x \\ \mathbf{V}_{ds}^x \\ \mathbf{V}_{os}^x \\ \mathbf{V}_{qr}^x \\ \mathbf{V}_{dr}^x \\ \mathbf{V}_{or}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_s L_r}{a_0} & \omega_x & -\frac{R_s L_m}{a_0} & 0 \\ -\omega_x & \frac{R_s L_r}{a_0} & 0 & -\frac{R_s L_m}{a_0} \\ -\frac{R_r L_m}{a_0} & 0 & \frac{R_r L_s}{a_0} & (\omega_x - N\omega) \\ 0 & -\frac{R_r L_m}{a_0} & -(\omega_x - N\omega) & \frac{R_r L_s}{a_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qs}^x \\ \lambda_{ds}^x \\ \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qs}^x \\ \dot{\lambda}_{ds}^x \\ \dot{\lambda}_{qr}^x \\ \dot{\lambda}_{dr}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.166})$$

Utilizando-se (A.166) em (A.113) e isolando $\dot{\lambda}^x$

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qs}^x \\ \dot{\lambda}_{ds}^x \\ \dot{\lambda}_{qr}^x \\ \dot{\lambda}_{dr}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s L_r}{a_0} & -\omega_x & \frac{R_s L_m}{a_0} & 0 \\ \omega_x & -\frac{R_s L_r}{a_0} & 0 & \frac{R_s L_m}{a_0} \\ \frac{R_r L_m}{a_0} & 0 & -\frac{R_r L_s}{a_0} & -(\omega_x - N\omega) \\ 0 & \frac{R_r L_m}{a_0} & (\omega_x - N\omega) & -\frac{R_r L_s}{a_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qs}^x \\ \lambda_{ds}^x \\ \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{qs}^x \\ \mathbf{V}_{ds}^x \\ \mathbf{V}_{qr}^x \\ \mathbf{V}_{dr}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.167})$$

Obtêm-se as seguintes expressões de (A.167)

$$\dot{\lambda}_{qs}^x = -\frac{R_s L_r}{a_0} \lambda_{qs}^x - \omega_x \lambda_{ds}^x + \frac{R_s L_m}{a_0} \lambda_{qr}^x + \mathbf{V}_{qs}^x \quad (\text{A.168})$$

$$\dot{\lambda}_{ds}^x = \omega_x \lambda_{qs}^x - \frac{R_s L_r}{a_0} \lambda_{ds}^x + \frac{R_s L_m}{a_0} \lambda_{dr}^x + V_{ds}^x \quad (\text{A.169})$$

Aplicando-se as definições (A.122) e (A.134) nas equações (A.168) e (A.169)

$$\dot{\lambda}_{qs}^x = -a_1 \lambda_{qs}^x - \omega_x \lambda_{ds}^x + a_6 \lambda_{qr}^x + V_{qs}^x \quad (\text{A.170})$$

$$\dot{\lambda}_{ds}^x = \omega_x \lambda_{qs}^x - a_1 \lambda_{ds}^x + a_6 \lambda_{dr}^x + V_{ds}^x \quad (\text{A.171})$$

Agrupando-se matricialmente as equações (A.170), (A.171), (A.155) e (A.156), para “N” pares de pólos de uma máquina de indução gaiola de esquilo

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qs}^x \\ \dot{\lambda}_{ds}^x \\ \dot{\lambda}_{qr}^x \\ \dot{\lambda}_{dr}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 & -\omega_x & a_6 & 0 \\ \omega_x & -a_1 & 0 & a_6 \\ 0 & 0 & -a_{11} & -(\omega_x - N\omega) \\ 0 & 0 & (\omega_x - N\omega) & -a_{11} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qs}^x \\ \lambda_{ds}^x \\ \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{11} L_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{11} L_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{qs}^x \\ V_{ds}^x \\ I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.172})$$