

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**ANÁLISE ESTÁTICA NORMALIZADA E
MODELAGEM DE PEQUENOS SINAIS DO
CONVERSOR CLASSE-E UTILIZANDO
TRANSFORMADORES PIEZOELÉTRICOS**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Raffael Engleitner

**Santa Maria, RS, Brasil
2011**

**ANÁLISE ESTÁTICA NORMALIZADA E
MODELAGEM DE PEQUENOS SINAIS DO
CONVERTOR CLASSE-E UTILIZANDO
TRANSFORMADORES PIEZOELÉTRICOS**

por

Raffael Engleitner

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Processamento de Energia, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Engenharia Elétrica.**

Orientador: Prof. José Renes Pinheiro

Santa Maria, RS, Brasil

2011

E58a Engleitner, Raffael
Análise estática normalizada e modelagem de pequenos sinais do conversor classe-E utilizando transformadores piezoelétrico / por Raffael Engleitner. – 2011.
148 p. ; il. ; 30 cm

Orientador: José Renes Pinheiro
Coorientador: Fábio Ecke Bisogno
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, RS, 2011

1. Engenharia elétrica 2. Eletrônica de potência 3. Transformadores piezoelétrico 4. Análise normalizada 5. Modelagem de pequenos sinais
I. Pinheiro, José Renes II. Bisogno, Fábio Ecke III. Título.

CDU 621.314

Ficha catalográfica elaborada por Cláudia Terezinha Branco Gallotti – CRB 10/1109
Biblioteca Central UFSM

**Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Dissertação de Mestrado

**ANÁLISE ESTÁTICA NORMALIZADA E MODELAGEM DE
PEQUENOS SINAIS DO CONVERSOR CLASSE-E
UTILIZANDO TRANSFORMADORES PIEZOELÉTRICOS.**

elaborada por
Raffael Engleitner

como requisito parcial para obtenção do grau de
Mestre em Engenharia Elétrica

COMISSÃO EXAMINADORA:

José Renes Pinheiro, Dr. Eng.
(Presidente/Orientador)

Luciano Schuch, Dr. Eng. (UFSM)

Leandro Michels, Dr. Eng. (UFSM)

Fábio Ecke Bisogno, Dr. Eng. (UFSM)
(Co-orientador)

Santa Maria, 04 de Agosto de 2011.

*Para Marcelo e Janete, meus pais,
e para Matheus, meu irmão.*

AGRADECIMENTOS

Ao professor Dr. José Renes Pinheiro, pelo conhecimento e experiências transmitidas e por me conceder a oportunidade de realizar este trabalho sob sua orientação.

Ao professor Dr. Fábio Ecke Bisogno, por todo o trabalho de coorientação, conhecimentos transmitidos e longas discussões sobre o tema.

Ao professor Dr. Cassiano Rech e ao professor Dr. Leandro Michels por agregarem conhecimentos e colaborarem na execução deste trabalho.

Aos colegas do GEPOC, Leandro Roggia, Rafael C. Beltrame e Ciro Spanholi que de alguma forma colaboraram com o desenvolvimento deste trabalho.

Aos amigos do NUPEDDE e da PPGEE, em especial aos funcionários Luiz Fernando G. Martins e Cleonice, que colaboraram na realização desse trabalho.

À Universidade Federal de Santa Maria e à CAPES pelo apoio financeiro indispensável para a realização de uma pesquisa de qualidade.

Ao Dr. Matthias Radecker e a Mc. Yujia Yang do Instituto Fraunhofer IZM da Alemanha, pelo apoio técnico e troca de conhecimentos sobre o tema.

Aos meus pais, Marcelo e Janete, e ao meu irmão Matheus, pelo apoio moral, pela confiança e pelo amor em mim depositados.

A Deus.

“A mente que se abre a uma nova idéia jamais voltará
ao seu tamanho original.”

(Albert Einstein)

RESUMO

Dissertação de Mestrado
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Santa Maria

ANÁLISE ESTÁTICA NORMALIZADA E MODELAGEM DE PEQUENOS SINAIS DO CONVERSOR CLASSE-E UTILIZANDO TRANSFORMADORES PIEZOELÉTRICOS.

AUTOR: ENG. RAFFAEL ENGLEITNER

ORIENTADOR: DR. ENG. JOSÉ RENES PINHEIRO

Data e Local da Defesa: Santa Maria, 04 de Agosto de 2011.

Os Transformadores Piezoelétricos (PTs) permitem o projeto de aplicações promissoras para fontes de alimentação até 100W, melhorando a eficiência, reduzindo o tamanho, facilitando a obtenção de grandes relações de transformação, além de proporcionar alta imunidade contra ruídos eletromagnéticos e interferências. Os PTs apresentam modelo elétrico ressonante, trazendo a necessidade de implementação juntamente com topologias de conversores ressonantes, como por exemplo os conversores: Classe-E, Meia Ponte, Ponte Completa e Push-pull. Dentre estas topologias, o conversor Classe-E se destaca por apresentar somente um interruptor controlado. O ganho estático do conversor Classe-E é obtido através da variação da frequência de chaveamento, e a razão cíclica muda para atender as condições de comutação suave para diferentes frequências e cargas. A análise deste processo se torna complexa à medida que o sistema apresenta inúmeros elementos reativos. Uma maneira de simplificar esta análise é utilizar uma metodologia normalizada. Devido a isso, o primeiro resultado deste trabalho é a análise normalizada do funcionamento do conversor piezoelétrico Classe-E, incluindo variação normalizada da frequência de operação e da carga. Isso permite escolher um ponto ótimo de projeto estático, sem a necessidade de parâmetros de projeto. O objetivo principal desta análise normalizada é a obtenção do comportamento da razão cíclica para obter comutação suave em todos os pontos de operação. Em um segundo momento, um modelo de pequenos sinais foi derivado utilizando a metodologia do modelo médio generalizado, através de aproximação por séries de Fourier. O modelo descreve os pólos e zeros relevantes do sistema, sendo suficientemente preciso para diferentes cargas e da frequências de operação. O comportamento de conversores ressonantes varia consideravelmente para diferentes pontos de operação, pois isso um modelo que permita avaliar estes pontos de maneira precisa se faz importante. A análise normalizada permitiu simplificar a derivação do modelo de pequenos sinais, uma vez que garante a operação em comutação suave. Para validar a metodologia apresentada, são mostrados resultados experimentais para um conversor abaixador de 3W, entrada universal de 85-260 V AC e saída de 6 V DC.

Palavras-chaves: Eletrônica de Potência, Conversores Ressonantes, Conversor Classe-E, Transformadores Piezoelétricos, Análise Normalizada, Modelagem de Pequenos-Sinais.

ABSTRACT

Master Thesis

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Universidade Federal de Santa Maria

ANÁLISE ESTÁTICA NORMALIZADA E MODELAGEM DE PEQUENOS SINAIS DO CONVERSOR CLASSE-E UTILIZANDO TRANSFORMADORES PIEZOELÉTRICOS.

AUTHOR: ENG. RAFFAEL ENGLEITNER

RESEARCH SUPERVISOR: DR. ENG. JOSÉ RENES PINHEIRO

August 4th, 2011 - Santa Maria.

Piezoelectric transformers (PTs) allow the design of promising power supply applications, increasing efficiency, reducing size, facilitating the achievement of high transformation ratio, besides providing high immunity against electromagnetic noise. Due to the electrical equivalent model having resonant characteristics, some resonant topologies are naturally suitable for these power supplies, i.e. the Class-E, Half-Bridge, Full-Bridge and Push-pull. Among these topologies, the Class-E converter has a highlight of having one controlled switch. The static gain of the Class-E is changed through the switching frequency variation, while the duty cycle is adjusted with the purpose of achieving soft switching for different switching frequencies and loads. The analysis of this process becomes complex when the system has a high number of reactive elements. One way to simplify this analysis is applying a normalized methodology. On this regard, the first result of this work is the normalized analysis of the functionality of the Class-E converter, including normalized load and switching frequency variation. This allows choosing one optimum point for the static design, without the necessity of design parameters. The main objective of this analysis is the obtention of the duty cycle behavior in order to have soft switching for all operation points. In a second moment, a small-signal model was derived using the generalized averaging method, through Fourier series approximation. The model describes the relevant poles and zeros of the system, being accurate enough for different loads and switching frequencies. The behavior of resonant converters changes considerably for different operating points; therefore it is important to have a model that represents the system well. The normalized analysis allowed simplifying the small-signal model derivation, once soft switching is achieved for all the operation points. Experimental measurements validate either the normalized or the small signal derivation methodologies. The measurements were achieved for a 3W step-down converter, with universal 85-265 V AC input and 6 V DC output.

Keywords: Power Electronics, Resonant Converters, Class-E Converter, Piezoelectric Transformers, Normalized Analysis, Small-Signal Modeling.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Comparação entre transformador Piezoelétrico e Eletromagnético para um inversor de 6W.	22
Figura 2.1 – Elemento Piezoelétrico; (a) Modo Longitudinal; (b) Modo Transversal.	29
Figura 2.2 – Tipos mais comuns de PTs; (a) Radial Mode; (b) Thickness mode; (c) Rosen Type.	29
Figura 2.3 – PT de modo Radial.	30
Figura 2.4 - Modelo elétrico equivalente; a) Estrutura física; b) Modelos do primário e secundário; c) Primário e secundário unidos; d) Modelo final;.....	31
Figura 2.5 - Medida do círculo de admitância da entrada do PT.	32
Figura 2.6 - Círculo de Admitância.	32
Figura 2.7 - Medida do círculo de admitância da saída do PT.	33
Figura 2.8 - Transformador piezoelétrico utilizado; (a) PT radial; (b) Medida da admitância de entrada.	34
Figura 2.9 – Medidas dos parâmetros do PT; (a) Resposta em frequência da entrada; (b) Capacitância equivalente da entrada.	35
Figura 3.1 - Conversor CC-CC Classe-E com Transformador Piezoelétrico.	37
Figura 3.2 – Simplificações iniciais do conversor Classe-E; (a) Simplificação do estágio de saída; (b) Simplificação do estágio de saída; (c) Resistência equivalente na saída.	38
Figura 3.3 – Simplificações finais do conversor Classe-E; (a) Rebatimento para o primário; (b) Elementos de saída em série.	39
Figura 3.4 - Conversor Classe-E simplificado.	39
Figura 3.5 – Etapa I, interruptor acionada $t_0 \leq t < t_1$	40
Figura 3.6 – Formas de onda do Conversor Classe-E.	40
Figura 3.7 – Etapa II, interruptor bloqueado $t_1 \leq t < t_2$	41
Figura 3.8 – Curvas normalizadas de corrente e tensão; (a) Variável auxiliar que representa a corrente normalizada no indutor de entrada; (b) Variável auxiliar que representa a tensão no interruptor.	48
Figura 3.9 – Curvas normalizadas de corrente e tensão com variáveis reais; (a) Corrente normalizada na chave; (b) Tensão normalizada na chave.	51
Figura 3.10 – Curvas de ganho e localização do ponto nominal de projeto.	52
Figura 3.11 - Índice de Transferência de Potência Normalizado em função da razão cíclica, de A_3 e de Q_1 ; (a) Variação de A_3 ; (b) Variação de Q_1	53
Figura 3.12 - Estresses no interruptor do conversor Classe-E em função da razão cíclica e de Q_1 . (a) Pico de tensão normalizado no interruptor; (b) Pico de corrente normalizado no interruptor; (c) C_p , distribuição normalizada de estresses no interruptor.	55
Figura 3.13 – Correntes eficazes no indutor e na chave; (a) Corrente eficaz no interruptor; (b) Corrente eficaz no indutor.	56
Figura 4.1 – Circuito do Conversor Classe-E a ser considerado para variações de frequência.	59
Figura 4.2 – Simplificações finais do conversor Classe-E; (a) Ponto nominal; (b) Frequências maiores do que a nominal.	62
Figura 4.3 – Curvas hipotéticas de ressonância para análise de variação de frequência e carga.	64
Figura 4.4 – Variação de Q_1 com relação a constante normalizada de carga, “r”.	64
Figura 4.5 – Curvas de ressonância para diferentes cargas; (a) Curvas de ressonância; (b) Ampliação da região de operação.	64
Figura 4.6 - Janela de razão cíclica vs. Frequência; (a) A_3 constante; (b) Q_1 constante.	65
Figura 4.7 - Ganho estático normalizado vs. frequência de comutação; (a) A_3 constante; (b) Q_1 constante.	66
Figura 4.8 – Malha de Controle.	67

Figura 4.9 Iterações do algoritmo para encontrar solução variando carga e ganho; (a) Variação de carga para ganho máximo; (b) Variação de carga para ganho mínimo.	68
Figura 4.10 – Regulação da saída para diferentes cargas – obtenção da janela de razão cíclica.	69
Figura 4.11 – Frequências de chaveamento necessárias para regulação de acordo com a Figura 4.10.	70
Figura 4.12 - Janela de razão cíclica vs. frequência e carga; (a) Limites da região de operação; (b) Janela global de razão cíclica.	70
Figura 4.13 – Janela global de razão cíclica para o conversor implementado.	71
Figura 4.14 - Janela de razão cíclica vs. frequência e carga, para diferentes parâmetros normalizados de projeto; (a) Diferentes valores de A_3 ; (b) Diferentes valores de Q_1 nominal; (c) Diferentes valores de D nominal. ..	72
Figura 4.15 - Limites da janela de razão cíclica.	73
Figura 5.1 - Limites da janela de razão cíclica.	74
Figura 5.2 – Etapas do retificador de saída; (a) Tensão V_I positiva; (b) Tensão V_I negativa.	75
Figura 5.3 – Principais formas de onda do conversor Classe-E.	79
Figura 5.4 – Harmônicas do conversor Classe-E.	79
Figura 5.5 – Divisão do circuito de acordo com o balanço harmônico.	80
Figura 5.6 – Aproximação da função chaveamento para diferentes razões cíclicas e diferentes números de harmônicas.	82
Figura 5.7 – Erro de aproximação da função chaveamento.	82
Figura 5.8 – Aproximação da função Sinal para diferentes números de harmônicas.	84
Figura 5.9 – Erro de aproximação da função Sinal.	84
Figura 5.10 – Simulação do modelo discreto vs. circuito em Spice.	93
Figura 6.1 – Diagrama de bode da função de transferência controle-saída.	98
Figura 6.2 – Diagrama de bode da função de transferência controle-saída, limitado na metade da frequência de comutação.	98
Figura 6.3 – Contribuição dos Estados.	99
Figura 6.4 – Diagrama de bode antes e depois da simplificação dos estados.	100
Figura 6.5 – Diagramas de Bode e do Lugar das Raízes para a função de transferência completa.	100
Figura 6.6 – Diagramas de Bode e Lugar das Raízes para a função de transferência simplificada.	101
Figura 6.7 – Resposta em Frequência para diferentes indutores de saída.	102
Figura 6.8 – Respostas em frequência para diferentes capacitores de saída.	102
Figura 6.9 - Resposta em frequência para diferentes resistores de carga.	103
Figura 6.10 – Respostas em frequência para diferentes frequências de comutação.	103
Figura 7.1 – Representação do sistema de controle do conversor classe-E em diagrama de blocos.	105
Figura 7.2 – Descrição do funcionamento ideal de um VCO.	106
Figura 7.3 – Representação normalizada dos pontos extremos de operação.	107
Figura 7.4 - Descrição do sistema em diagrama de blocos; (a) Modelo de pequenos sinais; (b) Modelo de grandes sinais.	108
Figura 7.5 – Aproximação do ganho CC em regime permanente.	108
Figura 7.6 - Características dos compensadores utilizando a ferramenta do fator K.	110
Figura 7.7 – Sistema de controle.	111
Figura 7.8 – Reta que representa a função de rastreamento de razão cíclica.	111
Figura 7.9 – Adaptação do rastreamento de razão cíclica.	112
Figura 7.10 – Circuito interno do controlador ressonante.	112
Figura 7.11 – Circuito interno do TL431.	113
Figura 7.12 – Circuito equivalente do optoacoplador.	114
Figura 7.13 - Resposta em frequência para os quatro pontos extremos de operação.	115
Figura 7.14 – Resposta em Frequência do sistema compensado.	118
Figura 7.15 – Circuito de realimentação com fonte auxiliar.	118
Figura 7.16 – Resposta a uma mudança de carga de 108 Ω para 18 Ω para tensão de entrada de 140V.	119
Figura 8.1 - Resposta em frequência do PT.	122
Figura 8.2 - Resultados experimentais, Ch1=Comando do interruptor, Ch2= Corrente no interruptor mais capacitor parasita, Ch3= Tensão o resistor de saída (Req) e Ch4=Tensão no interruptor; (a) $f_s=157kHz$; (b) $f_s=166kHz$	122
Figura 8.3 - Comparação de resultados normalizados com resultados práticos para o PT utilizado; (a) Janela de razão cíclica; (b) Ganho V_o/V_{in}	123
Figura 8.4 – Resultados experimentais para a janela de razão cíclica global; (a) Para tensão de entrada mínima, $V_{cc}=120V$; (b) Para tensão de entrada igual a 1,5 vezes a tensão mínima, $V_{cc}=180V$	124
Figura 8.5 - Circuito de medidas da resposta em frequência; (a) G_{vco} ; (b) G_{vcc}	126
Figura 8.6 – Esquemático do circuito implementado para exercer a função de VCO, driver e somador.	126
Figura 8.7 - Resposta em frequência do ponto A; (a) G_{vco} ; (b) G_{vcc}	127

Figura 8.8 - Resposta em frequência do ponto B; (a) G_{vco} ; (b) G_{vcc}	128
Figura 8.9 – Protótipo utilizado para as medidas de Respostas em Frequência.	129
Figura 8.10 – Protótipo implementado para as medidas em malha fechada.	129
Figura 8.11 - Comparação entre simulação e resultados experimentais para degrais de carga em malha fechada. a) Degrau de carga, 108 Ω para 18 Ω , tensão de entrada de 140V; b) Degrau de carga, 18 Ω para 108 Ω , tensão de entrada de 140V;	130
Figura 8.12 – Formas de onda das comutações para 108 Ω , 140V de entrada; Ch1=Tensão de saída, Ch2=Sinal de comando, Ch3=Tensão sobre o semicondutor principal, Ch4=Corrente no semicondutor principal.	131
Figura 8.13 – Formas de onda das comutações para 18 Ω , 140V de entrada; Ch1=Tensão de saída, Ch2=Sinal de comando, Ch3=Tensão sobre o semicondutor principal, Ch4=Corrente no semicondutor principal.	131
Figura 8.14 – Resultados experimentais para degrais de carga entre 12 e 18 Ohms; a) Degrau de carga, 18 Ω para 12 Ω , tensão de entrada de 160V; b) Degrau de carga, 12 Ω para 18 Ω , tensão de entrada de 160V;	132

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Parâmetros do Transformador Utilizado.	35
Tabela 3.1 – Condições Iniciais Etapa I	40
Tabela 3.2 – Condições Iniciais da Etapa II	41
Tabela 3.3 – Parâmetros normalizados de simulação.	47
Tabela 4.1 – Parâmetros normalizados para variação de frequência e carga.	69
Tabela 7.1 – Pontos extremos de operação.....	107
Tabela 7.2 - Parâmetros do Circuito de Controle.	119
Tabela 8.1 – Parâmetros do Conversor Implementado.....	121
Tabela 8.2 - Resultados Experimentais para $V_{cc}=200V$	122
Tabela 8.3 – Pontos de Operação Utilizados para as Medidas de Resposta em Frequência.....	125

ABREVIações E SIGLAS UTILIZADAS

CA.....	Corrente Alternada
CC.....	Corrente Contínua
CCFL.....	Cold Cathode Fluorescent Lamp – Lâmpada Fluorescente de Cathodo frio
CCM.....	<i>Continuous Constant Mode</i> – modo de condução contínuo
CTR.....	<i>Current Transfer Ratio</i> – Taxa de Transferência de Corrente
DCM.....	<i>Discontinuous Constant Mode</i> – modo de condução descontinuo
DSP.....	<i>Digital Signal Processor</i> – Processador Digital de Sinais
EMC.....	<i>Electromagnetic Compactibility</i> – Compatibilidade Eletromagnética
EMI.....	<i>Electromagnetic Interference</i> – interferência eletromagnética
FDE.....	Funções Descritivas Extendidas
FFT.....	Transformada de Fourier
FM.....	<i>Frequency Modulation</i> – Modulação em Frequência
IGBT.....	<i>Insulated Gate Bipolar Transistor</i>
LED.....	<i>Light-Emitting Diode</i> – Diodo emissor de Luz
MOSFET.....	<i>Metal Oxide SemiconductorField Effect Transistor</i>
PT.....	Transformador Piezoelétrico
PWM.....	<i>Pulse Width Modulation</i> – Modulação por Largura de Pulso
PZT.....	Titato-zirconato de chumbo
TF.....	<i>Transfer Function</i> – Função de Transferência
THD.....	Taxa de Distorção Harmônica
VCO.....	<i>Voltage Controlled Oscillator</i> – Oscilador controlado por tensão
ZVS.....	<i>Zero Voltage Switching</i> – Comutação em zero de tensão

SIMBOLOGIA UTILIZADA

A_1	Constante Normalizada 1, que relaciona ω_1 e ω_s
A_2	Constante Normalizada 2, relaciona ω_2 e ω_s
A_3	Constante Normalizada 3, relaciona ω_3 e ω_s
A_{E1-E2}	Matriz do sistema de estados que representa as dinâmicas do conversor
B_{E1-E2}	Matriz do sistema de estados que relaciona a entrada com o sistema
B_n	Matriz normalizada que relaciona a entrada com os estados
Boost	Aumento de fase do compensador na frequência de corte
C	Capacitor ressonante do PT
$C(s)$	Função de transferência do compensador
C_1	Capacitor equivalente em paralelo com o interruptor S_1 , soma de C_{d1} com C_{sw}
C_{c1-c2}	Capacitores do compensador
C_{d1}	Capacitância de entrada do PT
C_{d2}	Capacitância de saída do PT
C_{d2}'	Capacitância de saída do PT refletida ao primário
C_{fo}	Capacitor de filtro de saída
C_n	Matriz normalizada que relaciona os estados com a saída
C_N	Capacitor ressonante do PT refletido ao secundário
C_{polo}	Capacitor que implementa o pólo do compensador
C_s	Capacitor ressonante série do circuito equivalente final
C_{seq}	Capacitor C_{d2}' transformado para série
C_{sw}	Capacitor equivalente paralelo do interruptor S_1
C_{T1}	Capacitância total da entrada do PT, medida com ponte LCR
C_{T2}	Capacitância total da saída do PT, medida com ponte LCR
C_{zero}	Capacitor que implementa o zero do compensador

d	Constante piezoelétrica
D	Polarização das cargas elétricas
D	Razão cíclica
D_{5-8}	Diodos da ponte retificadora de saída
D_{max}	Razão cíclica máxima de operação
D_{min}	Razão cíclica mínima de operação
D_n	Matriz normalizada que representa a entrada com a saída
D_{sw}	Diodo em antiparalelo com o interruptor S_1
E	Campo elétrico
f	Variável que representa a variação normalizada da frequência
f_a	Frequência de anti-ressonância, susceptância=0 no círculo de admitância
f_c	Frequência de corte
f_m	Frequência da banda lateral
f_m	Frequência da máxima admitância no círculo de admitância
f_n	Frequência da admitância mínima
$f_{O1-O2-O3}$	Frequências de ressonância para determinados pontos
f_p	Frequência de ressonância paralela no círculo de admitância
f_{polo}	Frequência do polo do compensador
f_r	Frequência de ressonância, susceptância=0 no círculo de admitância
f_s	Frequência de ressonância série no círculo de admitância
f_{vco}	Frequência na saída do VCO
f_{zero}	Frequência do zero do compensador
G_{comp}	Ganho do compensador
G_{max}	Condutância máxima medida no círculo de admitância
$G_{vfs}(s)$	Função de transferência do planta
H_v	Ganho do sensor de tensão
i	Números inteiros utilizados no somatório
I_{cc}	Corrente normalizada CC de entrada
i_L	corrente no indutor de entrada
i_{Lf}	corrente no indutor do filtro de saída
$Im[]$	Parte imaginária de um número ou função
I_{s_pk}	Corrente de pico normalizada no interruptor
I_{s_rms}	Corrente eficaz normalizada no interruptor
i_{S1}	corrente no semiconductor

j	Variável complexa
K	Fator utilizado para cálculo do compensador
κ	Representa uma respectiva harmônica da série de Fourier
k_{vco}	Ganho do VCO
L	Indutor ressonante do PT
L_N	Indutor ressonante do PT refletido ao secundário
L_o	Indutor de filtro de saída
m	Inclinação da reta de razão cíclica
N	Relação de transformação do transformador ideal equivalente do PT
O_{RP}	Matriz que representa a dinâmica do modelo de pequenos sinais
P	Polarização
P_{fc}	Margem de fase na frequência de corte
P_m	Margem de fase requerida
P_{RP}	Matriz de relação dos estados com a entrada do modelo de pequenos sinais
P_o	Potência no resistor equivalente de saída, R_s
Q_I	Fator de qualidade do conversor classe-E
Q_4	Fator de qualidade 4, relaciona ω_4 , L e R_{eq}'
R	Resistor que representa as perdas mecânicas do PT
r	Variável que representa a variação normalizada da carga
R_{bias}	Resistência que polariza o TL431
R_{c2}	Resistores do compensador
$Re[]$	Parte de um número ou função
R_{eq}	Resistor equivalente de carga refletido para antes do retificador
R_{eq}'	Resistor R_{eq} refletido para o primário
R_{fsmax}	Resistência que seta a frequência máxima de comutação
R_{fsmin}	Resistência que seta a frequência mínima de comutação
R_{led}	Resistência do LED do optoacoplador
R_{Lo}	Resistor de carga
R_{lower}	Resistência inferior do divisor resistivo
R_N	Resistor que representa as perdas mecânicas do PT, refletido ao secundário
R_s	Resistor série do circuito equivalente final
R_{seq}	Resistor R_{eq}' transformado para série
R_{upper}	Resistência superior do divisor resistivo

S	Deformação mecânica
$s(t)$	Função chaveamento
S_I	Interruptor principal do conversor
s^E	Complacência elástica para um dado campo elétrico constante
$\text{sgn}(t)$	Função sinal
T	Período de chaveamento
T	Pressão mecânica
T	Pressão mecânica
t	tempo
t_0	tempo inicial da primeira etapa de operação
t_1	tempo inicial da segunda etapa de operação
t_2	tempo final da segunda etapa de operação
T_S	Período de comutação
\hat{u}	Entrada do sistema de espaço de estados de pequenos sinais
U	Excitação de entrada do sistema de estados
V_1	Tensão no capacitor C_{d2}
V_{cc}	Tensão de entrada do conversor, valor CC no capacitor de filtro de entrada
V_{CC}	Tensão de entrada em regime permanente
V_{cc_aux}	Tensão auxiliar para o circuito de controle
v_{Cd1}	tensão no capacitor de entrada do PT, tensão no semiconductor
v_{Cs}	tensão no capacitor ressonante
V_e	Tensão de erro
V_{in}	Tensão de entrada do Transformador Piezoelétrico
V_{O_RMS}	Corrente eficaz normalizada de saída, através do resistor R_S
V_{O_RMS}	Tensão eficaz normalizada de saída, em cima do resistor R_S
V_{out}	Tensão de saída do Transformador Piezoelétrico
V_{ref}	Referência de tensão
V_{s_pk}	Tensão de pico normalizada no interruptor
V_{s_rms}	Tensão eficaz normalizada no interruptor
\hat{v}_{cc}	Perturbação na tensão de entrada
V_{vco}	Tensão de entrada do VCO
X_{E1-E2}	Matriz de estados da etapa 1 e da etapa 2
X_i	Valor em regime permanente das variáveis de estado do modelo de grandes sinais

x_i	Variáveis de estado do modelo de grandes sinais
\hat{x}_i	Perturbação em cima das variáveis de estado do modelo de grandes sinais
X_n	Matriz de estados do sistema normalizado
Y_i	Valor em regime permanente das variáveis de estado do modelo de grandes sinais
\hat{y}_i	Perturbação em cima das variáveis de estado do modelo de grandes sinais
y_i	Variáveis de estado do modelo de grandes sinais
Y_n	Matriz de saída do sistema normalizado
ω_1	Frequência característica 1, que relaciona L e C_s
ω_2	Frequência característica 2, relaciona L e C_1
ω_3	Frequência característica 3, relaciona L_f e C_1
ω_4	Frequência característica 4, que relaciona L e C_{d2}'
ω_5	Frequência característica 5, relaciona L e C
ω_s	Frequência angular de comutação
$\hat{\omega}_s$	Perturbação na frequência angular de comutação
\hat{z}	Matriz de estados do modelo de pequenos sinais
α	Relação entre a resistência R_s e R_{CC} vista pela entrada
Δf	Diferença de Frequência entre o ponto de ressonância e o ponto 1
ε^T	Permissividade para uma dada pressão constante
Ω_s	Frequência angular de comutação em regime permanente

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO GERAL	22
1.1 Introdução.....	22
1.2 Aplicações dos Transformadores Piezoelétricos e Motivação do Trabalho.	22
1.3 Revisão bibliográfica sobre modelo de conversores piezoelétricos e objetivos da dissertação	24
1.4 Escopo e contribuição da proposta de dissertação.	26
2 TRANSFORMADORES PIEZOELÉTRICOS	28
2.1 Introdução.....	28
2.2 Princípio de Operação.....	28
2.3 Modelo Elétrico Equivalente	30
2.4 Obtenção do modelo elétrico equivalente através de medidas de resposta em frequência	32
2.5 Levantamento dos parâmetros do PT utilizado neste trabalho.....	34
2.6 Breves comentários sobre densidade de potência e perdas.....	35
3 ANÁLISE NORMALIZADA DO CONVERSOR CLASSE-E.....	37
3.1 Introdução.....	37
3.2 Descrição do Circuito.....	37
3.2.1 Etapas de Operação	39
3.3 Normalização	41
3.3.1 Circuitos Ressonantes.....	42
3.3.2 Circuitos Dissipativos.....	43
3.3.3 Sistema de espaço de estados independente da frequência.....	43
3.3.4 Sistema de espaço de estados independente da tensão de entrada e demais parâmetros	43
3.3.5 Definição das variáveis de estado.....	44
3.3.5.1 Fonte de tensão.....	44
3.3.5.2 Fonte de corrente.....	45
3.3.5.3 Variáveis de estado do conversor Classe-E.....	45
3.3.6 Sistema normalizado em espaço de estados com variáveis auxiliares.....	45
3.4 Solução em regime permanente	46
3.4.1 Sistema normalizado em espaço de estados com variáveis reais.....	48
3.5 Análise Estática Normalizada	51
3.6 Sumário do capítulo	57

4 MODELO ESTÁTICO COM VARIAÇÃO DE FREQUÊNCIA DE COMUTAÇÃO E CARGA.....	58
4.1 Introdução.....	58
4.2 Considerações sobre o circuito equivalente.....	58
4.3 Desenvolvimento matemático.....	59
4.4 Solução em regime permanente.....	61
4.5 Análise normalizada com variação de frequência e carga.....	63
4.6 Regulação normalizada da saída e janela global de razão cíclica.....	67
4.7 Sumário do Capítulo.....	73
5 MODELAGEM MATEMÁTICA DE GRANDES SINAIS.....	74
5.1 Introdução.....	74
5.2 Equações de estado não lineares.....	74
5.3 Modelo médio generalizado em espaço de estados.....	77
5.4 Aproximação harmônica.....	78
5.5 Funções descritivas estendidas.....	80
5.5.1 Função Comutação.....	81
5.5.2 Função Sinal.....	83
5.6 Derivação do modelo de grandes Sinais.....	84
5.6.1 Derivação da corrente do indutor de entrada: coeficiente $k=0$	85
5.6.2 Derivação da corrente do indutor de entrada: coeficiente $k=1$	86
5.6.3 Derivação da tensão do capacitor C_1 : coeficiente $k=0$	87
5.6.4 Derivação da tensão do capacitor C_1 : coeficiente $k=1$	88
5.6.5 Derivação da corrente do indutor L : coeficiente $k=1$	88
5.6.6 Derivação da tensão no capacitor C : coeficiente $k=1$	89
5.6.7 Derivação da tensão no capacitor C_{d2} : coeficiente $k=1$	89
5.6.8 Derivação da corrente no indutor L_o : coeficiente $k=0$	90
5.6.9 Derivação da tensão no capacitor C_{f0} : coeficiente $k=0$	91
5.7 Modelo em espaço de estados de grandes sinais e solução em regime permanente.....	91
5.8 Simulações.....	93
5.9 Sumário do capítulo.....	93
6 MODELAGEM MATEMÁTICA DE PEQUENOS SINAIS.....	94
6.1 Introdução.....	94
6.2 Perturbação e Linearização.....	94
6.3 Modelo de Pequenos Sinais.....	97
6.4 Simulações.....	98
6.4.1 Variações paramétricas.....	101
6.5 Sumário do capítulo.....	104
7 PROJETO E IMPLEMENTAÇÃO DO SISTEMA EM MALHA FECHADA.....	105
7.1 Introdução.....	105
7.2 Sistema de Controle.....	105
7.3 Projeto do Compensador.....	108

7.3.1 Análise da malha de controle.....	110
7.3.2 Análise dos pontos de operação e projeto do compensador	114
7.3.3 Procedimento de projeto do compensador.....	116
7.3.4 Circuito auxiliar para contornar a limitação do ganho.....	118
7.4 Sumário do capítulo.	120
8 RESULTADOS EXPERIMENTAIS	121
8.1 Introdução.....	121
8.2 Resultados da Análise Normalizada.	121
8.3 Resultados da Modelagem de Pequenos Sinais.	125
8.4 Resultados em Malha Fechada.....	129
8.5 Sumário do capítulo.	132
9 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	134
REFERÊNCIAS	136
APÊNDICE A - MATRIZES DO MODELO DE GRANDES SINAIS	139
APÊNDICE B - DERIVAÇÃO DO MODELO DE PEQUENOS SINAIS	142
APÊNDICE C - SIMULAÇÃO DO VCO.....	148

1 INTRODUÇÃO GERAL

1.1 Introdução

Este capítulo tem como objetivo principal apresentar uma breve discussão sobre as características competitivas dos transformadores piezoelétricos e as aplicações que se encaixam nesta tecnologia. Também serão explorados os motivos que levaram ao desenvolvimento de uma análise normalizada e um novo modelo de pequenos sinais para o conversor Classe-E. Os motivos são fundamentados em lacunas observadas na literatura com relação à modelagem de conversores piezoelétricos.

1.2 Aplicações dos Transformadores Piezoelétricos e Motivação do Trabalho.

Transformadores Piezoelétricos (PTs) são uma alternativa atrativa para reduzir tamanho, peso e volume de equipamentos eletrônicos de baixa potência (menores do que 100W). Os PTs permitem a operação em alta frequência, apresentam alta eficiência (97%), e alta densidade de potência ($40\text{W}/\text{cm}^3$), [1], [2] e [3].

Como a tendência de equipamentos eletrônicos modernos é a miniaturização, os PTs vêm sendo cada vez mais utilizados pela indústria. Uma comparação visual entre um transformador convencional eletromagnético e um transformador piezoelétrico pode ser observada na Figura 1.1. Ambos são aplicados em um inversor de 6W [3].

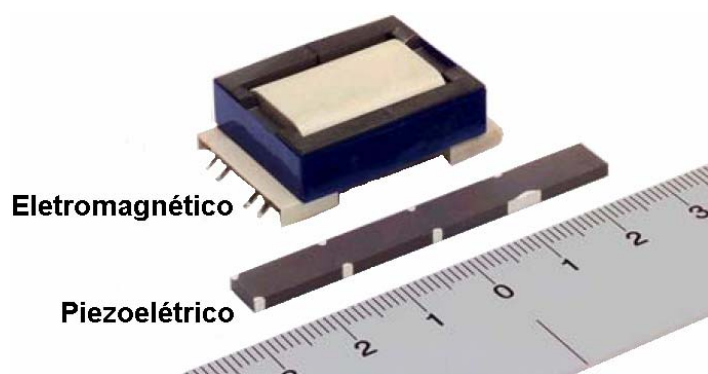


Figura 1.1 – Comparação entre transformador Piezoelétrico e Eletromagnético para um inversor de 6W.

PTs são compostos de cerâmicas piezoelétricas bastante compactas e leves, também são baratos para fabricar em grande escala [4]. Sua aplicação mais difundida é a implementação de inversores para iluminação de fundo (*backlighting*) com lâmpadas do tipo CCFL (Lâmpada Fluorescente de Catodo Frio) [5]. Isso porque, com a utilização de PTs, é relativamente fácil obter tensões na ordem de kV à partir de baterias encontradas em equipamentos de consumo, sem a utilização de várias espiras no enrolamento secundário como nos transformadores eletromagnéticos convencionais [4]. Esta grande relação de transformação é obtida através da geometria ds PTs. Este mercado engloba inúmeros produtos que estão em expansão de vendas, como telas de telefones celulares, laptops e televisores. Além deles, inúmeros visores utilizados em interface homem máquina, relógios, painéis informativos, equipamentos de reprodução de música, etc. Outras aplicações elevadoras de tensão são raios gama para verificação de bagagens em aeroportos (100kV) e aplicações de alta tensão para comunicação espacial [3].

As aplicações abaixadoras também têm um campo promissor, como equipamentos conectados na linha, que necessitam alta relação de transformação e baixa potência. Dentre elas se encontram conversores para iluminação com LEDs [6], carregadores de bateria, fontes para notebook, carregadores de celular, fontes para monitores, dentre outras, [1] .

Existem aplicações tanto elevadoras como abaixadoras que a potência é alta para os padrões dos PTs, nesses casos é possível projetar o sistema para operar com conversores em paralelo, aumentando a potência processada e mantendo as características favoráveis dos PTs [3] e [7].

As topologias apropriadas para conversores piezoelétricos são do tipo ressonante. Isso se deve ao fato do circuito equivalente dos PTs apresentar componentes reativos [8]. As topologias mais comuns são: Classe-E, Meia Ponte e Ponte Completa [8]. A combinação de PTs e conversores ressonantes permite projetos de alta eficiência e rápida resposta dinâmica [1], permitindo a comutação suave em zero de tensão (ZVS) de forma natural nas chaves semicondutoras [9]. A obtenção da comutação suave só se deve a estratégia de modulação e das características intrínsecas do circuito, e nenhum componente externo necessita ser inserido no sistema de potência. Este benefício é considerável, uma vez que operando em ZVS, o conversor emite menos ruídos para a rede e aumenta a eficiência [9].

Devido à operação através de oscilações mecânicas, os PTs não influenciam eletromagneticamente o circuito aos seu redor. Esta característica é interessante, uma vez que é possível implementar produtos compactos, sem problemas de interferência entre os componentes devido a proximidade.

A qualidade de produção dos PTs vem sendo melhorada com o desenvolvimento de tecnologias para produção das cerâmicas, e já são considerados componentes confiáveis e robustos [4]. A robustez também se deve ao fato de não oferecer risco de incêndio, mesmo em caso de curtos-circuitos.

Apesar de apresentar várias vantagens, os conversores piezoelétricos oferecem complexidade na modelagem devido ao elevado número de elementos ressonantes no circuito. Várias simplificações são assumidas na literatura para simplificar essa análise, mas se tornam algumas vezes grosseiras e eliminam informações importantes do circuito. As características promissoras desta tecnologia e a necessidade de um modelo preciso motivam a realização desse trabalho.

1.3 Revisão bibliográfica sobre modelo de conversores piezoelétricos e objetivos da dissertação

Uma metodologia normalizada foi apresentada por [10]. O autor utilizou a topologia Classe-E para mostrar que é possível eliminar a necessidade de parâmetros de projeto para realizar a análise do conversor. Mais tarde, [11] estendeu esta análise utilizando espaço de estados. O método foi aplicado à comparação normalizada dos conversores Classe-E e Meia Ponte ressonantes utilizando PTs. O estudo considerou ganho, condições de ZVS e seleção de parâmetros normalizados do circuito, energia reativa, dentre outras. Foi mostrado que este método favorece a seleção do melhor ponto de projeto para cada conversor e permite a comparação entre topologias, devido às características dos conversores estarem normalizadas.

Um modelo dinâmico para o conversor Classe-E foi apresentado por [12] e [13]. O método divide o conversor em um circuito de baixa frequência relacionado ao filtro de saída, e outro de alta frequência que corresponde à parte ressonante do conversor. Os autores utilizaram modulação em frequência (FM) para ajustar o ganho de entrada-saída e compensar variações de entrada e carga. Porém, a variação da frequência de chaveamento não foi analisada de forma normalizada. Este inconveniente traz novamente a necessidade de

parâmetros de projeto, como potência de saída, tensões de entrada e saída. Além disso, [14] mostrou que para cada frequência de chaveamento do conversor Classe-E existe uma gama de valores de razão cíclica que propicia ZVS (janela de razão cíclica). O autor aproximou esta chamada janela de razão cíclica através de simulações e algumas equações de forma simplificada, sem considerar parâmetros importantes.

Analisar conversores de elevada ordem de forma normalizada facilita a obtenção de um ponto ótimo de operação e até mesmo a comparação de diferentes topologias. Particularmente para o conversor classe-E, facilita a obtenção da janela global de razão cíclica simulada em [14]. Então, com o objetivo de aprofundar a análise matemática normalizada aplicada a conversores piezoelétricos, este trabalho tem como contribuição inicial a obtenção do modelo estático com variação normalizada de frequência e carga para o conversor Classe-E. Este modelo tem a capacidade de mostrar de forma normalizada todas as características do circuito: estresses nos semicondutores, energia reativa, ganho estático e janela de razão cíclica.

No que diz respeito ao modelo dinâmico apresentado [12] e [13], as funções de transferência foram obtidas de forma empírica. O ganho CC da função de transferência provém de uma solução numérica normalizada do circuito. Isto pode ser bastante demorado para aperfeiçoar o projeto. Além disso, as dinâmicas do sistema não foram devidamente representadas devido às funções de transferências simplificadas.

Uma metodologia mais adequada para modelar conversores ressonantes foi mostrada em [15] e [16]. A metodologia permite obter o modelo de pequenos sinais de conversores ressonantes utilizando aproximação por séries de Fourier. As topologias utilizadas em [15] e [16] são simples comparadas ao conversor classe-E com PT. Em [17], o modelo de grandes sinais para o conversor Classe-E foi derivado utilizando a metodologia apresentada em [15] e [16], mas o modelo de pequenos sinais não foi obtido.

O modelo de grandes sinais não é aplicável quando a malha de controle deve ser projetada. Este trabalho mostra como segunda contribuição, o procedimento para obter o modelo de pequenos sinais para o conversor classe-E com PT baseado na metodologia de média generalizada mostrada em [15] e [16]. Adicionalmente, uma simplificação importante durante a derivação do modelo foi considerada. O resultado da janela de razão cíclica obtido de forma normalizada será utilizado para simplificar as perturbações na razão cíclica durante a derivação do modelo. Isso se deve ao fato de que quando o conversor está operando em ZVS,

a razão cíclica não influencia o modelo de pequenos sinais. Esta simplificação facilita a derivação do modelo.

Este é o primeiro trabalho a validar a metodologia mencionada para um conversor ressonante com elevada ordem. O modelo analítico obtido inclui os pólos e zeros relevantes do sistema, e torna bem útil a análise de resposta em frequência. Também se torna fácil realizar variações paramétricas e projetar o compensador, sem a necessidade das soluções numéricas apresentadas em [12] e [13].

Finalmente, um protótipo abaixador de 3W com entrada universal e saída de 6V CC foi implementado. Este protótipo foi utilizado para provar a janela de razão cíclica obtida de forma normalizada, e comparar as respostas em frequência medidas com as obtidas no modelo matemático. Por fim, o projeto de um compensador foi realizado para operar o sistema e comprovar o funcionamento empregando as duas partes distintas do trabalho, a análise normalizada, e a derivação do modelo de pequenos sinais.

1.4 Escopo e contribuição da proposta de dissertação.

Esta dissertação de mestrado tem como objetivo desenvolver um modelo dinâmico de pequenos sinais para o conversor Classe-E utilizando transformador piezoelétrico. Para tal, é realizada uma análise, primeiramente, de grandes sinais onde serão derivadas equações que demonstram a característica do conversor quando este opera em regime permanente, e após esta análise, será desenvolvida a derivação do modelo dinâmico de pequenos sinais.

No capítulo 2 é apresentada a teoria sobre o funcionamento dos transformadores piezoelétricos e os principais tipos existentes. Detalhes sobre o circuito elétrico equivalente e como levantar os parâmetros através de medidas também são demonstrados. Este procedimento foi aplicado ao transformador radial utilizado neste trabalho. Por fim, são colocados alguns comentários sobre a cerâmica e as limitações físicas para implementação dos PTs.

No capítulo 3 é apresentada a metodologia de derivação dos modelos normalizados. A derivação é mostrada utilizando o conversor Classe-E. A interpretação dos gráficos normalizados também foi inserida neste capítulo.

No capítulo 4 o modelo normalizado foi incrementado considerando informações sobre variação de carga e frequência de chaveamento de forma normalizada. Esta é a primeira contribuição desta dissertação.

No capítulo 5 o modelo de grandes sinais do conversor Classe-E é obtido. Detalhes importantes sobre a metodologia utilizada, análise das harmônicas do conversor são mostradas. Foram realizadas comparações entre o modelo matemático e simulações em SPICE.

No capítulo 6 o modelo de pequenos sinais do conversor Classe-E é derivado, constituindo a segunda contribuição desta dissertação. Devido à elevada ordem do modelo, uma maneira de simplificar as funções de transferência foi mostrada. Foram realizadas simulações de resposta em frequência pra entender o comportamento do conversor para diferentes parâmetros e diferentes pontos de operação.

No capítulo 7 o sistema foi analisado em malha fechada. O projeto do compensador e o circuito utilizado para a implementação foram mostrados.

No capítulo 8 foram apresentados os resultados experimentais. Primeiramente para a análise normalizada, através de curvas comparando a região de razão cíclica medida experimentalmente e a simulada. Também foram feitas comparações entre medidas de resposta em frequência com as funções de transferência. Por último, foram mostradas figuras comparando as respostas do sistema em malha fechada na simulação com as medidas experimentais.

No capítulo 9 são apresentadas as conclusões finais da dissertação, bem como sugestões de trabalhos futuros.

2 TRANSFORMADORES PIEZOELÉTRICOS

2.1 Introdução.

Este Capítulo tem como objetivo apresentar uma breve discussão sobre os princípios de operação dos transformadores piezoelétricos, mostrando os tipos de transformadores e o circuito elétrico equivalente dos mesmos. Será mostrado também, como realizar o levantamento dos parâmetros do circuito equivalente através de medidas de resposta em frequência. O procedimento será aplicado para um transformador radial que será utilizado no decorrer desta dissertação.

2.2 Princípio de Operação

Os PTs são constituídos por transdutores e atuadores acoplados de forma eletromecânica. No primário ocorre o chamado efeito piezoelétrico reverso, onde a cerâmica se deforma ao ser aplicado um campo elétrico (atuador). O secundário sofre o efeito piezoelétrico direto, onde a deformação mecânica oriunda do primário provoca uma polarização da cerâmica (transdutor).

As cerâmicas piezoelétricas são classificadas como “*soft*” e “*hard*”. As do tipo “*soft*” apresentam alta sensibilidade e grandes deslocamentos. Os PTs são construídos com materiais do tipo “*hard*”, que proporcionam maior densidade de potência, pequeno deslocamento e baixa sensibilidade. O material mais utilizado é o Titato-zirconato de chumbo (PZT), devido aos elevados coeficientes de acoplamento, alta temperatura de despolarização (*Curie temperature*) e facilidade de polarização no momento da fabricação [18] e [19].

A funcionalidade dos PTs depende da relação entre polarização (P) e a pressão mecânica (T) em cada um dos estágios, primário ou secundário dos mesmos. No modo de operação longitudinal, a polarização ocorre paralelamente com a pressão (consequentemente deformação) como mostra a Figura 2.1(a). No modo transversal a polarização e a deformação se relacionam de forma perpendicular [20], como mostra a Figura 2.1(b):

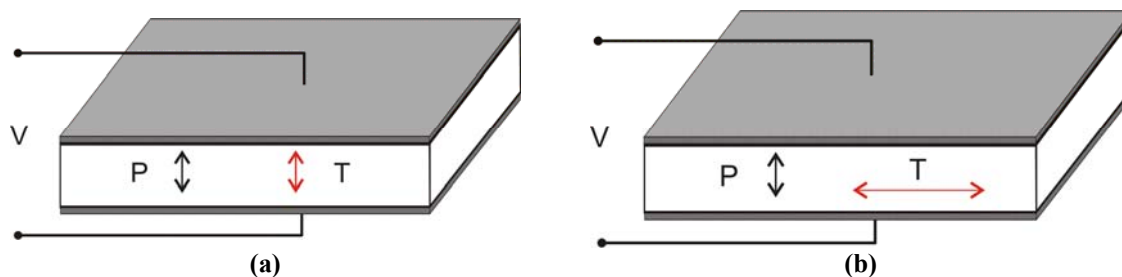


Figura 2.1 – Elemento Piezoelétrico; (a) Modo Longitudinal; (b) Modo Transversal.

Existem três categoriais principais de PTs [20], o de vibração radial (*Radial mode*) [21], o de vibração na espessura (*Thickness mode*) [22] e o *Rosen-type* [23] que estão respectivamente ilustrados na Figura 2.2

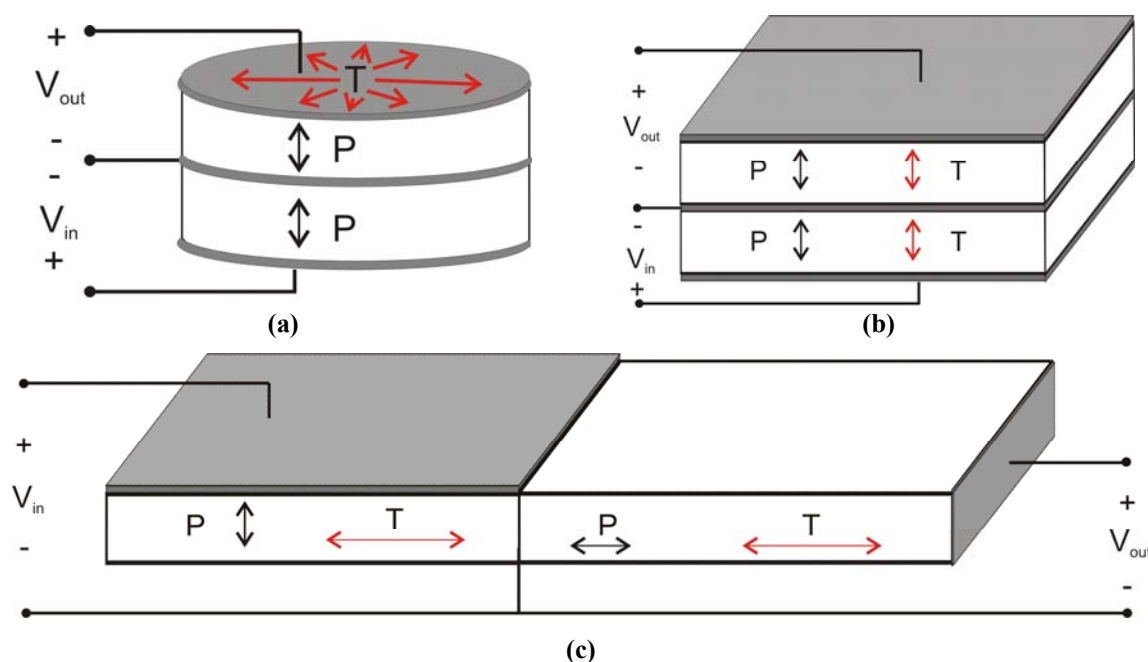


Figura 2.2 – Tipos mais comuns de PTs; (a) Radial Mode; (b) Thickness mode; (c) Rosen Type.

O PT chamado *Radial* é uma combinação de um atuador de vibração transversa no primário, com um transdutor de vibração transversa no secundário. O PT chamado de *Thickness* é uma combinação de um atuador de vibração longitudinal no primário, com um transdutor de vibração longitudinal no secundário. O *Rosen-type* é uma combinação de um atuador transversal, com um transdutor longitudinal [20] e [23].

Usando como exemplo o PT radial, quando uma tensão de entrada (V_{in}) é aplicada no primário, o material se torna polarizado na direção paralela a espessura (direção 3). Neste caso, devido a estrutura da cerâmica, a maior vibração ocorre na direção planar (plano entre 2 e 1 ilustrado na Figura 2.3), perpendicular à polarização. Esta vibração é transmitida também

na direção planar para o secundário devido à fixação mecânica entre eles. Esta vibração induz cargas elétricas nos eletrodos perpendiculares a ela (direção 3), gerando a tensão de saída V_{out} como mostra a Figura 2.3.

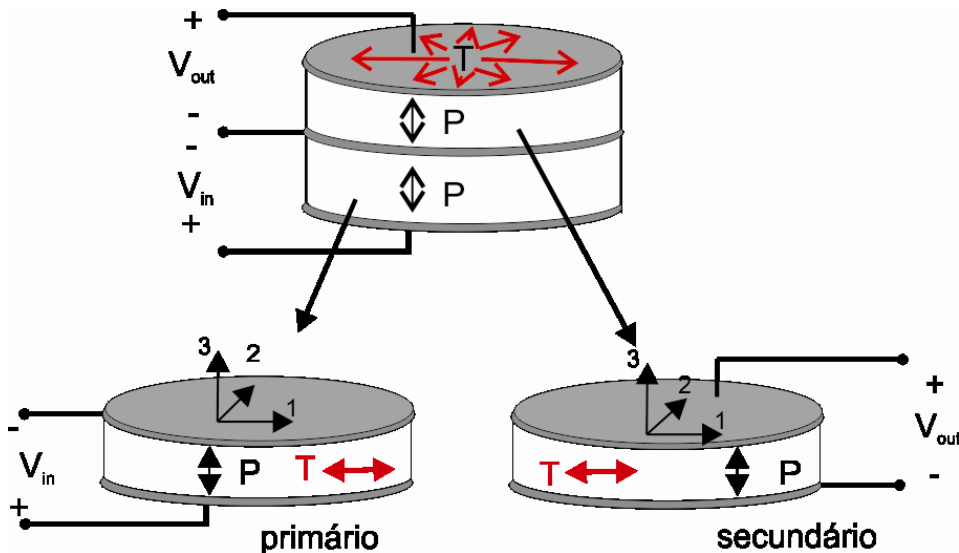


Figura 2.3 – PT de modo Radial.

2.3 Modelo Elétrico Equivalente

A obtenção do modelo elétrico equivalente dos PTs é uma tarefa complexa já desenvolvida por alguns autores [8] e [24]. Porém, alguns princípios devem ser entendidos para facilitar a compreensão do funcionamento. O primeiro ponto são simplificações sobre o modelo [20]:

- (1) Não ocorrem perdas mecânicas entre as camadas de cerâmica, e entre a cerâmica e elementos como a cola de fixação e os fios condutores;
- (2) O atuador e o transdutor vibram de forma idêntica um com o outro, sem perdas;
- (3) Se o PT do tipo radial é considerado, vibrações em outras direções que não na direção radial são desprezadas.

As leis que regem a piezoelectricidade são definidas pelas equações piezoelectricas lineares (2.1) e (2.2).

$$S = s^E T + dE \quad (2.1)$$

$$D = dT + \varepsilon^T E \quad (2.2)$$

Sendo: S é a deformação mecânica, T é a pressão mecânica, E é o campo elétrico, D é a polarização das cargas elétricas, d é a constante piezoelétrica, s^E é a complacência elástica para um dado campo elétrico constante, e ε^T é a permissividade para uma dada pressão constante.

O processo de modelagem utiliza das simplificações e das equações piezoelétricas, de forma a obter um circuito elétrico equivalente para o Transformador Piezoelétrico como um todo [8] e [24]. O circuito elétrico equivalente final é formado pela união dos circuitos elétricos do primário e do secundário, como mostra a .

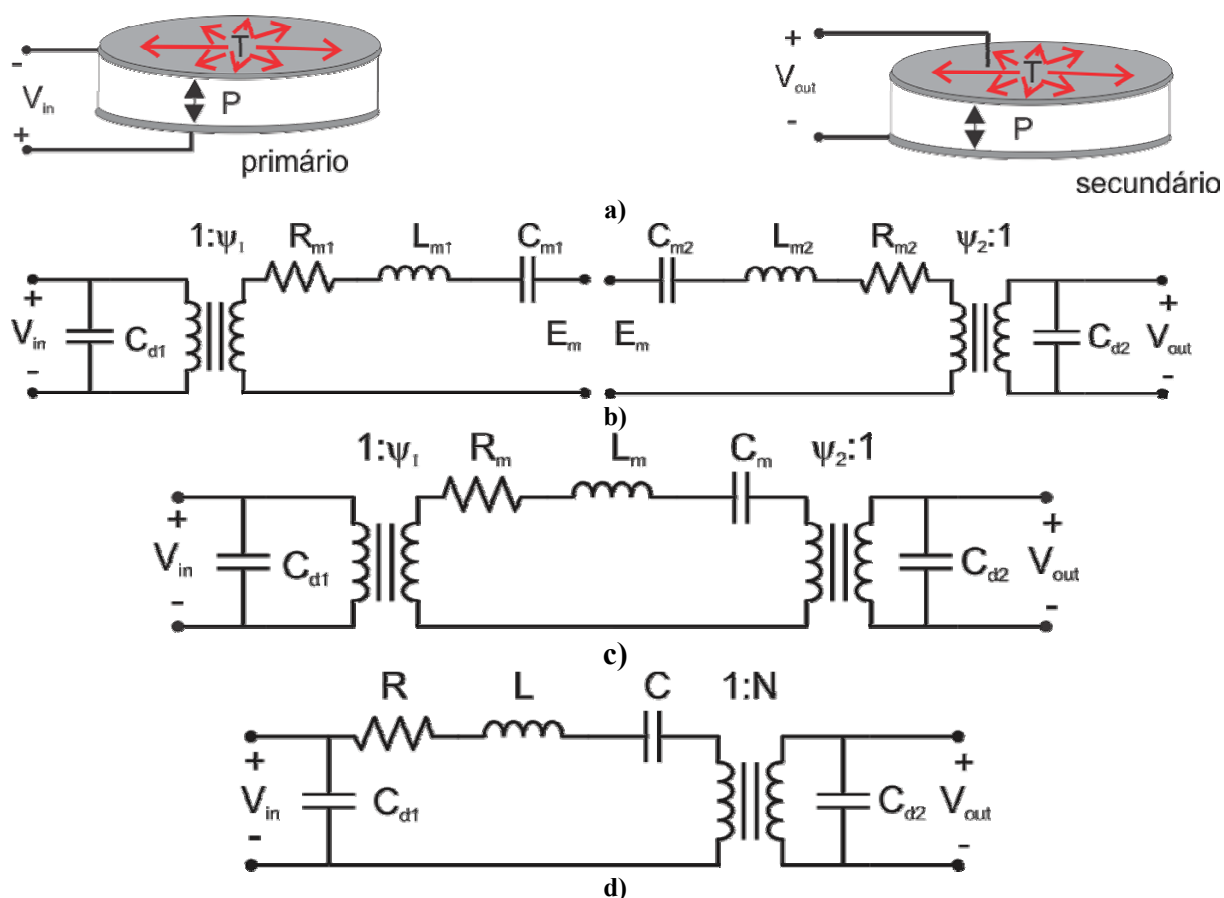


Figura 2.4 - Modelo elétrico equivalente; a) Estrutura física; b) Modelos do primário e secundário; c) Primário e secundário unidos; d) Modelo final;

Além das estruturas de uma camada como as mostradas na Figura 2.3, alguns PTs são compostos por multicamadas, normalmente com o objetivo de aumentar o ganho ou obter alguns outros parâmetros específicos [8].

2.4 Obtenção do modelo elétrico equivalente através de medidas de resposta em frequência

O método mais comum utilizado para extrair os parâmetros dos PTs é baseado em medidas de resposta em frequência. Devido a similaridade no modelo, este método é o mesmo utilizado para obter o circuito equivalente de elementos de quartzo utilizados em osciladores [8] e [24].

O primeiro passo baseia-se na medida da admitância de entrada do PT em torno da frequência de ressonância de interesse, curto-circuitando-se a saída. O circuito a ser considerado está ilustrado na Figura 2.5.

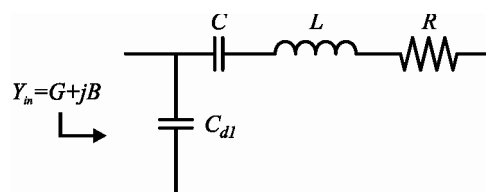


Figura 2.5 - Medida do círculo de admitância da entrada do PT.

Os valores de condutância e susceptância são plotados em eixos G-B, resultando no chamado Círculo de Admitância ilustrado na Figura 2.6.

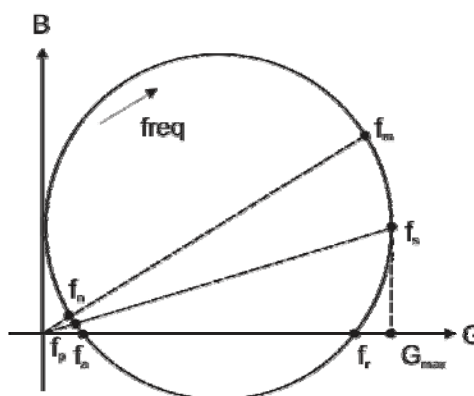


Figura 2.6 - Círculo de Admitância.

As frequências de interesse neste círculo são definidas como:

- $f_m \rightarrow$ frequência da máxima admitância.
- $f_s \rightarrow$ frequência de ressonância série, dada por:

$$2\pi f_s = \omega_s = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.3)$$

- $f_r \rightarrow$ frequência de ressonância, susceptância=0 ;
- $f_a \rightarrow$ frequência de anti-ressonância, susceptância=0;

- $f_p \rightarrow$ frequência de ressonância paralela, dada por:

$$2\pi f_p = \omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC \parallel C_{d1}}} \quad (2.4)$$

- $f_n \rightarrow$ frequência da admitância mínima;

Mais um valor precisa ser encontrado para resolver este sistema. Neste caso mede-se o valor da capacitância vista na entrada do transformador com o mesmo circuito da Figura 2.5. Utiliza-se frequência baixa, geralmente em torno de 1 kHz, onde a impedância do indutor L é mínima e a admitância do capacitor C é maior do que $1/R$. Dessa forma, obtém-se um capacitor equivalente na entrada definido como:

$$C_{T1} = C_{d1} + C \quad (2.5)$$

Ao trabalhar as equações (2.3) e (2.4), obtêm-se uma equação para C_{d1} :

$$C_{d1} = \frac{\omega_{s1}^2}{\omega_{p1}^2} C_{T1} \quad (2.6)$$

Ao conhecer o valor de C utilizando (2.5), pode-se encontrar o valor de L através de:

$$L = \frac{1}{\omega_{s1}^2 C} \quad (2.7)$$

A resistência que representa as perdas mecânicas é obtida por:

$$R = \frac{1}{G_{\max}} \quad (2.8)$$

Para obter as informações necessárias para encontrar todos os valores do circuito equivalente do PT, deve-se medir a saída do PT curto-circuitando-se a entrada, de maneira similar ao que foi feito para a entrada. O circuito considerado está ilustrado na Figura 2.7.

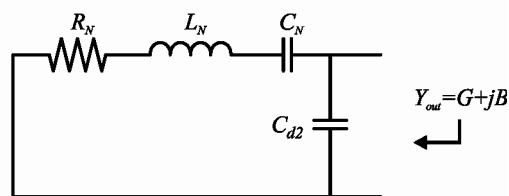


Figura 2.7 - Medida do círculo de admitância da saída do PT.

A medida do capacitor equivalente da saída também deve ser realizada:

$$C_{T2} = C_{d2} + C_N \quad (2.9)$$

Da mesma forma, os valores dos elementos podem ser encontrados:

$$C_{d2} = \frac{\omega_{s2}}{\omega_{p2}} C_{T2} \quad (2.10)$$

$$C_N = C_{T2} - C_{d2} \quad (2.11)$$

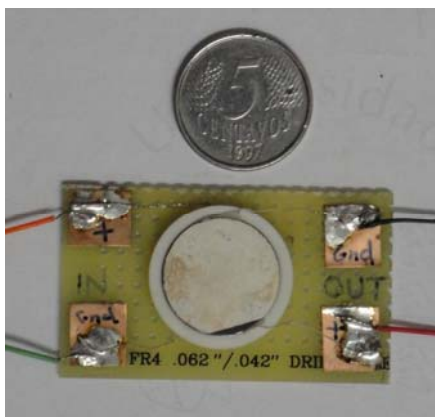
$$L_N = \frac{1}{\omega_{s2}^2 C_N} \quad (2.12)$$

A relação de transformação pode ser encontrada comparando o valor do indutor L no primário, e L_N no secundário:

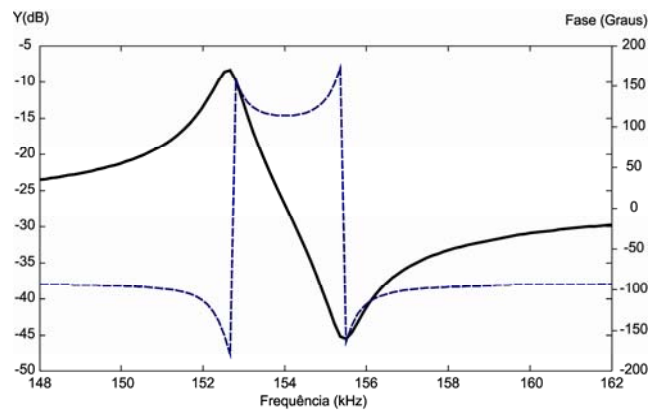
$$N = \sqrt{\frac{L_N}{L}} \quad (2.13)$$

2.5 Levantamento dos parâmetros do PT utilizado neste trabalho

O transformador piezoelétrico utilizado pra obter os resultados dos capítulos posteriores é do tipo radial de 3W como mostra a Figura 2.8(a). Para levantar os parâmetros do mesmo, utilizou-se a seqüência ilustrada no item 2.4. A curva da ressonância de interesse está ilustrada na Figura 2.8(b).



(a)



(b)

Figura 2.8 - Transformador piezoelétrico utilizado; (a) PT radial; (b) Medida da admitância de entrada.

Esta curva foi gerada através do equipamento *AP200 Frequency Response Analyser* utilizando a configuração de medida de admitância de componentes discretos, conforme ilustra a Figura 2.9(a) [25].

As medidas dos capacitores equivalentes da entrada e da saída foram realizadas com a ajuda do equipamento *LCR Meter HP4263B*, através da configuração ilustrada na Figura

2.9(b). A frequência e a tensão de saída do equipamento foram programadas para 1kHz e 1V respectivamente.

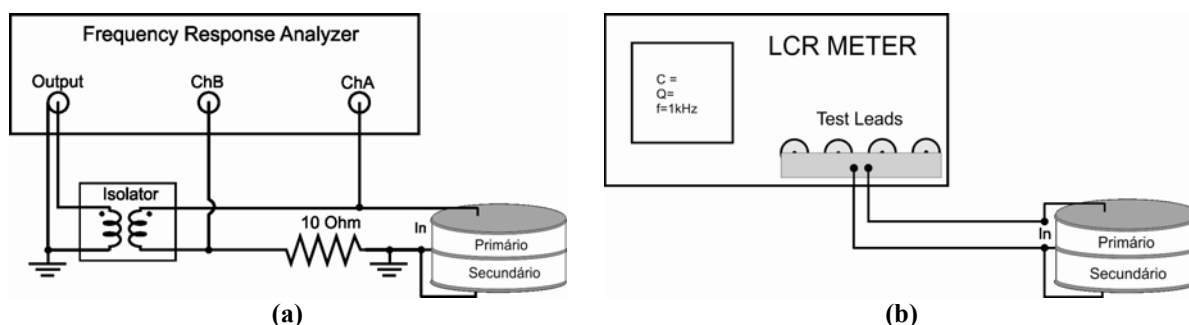


Figura 2.9 – Medidas dos parâmetros do PT; (a) Resposta em frequência da entrada; (b) Capacitância equivalente da entrada.

Medidas do secundário do PT também foram realizadas utilizando configurações semelhantes as da Figura 2.9. Os dados foram trabalhados de forma a obter o círculo de admitância e conseqüentemente os parâmetros do modelo equivalente. A mostra os parâmetros obtidos.

Tabela 2.1 - Parâmetros do Transformador Utilizado.

Capacitor de entrada, C_{d1}	291,2pF
Capacitor ressonante, C	17,03pF
Indutor ressonante, L	64,13mH
Resistência mecânica, R	128,8 Ω
Capacitor de saída, C_{d2}	71,88nF
Relação de transformação, N	0,0595

2.6 Breves comentários sobre densidade de potência e perdas.

Durante a transformação entre o primário e o secundário, os PTs dissipam energia em forma de calor. Estas perdas têm componentes elétricas e componentes mecânicas. As perdas mecânicas são normalmente muito maiores do que as elétricas devido as oscilações necessárias para a operação dos PTs. Estas perdas são representadas pelo resistor R na . As perdas mecânicas aquecem os PTs, e o aquecimento aumenta as perdas mecânicas. Devido a isso, a máxima densidade de potência não pode ser definida pela temperatura máxima de operação da cerâmica (*Curie temperature*). Se isso fosse considerado, a eficiência seria extremamente baixa neste ponto [4]. A maioria das literaturas limita a máxima densidade de potência por um aumento determinado da temperatura do PT, obtido de forma experimental

ou através de simulações [4]. Em [26], por exemplo, a densidade de potência máxima foi definida em $40\text{W}/\text{cm}^3$ para um aumento de temperatura de 20°C .

A preocupação com a temperatura é devida à baixa capacidade das cerâmicas de irradiar calor. Esta quantidade é proporcional à relação da área da superfície pelo volume. Isso significa que as dimensões de um transformador deveriam ser o mais distante possível da geometria de um cubo, e o mais próximas de uma barra retangular.

A capacidade de irradiar calor também aumenta com o número de camadas dos PTs, pois os eletrodos possuem maior condutividade do que a cerâmica piezoelétrica [26].

3 ANÁLISE NORMALIZADA DO CONVERSOR CLASSE-E

3.1 Introdução

Por apresentarem um modelo elétrico equivalente de característica ressonante, os transformadores piezoelétricos são utilizados em topologias de conversores ressonantes, como por exemplo, o conversor Classe-E. Para facilitar a análise de conversores de ordem superior, pode-se utilizar um método de análise normalizado.

Este capítulo apresenta a metodologia para análise e projeto normalizado do conversor Classe-E.

3.2 Descrição do Circuito

Considerando a topologia Classe-E aplicada a PTs da forma apresentada na Figura 3.1, a comutação suave é obtida zerando-se de maneira natural a tensão no capacitor em paralelo com o interruptor antes da sua entrada em condução. Este processo faz uso das características intrínsecas ressonantes dos PTs.

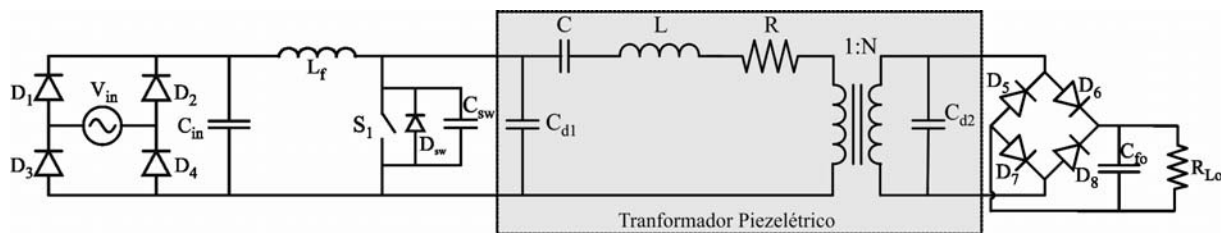


Figura 3.1 - Conversor CC-CC Classe-E com Transformador Piezoelétrico.

Ao operar em ZVS, o conversor apresenta maior rendimento e menor EMI. Porém, devido à complexidade do circuito, não é trivial obter uma relação de entrada-saída, ressonâncias e condições para comutação suave. Dessa forma, alguns artifícios podem ser utilizados para simplificar o sistema, como por exemplo, os apresentados por [1] e [11] e descritos a seguir.

Primeiramente, o estágio de entrada pode ser resumido a uma fonte CC (V_{CC}), o capacitor equivalente do interruptor S_1 , (C_{sw}), é somado ao capacitor de entrada do PT (C_{d1}), formando C_1 . O diodo em antiparalelo (D_{sw}) é temporariamente desconsiderado. O estágio de

saída formado pelo retificador (D_{5-8}), capacitor de filtro (C_{fo}) e a carga (R_{Lo}) podem resumidos a uma resistência equivalente [27], de acordo com a equação:

$$R_{eq} = \frac{8}{\pi^2} R_{Lo} \quad (3.1)$$

A Figura 3.2(a) ilustra a simplificação do retificador de saída. Esta equação é válida somente para o estágio de saída ilustrado na Figura 3.2(a). Caso o filtro de saída possua um indutor em série como mostra a Figura 3.2(b), a simplificação passa a ser definida como [27]:

$$R_{eq} = \frac{\pi^2}{8} R_{Lo} \quad (3.2)$$

A Figura 3.2.(c) mostra o circuito resultante das simplificações citadas.

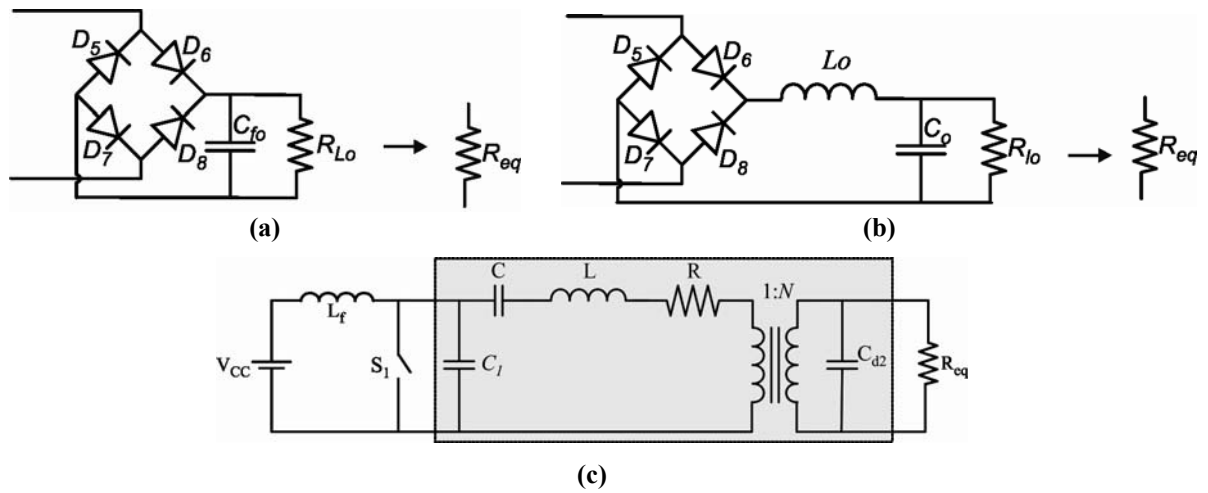


Figura 3.2 – Simplificações iniciais do conversor Classe-E; (a) Simplificação do estágio de saída; (b) Simplificação do estágio de saída; (c) Resistência equivalente na saída.

A carga nominal equivalente R_{eq} deve ser projetada de tal forma que a máxima potência seja entregue para a carga. Isto ocorre quando a impedância da carga é igual à impedância do capacitor, ou seja:

$$R_{eq} = \frac{1}{\omega_s C_{d2}} \quad (3.3)$$

Os elementos do secundário podem ser rebatidos para o primário através das equações:

$$R_{eq}' = \frac{R_{eq}}{N^2} \quad \text{e} \quad C_{d2}' = C_{d2} N^2 \quad (3.4)$$

resultando no circuito da Figura 3.3(a). Para uma dada frequência de chaveamento (f_s), os elementos em paralelo no estágio de saída da Figura 3.3(a) podem ser considerados elementos série utilizando a simplificação ilustrada na Figura 3.3(b), através das equações a seguir:

$$R_{Seq} = \frac{R_{eq}'}{1 + R_{eq}'^2 C_{d2}'^2 \omega_s^2} \quad e \quad C_{Seq} = \frac{1 + R_{eq}'^2 C_{d2}'^2 \omega_s^2}{R_{eq}'^2 C_{d2}'^2 \omega_s^2} \quad (3.5)$$

Onde:

$$\omega_s = 2\pi f_s \quad (3.6)$$

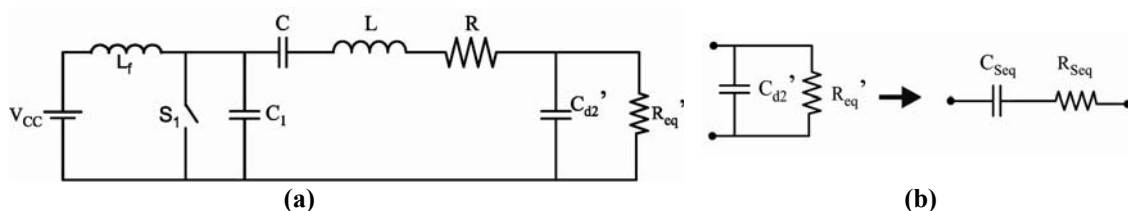


Figura 3.3 – Simplificações finais do conversor Classe-E; (a) Rebatimento para o primário; (b) Elementos de saída em série.

Os elementos C_{Seq} e R_{Seq} podem ser agrupados aos elementos do braço ressonante (C e R), através das equações abaixo:

$$R_s = R_{Seq} + R \quad e \quad C_s = \frac{CC_{Seq}}{C + C_{Seq}} \quad (3.7)$$

Após todas as simplificações, o circuito da Figura 3.1 se resume ao circuito da Figura 3.4.

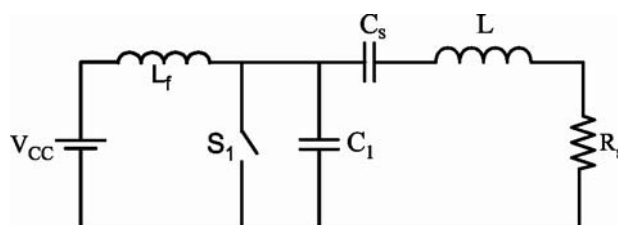


Figura 3.4 - Conversor Classe-E simplificado.

3.2.1 Etapas de Operação

Etapa I ($t_0 \leq t < t_1$: DTs): Nesta etapa o interruptor S_1 está acionado e conduz a diferença entre a corrente de entrada (i_{Lf}) e a corrente do indutor ressonante (i_L), de acordo com o circuito da Figura 3.5. As formas de onda das principais tensões e correntes estão ilustradas na Figura 3.6. As condições iniciais desta etapa são mostradas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Condições

Iniciais Etapa I
$v_{Cs}(t_0) = V_0$
$v_{Cd1}(t_0) = 0$
$i_{Lf}(t_0) = i_L(t_0) = I_0$
$i_{S1}(t_0) = 0$

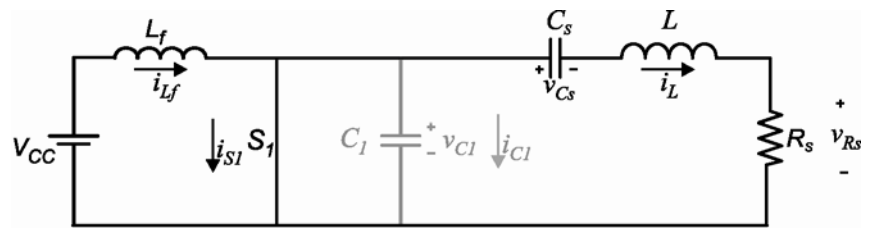
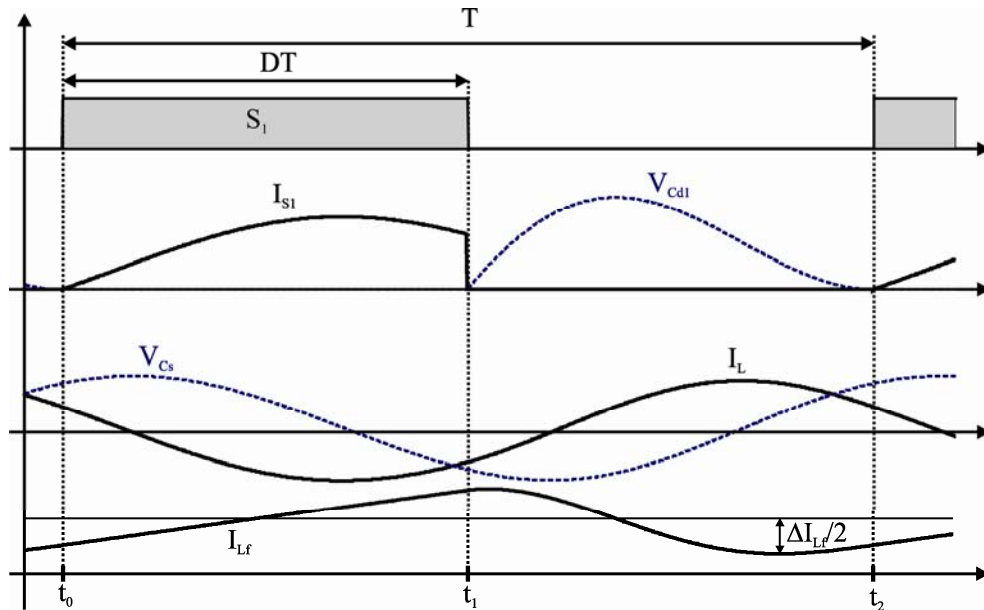
Figura 3.5 – Etapa I, interruptor acionada $t_0 \leq t < t_1$.

Figura 3.6 – Formas de onda do Conversor Classe-E.

As equações que governam o comportamento das tensões e correntes desta etapa são dadas por:

$$L \frac{di_L}{dt} + v_{Cs} + R_s i_L = 0 \quad (3.8)$$

$$L_f \frac{di_{Lf}}{dt} = V_{cc} \quad (3.9)$$

$$C_s \frac{dv_{Cs}}{dt} = i_L \quad (3.10)$$

$$C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} = 0 \quad (3.11)$$

A etapa termina quando há a abertura da chave S_1 do conversor.

Etapa II ($t_1 \leq t < t_2 : (1-D)T_s$): Nesta etapa o interruptor S_1 está bloqueado e a diferença entre a corrente de entrada e a corrente do indutor ressonante passa a circular pelo capacitor C_1 . A tensão V_{C1} aumenta de forma ressonante até um valor máximo e depois decresce a zero.

Tabela 3.2 – Condições

Iniciais da Etapa II
$v_{Cs}(t_1) = V_1$
$v_{Cd1}(t_1) = 0$
$i_{Lf}(t_1) = I_{Lf-1}$
$i_L(t_1) = I_{L-1}$
$i_{Cd1}(t_1) = I_{Lf-1} - I_{L-1}$

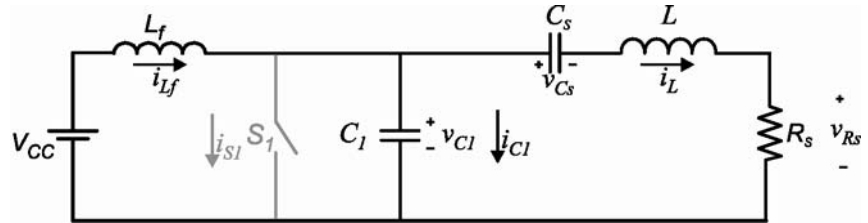


Figura 3.7 – Etapa II, interruptor bloqueado $t_1 \leq t < t_2$.

As equações que governam o comportamento das tensões e correntes desta etapa são dadas por:

$$L \frac{di_L}{dt} + v_{Cs} + R_s i_L = v_{C1} \quad (3.12)$$

$$L_f \frac{di_{Lf}}{dt} + v_{C1} = V_{CC} \quad (3.13)$$

$$C_s \frac{dv_{Cs}}{dt} = i_L \quad (3.14)$$

$$C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} = i_{Lf} - i_L = i_{S1} \quad (3.15)$$

A etapa termina quando a tensão V_{C1} chega à zero. Neste exato momento o interruptor S_1 entra em condução e a etapa I começa novamente.

3.3 Normalização

O objetivo da análise normalizada é obter a solução numérica para vários pontos de operação do conversor de forma a compará-los e atingir o ponto ótimo de operação sem a necessidade prévia dos parâmetros de projeto. A normalização generaliza o sistema, tornando-o independente da potência de saída, tensão de entrada, tensão de saída, frequência de operação, etc [28].

Independentes do ponto de operação impõem-se na solução numérica que o conversor opera em ZVS. O primeiro passo para a normalização do sistema, é representar as equações diferenciais das etapas na forma de espaço de estados:

$$\dot{X}_{E1} = A_{E1} X_{E1} + B_{E1} U \quad \left\{ \begin{array}{l} \dot{i}_L \\ \dot{i}_{Lf} \\ v_{Cs} \\ v_{C1} \end{array} \right. = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L} & 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ i_{Lf} \\ v_{Cs} \\ v_{C1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_f} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_{cc} \quad (3.16)$$

$$\dot{X}_{E2} = A_{E2} X_{E2} + B_{E2} U \quad \left\{ \begin{array}{l} \dot{i}_L \\ \dot{i}_{Lf} \\ v_{Cs} \\ v_{C1} \end{array} \right. = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L} & 0 & -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_f} \\ \frac{1}{C_s} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{C_1} & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ i_{Lf} \\ v_{Cs} \\ v_{C1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_f} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_{cc} \quad (3.17)$$

Algumas constantes devem ser definidas, relacionando as frequências de ressonâncias entre os elementos reativos e dissipativos, com a frequência de comutação. Estas definições devem seguir algumas regras definidas em [28].

3.3.1 Circuitos Ressonantes

Os capacitores e indutores do circuito devem ser combinados de forma a definir frequências de ressonância que caracterizam o sistema. De acordo com [28], o número de parâmetros normalizados (ne) é igual ao número de componentes reativos menos 1. Neste caso:

$$ne = (N^{\circ} \text{comp.reativos}) - 1 = 4 - 1 = 3 \quad (3.18)$$

A combinação dos elementos reativos deve gerar então, um número determinado de frequências características de acordo com (3.18), são elas:

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC_s}}, \quad \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC_1}}, \quad \omega_3 = \frac{1}{\sqrt{L_f C_1}} \quad (3.19)$$

Estas frequências devem ser normalizadas, dividindo-as pela frequência de comutação do conversor.

$$A_1 = \frac{\omega_1}{\omega_s}, \quad A_2 = \frac{\omega_2}{\omega_s}, \quad A_3 = \frac{\omega_3}{\omega_s} \quad (3.20)$$

3.3.2 Circuitos Dissipativos

Os componentes dissipativos devem ser combinados com um circuito ressonante, definindo-se assim, um fator de qualidade Q . O número de fatores de qualidade (nr) é igual ao número de resistências simplificadas do circuito. Estas resistências simplificadas podem ainda ser chamadas de resistências reduzidas. Um exemplo de resistência simplificada é encontrado na Figura 3.4, onde a resistência R_s é resultante da simplificação de outras resistências do circuito.

$$nr = (N^\circ \text{ resistências reduzidas}) = 1 \quad (3.21)$$

As resistências reduzidas são as resistências resultantes do agrupamento das demais resistências do circuito. De acordo com (3.21), o conversor Classe-E pode ser definido com apenas um fator de qualidade, devido a presença de uma resistência reduzida:

$$Q_1 = \frac{L\omega_1}{R_s} = \frac{1}{R_s C_s \omega_1} \quad (3.22)$$

3.3.3 Sistema de espaço de estados independente da frequência

As equações de estado na forma (3.16) são funções temporais, e necessitam de informação sobre período ou frequência para serem matematicamente solucionadas. Para normalizar estas equações, as variáveis de estado e a matriz de entrada devem ser definidas em função da frequência angular $\omega_s t$. Assim, o período do sistema passa a ser 2π . Utilizando como exemplo a equação (3.8), multiplica-se e divide-se por ω_s , resultando em:

$$L \frac{di_L \omega_s}{d\omega_s t} = -v_{C_s} - R_s i_L \quad (3.23)$$

3.3.4 Sistema de espaço de estados independente da tensão de entrada e demais parâmetros

O próximo passo é a normalização em relação à fonte de entrada, neste caso uma fonte de tensão. Dividindo a equação (3.23) por V_{CC} :

$$\frac{di_L \omega_s L}{d\omega_s t V_{CC}} = -\frac{v_{C_s}}{V_{CC}} - \frac{R_s i_L}{V_{CC}} \quad (3.24)$$

Agora, com o intuito de eliminar a resistência R_s do último elemento de (3.24), multiplica-se e divide-se por Q_I :

$$\frac{di_L \omega_s L}{d\omega_s t V_{CC}} = -\frac{v_{Cs}}{V_{CC}} - \frac{R_s i_L}{V_{CC} Q_I} \frac{L \omega_s}{R_s} \quad (3.25)$$

Ainda resta ω_I como um elemento não normalizado, mas multiplicando-se e dividindo-se por ω_s , e utilizando (3.20), resulta em uma equação da forma:

$$\frac{di_L \omega_s L}{d\omega_s t V_{CC}} = -\frac{v_{Cs}}{V_{CC}} - \frac{A_I i_L \omega_s L}{V_{CC} Q_I} \quad (3.26)$$

Se novas variáveis de estado forem definidas na forma:

$$I_L = \frac{i_L \omega_s L}{V_{CC}} \quad e \quad V_{Cs} = \frac{v_{Cs}}{V_{CC}} \quad (3.27)$$

A equação se torna totalmente normalizada, em função dos parâmetros A_I , Q_I e tensão de entrada:

$$\dot{I}_L = -V_{Cs} - \frac{A_I I_L}{Q_I} \quad (3.28)$$

3.3.5 Definição das variáveis de estado

As variáveis de estado em (3.27) são escolhidas de modo a evitar a dependência da frequência e dos parâmetros do circuito. Existem algumas regras para definir estas variáveis [28].

A fonte de entrada, ou uma delas no caso de múltiplas, deve ser considerada a base do sistema. Dessa forma, pode-se dividir em dois ramos:

3.3.5.1 Fonte de tensão

Quando a fonte de entrada for do tipo tensão, as variáveis de tensão são normalizadas por:

$$\frac{(\text{Tensão da variável de estado})}{(\text{Fonte de tensão})} \quad (3.29)$$

E as variáveis de corrente por:

$$\frac{L_i \omega_s (\text{Corrente da variável de estado})}{(\text{Fonte de tensão})} \quad (3.30)$$

3.3.5.2 Fonte de corrente

Quando a fonte de entrada for do tipo corrente, as variáveis de corrente são normalizadas por:

$$\frac{\text{(Corrente da variável de estado)}}{\text{(Fonte de corrente)}} \quad (3.31)$$

E as variáveis de tensão por:

$$\frac{C_i \omega_s \text{(Tensão da variável de estado)}}{\text{(Fonte de corrente)}} \quad (3.32)$$

3.3.5.3 Variáveis de estado do conversor Classe-E

Como a fonte de entrada é do tipo tensão, as variáveis de estado auxiliares são definidas como:

$$\overbrace{V_{Cs} = \frac{v_{Cs}(\omega_s t)}{V_{CC}}, V_{C1} = \frac{v_{C1}(\omega_s t)}{V_{CC}}}^{\text{Estados de tensão}} \quad \text{e} \quad \overbrace{I_L = \frac{i_L L(\omega_s t)}{V_{CC}}, I_{Lf} = \frac{i_{Lf} L_f(\omega_s t)}{V_{CC}}}^{\text{Estados de corrente}} \quad (3.33)$$

3.3.6 Sistema normalizado em espaço de estados com variáveis auxiliares

Aplicando o procedimento descrito em (3.23) - (3.28) para cada uma das equações diferenciais que descrevem a evolução das tensões e correntes do conversor Classe-E, (3.8) - (3.15), retorna um sistema normalizado em espaço de estados na forma:

$$\text{Etapa I} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\dot{i}_L \omega_s L}{V_{CC}} \\ \frac{i_{Lf} \omega_s L_f}{V_{CC}} \\ \frac{v_{Cs}}{V_{CC}} \\ \frac{v_{C1}}{V_{CC}} \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} -\frac{A_1}{Q_1} & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{i_L \omega_s L}{V_{CC}} \\ \frac{i_{Lf} \omega_s L_f}{V_{CC}} \\ \frac{v_{Cs}}{V_{CC}} \\ \frac{v_{C1}}{V_{CC}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$\text{Etapa II} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\dot{i}_L \omega_s L}{V_{CC}} \\ \frac{i_{L_f} \omega_s L_f}{V_{CC}} \\ \frac{v_{C_s}}{V_{CC}} \\ \frac{v_{C_1}}{V_{CC}} \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} -\frac{A_1}{Q_1} & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ A_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ -A_1^2 & A_3^2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{i_L \omega_s L}{V_{CC}} \\ \frac{i_{L_f} \omega_s L_f}{V_{CC}} \\ \frac{v_{C_s}}{V_{CC}} \\ \frac{v_{C_1}}{V_{CC}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

3.4 Solução em regime permanente

Para resolver o sistema em espaço de estados (3.34)-(3.35), algumas condições de contorno devem ser definidas. Se o sistema está em regime permanente, as condições finais da segunda etapa serão as condições iniciais da primeira, e o circuito segue operando ciclicamente. As condições finais da segunda etapa, e conseqüentemente as iniciais da primeira são definidas como:

$$V_{C_1(0)}, V_{C_s(0)}, I_{L_f(0)}, I_{L(0)} \quad (3.36)$$

O sistema de uma forma geral é definido como segue:

$$\dot{X} = A(A_1, A_2, A_3, Q_1, D, V_{C_1(0)}, I_{L_f(0)}, I_{L(0)}, V_{C_s(0)}) \cdot X + B \cdot U \quad (3.37)$$

O sistema é formado por 4 equações de estado e 9 variáveis. Para solucionar numericamente, necessita-se reduzir o número de variáveis para 4. Duas simplificações são inerentes ao tipo de comutação desejada (ZVS), impondo na solução que:

$$V_{C_1(0)} = 0 \quad (3.38)$$

$$i_{s_1(0)} = 0 \rightarrow i_{L(0)} = i_{L_f(0)} \quad (3.39)$$

Para encontrar a relação entre as variáveis auxiliares criadas, I_{L_f} e I_L , é preciso encontrar esta relação, é preciso resolver o sistema (3.40), utilizando (3.39):

$$\begin{cases} I_{L(0)} = \frac{i_{L(0)} L(\omega_s t)}{V_{CC}} \\ I_{L_f(0)} = \frac{i_{L_f(0)} L_f(\omega_s t)}{V_{CC}} \end{cases} \quad (3.40)$$

O que retorna:

$$I_{L(0)} = \frac{A_3^2}{A_2^2} I_{Lf(0)} \quad (3.41)$$

Agora o sistema é composto por quatro equações e sete incógnitas. Uma maneira de simplificar três das sete incógnitas restantes é impondo seus valores. A razão cíclica (D) pode ser definida sabendo que o conversor Classe-E pode operar a partir de $D=0$ até $D=1$. A constante de ressonância da entrada (A_3) pode ser definida a partir de $A_3=0,1$ até $A_3=2$. Isso significa que a ressonância de entrada é definida de dez vezes menor até duas vezes maior do que a ressonância do PT, e é implementada através da seleção do indutor de entrada (L_f) como mostra a equação (3.20). O fator de qualidade (Q_l) representa a carga do sistema. Define-se Q_l variando de 1 até 100, o que engloba muito bem os fatores de qualidade característicos de conversores ressonantes.

As demais incógnitas ($A_1, A_2, I_{L(0)}$ e $V_{Cs(0)}$) serão obtidas pela solução do sistema. Os valores típicos de D , Q_l , A_3 podem ser utilizados fazendo-se combinações para os seguintes valores:

$$\begin{aligned} D &= [0,1; 0,2 \dots 0,9] \\ A_3 &= [0,1; 0,2 \dots 2] \\ Q_l &= [1; 10; \dots 100] \end{aligned} \quad (3.42)$$

O sistema pode ser solucionado utilizando a solução de equações diferenciais não homogêneas conforme [28] e [29].

$$x(t) = e^{At} x(0) + e^{At} \int_0^t e^{-A\tau} BU(\tau) d\tau \quad (3.43)$$

Basta substituir as condições iniciais (3.36) e (3.40), além das constantes em (3.42). Algumas curvas resultantes da solução numérica podem ser observadas na Figura 3.8. Os dados utilizados para plotar as curvas estão na tabela Tabela 3.3:

Tabela 3.3 – Parâmetros normalizados de simulação.

Q_1	10
A_3	1,2
D	0,3
A_1	1,02552
A_2	0,21369

A variável auxiliar que representa a corrente no indutor de entrada é mostrada na Figura 3.8(a), enquanto a tensão normalizada no capacitor em paralelo com o interruptor, Figura 3.8(b).

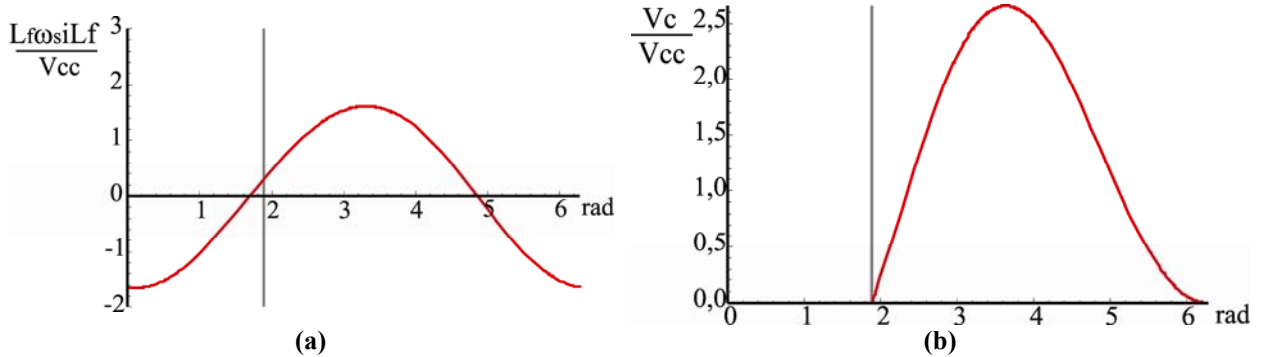


Figura 3.8 – Curvas normalizadas de corrente e tensão; (a) Variável auxiliar que representa a corrente normalizada no indutor de entrada; (b) Variável auxiliar que representa a tensão no interruptor.

3.4.1 Sistema normalizado em espaço de estados com variáveis reais

Para visualizar o valor das variáveis reais de interesse, podem-se manipular matematicamente as variáveis auxiliares criadas. Para isso, primeiramente deve-se obter o valor do índice de transferência de potência através da análise da energia. O índice de transferência de potência é definido como:

$$\frac{P_o R_s}{V_{CC}^2} \quad (3.44)$$

O inverso desse índice é definido pela letra “a”. Onde a é a relação entre a resistência R_s e R_{CC} vista pela entrada como segue:

$$\frac{V_{CC}}{I_{CC}} = R_{CC} = a R_s \quad (3.45)$$

Considera-se que não existem perdas no circuito. Com isso, o índice de transferência de potência se relaciona com os ganhos de tensão e corrente de seguinte forma:

$$\frac{P_o R_s}{V_{CC}^2} = \frac{1}{a} = \frac{P_o}{I_{CC}^2 R_s} = \frac{V_{O_RMS}^2}{V_{CC}^2} = \frac{I_{CC}^2}{I_{O_RMS}^2} \quad (3.46)$$

Onde:

- P_o : Potência de saída no resistor R_s ;
- R_s : Resistência de carga;
- V_{CC} : Tensão CC de entrada;
- I_{CC} : Corrente de entrada CC;

V_{O_RMS} : Tensão eficaz de saída;
 I_{O_RMS} : Corrente eficaz de saída;

Para calcular o valor de “a” utiliza-se da integral da corrente de saída. A tensão eficaz de saída é igual a integral da corrente multiplicada pela resistência de carga:

$$V_{O_RMS} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} R_s i_L(\omega_s t) d\omega_s t \quad (3.47)$$

Agora, se considerar a tensão de saída normalizada elevada ao quadrado:

$$\frac{V_{O_RMS}^2}{V_{CC}^2} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{R_s^2 i_L(\omega_s t)^2}{V_{CC}^2} d\omega_s t \quad (3.48)$$

Pode-se multiplicar e dividir por $L^2 \omega_s^2$:

$$\frac{V_{O_RMS}^2}{V_{CC}^2} = \frac{1}{2\pi L^2 \omega_s^2} \int_0^{2\pi} \frac{R_s^2 i_L(\omega_s t)^2 L^2 \omega_s^2}{V_{CC}^2} d\omega_s t \quad (3.49)$$

Ao isolar a carga fora da integral,

$$\frac{V_{O_RMS}^2}{V_{CC}^2} = \frac{R_s^2}{2\pi L^2 \omega_s^2} \int_0^{2\pi} \frac{i_L(\omega_s t)^2 L^2 \omega_s^2}{V_{CC}^2} d\omega_s t \quad (3.50)$$

e substituir as constantes (3.22) e (3.20), tem-se:

$$\frac{V_{O_RMS}^2}{V_{CC}^2} = \frac{A_1^2}{2\pi Q_1^2} \int_0^{2\pi} I_L(\omega_s t)^2 d\omega_s t = \frac{1}{a} \quad (3.51)$$

Então, através da integral no período da forma de onda normalizada obtida na solução de (3.43), é possível obter o valor de “a”. Conhecendo o valor de “a”, é possível manipular matematicamente cada uma das variáveis de estado auxiliar para obter as variáveis reais de interesse. Começando pela corrente normalizada do indutor ressonante:

$$\alpha \frac{i_L}{I_{CC}} = \frac{i_L \omega L}{V_{CC}} \quad (3.52)$$

Para encontrar a relação α , aplicam-se algumas manipulações matemáticas em (3.52). De (3.45), pode-se isolar o valor de V_{CC} para substituir em (3.52):

$$V_{CC} = a R_s I_{CC} \quad (3.53)$$

Assim:

$$\alpha \frac{i_L}{I_{CC}} = \frac{i_L \omega_s L}{a R_s I_{CC}} \quad (3.54)$$

Multiplicando-se e dividindo-se por ω_1 , retorna que:

$$\alpha \frac{i_L}{I_{CC}} = \frac{i_L \omega_s L \omega_1}{a R_s I_{CC} \omega_1} = \frac{Q_1 i_L}{a A_1 I_{CC}} \quad (3.55)$$

Dessa forma, a corrente do indutor ressonante normalizada em relação a corrente de entrada é dada por:

$$\frac{i_L}{I_{CC}} = \frac{a A_1 i_L \omega_s L}{Q_1 V_{CC}} \quad (3.56)$$

De maneira análoga, pode-se aplicar esse método para encontrar a relação entre a corrente no indutor de entrada e na chave, com relação a corrente de entrada. O sistema em espaço de estados final, composto pelas variáveis reais normalizadas pode ser agrupado na forma (3.57) para facilitar a análise:

$$Y_n = C_n \cdot X_n + D_n \cdot U \quad (3.57)$$

O subíndice n indica que são matrizes do sistema normalizado. Mais especificamente, as matrizes das etapas I e II são:

$$\text{Etapa I} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\dot{i}_L}{I_{CC}} \\ \frac{i_{Lf}}{I_{CC}} \\ \frac{i_s}{I_{CC}} \\ \frac{v_{Cs}}{V_{CC}} \\ \frac{v_{C1}}{V_{CC}} \\ \frac{v_o}{V_{CC}} \end{array} \right. = \begin{bmatrix} a \frac{A_1}{Q_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a \frac{A_1 A_3^2}{Q_1 A_2^2} & 0 & 0 \\ -a \frac{A_1}{Q_1} & a \frac{A_1 A_3^2}{Q_1 A_2^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{A_1}{Q_1} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{i_L \omega L}{V_{CC}} \\ \frac{i_{Lf} \omega L_f}{V_{CC}} \\ \frac{v_{Cs}}{V_{CC}} \\ \frac{v_{C1}}{V_{CC}} \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

$$\text{Etapa II} \left\{ \begin{array}{l} \frac{i_L}{V_{CC}} \\ \frac{i_{L_f}}{V_{CC}} \\ \frac{i_S}{I_{CC}} \\ \frac{v_{C_s}}{V_{CC}} \\ \frac{v_{C1}}{V_{CC}} \\ \frac{v_o}{V_{CC}} \end{array} \right. = \begin{bmatrix} a \frac{A_1}{Q_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a \frac{A_1 A_3^2}{Q_1 A_2^2} & 0 & 0 \\ -a \frac{A_1}{Q_1} & a \frac{A_1 A_3^2}{Q_1 A_2^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{A_1}{Q_1} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{i_L \omega L}{V_{CC}} \\ \frac{i_{L_f} \omega L_f}{V_{CC}} \\ \frac{v_{C_s}}{V_{CC}} \\ \frac{v_{C1}}{V_{CC}} \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

Algumas curvas das variáveis reais são ilustradas na Figura 3.9, de acordo com os dados da Tabela 3.3.

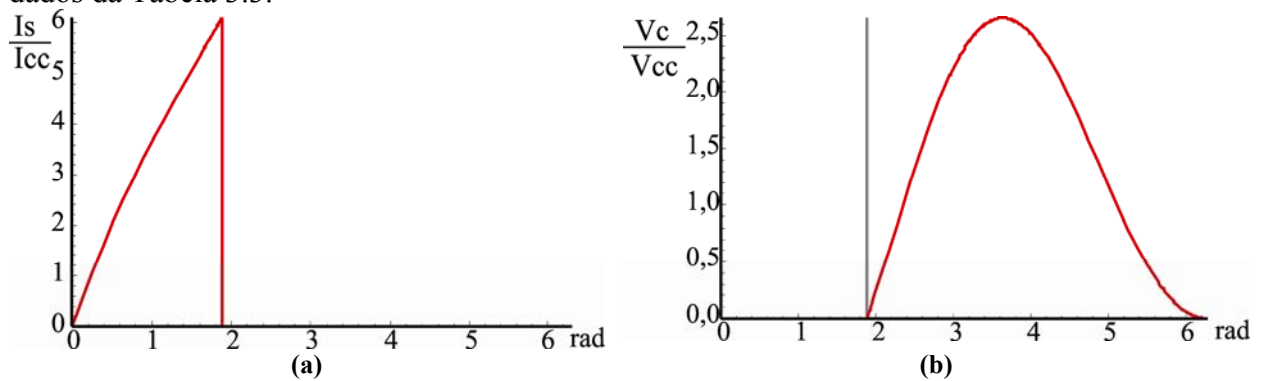


Figura 3.9 – Curvas normalizadas de corrente e tensão com variáveis reais; (a) Corrente normalizada na chave; (b) Tensão normalizada na chave.

Observa-se nas curvas de corrente e tensão na chave, Figura 3.9 (a-b), que o circuito opera em ZVS.

3.5 Análise Estática Normalizada

Para realizar a análise normalizada do conversor, obtém-se um banco de dados com as soluções numéricas baseadas nas combinações de D , Q_1 , A_3 representadas em (3.42). Esses dados contêm informações para diferentes pontos de projeto. As considerações para o ponto de projeto são:

- O circuito considerado é o da Figura 3.4;

- O circuito opera em ZVS como na Figura 3.9. Esta informação está inserida na solução numérica (3.43) através das condições iniciais;
- A impedância equivalente da carga é igual à impedância do capacitor de saída do PT como descrito em (3.3). O Q_l nominal, ou também chamado Q_l de projeto é uma consequência dessa relação;
- No ponto de projeto, encontra-se a frequência nominal de projeto $(f_s/f_{o1}+\Delta f)=1$;

A Figura 3.10 ilustra o ponto nominal de projeto. Nela são observadas diferentes curvas de ganho do conversor, cada uma para uma carga diferente. A curva mais amortecida é relativa à carga nominal. O ponto f_{o1} indica o pico da curva de ressonância, e o ponto 1 é o ponto de projeto.

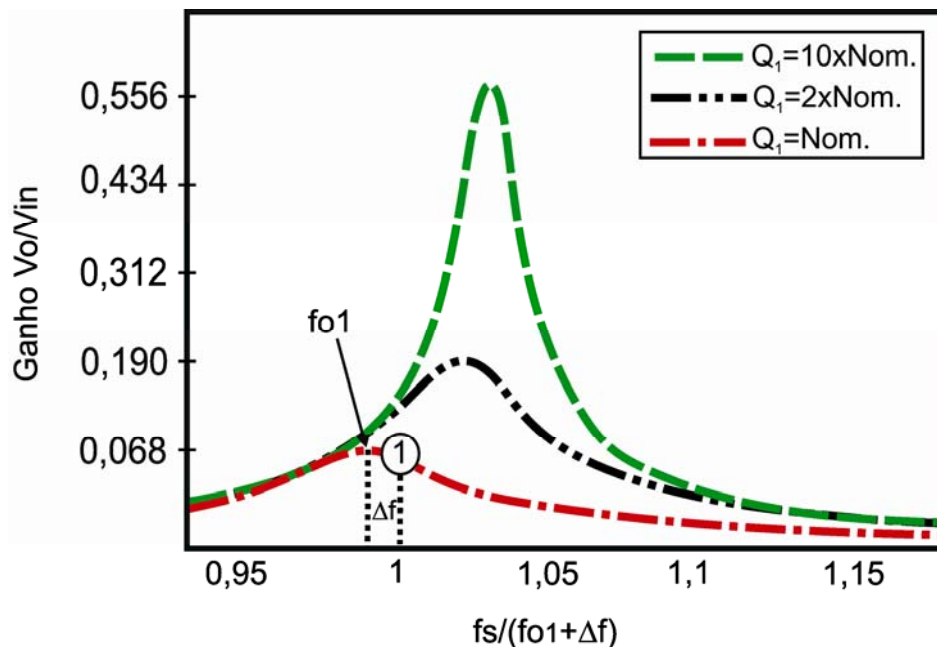


Figura 3.10 – Curvas de ganho e localização do ponto nominal de projeto.

A diferença entre f_{o1} e a frequência do ponto 1, definida como Δf . O ponto 1 é o primeiro ponto a direita da ressonância que proporciona ZVS. A magnitude e o valor de Δf de cada uma das curvas acima dependem também de A_2 , A_3 , pois todas as variáveis estão interligadas.

Segundo [30], deve-se ter uma diferença entre o pico da ressonância e a frequência mínima de operação, para que a corrente e a tensão não estejam totalmente em fase, e se tenha reativos suficientes no sistema para obter ZVS. Apesar de explicar as razões, o autor não mostrou uma forma de calcular essa diferença.

Como se pode observar na Figura 3.10, uma das características importantes que envolvem o ponto nominal é a taxa de transferência de potência do conversor. A sua relação com o ganho estático de tensão foi definida em (3.46).

A Figura 3.11(a) mostra a influencia de projetos com diferentes razões cíclicas nominais, para diferentes constantes A_3 com um determinado fator de qualidade. Na Figura 3.11(b), o ganho é avaliado para diferentes razões cíclicas e fatores de qualidade, mantendo A_3 constante.

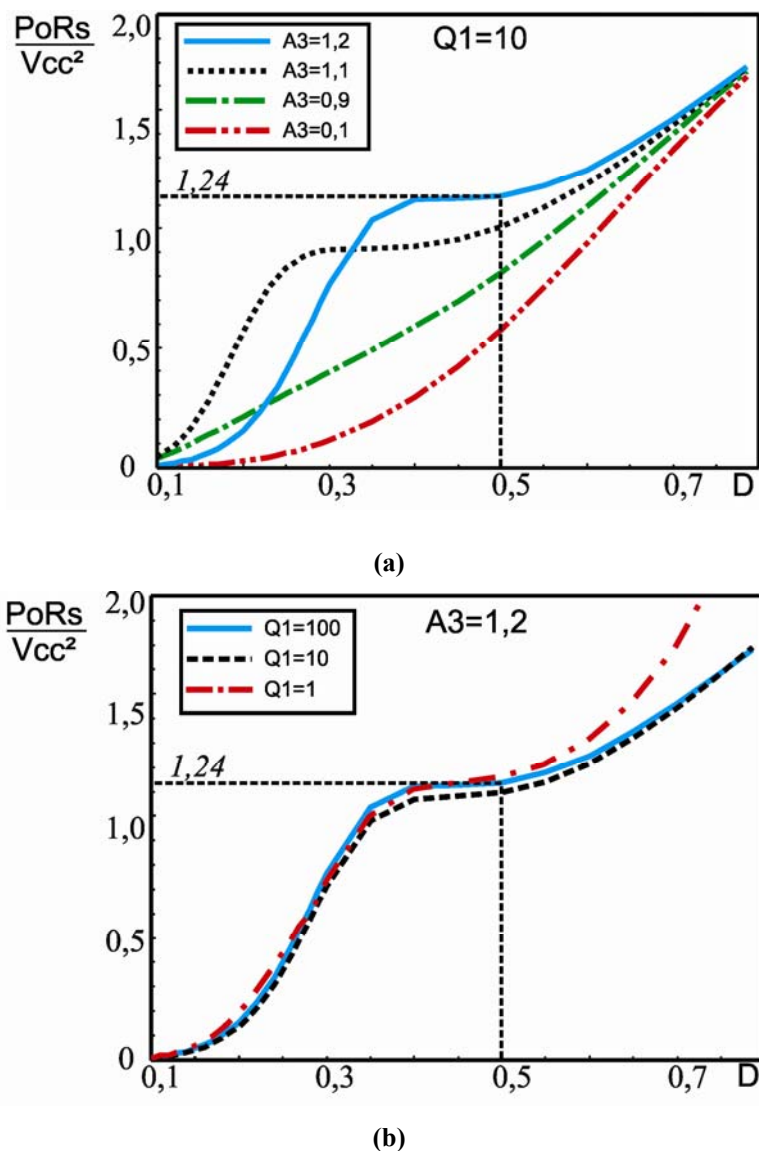


Figura 3.11 - Índice de Transferência de Potência Normalizado em função da razão cíclica, de A_3 e de Q_1 ; (a) Variação de A_3 ; (b) Variação de Q_1 .

Observa-se que mantendo $Q_1=100$, o ganho muda consideravelmente em função de A_3 e da razão cíclica na Figura 3.11(a). Supondo a escolha de $A_3=1,2$ e variando-se Q_1 , verifica-

se pouca influência no ganho para diferentes Q_s , conforme mostra a Figura 3.11(b). O circuito de saída ressonante pode ser considerado como uma fonte senoidal de corrente e a variação de Q_I desprezada para valores superiores a 5 .

As demais constantes, A_1 , A_2 são consequência da escolha de D , Q_I e A_3 na solução numérica de (3.43). Outras variáveis que podem ser de interesse do projetista, como estresses normalizados de tensão (V_{s_pk}) e corrente (I_{s_pk}) na chave semicondutora, as quais podem ser avaliadas através da Figura 3.12.

Ao avaliar as Figura 3.12(a-b), infere-se que projetar o conversor com razões cíclicas muito pequenas ou muito grandes, acarreta em estresses elevados de corrente e tensão respectivamente. Pode-se então, jogar o ponto de projeto para a esquerda ou para a direita de acordo com a tecnologia do interruptor a ser utilizada e as características de tensão e corrente do circuito. O ponto $D=0,5$ mostra um equilíbrio entre os extremos, confirmado pelas curvas da Figura 3.12.(c) obtidas através da equação (3.60) para os diferentes valores de A_3 :

$$C_p = \frac{1}{V_{s_pk} \cdot I_{s_pk}} \quad (3.60)$$

A Figura 3.12.(c) também mostra que variações de A_3 não causam mudanças significativas nas curvas de estresses no interruptor.

Quando se analisa as perdas, o gráfico normalizado da corrente eficaz nos componentes de interesse pode indicar em qual ponto o conversor apresenta maior rendimento. Define-se I_{s_rms} e I_{Ll_rms} como a corrente eficaz normalizada na chave semicondutora e no indutor de entrada respectivamente, ambas são ilustradas na Figura 3.13.

A Figura 3.12.(c) também mostra que variações de A_3 não causam mudanças significativas nas curvas de estresses no interruptor.

Quando se analisa as perdas, o gráfico normalizado da corrente eficaz nos componentes de interesse pode indicar em qual ponto o conversor apresenta maior rendimento. Define-se I_{s_rms} e I_{Ll_rms} como a corrente eficaz normalizada na chave semicondutora e no indutor de entrada respectivamente, ambas são ilustradas na Figura 3.13.

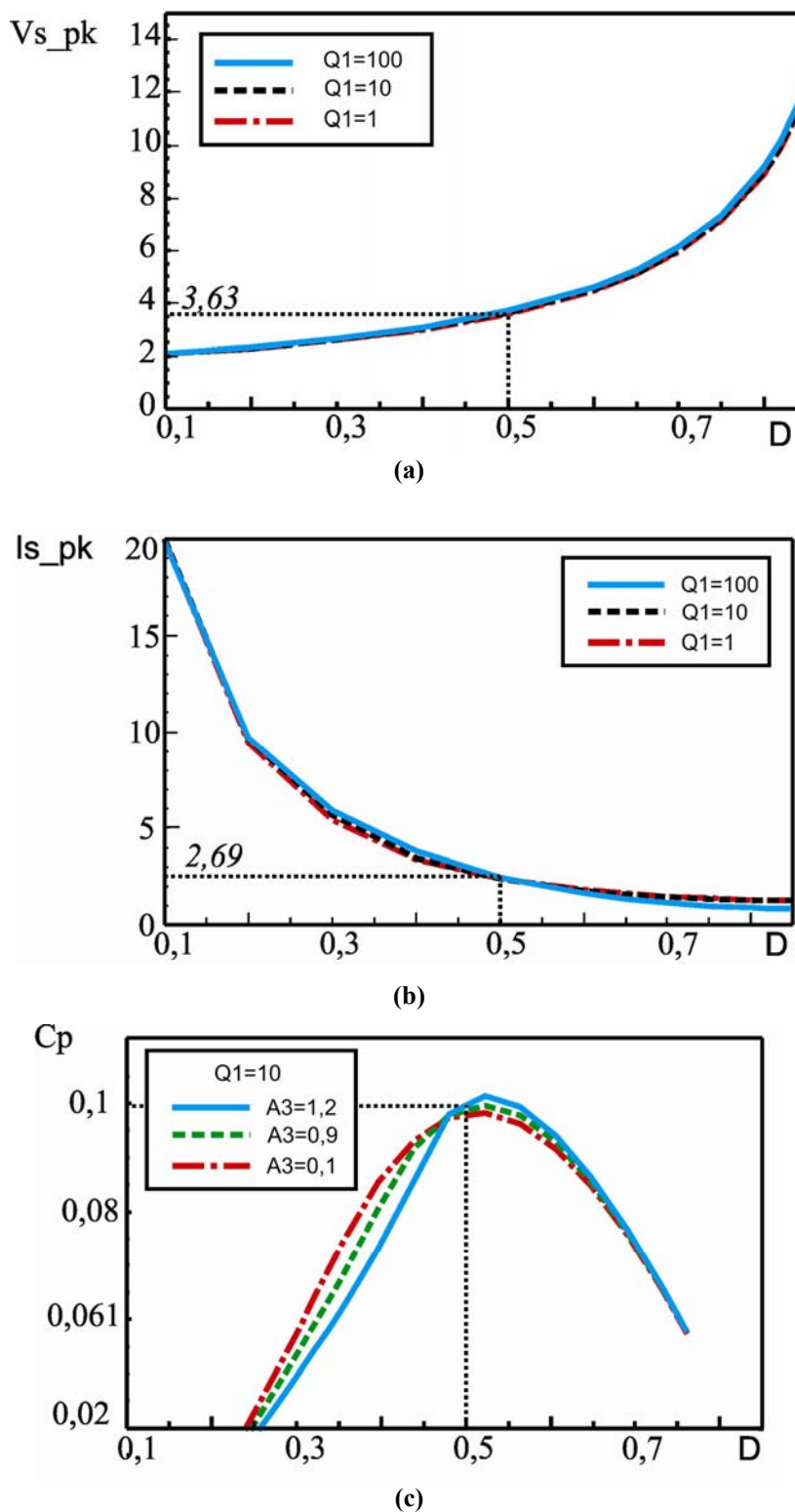


Figura 3.12 - Estresses no interruptor do conversor Classe-E em função da razão cíclica e de Q_1 . (a) Pico de tensão normalizado no interruptor; (b) Pico de corrente normalizado no interruptor; (c) C_p , distribuição normalizada de estresses no interruptor.

É possível inferir através da Figura 3.13, que as perdas são menores para valores de razão cíclica grandes. Os demais elementos do circuito fazem parte do PT, logo as perdas não são analisadas, uma vez que o rendimento do mesmo é próximo da unidade (até 97%). Além disso, suas perdas não são diretamente proporcionais a corrente, mas proporcionais às características físicas da oscilação mecânica no PT.

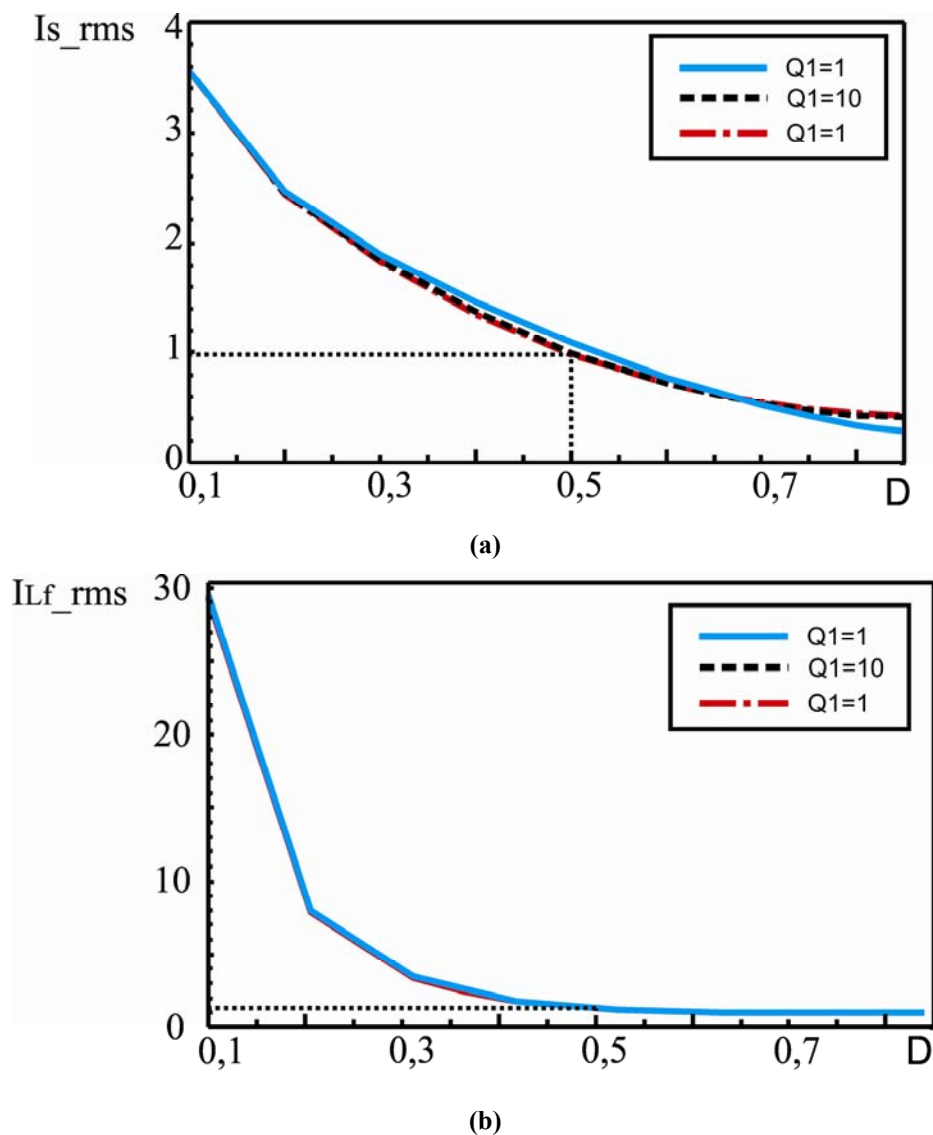


Figura 3.13 – Correntes eficazes no indutor e na chave; (a) Corrente eficaz no interruptor; (b) Corrente eficaz no indutor.

Outras análises podem ser feitas utilizando a metodologia normalizada, como por exemplo, análise da taxa de distorção harmônica (THD) de entrada e comparação de desempenho de topologias [28] e [11].

3.6 Sumário do capítulo

Este capítulo apresentou uma metodologia para normalização de circuitos. A teoria de normalização foi explicada passo a passo para introduzir os conceitos necessários no decorrer deste trabalho. Nenhuma novidade significativa com relação à literatura foi mostrada até este ponto.

Pontos importantes que devem ser observados nesse capítulo são: como normalizar as matrizes de espaço de estados; como criar as variáveis normalizadas; como resolver matematicamente o sistema para obter todas as tensões e correntes normalizadas do circuito; além de como entender os resultados dos gráficos normalizados.

4 MODELO ESTÁTICO COM VARIAÇÃO DE FREQUÊNCIA DE COMUTAÇÃO E CARGA

4.1 Introdução.

O controle do conversor Classe-E utilizando transformadores piezoelétricos é implementado através da variação da frequência e da razão cíclica de operação. O ganho estático é variado através da variação da frequência de comutação, e a razão cíclica muda para atender as condições de comutação suave para diferentes frequências de comutação.

Para cada ponto de operação, considerando frequência e carga, existe uma faixa determinada de razão cíclica que permite ao conversor operar em ZVS.

Este capítulo apresenta uma análise completa normalizada deste processo, incluindo variação normalizada da frequência e da carga. Como resultado obteve-se uma faixa de razão cíclica global do conversor, permitindo operar em ZVS para todos os pontos de operação, sem a necessidade prévia de parâmetros de projeto.

4.2 Considerações sobre o circuito equivalente.

Quando se quer fazer a normalização para análise estática do conversor considerando somente a frequência nominal, o circuito da Figura 3.4(b) retorna respostas precisas e é bastante simplificado de acordo com [11]. Porém, no momento em que se faz a análise estática com variação normalizada da frequência de operação, a simplificação representada por (3.5) impede que os resultados sejam verdadeiros devido à presença de ω_s na equação. Isto faz com que a aproximação seja válida somente para a frequência nominal de operação. A mesma idéia aplica-se a carga, pois a simplificação representada por (3.5) também impõem limitações na variação da carga.

Devido ao fato de que o conversor opera com variação da frequência de chaveamento para a regulação da saída, e eventuais variações de carga, é importante incluir os efeitos da frequência e da carga no modelo normalizado. Para isso, o circuito a ser considerado passa a ser o da Figura 4.1, semelhante ao ilustrado anteriormente na Figura 3.3(a). A diferença é que

a resistência intrínseca do transformador é desconsiderada, o que simplifica bastante a derivação do modelo avançado. Como o rendimento do PT é alto (até 97%), esta simplificação não influencia os resultados de maneira considerável.

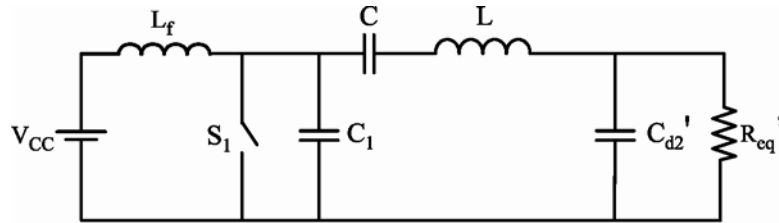


Figura 4.1 – Circuito do Conversor Classe-E a ser considerado para variações de frequência.

O novo circuito é mais complexo e apresenta mais variáveis para ser solucionado numericamente. O circuito da Figura 4.1 apresenta uma variável a mais e se torna mais complexo para ser resolvido numericamente. Com isso, ao invés de incluir mais uma equação e uma incógnita no sistema, considerou-se o mesmo algoritmo de solução do circuito anterior (circuito da Figura 3.4), mas com variação das constantes A_1 , A_2 , A_3 e Q_1 , de acordo com a variação de frequência e da carga.

4.3 Desenvolvimento matemático

Para resolver este sistema, deve-se voltar para as equações em (3.5), e definir uma constante multiplicando a frequência de chaveamento (ω_s), e outra multiplicando a resistência equivalente (R_{eq}'):

$$R_{Seq-r,f} = \frac{rR_{eq}'}{1 + r^2 R_{eq}'^2 C_{d2}'^2 f^2 \omega_s^2} \quad e \quad C_{Seq-r,f} = \frac{1 + r^2 R_{eq}'^2 C_{d2}'^2 f^2 \omega_s^2}{r^2 R_{eq}'^2 C_{d2}'^2 f^2 \omega_s^2} \quad (4.1)$$

A constante r indica uma ponderação da carga, enquanto f indica uma ponderação da frequência de chaveamento. A presença de r ou f nos subscritos indica que a variável é dependente da variação da carga ou frequência respectivamente.

Devido às alterações no circuito, novas frequências de ressonância características foram definidas:

$$\omega_4 = \frac{1}{\sqrt{LC_{d2}'}} \quad e \quad \omega_5 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (4.2)$$

Automaticamente duas novas constantes normalizadas foram criadas:

$$A_{4-f} = \frac{\omega_4}{f \omega_s} \quad \text{e} \quad A_{5-f} = \frac{\omega_5}{f \omega_s} \quad (4.3)$$

Outro fator de qualidade também foi criado, e deve representar a variação de carga. Por isso a inclusão da constante “r” resulta em:

$$Q_{4-r} = \frac{L\omega_4}{rR'_{eq}} \quad (4.4)$$

Substituindo-se as constantes (4.4) e (4.3) nas equações (4.1), pode-se obter:

$$R_{Seq-r,f} = \frac{rR'_{eq}}{1 + r^2 R_{eq}{}^2 C_{d2}{}^2 f^2 \omega_s^2} = \frac{A_4^2 Q_4^2}{1 + A_4^2 Q_4^2} rR'_{eq} \quad (4.5)$$

Da mesma forma para o capacitor C_{Seq} :

$$C_{Seq-r,f} = \frac{1 + r^2 R_{eq}{}^2 C_{d2}{}^2 f^2 \omega_s^2}{r^2 R_{eq}{}^2 C_{d2}{}^2 f^2 \omega_s^2} = \frac{Q_4^2 A_4^2 + 1}{Q_4 A_4 r R'_{eq} f \omega_s} \quad (4.6)$$

Substituindo as constantes (4.4) e (4.3) na equação (3.7) para o capacitor C_s :

$$C_{S-r,f} = \frac{C Q_4^2 A_4^2 + C}{C Q_4 A_4 r R'_{eq} f \omega_s + Q_4^2 A_4^2 + 1} \quad (4.7)$$

A equação (4.7) pode ser simplificada através da substituição de C , dado por:

$$C = \frac{\omega_4^2}{\omega_s^2} C_{d2} \quad (4.8)$$

Oriundo da relação (4.2). Após a substituição obtem-se:

$$C_{S-r,f} = \frac{Q_4^2 A_4^2 + 1}{A_4^2 + Q_4^2 A_5^2 + A_5^2} A_5^2 C \quad (4.9)$$

Agora se pode obter a nova expressão para ω_l , em função dos novos elementos do circuito. Basta substituir (4.9) em (3.19):

$$\omega_{l-r,f} = \frac{1}{\sqrt{LC_s}} = \sqrt{\frac{A_4^2 + Q_4^2 A_5^2 + A_5^2}{Q_4^2 A_4^2 + 1}} \frac{\omega_5}{A_5} \quad (4.10)$$

Consequentemente, a nova constante A_l é dada por:

$$A_{l-r,f} = \frac{\omega_l}{f \omega_s} = \sqrt{\frac{A_4^2 + Q_4^2 A_5^2 + A_5^2}{Q_4^2 A_4^2 + 1}} \quad (4.11)$$

Como foi mencionado anteriormente, Q_I também varia de acordo com a carga e a frequência. Como a resistência R do PT foi desconsiderada, a equação de Q_I , (3.22), deve ser modificada para:

$$Q_{1-r,f} = \frac{L\omega_1}{R_{Seq}} \quad (4.12)$$

Agora, substituindo (4.5) em (4.12) obtém-se:

$$Q_{1-r,f} = \frac{A_{1r,f} A_{4f}^2 Q_{4r}^3 + A_{1r,f} Q_{4r}}{A_{4f}^3 Q_{4r}^2} \quad (4.13)$$

As constantes A_2 e A_3 variam somente em função da frequência, pois não se alteram com os novos componentes do circuito.

$$A_{2-f} = \frac{A_2}{f} \quad e \quad A_{3-f} = \frac{A_3}{f} \quad (4.14)$$

4.4 Solução em regime permanente

Para solucionar este novo circuito, a diferença entre a solução para o ponto nominal e a solução para diferentes pontos deve ser esclarecida. Como descrito no item 3.4 para o ponto nominal, o sistema a ser resolvido, as condições iniciais, os valores de entrada e os valores de saída da solução numérica são respectivamente:

$$\begin{aligned} \dot{X}_n &= A(A_1, A_2, A_3, Q_1, D, V_{C1(0)}, I_{Lf(0)}, I_{L(0)}, V_{Cs(0)}) \cdot X_n + B_n \cdot U \\ \text{condições iniciais} &\begin{cases} V_{C1(0)} = 0 \\ I_{S1(0)} = 0 \end{cases} \\ \text{entradas} &\{A_3, D, Q_1\} \\ \text{saídas} &\{A_1, A_2, V_{Cs(0)}, I_{Lf(0)}, I_{L(0)} = \alpha I_{Lf(0)}\} \end{aligned} \quad (4.15)$$

No momento em que se consideram diferentes pontos de operação, o sistema passa a ser representado por:

$$\begin{aligned} \dot{X}_n &= A_n(A_1, A_2, A_3, Q_1, D, V_{C1(0)}, I_{Lf(0)}, I_{L(0)}, V_{Cs(0)}, r, f) \cdot X_n + B_n \cdot U \\ \text{condições iniciais} &\{V_{C1(0)} = 0\} \\ \text{entradas} &\{A_{1-f}, A_{2-f}, A_{3-r,f}, Q_{1-r,f}\} \\ \text{saídas} &\{I_{Lf(0)}, I_{L(0)}, V_{Cs(0)}, D\} \end{aligned} \quad (4.16)$$

A diferença básica entre uma solução e outra, (4.15) ou (4.16), é a razão cíclica de operação. Quando a frequência de operação varia, a razão cíclica também deve variar para obter ZVS. O objetivo final desta análise normalizada é encontrar qual o D que proporciona solução numérica do circuito, atendendo as condições de ZVS. Por isso, D é uma variável em (4.16). A Figura 4.2 ilustra corrente e tensão na chave semicondutora para as duas situações.

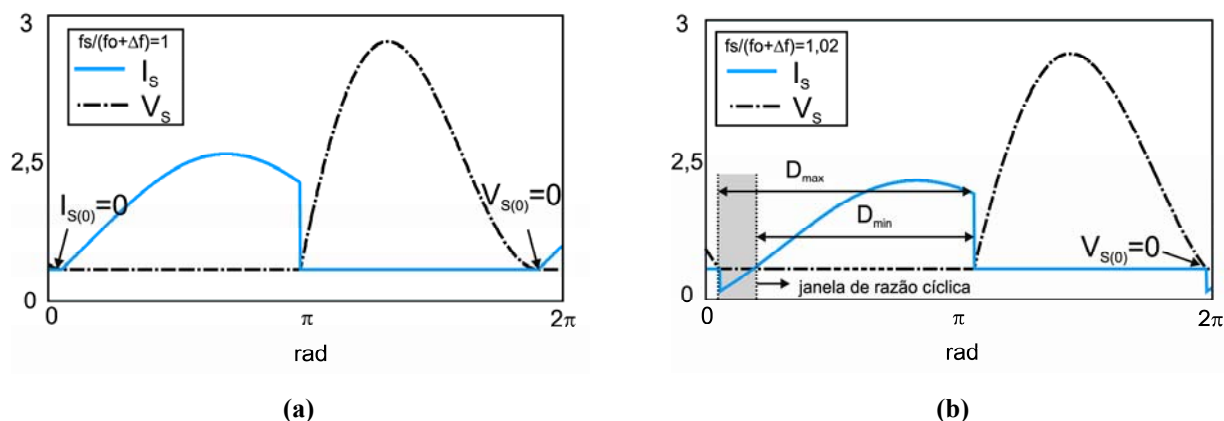


Figura 4.2 – Simplificações finais do conversor Classe-E; (a) Ponto nominal; (b) Frequências maiores do que a nominal.

Como se pode observar na Figura 4.2(b), o comportamento da corrente no interruptor é diferente da solução nominal. Existe uma região chamada de janela de razão cíclica, dada pelo tempo de condução do diodo em antiparalelo com a chave. Para qualquer ponto entre D_{max} e D_{min} , o circuito opera em ZVS e preserva as características estáticas de ganho e estresses de tensão e corrente.

As considerações para os demais pontos de operação, fora do ponto nominal são:

- O circuito considerado é o da Figura 4.1;
- O circuito opera em ZVS como na Figura 4.2(b). Esta informação está inserida na solução numérica através das condições iniciais, (4.16);
- A resistência de carga varia de forma normalizada através da constante “ r ”. O conversor opera somente com valores de resistência de carga maiores do que o valor nominal.
- A frequência de chaveamento varia de forma normalizada através da constante “ f ”. O conversor opera somente com valores maiores do que a frequência nominal, $(f_s/f_o + \Delta f) > 1$;

4.5 Análise normalizada com variação de frequência e carga

A operação com comutação suave é essencial para a implementação do conversor Classe-E, pois reduz perdas e ruídos eletromagnéticos conduzidos (EMI) causados pelas comutações. Um dos principais objetivos deste trabalho é baseado no rastreamento da janela de razão cíclica para diferentes pontos de operação, de modo a obter os limites de razão cíclica para cada frequência de chaveamento, garantindo ZVS.

Este rastreamento pode ser feito através de soluções numéricas do circuito para inúmeros pontos de operação, resultando em uma solução numérica global para o circuito. Se existe solução numérica para um ponto de operação, significa que existe uma razão cíclica que proporciona ZVS para este ponto.

Os pontos de operação do conversor podem ser analisados através das curvas de ressonância que mostram os ganhos para diferentes cargas e frequências. A Figura 4.3 ilustra curvas hipotéticas de ressonância para diferentes cargas. Estas curvas mostram que a frequência de ressonância se desloca com o fator de qualidade, e que os ganhos se alteram.

Se o objetivo é obter comutação suave para todas as cargas, variando o ganho de um valor mínimo a um valor máximo (o que representa a variação da tensão de entrada), quatro pontos extremos podem ser definidos nas curvas de ressonância. O ganho máximo para carga nominal é definido pelo ponto nominal (ponto1). Esse ganho é definido como ganho máximo do conversor, independente da carga. No ponto 1 também é definida a frequência de comutação mínima, pois é a mínima frequência que se tem ZVS como foi detalhado anteriormente.

Mantendo a carga nominal, ao aumentar a frequência o ganho diminui. O ponto 2 da Figura 4.3 indica o ponto de ganho mínimo com carga nominal. O ponto 4 é obtido ao manter o ganho mínimo e variar a carga para o valor mínimo. Da mesma forma, se o ganho máximo for mantido constante, e a carga variar para o valor mínimo, encontra-se o ponto 3. O valor mínimo de Q_l é obtido quando a constante normalizada “ r ” é igual à unidade na equação (4.12). Ao variar “ r ”, o valor de Q_l só aumentará, como mostra a Figura 4.4.

Os valores da Figura 4.4 são valores referentes ao PT utilizado neste trabalho, descrito na unidade 2.5. Medidas de resposta em frequência foram realizadas para avaliar as curvas de ressonância reais do PT. Estas curvas são ilustradas na Figura 4.5(a).

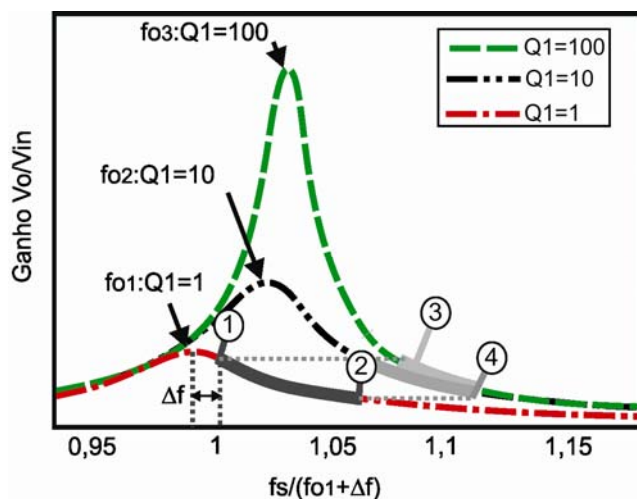


Figura 4.3 – Curvas hipotéticas de ressonância para análise de variação de frequência e carga.

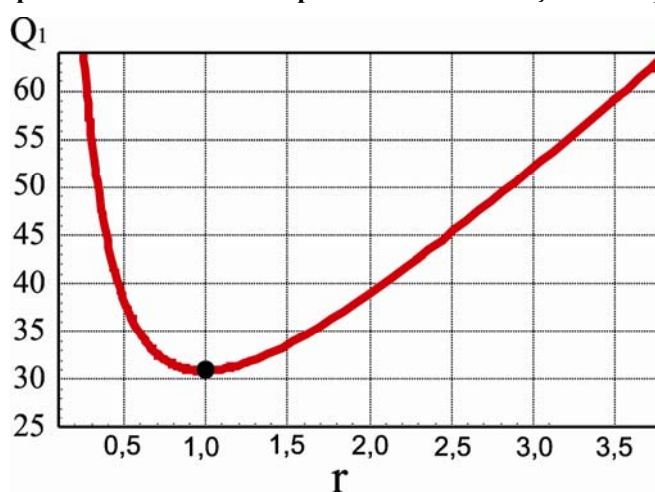


Figura 4.4 – Variação de Q_1 com relação a constante normalizada de carga, "r".

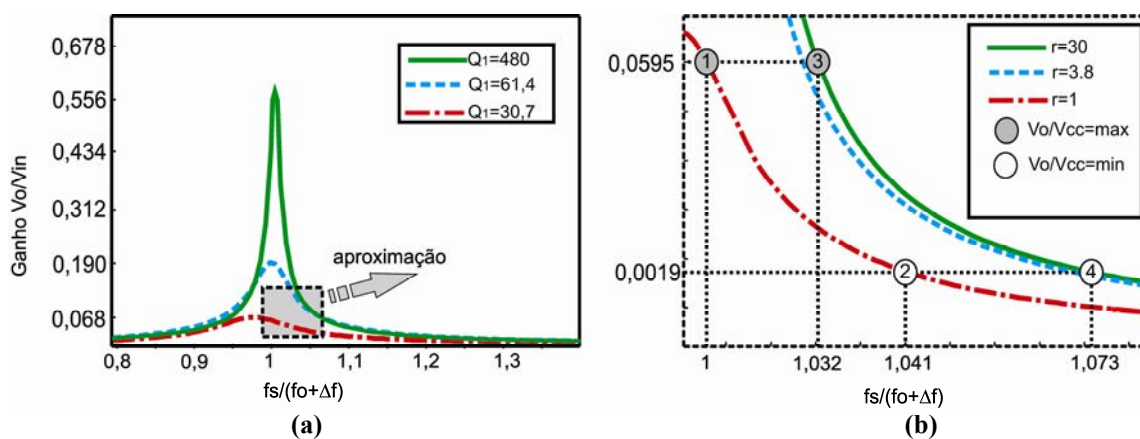


Figura 4.5 – Curvas de ressonância para diferentes cargas; (a) Curvas de ressonância; (b) Ampliação da região de operação.

A Figura 4.5(b) mostra uma aproximação da região de operação. Nota-se que a variação dos ganhos é bastante sensível próximo da carga nominal, de $r=1$ a $r=3,8$. Valores de acima de 10 vezes a carga nominal praticamente não modificam os ganhos.

A Figura 4.6 mostra as janelas de razão cíclica do conversor, para diferentes cargas, Q_1 , e diferentes valores de A_3 .

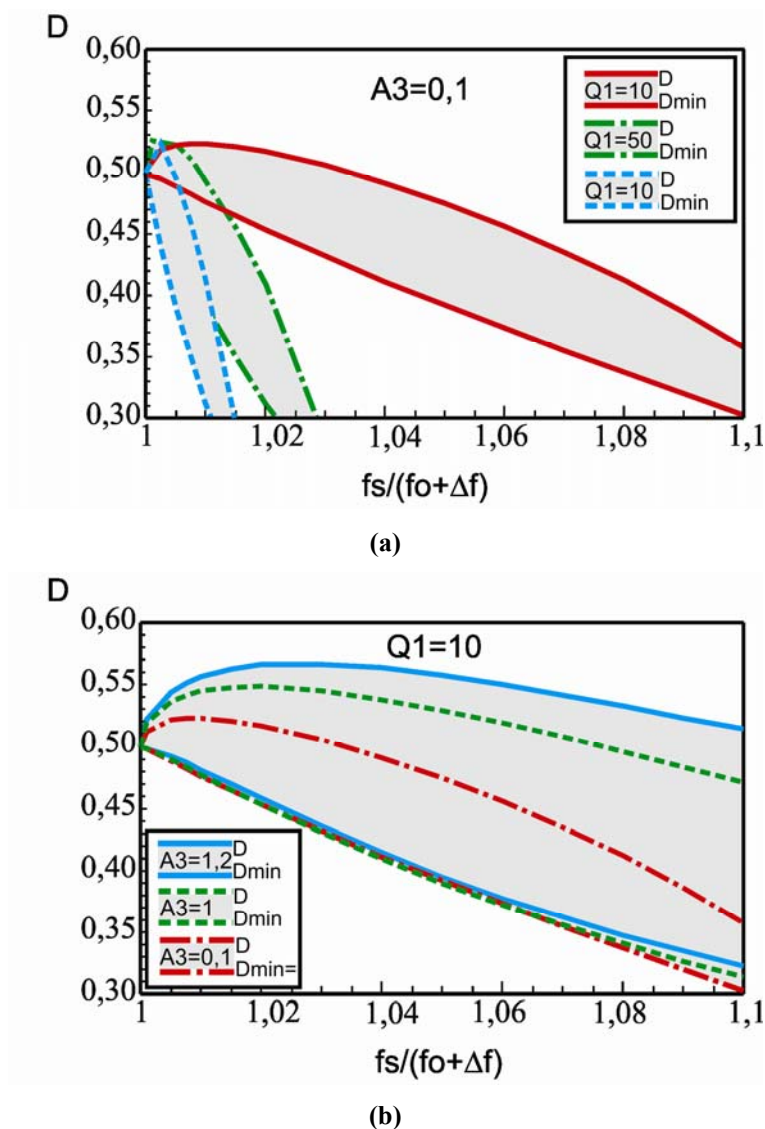
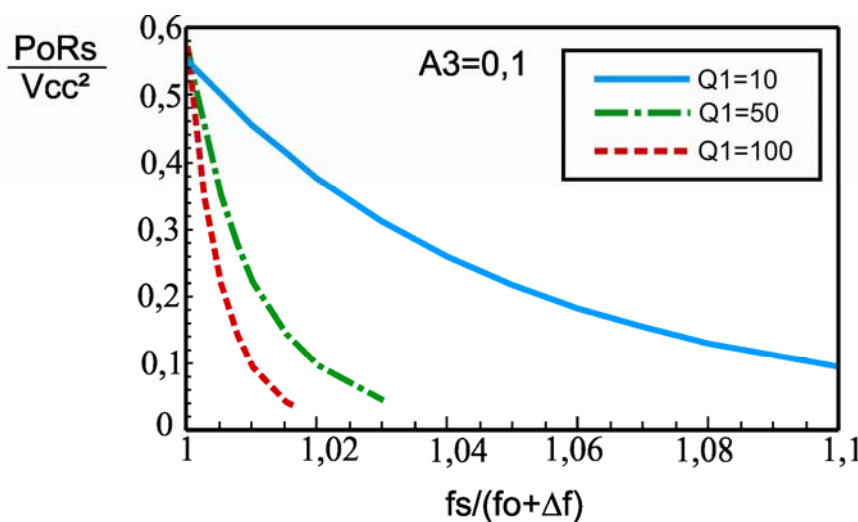


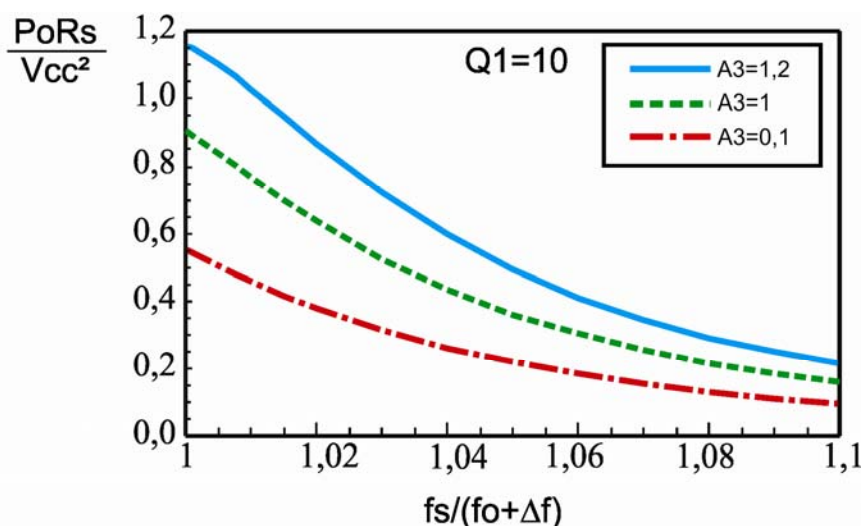
Figura 4.6 - Janela de razão cíclica vs. Frequência; (a) A_3 constante; (b) Q_1 constante.

Verifica-se que para valores diferentes de carga, mantendo A_3 constante, a janela de razão cíclica muda consideravelmente. Para Q_1 constante, dependendo de A_3 , tem-se diferentes regiões para razão cíclica, e vale observar que $A_3=1,2$ apresenta uma região maior, o que facilitaria a obtenção de ZVS.

A Figura 4.7(a) apresenta o ganho estático normalizado considerando A_3 constante para diferentes fatores de qualidade, enquanto a Figura 4.7(b) mostra o ganho para diferentes A_3 e fator de qualidade constante.



(a)



(b)

Figura 4.7 - Ganho estático normalizado vs. frequência de comutação; (a) A_3 constante; (b) Q_1 constante.

Infere-se através da Figura 4.7(a), que os ganhos mudam de forma diferente ao variar a frequência de comutação, para diferentes valores de Q_1 nominal. A faixa de frequência necessária para ir do ganho máximo ao mínimo varia. Quanto menor o valor de Q_1 , menor a sensibilidade do ganho em função da frequência. Isso pode facilitar a implementação do controle de forma analógica, pois diminui a sensibilidade a variações de frequência causadas pela não precisão dos VCOs (*Voltage Controlled Oscillators*). A Figura 4.7(b) mostra que o ganho estático varia proporcionalmente conforme a constante A_3 .

4.6 Regulação normalizada da saída e janela global de razão cíclica

A análise das Figuras da seção 4.5 leva a concluir que a frequência de operação nunca é menor do que a frequência nominal representada pelo ponto 1, e que o fator de qualidade nunca é menor do que o valor nominal. Esta conclusão é importante para justificar a estratégia de controle ilustrada na Figura 4.8, baseada na variação da frequência de chaveamento do conversor e da razão cíclica, sempre para valores de frequência maiores do que a frequência nominal no ponto 1.

Para operar desse modo, a tensão de saída é medida e comparada com um valor de referência, e o erro é compensado. Após isso, o sinal de erro compensado passa por um VCO, de onde se tem a informação da frequência de chaveamento do conversor.

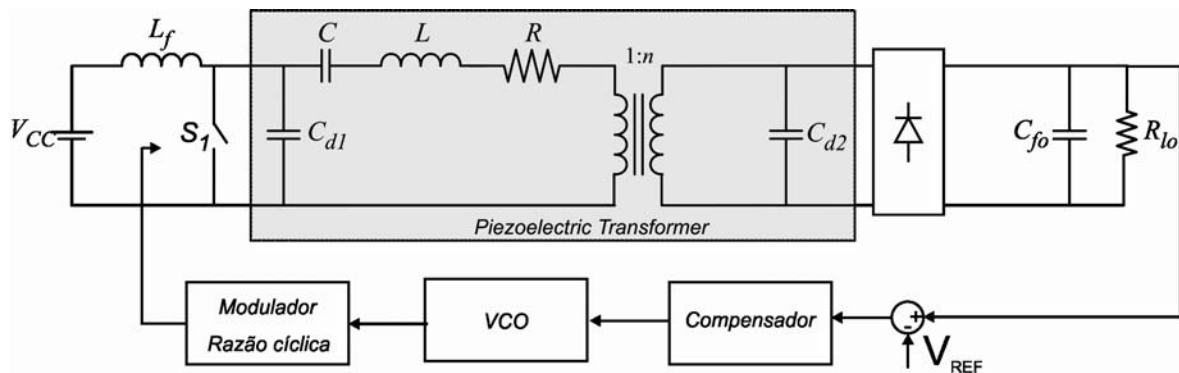


Figura 4.8 – Malha de Controle.

O modulador detecta a frequência de chaveamento e proporciona a razão cíclica necessária para que o conversor opere com ZVS. Esta função é chamada de rastreamento de razão cíclica (*duty cycle tracking*) [14].

Para encontrar a razão cíclica a ser implementada pelo modulador em cada ponto de operação, desenvolveu-se um algoritmo. Este algoritmo realiza variações de carga e ganhos do conversor de forma numérica, e encontra a solução matemática do circuito para cada combinação destes dois parâmetros. Os resultados de todas as combinações de carga e ganho possibilitam plotar os gráficos que mostram a janela global de razão cíclica.

Para obter estes resultados, segue-se o procedimento:

- Primeiramente encontra-se a solução do ponto 1, quando $r=1$ e $f=1$. O ganho encontrado neste ponto se torna o ganho base da análise.
- No próximo passo, aumenta-se a carga através de r , por exemplo, $r=2$. O sistema é solucionado, e o ganho é verificado.

- Define-se uma margem de erro em torno do ganho de referência, como mostra a Figura 4.9(a). Se o ganho for maior do que o ganho de referência mais o erro, a frequência deve ser aumentada. Se for menor, a frequência deve ser reduzida. Caso esteja dentro da margem estabelecida, a solução para este determinado ponto é aceita e o algoritmo aumenta a carga e busca a próxima solução. O incremento de f é definido pequeno suficiente de forma que sempre haja solução dentro da região do erro
- Após obter a solução para todas as cargas, o ganho é variado com relação ao ganho nominal, como se observa na Figura 4.9(b). Alguns valores típicos são: (0,8; 0,66 ; 0,57 ; 0,5 ; 0,45 ; 0,4 ; 3,66 ; 0,33).
- O processo de variação de carga se repete para cada ganho.

Este processo é realizado através de software matemático, somente para encontrar a solução. Detalhes sobre a implementação serão mostrados mais adiante.

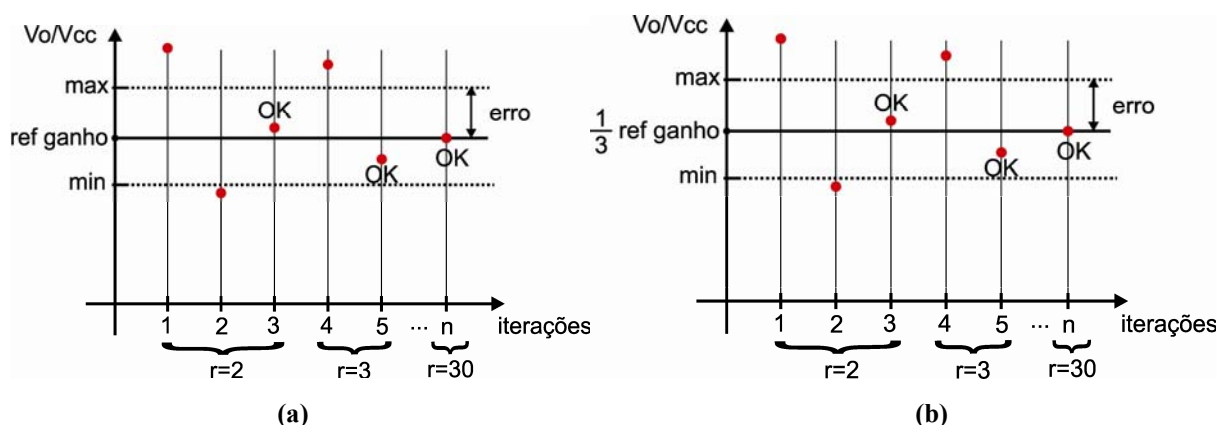


Figura 4.9 Iterações do algoritmo para encontrar solução variando carga e ganho; (a) Variação de carga para ganho máximo; (b) Variação de carga para ganho mínimo.

O ganho mínimo que se tenta buscar na solução global depende das características do conversor, considerando:

$$\begin{aligned} V_{cc_min} &\rightarrow \text{ganho máximo} \rightarrow V_o = V_{ref} \\ V_{cc_max} &\rightarrow \text{ganho mínimo} \rightarrow V_o = V_{ref} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Neste projeto, considera-se que a entrada varia em uma relação de três, entre o valor máximo e o valor mínimo. Dessa forma, Figura 4.10 ilustra o processo de regulação, para valores de entrada normalizada entre 1 e 3, e cargas variando de $r=1$ e $r=30$. Lembrando que a tensão de saída é mantida constante e igual à tensão de saída o ponto 1. O ganho máximo normalizado deste conversor está em torno de 1,2. Este ganho pode ser encontrado pela equação (3.46) através da solução do ponto nominal do conversor. Este ganho está refletido

para o primário, para obter a relação com a saída, deve-se multiplicar o ganho refletido ao primário pela relação de transformação do transformador, N . As constantes utilizadas para levantar as curvas da Figura 4.10 estão apresentadas na Tabela 4.1, essas são as constantes do conversor implementado.

Tabela 4.1 – Parâmetros normalizados para variação de frequência e carga.

Q_1	31
A_3	0,99
D	0,4
A_1	0,9875
A_2	0,2075
A_4	0,2524
A_5	0,9712
Q_4	3,9617

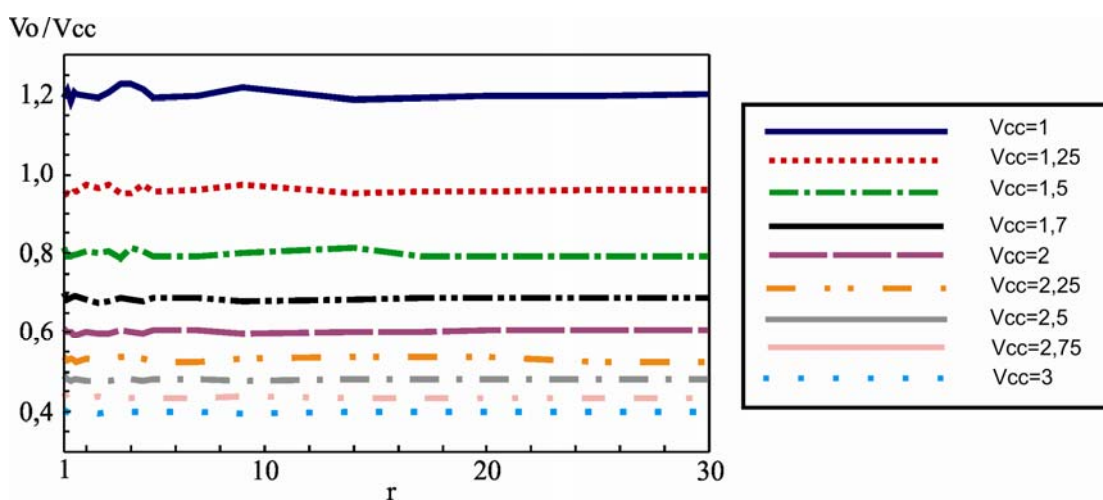


Figura 4.10 – Regulação da saída para diferentes cargas – obtenção da janela de razão cíclica.

Para regular os ganhos de acordo com a Figura 4.10, a frequência de chaveamento se comporta de acordo com a Figura 4.11.

Observa-se que o ganho é mais sensível à carga para valores próximos da carga nominal. Para valores de r maiores que 10, a frequência praticamente não muda. Se a razão cíclica máxima e mínima for observada para cada ponto das figuras acima, obtém-se o gráfico da janela global de razão cíclica do conversor, como mostra a Figura 4.12(b).

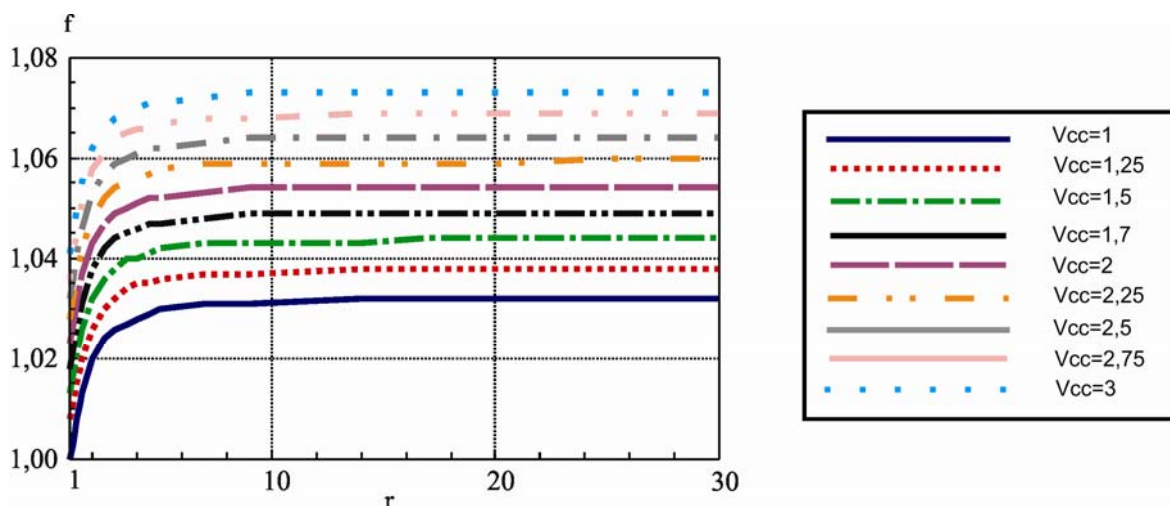


Figura 4.11 – Frequências de chaveamento necessárias para regulação de acordo com a Figura 4.10.

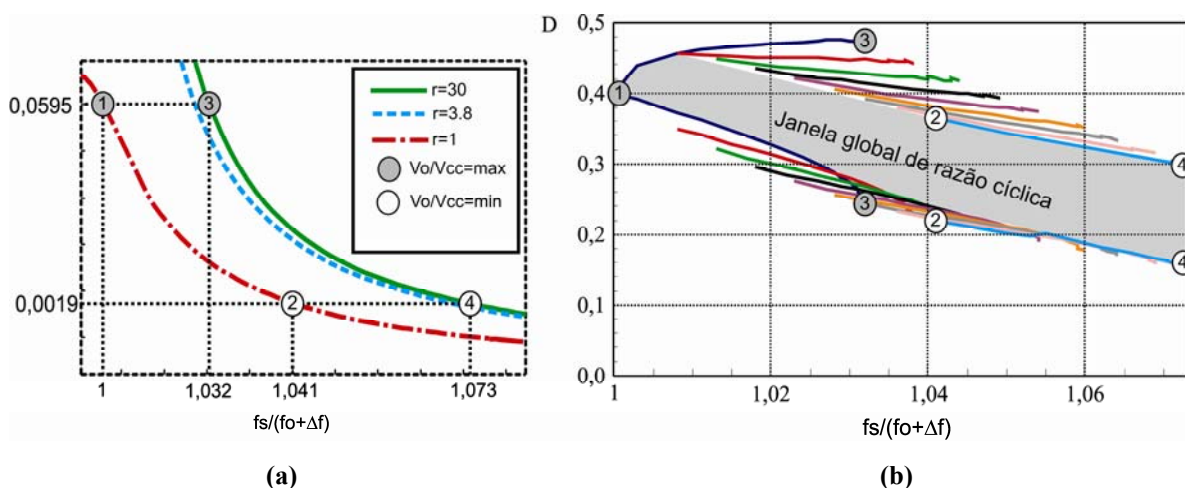


Figura 4.12 - Janela de razão cíclica vs. frequência e carga; (a) Limites da região de operação; (b) Janela global de razão cíclica.

A carga varia de $1 \rightarrow 3$ para o ganho máximo, e $2 \rightarrow 4$ para o ganho mínimo. O resultado mostra que para todos os pontos de operação escolhidos existe um ou uma faixa de valores de razão cíclica os quais o conversor pode operar em ZVS. A janela global de razão cíclica para o conversor implementado é mostrada na Figura 4.13. Através desta Figura é possível obter uma reta entre os valores máximos e mínimos de razão cíclica. Esta reta deve ser implementada posteriormente no modulador ilustrado na Figura 4.8. A obtenção da janela de razão cíclica global é um passo importante na análise do conversor classe-E, pois permite analisar para diferentes projetos, a capacidade de obter ZVS. A Figura 4.14 mostra comparações para diferentes A_3 , Q_1 ou D .

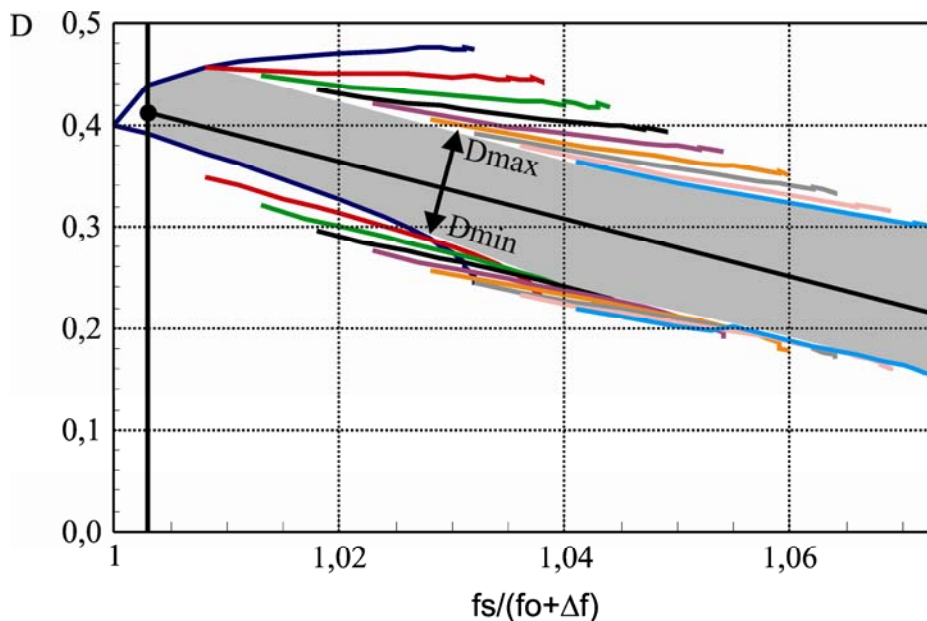


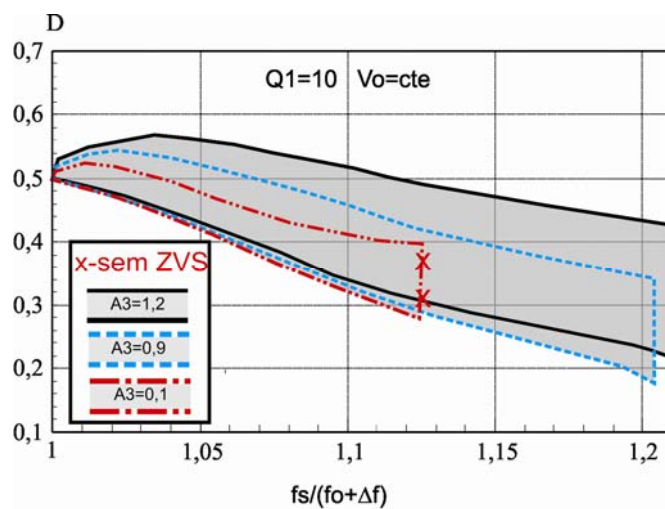
Figura 4.13 – Janela global de razão cíclica para o conversor implementado.

A Figura 4.14(a) permite avaliar que quanto maior o valor de A_3 , maior a faixa de razão cíclica e conseqüentemente mais fácil obter ZVS. De acordo com simulações, esta região aumenta até aproximadamente $A_3=1,5$. Quando o indutor de entrada é grande, ou seja, A_3 é pequeno, é mais difícil obter ZVS. Inclusive, no caso da Figura 4.14(a), encontrou-se um ponto em que não havia mais solução, mostrando que não existe solução para todos os ganhos e cargas. Os limites da existência de solução são representados pela letra “x” no gráfico.

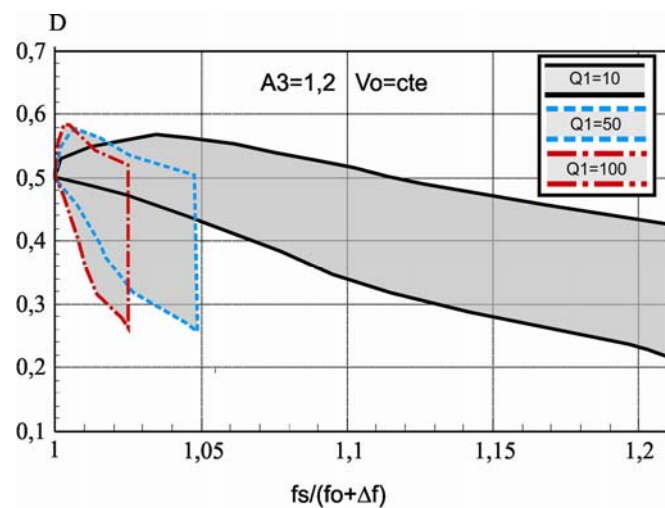
A explicação pode ser entendida através da Figura 4.15. O ponto 2' na Figura 4.15 indica o menor ganho em que o sistema apresenta solução para todas as cargas.

Para diferentes Q_1 , a faixa de razão cíclica não muda na Figura 4.14(b). O que muda é a variação de frequência necessária para regular o conversor. Já quando a razão cíclica nominal de projeto varia, Figura 4.14(c), as regiões de razão cíclica mudam consideravelmente. Inclusive, não se obtém solução para todos os ganhos quando valores de razão cíclica nominal são elevados.

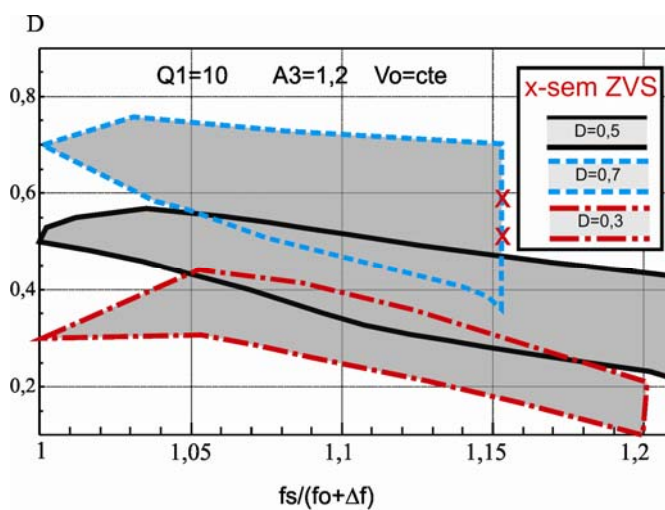
Algumas conclusões podem ser tiradas com esta análise. Ela permite obter um ponto ótimo de projeto de forma normalizada. Na Figura 4.14(a) quanto maior o coeficiente A_3 , maior a faixa de ZVS. Quanto menor o Q_1 na A Figura 4.14(b), maior a faixa de frequência para regular o conversor. Uma faixa de frequência grande implica que o VCO não precisa ter alta precisão, caso controle analógico seja aplicado. A Figura 4.14(c) mostra que razão cíclica perto de 0,5 é mais apropriado em termos de faixa de ZVS.



a)



(b)



(c)

Figura 4.14 - Janela de razão cíclica vs. frequência e carga, para diferentes parâmetros normalizados de projeto; (a) Diferentes valores de A_3 ; (b) Diferentes valores de Q_1 nominal; (c) Diferentes valores de D nominal.

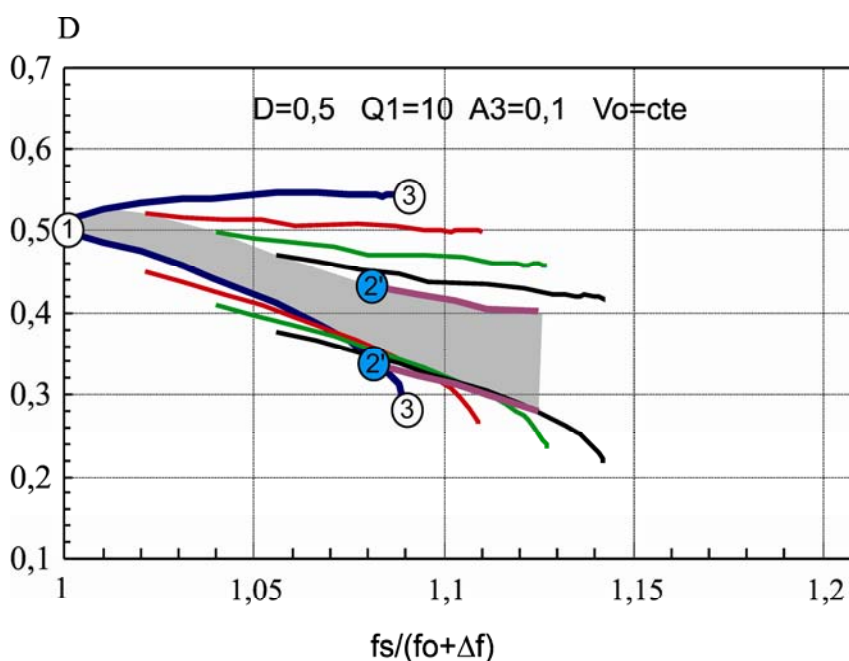


Figura 4.15 - Limites da janela de razão cíclica.

4.7 Sumário do Capítulo.

O Capítulo 3 permitia somente projetar o ponto nominal de operação de forma normalizada, da mesma forma que outros trabalhos referenciados. O capítulo 4 apresentou uma análise completa normalizada do processo de regulação do conversor Classe-E, incluindo variação normalizada da frequência de comutação e da carga. Como resultado principal obteve-se uma faixa de razão cíclica global do conversor, permitindo operar em ZVS para todos os pontos de operação, sem a necessidade prévia de parâmetros de projeto.

Além do resultado da janela de razão cíclica para o conversor implementado nesse trabalho, foram avaliadas outras situações, com diferentes fatores de qualidade, diferentes razões cíclicas e coeficientes A_3 . Essa avaliação resultou nas melhores constantes para facilitar a obtenção da maior janela de razão cíclica possível. Os resultados mostram que razões cíclicas nominais de 0,5 com fator da qualidade nominal de aproximadamente 10 e uma constante $A_3 = 1,2$ ou pouco maior, são valores que propiciariam a maior janela de razão cíclica global.

5 MODELAGEM MATEMÁTICA DE GRANDES SINAIS

5.1 Introdução.

Este Capítulo tem como objetivo derivar as equações de grandes sinais do conversor Classe-E, para em um próximo passo obter o modelo de pequenos sinais utilizado no projeto da malha de controle. A obtenção do modelo é um ponto crítico na análise e no projeto de conversores de potência, e deve ser realizada do modo mais detalhista possível para representar ao máximo o comportamento do conversor. Como a topologia utilizada apresenta inúmeros elementos ressonantes, a obtenção do modelo se torna naturalmente complexa. A Metodologia escolhida para modelagem é generalizada e permite a solução de circuitos de ordem elevada [15], mas em contrapartida, envolve bastante esforço matemático.

5.2 Equações de estado não lineares.

O primeiro passo para a derivação do modelo de grandes sinais utilizando a metodologia modelo médio generalizada é a derivação das equações diferenciais do circuito [15]. O circuito considerado na obtenção das equações do conversor Classe-E está ilustrado na Figura 5.1. As simplificações apresentadas no processo de normalização não são consideradas, pois é desejável obter o modelo mais completo possível.

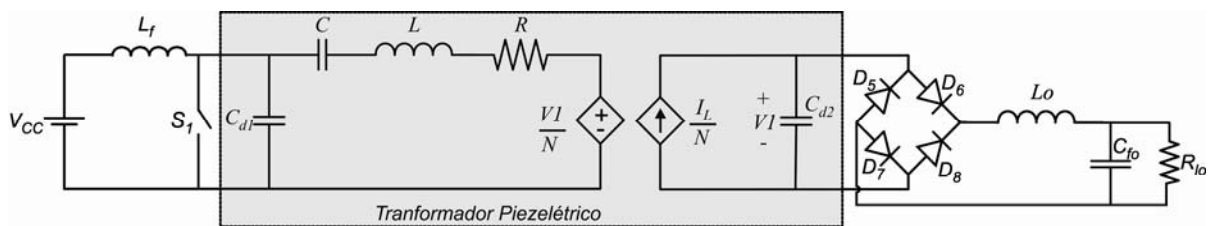


Figura 5.1 - Limites da janela de razão cíclica.

Nota-se a inserção de um indutor na saída do conversor, que neste caso tem a função de aumentar a ordem do filtro de saída e diminuir o tamanho do capacitor. Além disso, a presença do indutor facilita a solução das equações de grandes e pequenos sinais a serem desenvolvidas à seguir. Como foi comentada anteriormente, a inserção deste indutor não afeta

a janela de razão cíclica, portanto os princípios utilizados até o momento permanecem válidos.

Os elementos não lineares deste circuito são: a chave semicondutora e a ponte retificadora da saída. Ambas podem ser descritas matematicamente. A operação do interruptor S_I pode ser descrita através de uma função periódica de chaveamento, definida como:

$$s(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < DT_s \\ 1, & DT \leq t < T_s \end{cases} \quad (5.1)$$

Onde T_s é o período de operação e D é a razão cíclica. A operação da ponte retificadora pode ser definida pela função sinal na forma:

$$\text{sgn}(V_I) = \begin{cases} 1, & V_I > 0 \\ 0, & V_I = 0 \\ -1, & V_I < 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

Onde V_I é a tensão no capacitor na entrada da ponte retificadora. É considerado que o indutor de saída opera em condução contínua, dessa forma existem somente duas etapas, ilustradas na Figura 5.2.

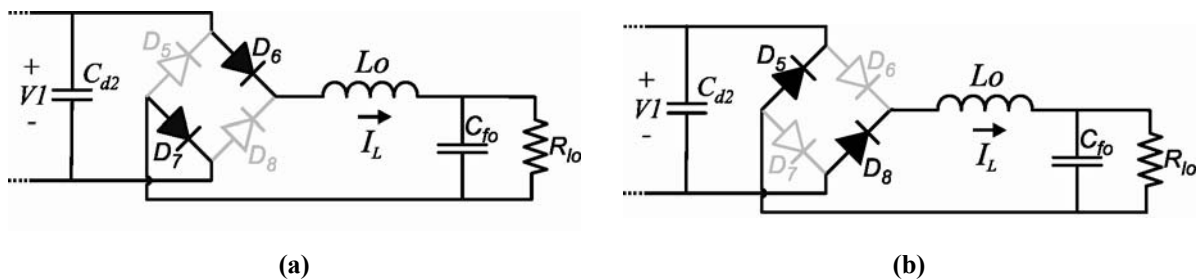


Figura 5.2 – Etapas do retificador de saída; (a) Tensão V_I positiva; (b) Tensão V_I negativa.

As equações diferenciais que definem a evolução das tensões e correntes do circuito podem ser definidas em duas etapas conforme o interruptor:

$$\begin{array}{ll}
\overbrace{L_f \frac{di_{Lf}}{dt} = V_{cc}}^{\text{Etapa I}} & \overbrace{L_f \frac{di_{Lf}}{dt} + V_{cd1} = V_{cc}}^{\text{Etapa II}} \\
C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} = 0 & C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} = (i_{Lf} - i_L) \\
L \frac{di_L}{dt} + V_C + Ri_L + \frac{V_1}{N} = 0 & L \frac{di_L}{dt} + V_C + Ri_L + \frac{V_1}{N} = V_{cd1} \\
C \frac{dV_C}{dt} = i_L & C \frac{dV_C}{dt} = i_L \\
C_{d2} \frac{dV_1}{dt} = \frac{i_L}{N} - i_{Lo} \operatorname{sgn}(V_1) & C_{d2} \frac{dV_1}{dt} = \frac{i_L}{N} - i_{Lo} \operatorname{sgn}(V_1) \\
L_o \frac{di_{Lo}}{dt} = \operatorname{sgn}(V_1)V_1 - V_o & L_o \frac{di_{Lo}}{dt} = \operatorname{sgn}(V_1)V_1 - V_o \\
C_{fo} \frac{dV_o}{dt} = i_{Lo} - \frac{V_o}{R_{lo}} & C_{fo} \frac{dV_o}{dt} = i_{Lo} - \frac{V_o}{R_{lo}}
\end{array} \tag{5.3}$$

Se elas forem simplificadas, utilizando as funções (5.1) e (5.2), obtêm-se as seguintes equações:

$$\begin{array}{l}
L_f \frac{di_{Lf}}{dt} + s(t)V_{C1} = V_{cc} \\
C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} = s(t)(i_{Lf} - i_L) \\
L \frac{di_L}{dt} + V_C + Ri_L + \frac{V_1}{N} = s(t)V_{C1} \\
C \frac{dV_C}{dt} = i_L \\
C_{d2} \frac{dV_1}{dt} = \frac{i_L}{N} - i_{Lo} \operatorname{sgn}(V_1) \\
L_o \frac{di_{Lo}}{dt} = \operatorname{sgn}(V_1)V_1 - V_o \\
C_{fo} \frac{dV_o}{dt} = i_{Lo} - \frac{V_o}{R_{lo}}
\end{array} \tag{5.4}$$

Estas são as equações diferenciais que representam o funcionamento do conversor.

5.3 Modelo médio generalizado em espaço de estados

O sistema em espaço de estados generalizado se baseia no fato de que uma forma de onda $x(t)$ pode ser representada em um intervalo de tempo $(t-T, t]$ por uma série de Fourier na forma [15]:

$$x(t-T+s) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \langle x \rangle_k(t) e^{jk\omega_s(t-T+s)} \quad (5.5)$$

Onde o somatório se dá para todos os inteiros k , $\omega_s = 2\pi/T$ e $s \in (0, T]$.

Os coeficientes complexos de Fourier são calculados por:

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t-T+s) e^{-jk\omega_s(t-T+s)} ds = \frac{1}{T} \int_0^T x(\tau) e^{-jk\omega_s(\tau)} d\tau \quad (5.6)$$

Esta análise considera a evolução no tempo dos coeficientes da série de Fourier, para uma janela de tempo T que varia sobre a forma de onda $x(t)$. O objetivo é determinar o modelo em espaço de estados do sistema, onde os coeficientes da série de Fourier dados por (5.6) são as variáveis de estado.

A abordagem clássica de espaço de estados [29] considera apenas o índice $k=0$ na série (5.5). O modelo obtido é chamado de modelo médio, e assume que as ondulações das variáveis são pequenas, considerando apenas a componente CC das mesmas. A equivalência pode ser observada substituindo-se $k=0$ em (5.6):

$$\langle x \rangle_0(t) = \frac{1}{T} \int_0^T x(\tau) d\tau \triangleq \bar{x}(t) \quad (5.7)$$

Quanto mais índices são utilizados, mais o modelo se torna abrangente. Ao aplicar esta teoria em conversores de Eletrônica de Potência, é importante analisar algumas propriedades da série de Fourier. Considerando por exemplo, a função diferencial:

$$\frac{d}{dt} x(t) = f\{x(t), u(t)\} \quad (5.8)$$

Onde $u(t)$ é alguma função periódica no período T . Exemplos típicos são funções de comutação como (5.1) e (5.2).

Para aplicar a modelagem generalizada, devem-se considerar apenas os coeficientes mais significativos nos dois lados de (5.8):

$$\left\langle \frac{d}{dt} x \right\rangle_k = \langle f(x, u) \rangle_k \quad (5.9)$$

A partir daí, deve-se utilizar a propriedade de Fourier da derivada em função do tempo, dada por:

$$\frac{d}{dt}\langle x \rangle_k = -jk\omega_s \langle x \rangle_k + \langle f(x, u) \rangle_k \quad (5.10)$$

Esta derivação considera que a frequência de chaveamento é constante, porém sabe-se que para conversores ressonantes isso não é verdade. Entretanto, se as variações forem consideradas lentas comparadas com o período, esta aproximação pode ser utilizada [15].

O segundo termo a direita de (5.10), é geralmente um termo não linear proveniente das funções periódicas, e é derivado utilizando funções descritivas extendidas [16] e a propriedade da convolução na forma:

$$\langle xu \rangle_k = \sum_i \langle x \rangle_{k-i} \langle u \rangle_i \quad (5.11)$$

Onde o somatório se dá para todos inteiros i . Para muitos casos, podem-se desconsiderar alguns termos da convolução por serem muito pequenos [15].

5.4 Aproximação harmônica

A precisão do modelo está diretamente relacionada com a aproximação das harmônicas. Por isso é recomendável verificar as formas de onda do conversor utilizando a transformada rápida de Fourier (FFT). Só assim podem-se saber as principais harmônicas contidas em cada forma de onda.

Um número apropriado de harmônicas deve ser selecionado respeitando a relação entre a precisão e complexidade do modelo. Para o conversor Classe-E, por exemplo, as formas de onda estão representadas na Figura 5.3.

Observa-se primeiramente a corrente do indutor de entrada, I_{Lf} , que apresenta um nível CC mais uma componente fundamental, além de algumas harmônicas de ordem maior devido a etapa em que a chave está conduzindo e a corrente cresce de forma linear. A tensão no capacitor em paralelo com somicondutor, V_{CI} é ainda mais distante de uma forma de onda senoidal, pois se mantém nula durante a primeira etapa, e ressona na segunda. Estes dois elementos em conjunto com a chave S_I compõem o estágio de entrada do conversor, definido

como subsistema I na Figura 5.5. As harmônicas da corrente no indutor e da tensão no capacitor estão apresentadas na Figura 5.4.

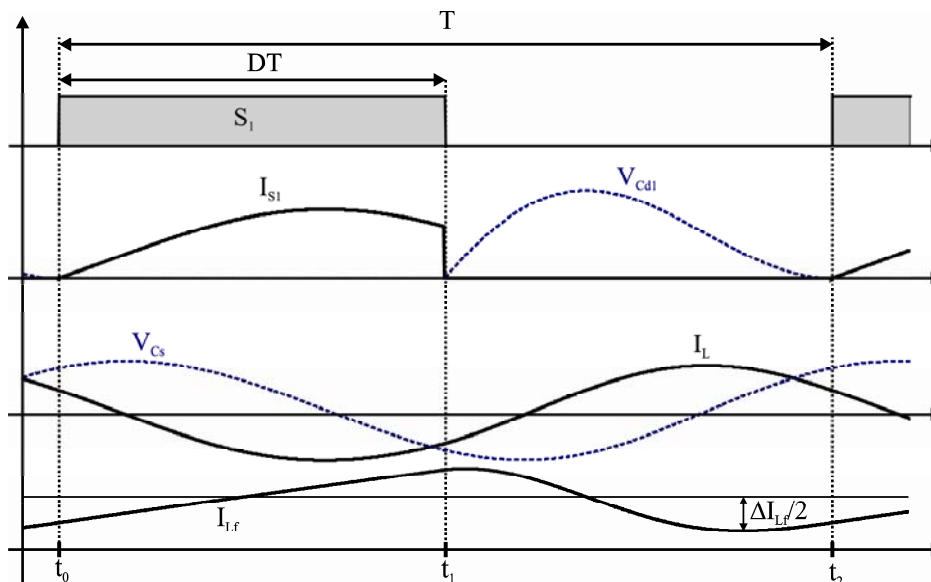


Figura 5.3 – Principais formas de onda do conversor Classe-E

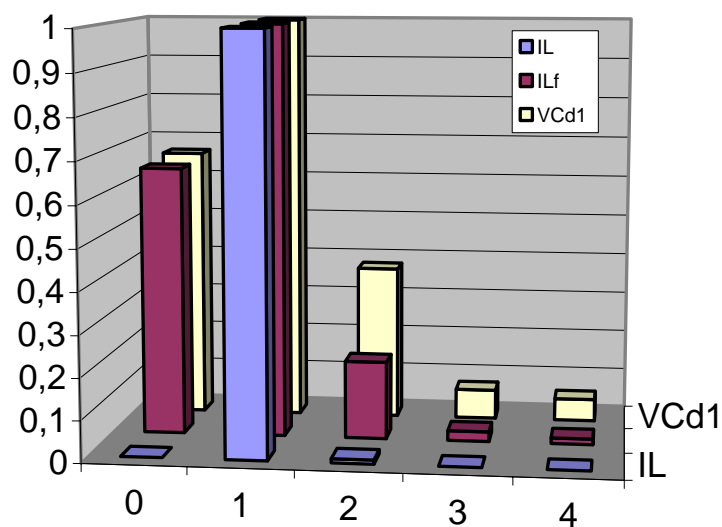


Figura 5.4 – Harmônicas do conversor Classe-E.

As harmônicas são apresentadas de forma normalizada com relação a fundamental, e as simulações foram realizadas baseadas no conversor proposto neste trabalho. Os parâmetros do conversor estão ilustrados na Tabela 8.1, enquanto os dados do transformador estão

listados na . Observa-se uma amplitude ainda considerável para as harmônicas de ordem 2 e 3 da tensão V_{C1} . Da mesma forma, a segunda harmônica da corrente no indutor.

A corrente no indutor ressonante, I_L , já se aproxima bastante de uma forma de onda senoidal, sem valor CC, assim como a tensão no capacitor ressonante. O circuito ressonante se caracteriza como um filtro passa faixa, com fator de qualidade alto ($Q > 10$), forçando que somente formas de onda senoidais passem através do transformador piezoelétrico. Devido à injeção de corrente senoidal e da presença do retificador ponte completa a direita do capacitor C_{d2} , a tensão em V_I é senoidal sem nível CC. Em caso de retificador como dobrador de tensão [31] isto não é mais válido. A parte ressonante do circuito é definida como subsistema II na Figura 5.5.

O filtro de saída apresenta normalmente dinâmicas lentas quando comparado com as partes ressonantes, fazendo com que somente o coeficiente zero seja considerado. O filtro de saída é definido como subsistema III na Figura 5.5

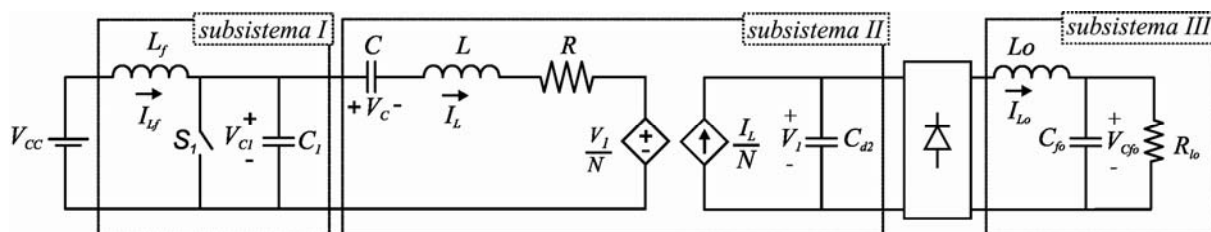


Figura 5.5 – Divisão do circuito de acordo com o balanço harmônico.

5.5 Funções descritivas extendidas

As funções descritivas [29], como o próprio nome sugere, descrevem as funções não lineares utilizando séries de Fourier. Se existe um bloco com comportamento passa baixa em um sistema, então todas as harmônicas menos a fundamental vão ser atenuadas ao passar por esse filtro. Neste caso, a saída do bloco não linear pode ser aproximada pela componente fundamental. A amplitude da saída é uma função não linear, $F(x)$, da amplitude da entrada. $F(x)$ é a função descritiva do bloco não linear. Quando mais de uma entrada e uma saída são consideradas, é necessária uma definição mais generalizada, chamada de funções descritivas extendidas (FDE).

Empregando o conceito de funções descritivas extendidas [16], as funções não lineares em (5.1) e (5.2) podem ser simplificadas fazendo-se expansões de Fourier de acordo com as condições e harmônicas das variáveis de estado que estas funções estão relacionadas no

circuito. Isso porque elas são multiplicadas pelas formas de onda do circuito através da relação de convolução (5.11).

Isso faz com que quando o erro das FDE deve ser reduzido através do aumento do número de harmônicas consideradas, todas as correntes e tensões no circuito em torno desta função não linear devem aumentar o número de harmônicas consideradas na mesma proporção. Isso significa que para aumentar a complexidade de um ponto do circuito, a complexidade de outros pontos aumenta ao mesmo tempo. Isso pode ser impraticável quando o tamanho e a complexidade do modelo são elevados. A idéia da solução é trabalhar com um erro dentro de uma margem, mas manter ao máximo a simplicidade do modelo, limitando o número de harmônicas.

Este fato ficará mais claro no item 5.6 quando o modelo for derivado passo a passo. e o procedimento para a consideração de harmônicas é utilizado.

5.5.1 Função Comutação

A definição da função Comutação foi apresentada em (5.1). Ela deve ser derivada utilizando a série (5.5). Os coeficientes a serem utilizados são $k=\{0, 1, 2\}$ devido as harmônicas consideradas no subsistema I da Figura 5.5. Aplicando-se a equação (5.6) para os coeficientes de interesse, obtém-se como resultado:

$$\langle s \rangle_0(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} s(\tau) d\tau = 1 - D \quad (5.12)$$

$$\langle s \rangle_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-2\pi}^0 s(\tau) e^{-j\omega_s \tau} d\tau = \frac{j(1 - e^{-j2\pi D})}{2\pi} = \frac{j}{2\pi} - \frac{j \cos(2\pi D)}{2\pi} - \frac{\text{sen}(2\pi D)}{2\pi} \quad (5.13)$$

$$\langle s \rangle_2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-2\pi}^0 s(\tau) e^{-j2\omega_s \tau} d\tau = \frac{j(1 - e^{-j4\pi D})}{4\pi} = \frac{j}{4\pi} - \frac{j \cos(4\pi D)}{4\pi} - \frac{\text{sen}(4\pi D)}{4\pi} \quad (5.14)$$

Para cada coeficiente positivo existe um coeficiente igual em módulo, mas sinal contrário, dado pelo conjugado do equivalente positivo. Os conjugados dos coeficientes $k=\{-1, -2\}$ são:

$$\langle s \rangle_{-1}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-2\pi}^0 s(\tau) e^{j\omega_s \tau} d\tau = \frac{j(-1 + e^{j2\pi D})}{2\pi} = -\frac{j}{2\pi} + \frac{j \cos(2\pi D)}{2\pi} - \frac{\text{sen}(2\pi D)}{2\pi} \quad (5.15)$$

$$\langle s \rangle_{-2}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-2\pi}^0 s(\tau) e^{j2\omega_s \tau} d\tau = \frac{j(-1 + e^{j4\pi D})}{4\pi} = -\frac{j}{4\pi} + \frac{j \cos(4\pi D)}{4\pi} - \frac{\text{sen}(4\pi D)}{4\pi} \quad (5.16)$$

A aproximação da função chaveamento para diferentes harmônicas e razões cíclicas está apresentada na Figura 5.6.

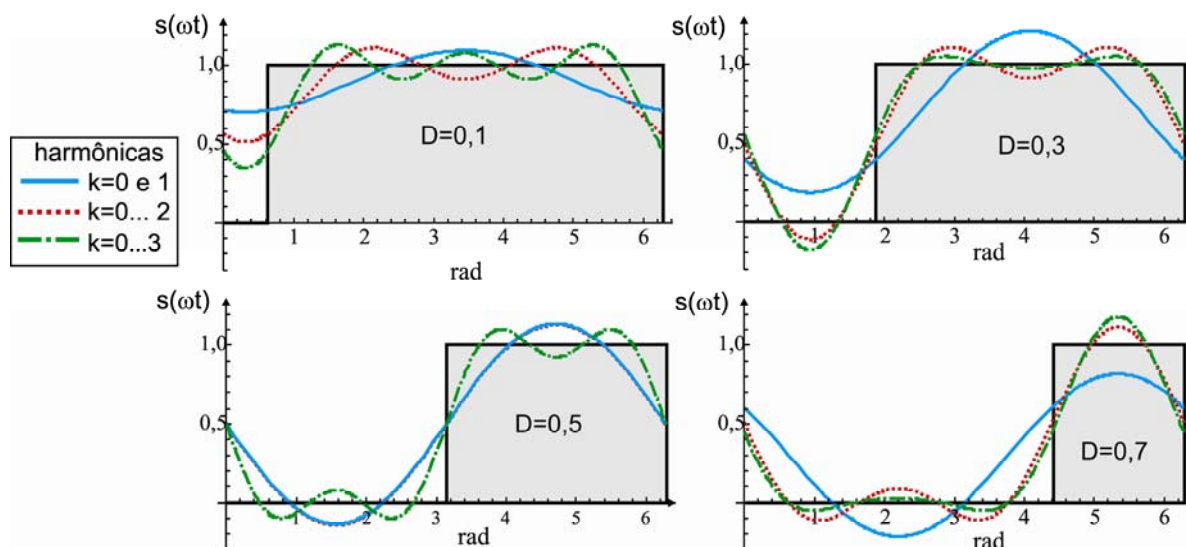


Figura 5.6 – Aproximação da função chaveamento para diferentes razões cíclicas e diferentes números de harmônicas.

Quando a razão cíclica é igual a 0,5 a função se torna simétrica em relação ao eixo das ordenadas, os coeficientes ímpares são nulos. É possível concluir através dos gráficos que o erro da aproximação depende tanto da razão cíclica quanto número de coeficientes. Para verificar este fato, o erro entre a o valor eficaz da função aproximada em comparação com o valor eficaz da função real foi avaliado para diferentes pontos como mostra a Figura 5.7.

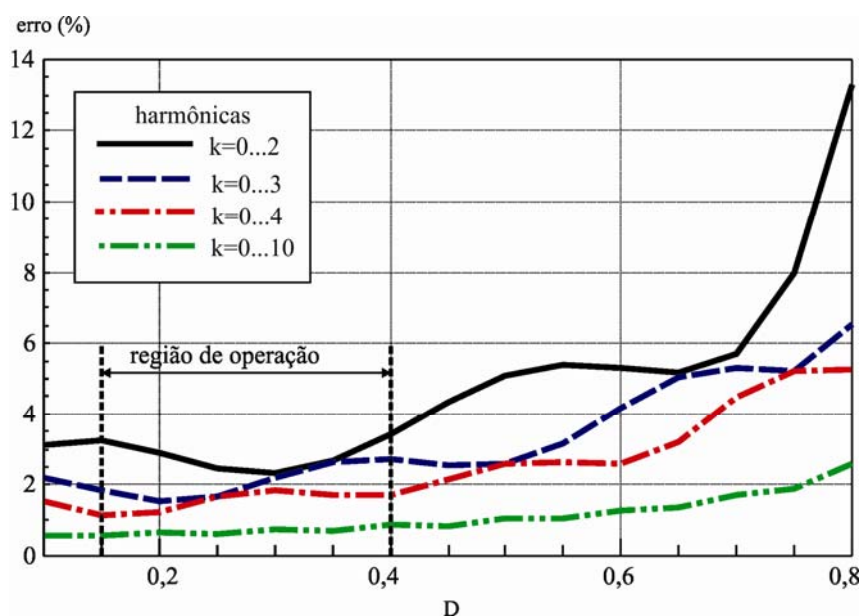


Figura 5.7 – Erro de aproximação da função chaveamento.

A região de operação do conversor implementado é situada para valores de razão cíclica entre 0,15 e 0,4. Dentro desta região o maior erro é aproximadamente 3%.

5.5.2 Função Sinal

A definição da função Sinal foi apresentada em (5.2). Ela deve ser derivada utilizando a série (5.5). O coeficiente a ser utilizado é $k=\{1\}$ devido as harmônicas consideradas no subsistema II e III da Figura 5.5.

Devido a aproximação harmônica, a tensão V_1 a qual se deve calcular o sinal é aproximadamente senoidal. Então considerando:

$$x(t) = \text{sen}(\omega_s t + \alpha) \quad (5.17)$$

Onde α é um ângulo qualquer. Aplicando-se a equação (5.6) para o coeficiente de interesse, na forma:

$$\langle \text{sgn}(x(t)) \rangle_1 = \frac{1}{T} \int_0^T \text{sgn}(\text{sen}(\omega_s(t-T+s) + \alpha)) e^{-j1\omega_s(t-T+s)} ds \quad (5.18)$$

Para facilitar a solução, geralmente se utiliza uma substituição de variáveis. Por exemplo, definindo:

$$\begin{aligned} \theta &= \omega_s t \\ \delta &= \omega_s(t-T+s) + \alpha \rightarrow d\delta = \omega_s ds \end{aligned} \quad (5.19)$$

A equação (5.18) se torna:

$$\langle \text{sgn}(x(t)) \rangle_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta-2\pi+\alpha}^{\theta+\alpha} \text{sgn}(\text{sen}(\delta)) e^{-j(\delta-\alpha)} d\delta \quad (5.20)$$

O resultado da função sinal considerando a harmônica fundamental é:

$$\langle \text{sgn}(x(t)) \rangle_1 = -j \frac{2}{\pi} e^{j\alpha} \quad (5.21)$$

Lembrando que α é o ângulo da função $x(t)$. Ao aplicar estas equações para o conversor, α representa o ângulo da tensão V_1 , resultando na seguinte equação:

$$\begin{aligned} \langle \text{sgn}(V_1) \rangle_1 &= \frac{2e^{j\angle(V_1)_1}}{\pi} = \frac{2 \text{Re}[V_1] + \text{Im}[V_1]}{\pi \|V_1\|} \\ \langle \text{sgn}(V_1) \rangle_{-1} &= \frac{2e^{j\angle(V_1)_{-1}}}{\pi} = \frac{2 \text{Re}[V_1] - \text{Im}[V_1]}{\pi \|V_1\|} \end{aligned} \quad (5.22)$$

A aproximação da função sinal para diferentes números de harmônicas

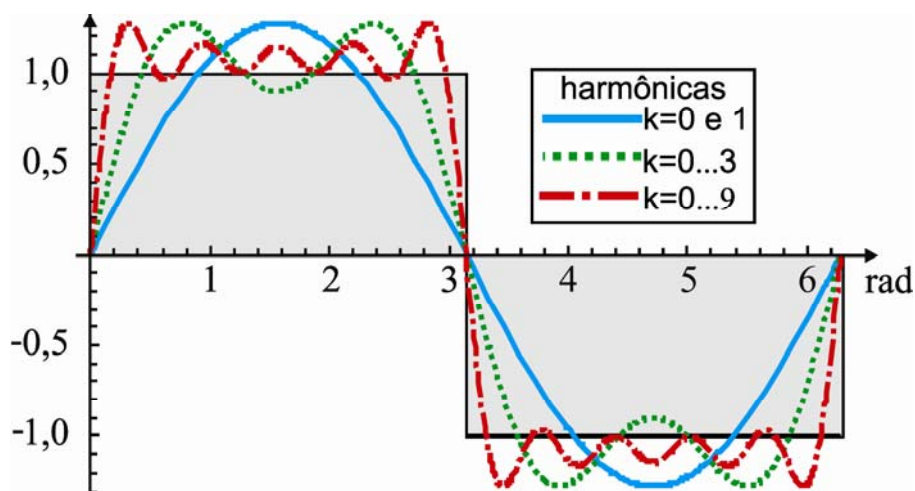


Figura 5.8 – Aproximação da função Sinal para diferentes números de harmônicas.

Para verificar a relação do erro entre a o valor eficaz da função aproximada em comparação com o valor eficaz da função real, foi plotado o gráfico da Figura 5.7.

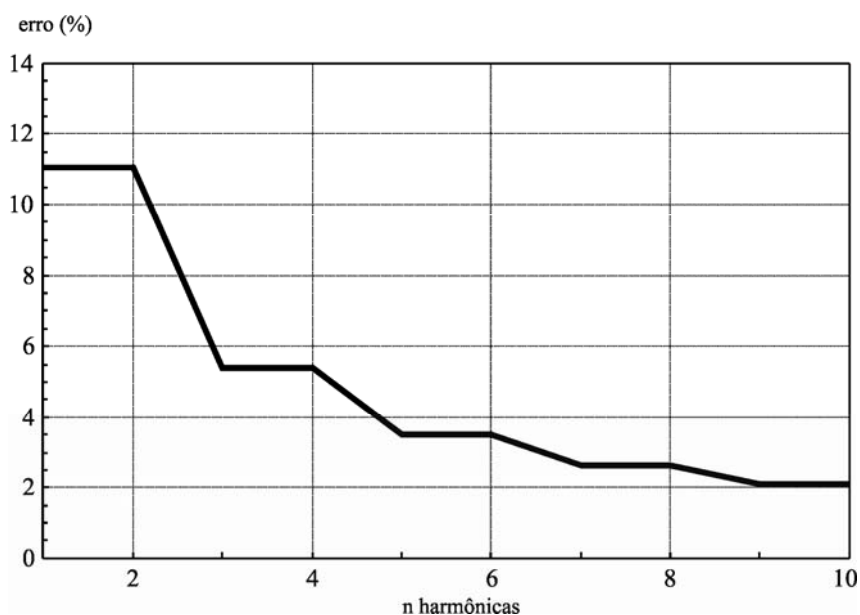


Figura 5.9 – Erro de aproximação da função Sinal.

5.6 Derivação do modelo de grandes Sinais

A obtenção do modelo de grandes sinais se dá basicamente na derivação das equações diferenciais que descrevem a evolução dos coeficientes da série de Fourier pra cada estado. Para isso, cada uma das equações diferenciais em (5.4) deve ser derivada tantas vezes quanto o número de coeficientes considerados. Lembrando que para cada coeficiente diferente de

zero, existe um conjugado a ser considerado. Por exemplo, para a corrente do indutor de entrada foram considerados os coeficientes $k=\{0,1,-1\}$.

Devido ao elevado número de coeficientes, definiram-se variáveis auxiliares y_i e x_i para representar a parte real e imaginária dos mesmos. As definições foram feitas como segue:

$$\begin{aligned}
 \langle I_{Lf} \rangle_0 &= y_1 \\
 \langle I_{Lf} \rangle_1 &= y_2 + jy_3 \quad \text{e} \quad \langle I_{Lf} \rangle_{-1} = y_2 - jy_3 \\
 \langle V_{C1} \rangle_0 &= y_4 \\
 \langle V_{C1} \rangle_1 &= y_5 + jy_6 \quad \text{e} \quad \langle V_{C1} \rangle_{-1} = y_5 - jy_6 \\
 \langle I_L \rangle_1 &= y_7 + jy_8 \quad \text{e} \quad \langle I_L \rangle_{-1} = y_7 - jy_8 \\
 \langle V_C \rangle_1 &= y_9 + jy_{10} \quad \text{e} \quad \langle V_C \rangle_{-1} = y_9 - jy_{10} \\
 \langle V_1 \rangle_1 &= y_{11} + jy_{12} \quad \text{e} \quad \langle V_1 \rangle_{-1} = y_{11} - jy_{12} \\
 \langle I_{Lo} \rangle_0 &= x_1 \\
 \langle V_{Cfo} \rangle_0 &= x_2
 \end{aligned} \tag{5.23}$$

A corrente e a tensão do filtro de saída são representados pela letra x_i , devido à conveniência para montar o sistema em espaço de estados como será visto logo adiante.

5.6.1 Derivação da corrente do indutor de entrada: coeficiente $k=0$

A equação diferencial que descreve a evolução no tempo da corrente do indutor de entrada é dada por:

$$L_f \frac{di_{Lf}}{dt} + s(t)V_{C1} = V_{cc} \tag{5.24}$$

O primeiro passo da derivação é composto pelo equilíbrio harmônico da equação (5.24) em relação ao coeficiente $k=0$. Para isso, utilizam-se das propriedades de derivada e convolução apresentadas em (5.10) e (5.11), retornando:

$$\langle \dot{i}_{Lf} \rangle_0 = \frac{V_{cc}}{L_f} - \frac{\langle s(t) \rangle_0}{L_f} \langle V_{C1} \rangle_0 - \frac{\langle s(t) \rangle_1}{L_f} \langle V_{C1} \rangle_{-1} - \frac{\langle s(t) \rangle_{-1}}{L_f} \langle V_{C1} \rangle_1 \tag{5.25}$$

Observa-se que a convolução retorna multiplicações de termos cuja soma dos coeficientes é sempre igual ao coeficiente do termo em derivação. Neste caso, $k=0$.

Após o equilíbrio harmônico utilizam-se os coeficientes da função chaveamento apresentados em (5.12) a (5.16), resultando em:

$$\langle \dot{i}_{Lf} \rangle_0 = \frac{V_{cc}}{L_f} - \frac{1-d}{L_f} \langle V_{C1} \rangle_0 - \frac{j(1-e^{-j2\pi d})}{2\pi L_f} \langle V_{C1} \rangle_{-1} - \frac{j(-1+e^{j2\pi d})}{2\pi L_f} \langle V_{C1} \rangle_1 \tag{5.26}$$

Ou ainda:

$$\begin{aligned} \langle \dot{i}_{L_f} \rangle_0 &= \frac{V_{cc}}{L_f} - \frac{1-d}{L_f} \langle V_{C1} \rangle_0 - \frac{j - j \cos(2\pi d) - \text{sen}(2\pi d)}{2\pi L_f} \langle V_{C1} \rangle_{-1} \\ &\quad - \frac{-j + j \cos(2\pi d) - \text{sen}(2\pi d)}{2\pi L_f} \langle V_{C1} \rangle_1 \end{aligned} \quad (5.27)$$

Por último, as partes real e imaginária devem ser separadas. A parte real definida como y_l em (5.23) é dada por:

$$\text{Re} \left[\langle \dot{i}_{L_f} \rangle_0 \right] = \dot{y}_1 = \frac{V_{cc}}{L_f} - \left(\frac{1-d}{L_f} \right) y_4 + \left(\frac{\text{sen}(2\pi d)}{\pi L_f} \right) y_5 + \left(\frac{-1 + \cos(2\pi d)}{\pi L_f} \right) y_6 \quad (5.28)$$

Enquanto a parte imaginária é:

$$\text{Im} \left[\langle \dot{i}_{L_f} \rangle_0 \right] = 0 \quad (5.29)$$

A parte imaginária nula é uma característica do coeficiente $k=0$.

5.6.2 Derivação da corrente do indutor de entrada: coeficiente $k=1$

Aplicando o equilíbrio harmônico na equação diferencial (5.24) considerando a harmônica principal resulta em:

$$\langle \dot{i}_{L_f} \rangle_1 = \frac{V_{cc}}{L_f} - \frac{\langle s(t) \rangle_0}{L_f} \langle V_{C1} \rangle_1 - \frac{\langle s(t) \rangle_1}{L_f} \langle V_{C1} \rangle_0 - \frac{\langle s(t) \rangle_2}{L_f} \langle V_{C1} \rangle_{-1} - j\omega_s \langle I_{L_f} \rangle_1 \quad (5.30)$$

Substituindo-se as *FDEs*, tem-se:

$$\begin{aligned} \langle \dot{i}_{L_f} \rangle_1 &= \frac{V_{cc}}{L_f} - \frac{1-d}{L_f} \langle V_{C1} \rangle_1 - \frac{j(1-e^{-j2\pi d})}{2\pi L_f} \langle V_{C1} \rangle_0 - \frac{j(1-e^{-j4\pi d})}{4\pi L_f} \langle V_{C1} \rangle_{-1} \\ &\quad - j\omega_s \langle I_{L_f} \rangle_1 \end{aligned} \quad (5.31)$$

Agora a parte real:

$$\begin{aligned} \text{Re} \left[\langle \dot{i}_{L_f} \rangle_1 \right] &= \dot{y}_2 = \frac{V_{cc}}{L_f} + \omega_s y_3 + \left(\frac{\text{sen}(2\pi d)}{2\pi L_f} \right) y_4 + \left(-\frac{1-d}{L_f} + \frac{\text{sen}(4\pi d)}{4\pi L_f} \right) y_5 \\ &\quad + \left(\frac{-1 + \cos(4\pi d)}{4\pi L_f} \right) y_6 \end{aligned} \quad (5.32)$$

E a imaginária:

$$\begin{aligned} \text{Im} \left[\langle \dot{i}_{L_f} \rangle_1 \right] = \dot{y}_3 = & -\omega_s y_2 + \left(\frac{-1 + \cos(2\pi d)}{2\pi L_f} \right) y_4 + \left(\frac{-1 + \cos(4\pi d)}{4\pi L_f} \right) y_5 \\ & + \left(-\frac{\text{sen}(4\pi d)}{4\pi L_f} \frac{-(1-d)}{L_f} \right) y_6 \end{aligned} \quad (5.33)$$

5.6.3 Derivação da tensão do capacitor C1: coeficiente k=0

A equação diferencial que descreve a evolução no tempo da tensão do capacitor em paralelo com a chave é dada por:

$$C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} = s(t)(i_{L_f} - i_L) \quad (5.34)$$

Aplicando o equilíbrio harmônico na equação diferencial (5.34) considerando o coeficiente k=0, tem-se:

$$\begin{aligned} \langle \dot{V}_{C1} \rangle_0 = & \frac{\langle s(t) \rangle_0}{C_1} \langle I_{L_f} \rangle_0 + \frac{\langle s(t) \rangle_1}{C_1} [\langle I_{L_f} \rangle_{-1} - \langle I_L \rangle_{-1}] \\ & + \frac{\langle s(t) \rangle_{-1}}{C_1} [\langle I_{L_f} \rangle_1 - \langle I_L \rangle_1] \end{aligned} \quad (5.35)$$

Substituindo-se as *FDEs*, tem-se:

$$\begin{aligned} \langle \dot{V}_{C1} \rangle_0 = & \frac{1-d}{C_1} \langle I_{L_f} \rangle_0 + \frac{j(1-e^{-j2\pi d})}{2\pi C_1} [\langle I_{L_f} \rangle_{-1} - \langle I_L \rangle_{-1}] \\ & + \frac{j(-1+e^{j2\pi d})}{2\pi C_1} [\langle I_{L_f} \rangle_1 - \langle I_L \rangle_1] \end{aligned} \quad (5.36)$$

Isolando-se a parte real:

$$\begin{aligned} \text{Re} \left[\langle \dot{V}_{C1} \rangle_0 \right] = \dot{y}_4 = & \left(\frac{1-d}{C_1} \right) y_1 - \left(\frac{\text{sen}(2\pi d)}{\pi C_1} \right) y_2 + \left(\frac{1-\cos(2\pi d)}{\pi C_1} \right) y_3 \\ & + \left(\frac{\text{sen}(2\pi d)}{\pi C_1} \right) y_7 + \left(\frac{-1+\cos(2\pi d)}{\pi C_1} \right) y_8 \end{aligned} \quad (5.37)$$

E a parte imaginária:

$$\text{Im} \left[\langle \dot{V}_{C1} \rangle_0 \right] = 0 \quad (5.38)$$

5.6.4 Derivação da tensão do capacitor C1: coeficiente k=1

Da mesma forma, é necessário derivar a equação do coeficiente k=1. Aplicando o equilíbrio harmônico na equação diferencial (5.34) considerando a harmônica principal resulta em:

$$\begin{aligned} \langle \dot{V}_{C1} \rangle_1 = & \frac{\langle s(t) \rangle_0}{C_1} [\langle I_{Lf} \rangle_1 - \langle I_L \rangle_1] + \frac{\langle s(t) \rangle_1}{C_1} [\langle I_{Lf} \rangle_0] + \frac{\langle s(t) \rangle_2}{C_1} [\langle I_{Lf} \rangle_{-1} - \langle I_L \rangle_{-1}] \\ & - j\omega_s \langle V_{C1} \rangle_1 \end{aligned} \quad (5.39)$$

Os mesmos passos mostrados anteriormente devem ser aplicados. A parte real deve ser isolada, retornando:

$$\begin{aligned} \text{Re} \left[\langle \dot{V}_{C1} \rangle_1 \right] = \dot{y}_5 = & - \left(\frac{\text{sen}(2\pi d)}{2\pi C_1} \right) y_1 + \left(\frac{1-d}{C_1} - \frac{\text{sen}(4\pi d)}{4\pi C_1} \right) y_2 \\ & + \left(\frac{1-\cos(4\pi d)}{4\pi C_1} \right) y_3 + \omega_s y_6 + \left(-\frac{1-d}{C_1} + \frac{\text{sen}(4\pi d)}{4\pi C_1} \right) y_7 + \left(\frac{-1+\cos(4\pi d)}{4\pi C_1} \right) y_8 \end{aligned} \quad (5.40)$$

E a parte imaginária:

$$\begin{aligned} \text{Im} \left[\langle \dot{V}_{C1} \rangle_1 \right] = \dot{y}_6 = & \left(\frac{1-\cos(2\pi d)}{2\pi C_1} \right) y_1 + \left(\frac{1-\cos(4\pi d)}{4\pi C_1} \right) y_2 \\ & + \left(\frac{1-d}{C_1} + \frac{\text{sen}(4\pi d)}{4\pi C_1} \right) y_3 - \omega_s y_5 + \left(\frac{-1+\cos(4\pi d)}{4\pi C_1} \right) y_7 + \left(-\frac{1-d}{C_1} - \frac{\text{sen}(4\pi d)}{4\pi C_1} \right) y_8 \end{aligned} \quad (5.41)$$

5.6.5 Derivação da corrente do indutor L: coeficiente k=1

Como mencionado na aproximação harmônica, item 5.4, somente a corrente de coeficiente k=1 é considerada para o braço ressonante do PT. A equação diferencial da corrente do no indutor L é:

$$L \frac{di_L}{dt} + V_C + Ri_L + \frac{V_1}{N} = s(t)V_{C1} \quad (5.42)$$

Após o equilíbrio harmônico tem-se:

$$\begin{aligned} \langle \dot{I}_L \rangle_1 = & -\frac{\langle V_C \rangle_1}{L} - \frac{R \langle I_L \rangle_1}{L} - \frac{\langle V_1 \rangle_1}{NL} + \frac{\langle s(t) \rangle_0}{L} \langle V_{C1} \rangle_1 \\ & + \frac{\langle s(t) \rangle_1}{L} \langle V_{C1} \rangle_0 + \frac{\langle s(t) \rangle_2}{L} \langle V_{C1} \rangle_{-1} - j\omega_s \langle I_L \rangle_1 \end{aligned} \quad (5.43)$$

Substituindo-se as EFDs retorna:

$$\begin{aligned} \langle \dot{I}_L \rangle_1 &= -\frac{\langle V_C \rangle_1}{L} - \frac{R \langle I_L \rangle_1}{L} - \frac{\langle V_1 \rangle_1}{NL} + \frac{1-d}{L} \langle V_{C1} \rangle_1 \\ &+ \frac{j(1-e^{-j2\pi d})}{2\pi L} \langle V_{C1} \rangle_0 + \frac{j(1-e^{-j4\pi d})}{4\pi L} \langle V_{C1} \rangle_{-1} - j\omega_s \langle I_L \rangle_1 \end{aligned} \quad (5.44)$$

A parte real que representa o estado y_7 é:

$$\begin{aligned} \text{Re} \left[\langle \dot{I}_L \rangle_1 \right] &= \dot{y}_7 = \left(-\frac{\text{sen}(2\pi d)}{2\pi L} \right) y_4 + \left(\frac{1-d}{L} - \frac{\text{sen}(4\pi d)}{4\pi L} \right) y_5 \\ &+ \left(\frac{1-\cos(4\pi d)}{4\pi L} \right) y_6 - \frac{R}{L} y_7 + \omega_s y_8 - \frac{1}{L} y_9 - \frac{1}{NL} y_{11} \end{aligned} \quad (5.45)$$

O estado y_8 é representado por:

$$\begin{aligned} \text{Im} \left[\langle \dot{I}_L \rangle_1 \right] &= \dot{y}_8 = \left(\frac{1-\cos(2\pi d)}{2\pi L} \right) y_4 + \left(\frac{1-\cos(4\pi d)}{4\pi L} \right) y_5 \\ &+ \left(\frac{1-d}{L} + \frac{\text{sen}(4\pi d)}{4\pi L} \right) y_6 - \omega_s y_7 - \frac{R}{L} y_8 - \frac{1}{L} y_{10} - \frac{1}{NL} y_{12} \end{aligned} \quad (5.46)$$

5.6.6 Derivação da tensão no capacitor C: coeficiente $k=1$

A tensão no capacitor ressonante também tem comportamento senoidal, de acordo com a equação diferencial:

$$C \frac{dV_C}{dt} = i_L \quad (5.47)$$

Aplicando-se o equilíbrio harmônico:

$$\langle \dot{V}_C \rangle_1 = \frac{\langle I_L \rangle_1}{C} - j\omega_s \langle V_C \rangle_1 \quad (5.48)$$

Isolando-se a parte real:

$$\text{Re} \left[\langle \dot{V}_C \rangle_1 \right] = \dot{y}_9 = \frac{y_7}{C} + \omega_s y_{10} \quad (5.49)$$

E a parte imaginária:

$$\text{Im} \left[\langle \dot{V}_C \rangle_1 \right] = \dot{y}_{10} = \frac{y_8}{C} - \omega_s y_9 \quad (5.50)$$

5.6.7 Derivação da tensão no capacitor C_{d2} : coeficiente $k=1$

A tensão no capacitor C_{d2} se comporta de acordo com a equação diferencial:

$$C_{d2} \frac{dV_1}{dt} = \frac{i_L}{N} - i_{Lo} \text{sgn}(V_1) \quad (5.51)$$

Aplicando-se o equilíbrio harmônico para a harmônica principal:

$$\langle \dot{V}_1 \rangle_1 = \frac{\langle I_L \rangle_1}{NC_{d2}} - \frac{\langle \text{sgn}(V_1) \rangle_1}{C_{d2}} \langle I_{Lo} \rangle_0 - j\omega_s \langle V_1 \rangle_1 \quad (5.52)$$

Substituindo-se a função sinal:

$$\langle \dot{V}_1 \rangle_1 = \frac{\langle I_L \rangle_1}{NC_{d2}} - \frac{2}{\pi C_{d2}} \frac{\text{Re}[V_1] + j \text{Im}[V_1]}{\|V_1\|} \langle I_{Lo} \rangle_0 - j\omega_s \langle V_1 \rangle_1 \quad (5.53)$$

Isolando-se a parte real:

$$\text{Re} \left[\langle \dot{V}_1 \rangle_1 \right] = \dot{y}_{11} = \frac{y_7}{NC_{d2}} + \omega_s y_{12} - \frac{2}{\pi C_{d2}} \frac{y_{11}}{\sqrt{y_{11}^2 + y_{12}^2}} x_1 \quad (5.54)$$

E a parte imaginária:

$$\text{Im} \left[\langle \dot{V}_1 \rangle_1 \right] = \dot{y}_{12} = \frac{y_8}{NC_{d2}} - \omega_s y_{11} - \frac{2}{\pi C_{d2}} \frac{y_{12}}{\sqrt{y_{11}^2 + y_{12}^2}} x_1 \quad (5.55)$$

Observa-se a presença de termos não lineares nas equações (5.54) e (5.55), dados pela raiz quadrada de estados multiplicando outros estados. Algumas medidas especiais serão tomadas pra resolver o sistema devido a estas não linearidades.

5.6.8 Derivação da corrente no indutor L_o : coeficiente $k=0$

A equação diferencial que descreve a evolução no tempo da corrente no indutor de saída é:

$$L_o \frac{di_{Lf}}{dt} = \text{sgn}(V_1)V_1 - V_o \quad (5.56)$$

Aplicando o equilíbrio harmônico:

$$\langle \dot{I}_{Lo} \rangle_0 = \frac{\langle \text{sgn}(V_1) \rangle_{-1}}{L_o} \langle V_1 \rangle_1 + \frac{\langle \text{sgn}(V_1) \rangle_1}{L_o} \langle V_1 \rangle_{-1} - \frac{\langle V_o \rangle_0}{L_o} \quad (5.57)$$

Substituindo as EFDs:

$$\langle \dot{I}_{Lo} \rangle_0 = \frac{2}{\pi L_o} \frac{\text{Re}[V_1] - j \text{Im}[V_1]}{\|V_1\|} \langle V_1 \rangle_1 - \frac{2}{\pi L_o} \frac{\text{Re}[V_1] + j \text{Im}[V_1]}{\|V_1\|} \langle V_1 \rangle_{-1} - \frac{\langle V_o \rangle_0}{L_o} \quad (5.58)$$

Isolando-se a parte real:

$$\text{Re} \left[\langle \dot{I}_{Lo} \rangle_0 \right] = \dot{x}_1 = -\frac{x_2}{L_o} + \frac{4}{\pi L_o} \sqrt{y_{11}^2 + y_{12}^2} \quad (5.59)$$

Assim como nas equações (5.54) e (5.55), (5.59) apresenta não linearidades.

A parte imaginária é nula como já comentado para coeficientes $k=0$.

$$\text{Im} \left[\langle \dot{I}_{Lo} \rangle_0 \right] = 0 \quad (5.60)$$

5.6.9 Derivação da tensão no capacitor C_{fo} : coeficiente $k=0$

Por último vem a derivação da tensão de saída, a qual é a variável a ser controlada no sistema. A equação diferencial que descreve a evolução no tempo da tensão do capacitor de saída é:

$$C_{fo} \frac{dV_o}{dt} = i_{Lo} - \frac{V_o}{R_{lo}} \quad (5.61)$$

Aplicando o equilíbrio harmônico:

$$\langle \dot{V}_o \rangle_0 = \frac{\langle I_{Lo} \rangle_0}{C_{fo}} - \frac{\langle V_o \rangle_0}{C_{fo} R_{lo}} \quad (5.62)$$

Isolando a parte real:

$$\text{Re} \left[\langle \dot{V}_o \rangle_0 \right] = \dot{x}_2 = \frac{x_1}{C_{fo}} - \frac{x_2}{C_{fo} R_{lo}} \quad (5.63)$$

E a parte imaginária:

$$\text{Im} \left[\langle \dot{V}_o \rangle_0 \right] = 0 \quad (5.64)$$

5.7 Modelo em espaço de estados de grandes sinais e solução em regime permanente

Após o modelo ser derivado, tem-se conhecimento das equações de estado que formarão o modelo em espaço de estados do conversor Classe-E. As variáveis de estado são representadas pelas partes reais e imaginárias de todos os coeficientes considerados no sistema, ou seja, y_i e x_i .

A presença das não linearidades em (5.54), (5.55) e (5.59) faz com que o sistema não possa ser solucionado na forma contínua:

$$\dot{X} = AX + BU \quad (5.65)$$

Entretanto, o sistema pode ser definido separando-se os estados y_i dos estados x_i , criando-se dois sistemas diferentes, mas dependentes entre si:

$$\begin{cases} \dot{Y} = D(x)Y + EU \\ \dot{X} = AX + B(y) \end{cases} \quad (5.66)$$

Ou ainda de forma mais clara:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}_{2 \times 1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\frac{\mathbf{1}}{L_o} \\ \frac{\mathbf{1}}{C_{fo}} & -\frac{\mathbf{1}}{C_{fo}R_{LO}} \end{bmatrix}_{2 \times 2} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}_{2 \times 1} + \begin{bmatrix} \frac{4}{\pi L_o} \sqrt{y_{11}^2 + y_{12}^2} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}_{2 \times 1} \quad (5.67)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_{12} \end{bmatrix}_{12 \times 1} = [D(x)]_{12 \times 12} \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{12} \end{bmatrix}_{12 \times 1} + [E]_{12 \times 1} V_{CC} \quad (5.68)$$

As matrizes E e D estão no APÊNDICE A devido ao tamanho. Os subsistemas (5.67) e (5.68) são chamados de subsistema lento e subsistema rápido respectivamente. Isso porque (5.67) representa o filtro de saída, onde as variáveis têm dinâmica normalmente mais lenta do que a parte ressonante do circuito, formada por (5.68).

Como se pode observar através das matrizes, um sistema depende do outro. Isto pode ser entendido matematicamente pelas equações (5.54), (5.55) e (5.59). Fisicamente pode-se entender que o sistema rápido em (5.68) enxerga o sistema lento como uma carga. Por outro lado, o sistema lento enxerga o sistema rápido como uma fonte de tensão cujo valor é igual à tensão eficaz no capacitor C_{d2} .

Apesar de todas estas considerações, o sistema ainda não pode ser solucionado como espaço de estados contínuo. Por isso, elaborou-se um algoritmo para resolver o sistema de forma discreta. As equações têm o formato:

$$\dot{Y}(n+1) = D(x(n))Y(n) + EU \quad (5.69)$$

$$\dot{X}(n+1) = AX(n) + B(y(n+1)) \quad (5.70)$$

Onde n é o índice que representa a discretização das funções no tempo com amostras a cada T segundos. As condições iniciais devem ser nulas, e o sistema deve ser calculado seguindo uma determinada ordem. A primeira equação a ser calculada é a (5.69), que representa a entrada do conversor. O resultado desta equação é utilizado para calcular (5.70), a qual representa a saída. Portanto, as condições iniciais de (5.70) dependem de (5.69) em um passo anterior. Esta é a seqüência física da evolução das variáveis, e a única ordem na qual a solução converge. Em [17], um sistema semelhante foi obtido, porém houveram divergências nas matrizes.

5.8 Simulações

Para verificar o modelo de grandes sinais, foram realizadas simulações utilizando Spice e Matlab. Primeiramente, um degrau na tensão de entrada e na frequência de chaveamento foram aplicados ao modelo e ao circuito, o resultado é ilustrado na Figura 5.10.

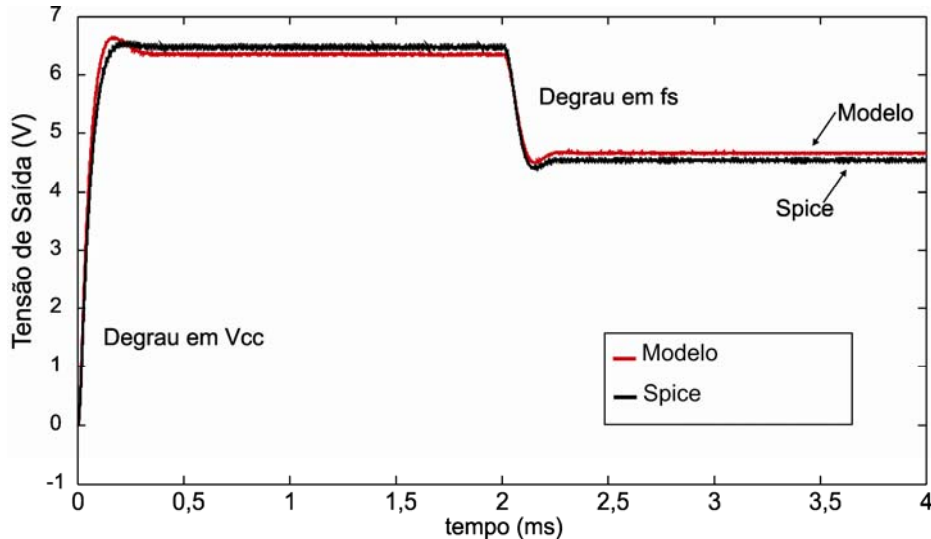


Figura 5.10 – Simulação do modelo discreto vs. circuito em Spice.

Os parâmetros do filtro de saída são $L_o=100\mu\text{H}$ e $C_{fo}=1\mu\text{F}$. O modelo derivado é mais conservativo do que a simulação em Spice, cuja resposta aparenta ser mais amortecida. Isto não se deve à parasitas no circuito, pois se utilizaram componentes ideais. De qualquer forma, a proximidade nos dois resultados é notória, validando o modelo obtido.

5.9 Sumário do capítulo.

Este Capítulo mostrou a derivação das equações de grandes sinais do conversor Classe-E. Estas equações foram obtidas a partir das equações diferenciais que representam a variação das tensões e correntes do circuito. Além disso, foram utilizadas funções extendidas para representar as não linearidades introduzidas pelas comutações dos semicondutores. Foram aplicadas séries de Fourier nas equações diferenciais, resultando em um modelo de grandes sinais, não linear, que representa o comportamento das variáveis do circuito limitado pelas harmônicas mais importantes. O modelo foi disposto em matrizes de espaço de estados e simulado para comparar com Spice, resultando em resultados próximos um do outro e validando a modelagem.

6 MODELAGEM MATEMÁTICA DE PEQUENOS SINAIS

6.1 Introdução.

O modelo de grandes sinais do conversor Classe-E obtido no Capítulo 5 será agora derivado para obter o modelo linear de pequenos sinais. O Objetivo é encontrar o modelo linear do sistema, necessário para projetar e analisar o sistema de controle. A metodologia utilizada é baseada em perturbação e linearização de acordo com [16]. Curvas de resposta em frequência serão analisadas com o objetivo de observar o comportamento do conversor para diferentes parâmetros, tais como carga, frequência de comutação, filtro de saída, etc. A análise do diagrama de bode para diferentes pontos de operação é de suma importância no projeto do compensador para conversores ressonantes. Isso porque, o ganho CC, o fator de qualidade e a posição dos pólos e zeros variam consideravelmente dependendo destes parâmetros.

6.2 Perturbação e Linearização

Para obter o modelo de pequenos sinais, deve-se inserir perturbações nas variáveis do sistema, na forma:

$$\begin{aligned} v_{cc} &= V_{CC} + \hat{v}_{cc}, & \omega_s &= \Omega_s + \hat{\omega}_s \\ y_i &= Y_i + \hat{y}_i & \text{e} & \quad x_i = X_i + \hat{x}_i \end{aligned} \quad (6.1)$$

A perturbação da razão cíclica não foi aplicada, uma vez que se assume que o conversor opera sempre dentro da janela e razão cíclica com ZVS como mostra a Figura 4.12.

Após a perturbação, faz-se a linearização utilizando:

$$\begin{aligned} \hat{f}(y_1 \dots y_n, x_n, \omega_s, v_{cc},) &= \left. \frac{\partial F}{\partial y_1} \right|_{SS} \hat{y}_1 + \dots + \left. \frac{\partial F}{\partial y_n} \right|_{SS} \hat{y}_n + \left. \frac{\partial F}{\partial x_n} \right|_{SS} \hat{x}_n + \left. \frac{\partial F}{\partial \omega_s} \right|_{SS} \hat{\omega}_s \\ &+ \left. \frac{\partial F}{\partial v_{cc}} \right|_{SS} \hat{v}_{cc} \end{aligned} \quad (6.2)$$

Assume-se que a variação das variáveis é pequena dentro do período. Aplicando-se (6.2) em (5.28), tem-se:

$$\dot{\hat{y}}_1 = \frac{\hat{v}_{cc}}{L_f} - \left(\frac{1-D}{L_f} \right) \hat{y}_4 + \left(\frac{\text{sen}(2\pi D)}{\pi L_f} \right) \hat{y}_5 + \left(\frac{-1 + \cos(2\pi D)}{\pi L_f} \right) \hat{y}_6 \quad (6.3)$$

Esta é a equação de pequenos sinais da corrente no indutor de entrada para o coeficiente $k=0$. Da mesma forma, aplicando-se (6.2) em (5.32) retorna:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{y}}_2 = & \frac{\hat{v}_{cc}}{L_f} + \Omega_s \hat{y}_3 + \left(\frac{\text{sen}(2\pi D)}{2\pi L_f} \right) \hat{y}_4 + \left(-\frac{1-D}{L_f} + \frac{\text{sen}(4\pi D)}{4\pi L_f} \right) \hat{y}_5 \\ & + \left(\frac{-1 + \cos(4\pi D)}{4\pi L_f} \right) \hat{y}_6 + \hat{\omega}_s Y_3 \end{aligned} \quad (6.4)$$

Seguindo a lógica, o processo de perturbação e linearização deve ser aplicado às demais equações de estados, (5.33), (5.37), (5.40), (5.41), (5.45), (5.46), (5.49), (5.50), (5.54), (5.55), (5.59) e (5.63). As equações resultantes estão ilustradas no APÊNDICE B.

Existem três linearizações complexas que serão mostradas em detalhes, oriundas das não linearidades das equações (5.54), (5.55) e (5.59). Lembrando que estas não linearidades eram os motivos pelo qual o modelo de grandes sinais não pôde ser representado como um único sistema contínuo de espaço de estados.

Primeiramente, para aplicar a linearização em (5.54), define-se:

$$F_1(y_{11}, y_{12}) = \frac{y_{11}}{\sqrt{y_{11}^2 + y_{12}^2}} \quad (6.5)$$

Linearizando-se resulta em:

$$\hat{f}_2(y_{11}, y_{12}) = \left. \frac{\partial F_1}{\partial y_{11}} \right|_{SS} \hat{y}_{11} + \left. \frac{\partial F_1}{\partial y_{12}} \right|_{SS} \hat{y}_{12} = \frac{Y_{12}}{\left(\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2} \right)^3} [-Y_{11} \hat{y}_{12} + Y_{12} \hat{y}_{11}] \quad (6.6)$$

Agora, considerando:

$$F_{12}(y_{11}, y_{12}, x_1) = -\frac{2}{\pi C_{d2}} \frac{y_{11}}{\sqrt{y_{11}^2 + y_{12}^2}} x_1 \quad (6.7)$$

Tem-se:

$$\begin{aligned} \hat{f}_{12}(y_{11}, y_{12}, x_1) = & \frac{2X_1}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{12} Y_{12} \hat{y}_{11}}{\left(\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2} \right)^3} + \frac{2X_1}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{12} Y_{11} \hat{y}_{12}}{\left(\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2} \right)^3} \\ & - \frac{2}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{11}}{\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}} \hat{x}_1 \end{aligned} \quad (6.8)$$

A equação de pequenos sinais resultante é:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{y}}_{11} = & \frac{\hat{y}_7}{NC_{d2}} + \Omega_s \hat{y}_{12} + \hat{\omega}_s Y_{12} - \frac{2X_1}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{12} Y_{12} \hat{y}_{11}}{\left(\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}\right)^3} + \frac{2X_1}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{12} Y_{11} \hat{y}_{12}}{\left(\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}\right)^3} \\ & - \frac{2}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{11}}{\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}} \hat{x}_1 \end{aligned} \quad (6.9)$$

Em um segundo momento, para aplicar a linearização em (5.55), define-se:

$$F_2(y_{11}, y_{12}) = \frac{y_{12}}{\sqrt{y_{11}^2 + y_{12}^2}} \quad (6.10)$$

Linearizando-se, tem-se:

$$\hat{f}_2(y_{11}, y_{12}) = \left. \frac{\partial F_2}{\partial y_{11}} \right|_{SS} \hat{y}_{11} + \left. \frac{\partial F_2}{\partial y_{12}} \right|_{SS} \hat{y}_{12} = \frac{Y_{11}}{\left(\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}\right)^3} [-Y_{12} \hat{y}_{11} + Y_{11} \hat{y}_{12}] \quad (6.11)$$

Agora, considerando (6.12) ao invés de (6.10):

$$F_{21}(y_{11}, y_{12}, x_1) = -\frac{2}{\pi C_{d2}} \frac{y_{12}}{\sqrt{y_{11}^2 + y_{12}^2}} x_1 \quad (6.12)$$

Resulta em:

$$\begin{aligned} \hat{f}_{21}(y_{11}, y_{12}, x_1) = & \frac{2}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{11} Y_{12} \hat{y}_{11}}{\left(\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}\right)^3} - \frac{2}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{11} Y_{11} \hat{y}_{12}}{\left(\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}\right)^3} \\ & - \frac{2}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{12}}{\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}} \hat{x}_1 \end{aligned} \quad (6.13)$$

Com isso, a equação de pequenos sinais proveniente de (5.55) é representada por:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{y}}_{12} = & \frac{\hat{y}_8}{NC_{d2}} - \Omega_s \hat{y}_{11} - \hat{\omega}_s Y_{11} + \frac{2}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{11} Y_{12} \hat{y}_{11}}{\left(\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}\right)^3} - \frac{2}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{11} Y_{11} \hat{y}_{12}}{\left(\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}\right)^3} \\ & - \frac{2}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{12}}{\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}} \hat{x}_1 \end{aligned} \quad (6.14)$$

Por último, para aplicar a linearização em (5.59), define-se:

$$F_1(y_{11}, y_{12}) = \frac{4}{\pi} \sqrt{y_{11}^2 + y_{12}^2} \quad (6.15)$$

Linearizando-se, tem-se:

$$\hat{f}_1(y_{11}, y_{12}) = \left. \frac{\partial F_1}{\partial y_{11}} \right|_{SS} \hat{y}_{11} + \left. \frac{\partial F_1}{\partial y_{12}} \right|_{SS} \hat{y}_{12} = \frac{4}{\pi L_o} \left(\frac{Y_{11}}{\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}} \hat{y}_{11} + \frac{Y_{12}}{\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}} \hat{y}_{12} \right) \quad (6.16)$$

A equação de pequenos sinais proveniente de (5.59) é então:

$$\dot{\hat{x}}_1 = -\frac{\hat{x}_2}{L_o} + \frac{4}{\pi L_o} \left(\frac{Y_{11}\hat{y}_{11}}{\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}} + \frac{Y_{12}\hat{y}_{12}}{\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}} \right) \quad (6.17)$$

Observa-se que para estes três casos críticos, as equações de pequenos sinais se tornaram lineares, possibilitando agora a representação em um único sistema de espaço de estados contínuo.

6.3 Modelo de Pequenos Sinais

Após o passo de linearização, as não linearidades presentes nas equações (5.54), (5.55) e (5.59) desaparecem, permitindo que o sistema seja representado como um só:

$$\dot{\hat{z}} = O_{RP}\hat{z} + P_{RP}\hat{u}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \\ \dot{\hat{y}}_1 \\ \vdots \\ \dot{\hat{y}}_{12} \end{bmatrix} = [f(\Omega_s, D, V_{CC})] \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{y}_1 \\ \vdots \\ \hat{y}_{12} \end{bmatrix} + [f(Y_{1RP} \dots Y_{12RP}, X_1, X_2)] \begin{bmatrix} \hat{\omega}_s \\ \hat{v}_{cc} \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

Este é o modelo de pequenos sinais do conversor Classe-E com transformador piezoelétrico. As matrizes O_{RP} e P_{RP} são compostas pelos valores em regime permanente dos estados, obtidos através da solução discreta de (5.69) e (5.70). As mesmas podem ser verificadas no APÊNDICE B.

As funções de transferência de entrada-saída ($G_{V_{cc}}$) e controle-saída ($G_{V_{vco}}$) podem ser facilmente derivadas de forma numérica utilizando o software *Matlab*, por exemplo com a função *ss2tf*. A obtenção das funções de transferência de forma simbólica não é viável, devido ao tamanho das matrizes e a dificuldade computacional ao obter a matriz inversa de O_{ss} .

A variável de controle é a frequência de chaveamento e a razão cíclica é considerada constante para o modelo de pequenos sinais. Vale esclarecer que o sistema (6.18) está em função da frequência angular de chaveamento, e devido a isso, existe um ganho igual a 2π que deve ser considerado utilizando a relação:

$$\frac{V_{out}}{f_s} = \frac{V_{out}}{\omega_s} 2\pi \quad (6.19)$$

6.4 Simulações

A partir do modelo (6.18), obteve-se a função de transferência para um ponto de operação, 158kHz e carga nominal, com indutor de saída 0,01mH e capacitor de saída de 1uF. A Figura 6.1 mostra o diagrama do bode para a função de transferência controle-saída.

Observa-se um grande número de pólos e zeros no diagrama. Eles são oriundos do elevado número de estados do sistema devido à metodologia empregada. Como foi comentado em [16], o modelo é válido até a metade da frequência de chaveamento, Figura 6.2.

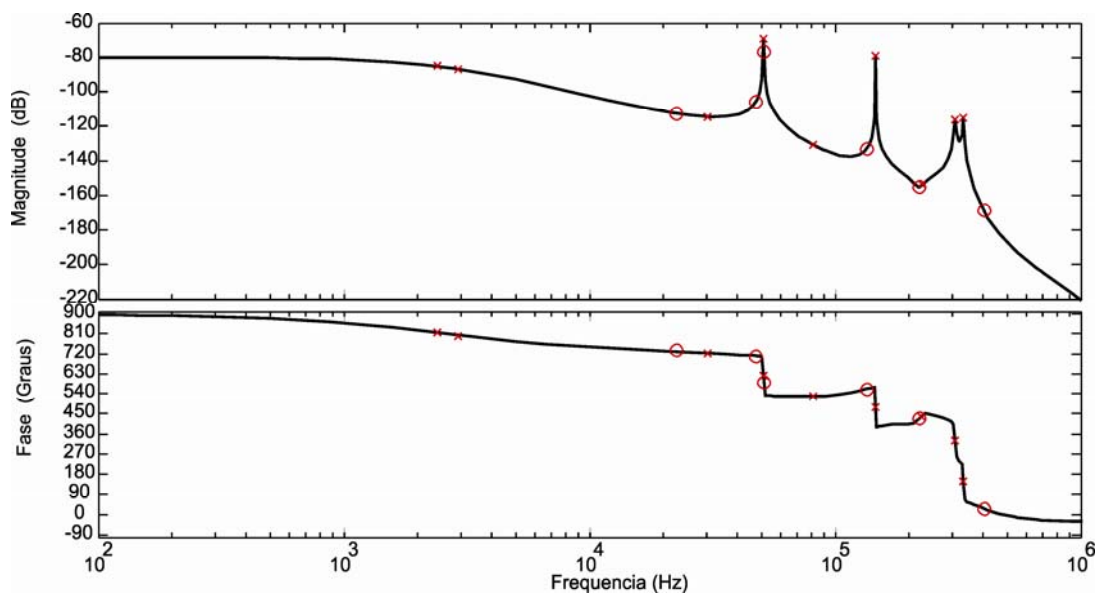


Figura 6.1 – Diagrama de bode da função de transferência controle-saída.

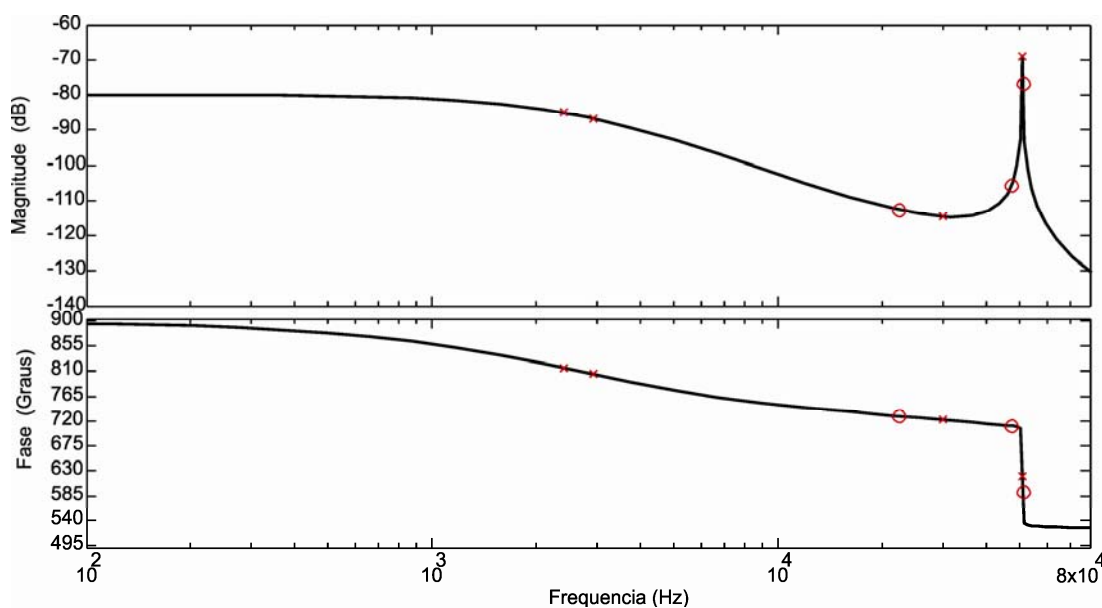


Figura 6.2 – Diagrama de bode da função de transferência controle-saída, limitado na metade da frequência de comutação.

Apesar do elevado número de pólos e zeros, poucos deles apresentam energia considerável no sistema. Para observar este efeito, foi utilizada uma função no software Matlab que computa a contribuição de cada estado para a função de transferência. Esta função utiliza o comando $HSV = HSVD(SYS)$, e é baseada na teoria de Hankel [32]. A Figura 6.3 ilustra o gráfico resultante desta análise.

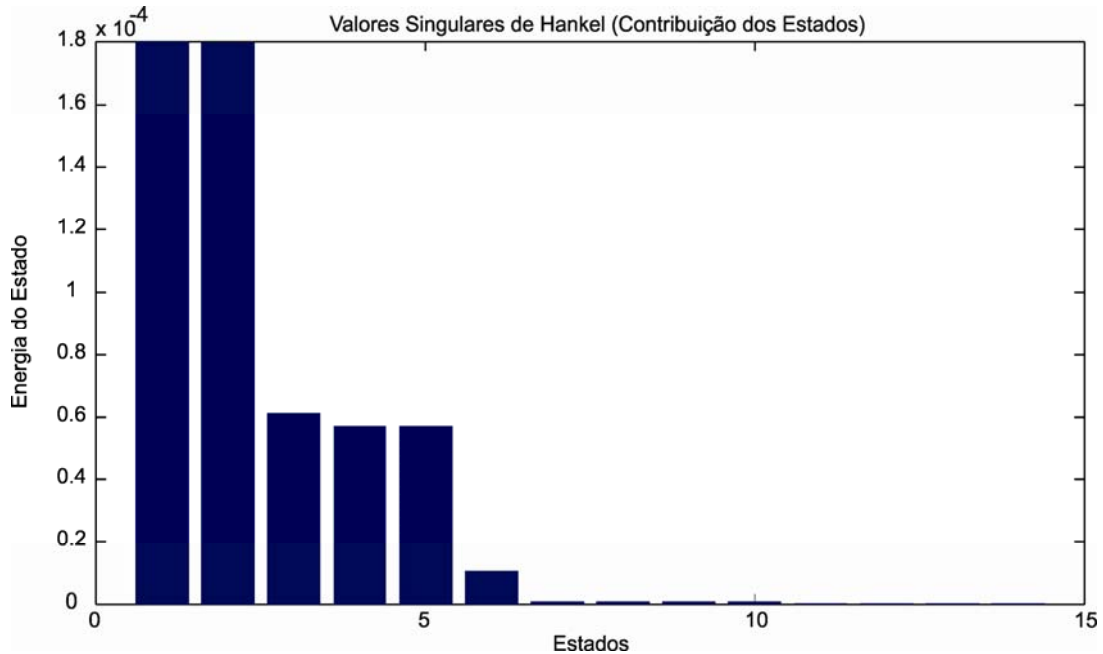


Figura 6.3 – Contribuição dos Estados.

Observa-se que seis estados apresentam energia considerável, enquanto os outros podem ser desprezados. Para simplificar a função de transferência de acordo com o número de estados desejados, pode-se utilizar o comando $RSYS = BALRED(SYS,ORDERS)$. A Figura 6.4 mostra o resultado de simplificações utilizando diferentes números de estados.

Foram plotadas respostas em frequência para o modelo completo, e para aproximações com 4, 5 e 6 estados. O resultado mostra que 6 estados podem representar muito bem a função de transferência de 14 estados. Estas simplificações podem ser interessantes no momento de analisar os diagramas do lugar das raízes, facilitando o projeto do compensador e a análise da estabilidade. Além disso, em algumas situações pode ser interessante ter uma função de transferência mais compacta, diminuindo-se o esforço matemático. A Figura 6.5 mostra os diagrama de lugar das raízes e de Bode para o modelo completo, e a Figura 6.6 para o modelo simplificado com 6 estados. As funções de transferências utilizadas representam a planta, e não consideram o ganho do VCO.

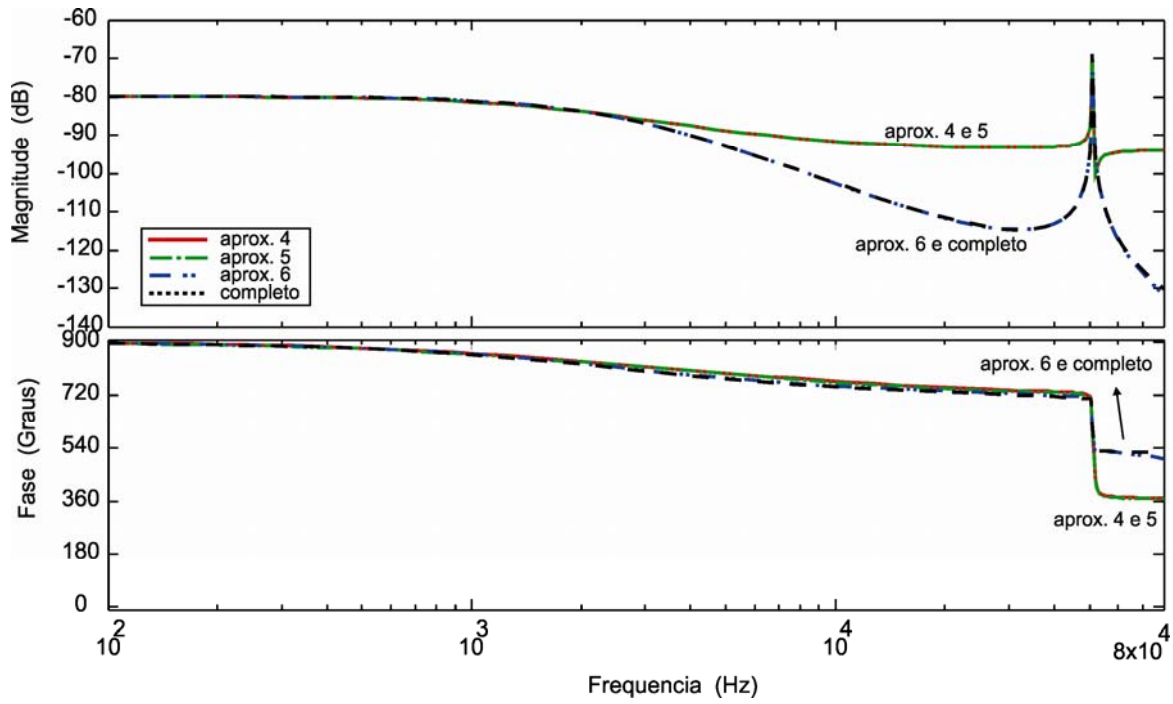


Figura 6.4 – Diagrama de bode antes e depois da simplificação dos estados.

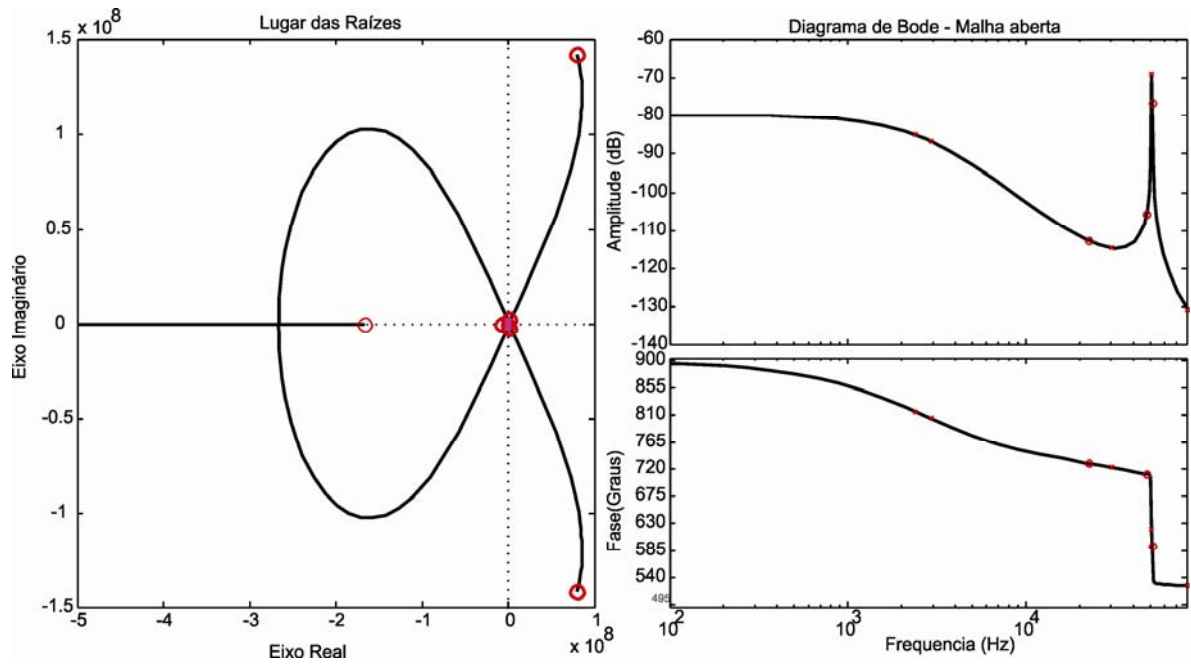


Figura 6.5 – Diagramas de Bode e do Lugar das Raízes para a função de transferência completa.

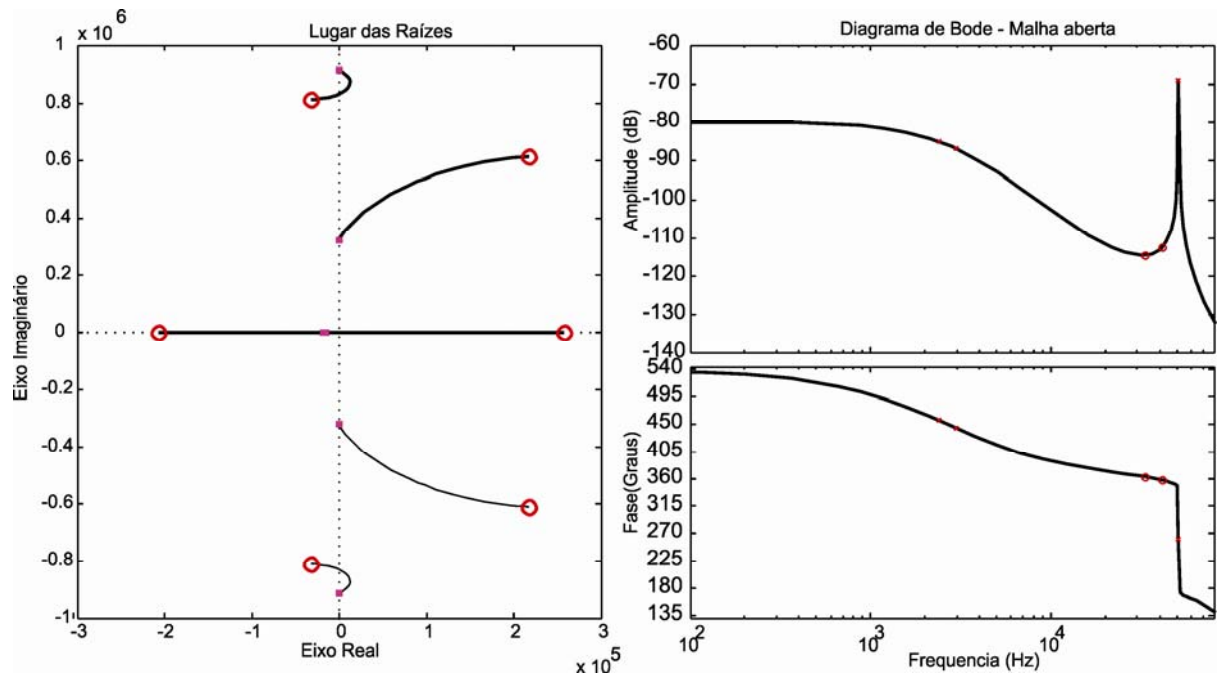


Figura 6.6 – Diagramas de Bode e Lugar das Raízes para a função de transferência simplificada.

Como a simplificação elimina pólos e zeros de alta frequência, os pólos e zeros de baixa frequência se tornam mais visíveis. A resposta em frequência para a região de interesse se mantém praticamente a mesma.

6.4.1 Variações paramétricas

Este modelo de pequenos sinais permite a análise de resposta em frequência com variações paramétricas. Por exemplo, a Figura 6.7, mostra a resposta para diferentes indutores de saída.

O valor do indutor de saída modifica tanto o ganho quanto a posição dos pólos do filtro e saída. Existe um ponto, para indutores menores do que 10 μ H, onde ele passa a não apresentar mudanças significativas nas curvas de resposta em frequência de acordo com a Figura 6.7.

A influência do capacitor de saída pode ser observada na Figura 6.8. Obviamente o capacitor de saída torna o sistema mais lento para valores grandes, e mais rápido pra valores pequenos. O valor da resistência de carga é um parâmetro bastante importante na análise do conversor, pois varia o ganho e o fator de qualidade do sistema, como pode ser observado na Figura 6.9.

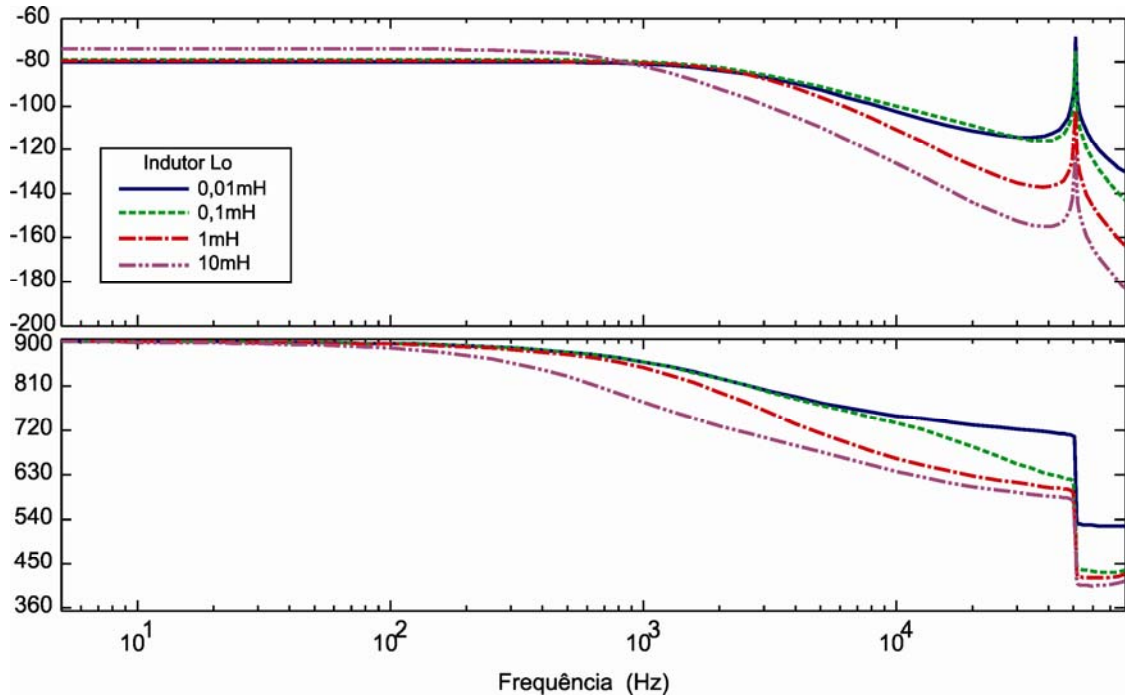


Figura 6.7 – Resposta em Frequência para diferentes indutores de saída.

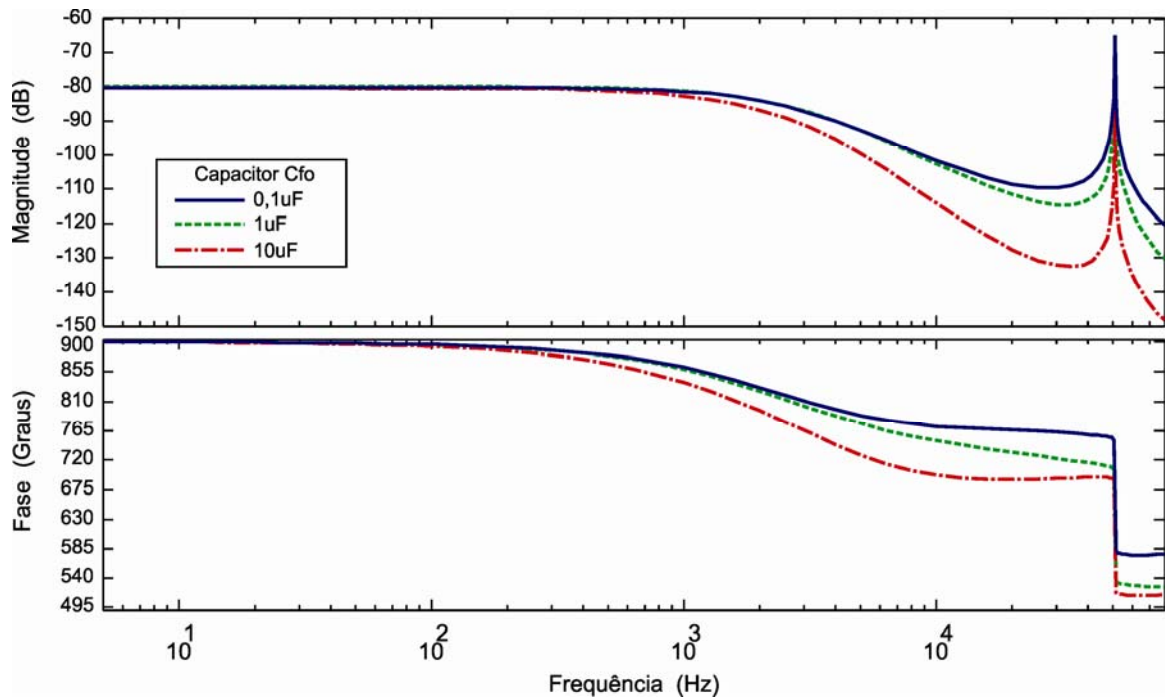


Figura 6.8 – Respostas em frequência para diferentes capacitores de saída

Para cada valor de frequência de chaveamento, o conversor apresenta um ganho proporcional à inclinação da curva de ganho na qual ele está operando. Se for assumido que a curva de ganho CC do conversor é a da Figura 4.5 por exemplo, próximo do pico da

ressonância os ganhos são maiores do que valores distantes a direita da mesma. Isso pode ser facilmente analisado através da Figura 6.10.

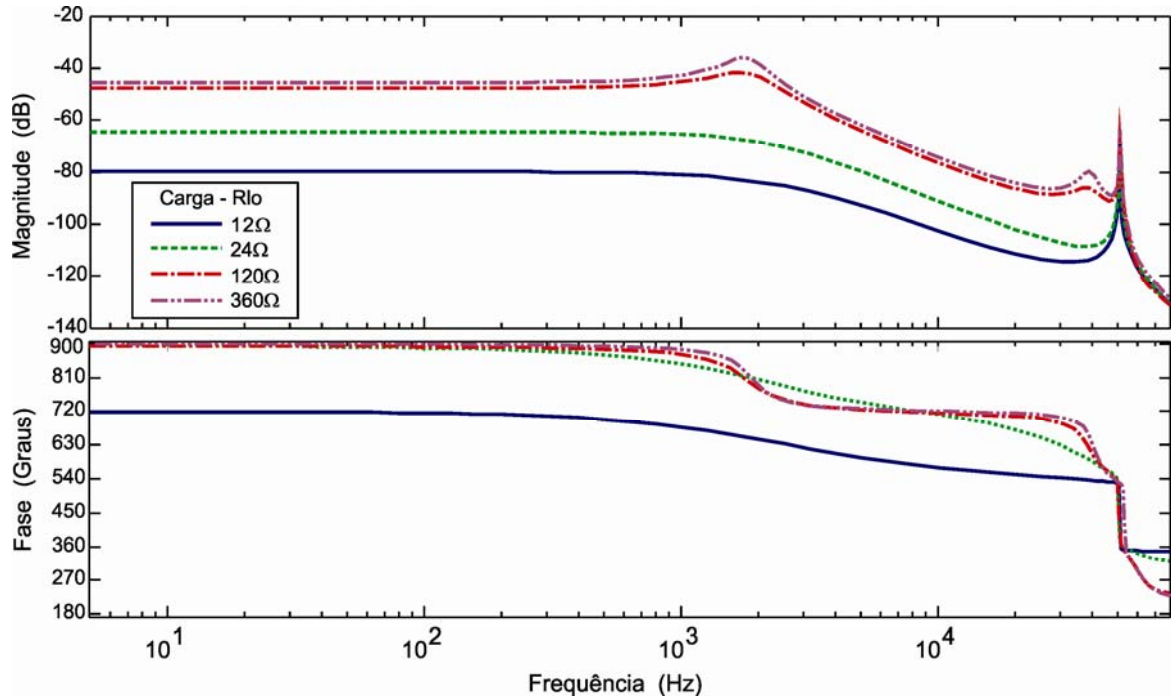


Figura 6.9 - Resposta em frequência para diferentes resistores de carga.

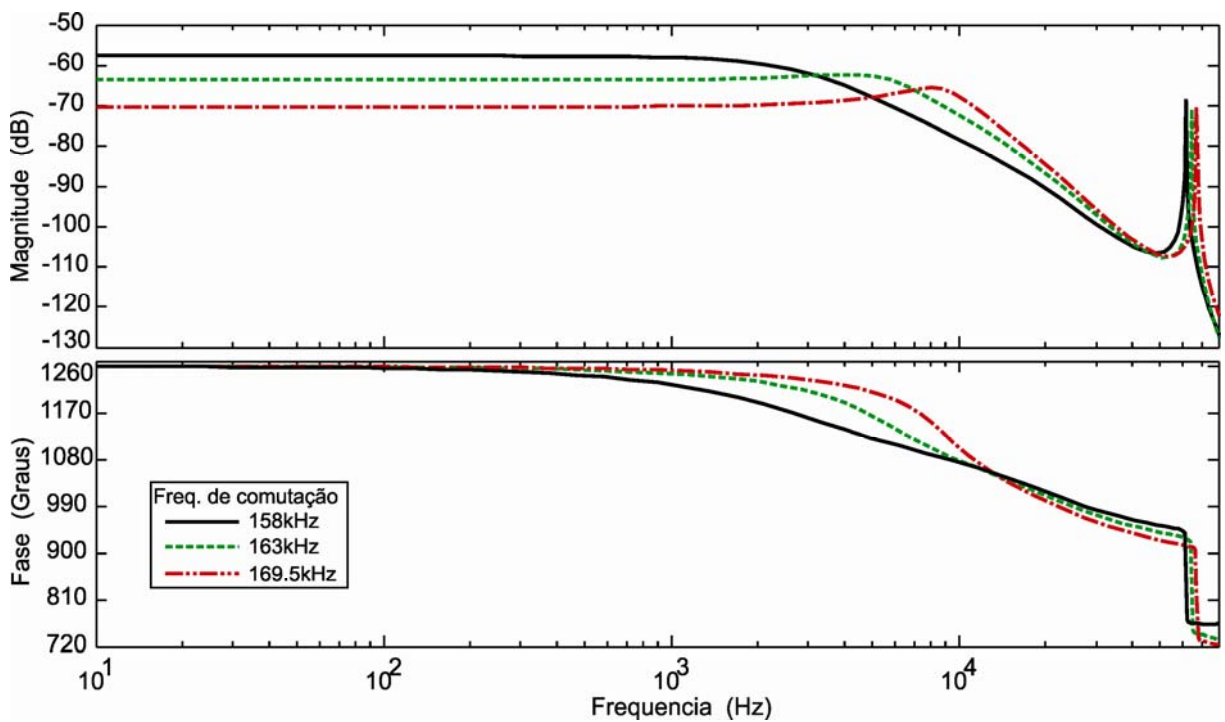


Figura 6.10 – Respostas em frequência para diferentes frequências de comutação.

6.5 Sumário do capítulo.

O modelo não linear de grandes sinais do conversor Classe-E obtido no Capítulo 5 foi trabalhado para obter o modelo linear de pequenos sinais. A metodologia utilizada foi baseada em perturbação e linearização. Curvas de resposta em frequência foram analisadas com o objetivo de entender o comportamento do conversor para diferentes parâmetros, tais como carga, frequência de comutação, filtro de saída, etc.

Esta análise pôde ser realizada de forma rápida após o modelo ter sido obtido, pois com as funções de transferência a variação paramétrica se torna uma simulação rápida. Essa é uma das vantagens deste modelo.

Observou-se que a resposta em frequência varia bastante de acordo com o ponto de operação, dificultando o projeto de um compensador. Isso mostrou o quão importante é a obtenção de um modelo que descreva bem a planta, por isso todo esse esforço matemático para obter o modelo preciso derivado nesse trabalho. As respostas em frequência do modelo foram comparadas com medidas reais, e o resultado dessa comparação está ilustrado no capítulo 8.

7 PROJETO E IMPLEMENTAÇÃO DO SISTEMA EM MALHA FECHADA

7.1 Introdução.

Este capítulo apresenta o sistema de controle. O objetivo é mostrar os elementos necessários para o controle do conversor, como o VCO, o saturador, e algumas características peculiares como ganho negativo da planta. Após entender a configuração da malha, será apresentado o projeto do compensador utilizando informações da modelagem normalizada e da modelagem de pequenos sinais ao mesmo tempo.

7.2 Sistema de Controle.

O sistema completo da realimentação do conversor Classe-E pode ser representado através do diagrama de blocos da Figura 7.1.

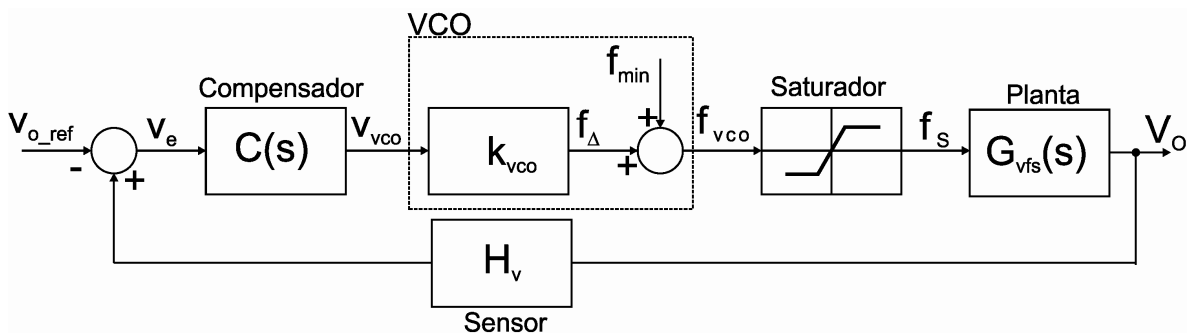


Figura 7.1 – Representação do sistema de controle do conversor classe-E em diagrama de blocos.

Observa-se que os sinais de realimentação são invertidos em relação à representação padrão de sistema de controle [29]. Isso se deve ao fato de que a planta apresenta ganho negativo. Em outras palavras, ao aumentar a ação de controle (frequência de comutação), a variável de saída diminui. Esta é uma característica típica de conversores ressonantes trabalhando a direita da curva de ressonância [33]. Em conversores CC-CC PWM, como por exemplo, Boost e Buck, a ação de controle e a saída estão em fase, característica de ganho positivo.

O conversor Classe-E é modulado em frequência, e para isso necessita de um VCO e de um saturador. O modelo de um VCO é representado por um ganho série mais um valor fixo de frequência, e pode ser representado por uma equação na forma:

$$f_{vco} = f_{\min} + k_{vco} V_{vco} \quad (7.1)$$

$$k_{vco} = \frac{\Delta f}{\Delta V_{vco}} = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{V_{vco_max}} \quad (7.2)$$

Estas equações são correspondentes a reta ilustrada na Figura 7.2.

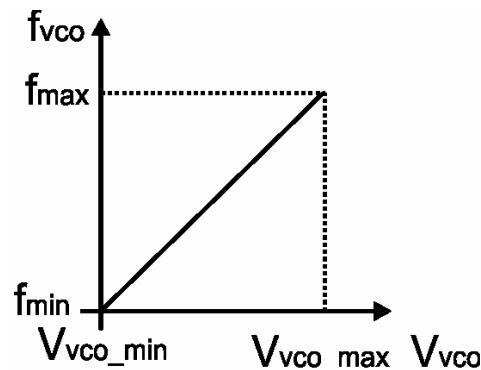


Figura 7.2 – Descrição do funcionamento ideal de um VCO.

O saturador garante que a frequência de chaveamento não será menor do que a mínima frequência em que se obtém ZVS no conversor. Além disso, é importante para que o sistema não passe a operar ao lado esquerdo da curva de ressonância, onde o sistema é instável (fase não mínima) para a configuração da Figura 7.1. Em uma implementação real, o saturador limita a tensão de entrada do VCO, e deveria ser representado logo depois do compensador. Mas para melhor entendimento, ele está situado antes da planta na malha de controle.

Os valores de frequência mínima e máxima podem ser obtidos através da técnica normalizada ilustrada na Figura 4.13. Uma versão com os valores normalizados está ilustrada na Figura 7.3. Conhecendo-se a frequência do ponto 1, igual a frequência mínima, sabe-se a frequência máxima através do ponto 4 na Figura 7.3.

A frequência real do ponto 1 pode ser aproximada pela constante A_1 definida em (3.20). Para isso é necessário a frequência de ressonância do conversor com carga nominal, que é aproximadamente igual a $f_1=154,82\text{kHz}$. Na realidade, este valor é influenciado pelo indutor de entrada e outros elementos ressonantes. Essa incerteza pode ser verificada na prática, ficando aí uma variação de $\pm 1\text{kHz}$. A frequência do ponto 1 é dada então por:

$$\frac{f_1}{A_1} = f_{\min} = 156,78\text{kHz} \quad (7.3)$$

A tabela mostra os valores de frequência para cada ponto da Figura 7.3.

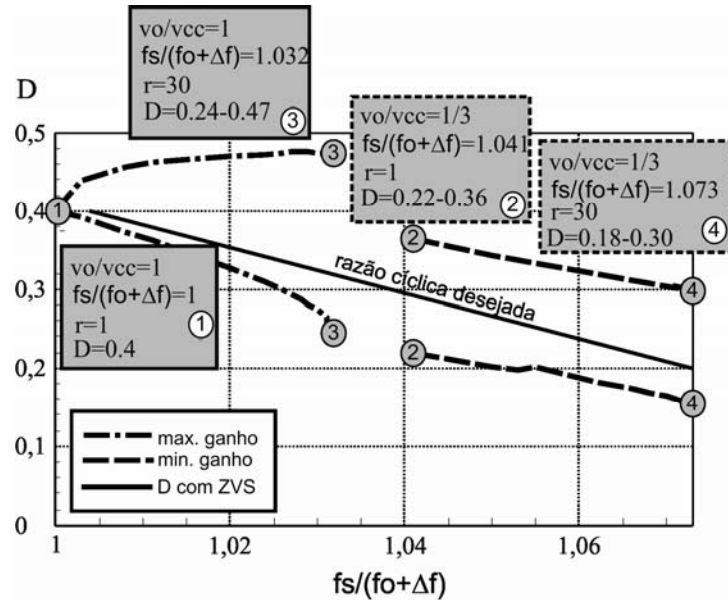


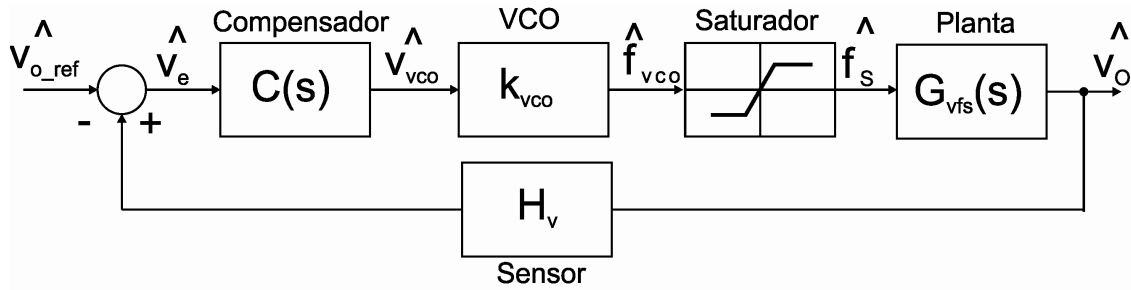
Figura 7.3 – Representação normalizada dos pontos extremos de operação.

Tabela 7.1 – Pontos extremos de operação.

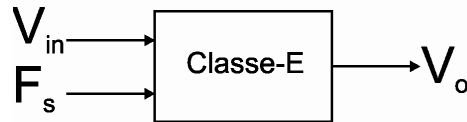
Parâmetros de Projeto do Conversor projetado.			
Descrição	Ponto	Frequência normalizada	fs(kHz)
Frequência e carga nominal = f_{\min}	1	1	156,78
Ganho nominal, sem carga	3	1,032	161,8
Ganho mínimo, carga nominal	2	1,041	163,21
Ganho mínimo, sem carga = f_{\max}	4	1,073	168,22

Para realizar as simulações respeitando a definição de pequenos sinais, separou-se o sistema em dois, um sistema representado pelo modelo de pequenos sinais na Figura 7.4 - (a) e outro sistema representado pelo modelo de grandes sinais, na Figura 7.4 - (b).

O modelo de pequenos sinais da Figura 7.4 - (a) representa o comportamento dinâmico do conversor, e é utilizado para projetar o compensador. O comportamento do ganho CC em regime permanente para carga nominal do conversor pode ser representado de maneira simplificada pelo diagrama da Figura 7.5. A variação de carga implica no aumento do ganho, como foi mostrado na Figura 6.9.



(a)



(b)

Figura 7.4 - Descrição do sistema em diagrama de blocos; (a) Modelo de pequenos sinais; (b) Modelo de grandes sinais.

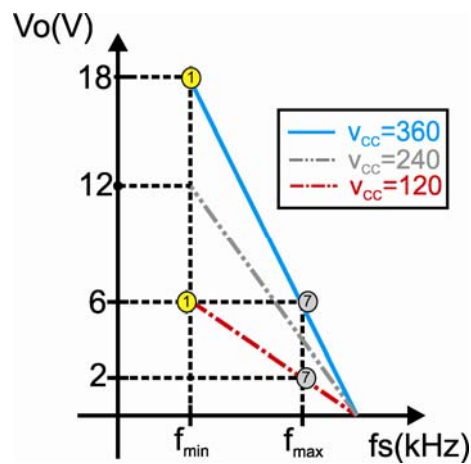


Figura 7.5 – Aproximação do ganho CC em regime permanente.

7.3 Projeto do Compensador.

O projeto do compensador é importante para construir um conversor que responda conforme as normas que o sustentam e seja estável. Ao fechar a malha do sistema, o compensador certificará que quando o ganho cruzar o eixo de 0 dB, existirá margem de fase positiva suficiente entre o erro e o sinal de saída evitando oscilações. Também deverá ter um alto ganho em baixas frequências para diminuir o erro em regime permanente e apresentar baixa impedância de saída, melhorando a rejeição às perturbações de entrada [29]. Existem ainda alguns requisitos de projeto a serem considerados, como tempo de subida, tempo de acomodação, sobre elevação, etc, de acordo com as exigências da aplicação.

Dentre as mais variadas ferramentas de análise de estabilidade, o diagrama de Bode é provavelmente a mais popular, pois oferece uma idéia imediata de como a amplitude e a fase do conversor aparecem ao longo do domínio da frequência [34]. Devido a esta simplicidade, o compensador para o conversor Classe-E será projetado através a utilização do diagrama de bode. Ao mesmo tempo, se fará uso da ferramenta de projeto “fator K” [34]. Este método consiste em observar o diagrama de bode de malha aberta do conversor que se quer estabilizar, e a partir de uma frequência de corte desejada (f_c), e do quanto de aumento de fase necessário nesta frequência, posicionar automaticamente os pólos e os zeros. Este fator indica a distância necessária entre a frequência do pólo e do zero da rede de compensação para os requisitos desejados, tornando f_c a metade geométrica entre estes elementos. É nesta frequência que o maior ganho de fase é obtido, e dependendo de k , existirá em um ganho de fase diferente nesta frequência de corte.

O compensador do tipo 1 apresenta um pólo na origem (integrador), e é caracterizado por um fator k igual a 1. O pólo na origem equivale a um compensador do tipo PI, e proporciona uma defasagem de -90° . A Figura 7.6(a) mostra o comportamento do ganho e da fase no domínio da frequência.

O compensador do tipo 2 apresenta um pólo e um zero além do pólo na origem. O pólo na origem equivale a um compensador do tipo PI, e o par zero e pólo posicionados na frequência de interesse, equivalem a um compensador de avanço de fase. O Compensador do tipo 2 não proporciona ganho de fase em relação à fase da planta. Isso porque ele pode elevar no máximo 90° a fase na frequência de interesse, exatamente o valor que o integrador reduz. A Figura 7.6(b) mostra a resposta em frequência para este compensador e a relação entre k e a distância entre o pólo e o zero.

O compensador do tipo 3 funciona de modo semelhante ao tipo 2, porém supõem-se um par de zeros na frequência f_c/\sqrt{k} e um par de pólos em $f_c\sqrt{k}$. Este compensador equivale à combinação de um PI e dois compensadores de avanço sobrepostos na frequência de interesse. Pode-se acrescentar até 90° em relação a fase da planta, pois ele permite aumentar em 180° a fase na frequência de interesse. Lembrando que 90° são descontados devido ao pólo do integrador. A Figura 7.6(c) mostra a resposta em frequência do mesmo e a relação entre k e a distância entre os pólos e zeros.

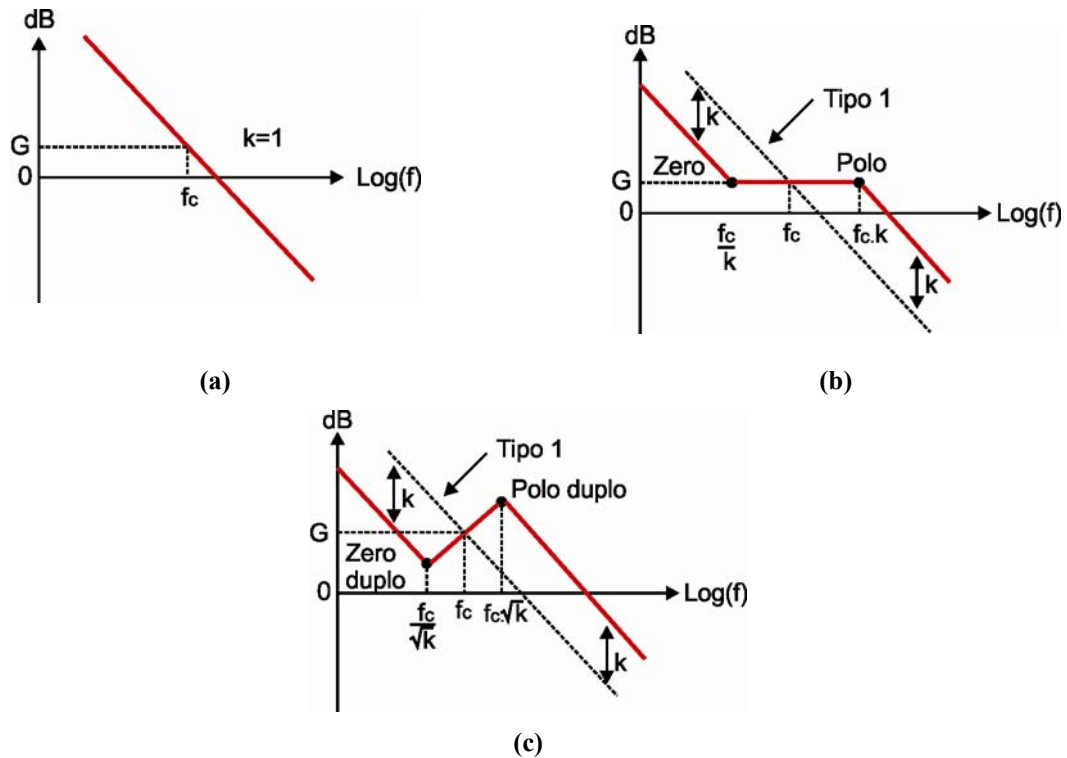


Figura 7.6 - Características dos compensadores utilizando a ferramenta do fator K ; (a) – Compensador do tipo 1; (b) - Compensador do tipo 2; (c) – Compensador do tipo 3.

7.3.1 Análise da malha de controle

O objetivo deste trabalho não é o projeto do sistema de controle, mas ele deve ser realizado para comprovar que é possível utilizar a estratégia de modulação e rastreamento da razão cíclica apresentada. Com relação aos requisitos de controle, busca-se a estabilidade somente. Parâmetros como tempo de subida, sobre elevação, etc, não serão aprimorados.

Para controlar o sistema proposto, utilizou-se um circuito integrado desenvolvido no Instituto Fraunhofer de Confiabilidade e Micro-Integração (IZM), situado em Berlin na Alemanha. Este circuito integrado é o único que permite implementar o rastreamento da razão cíclica conforme [35]. Este chip foi desenvolvido visando uma implementação como ilustrada na Figura 7.7.

A frequência mínima e a máxima são ajustadas de acordo com os resistores R_{fs_min} e R_{fs_max} . O pino V_{fb} recebe a informação da realimentação, enquanto os outros pinos exercem funções não importantes para este trabalho.

A função que realiza o rastreamento da razão cíclica é implementada dentro do chip, e funciona de acordo com a Figura 7.8

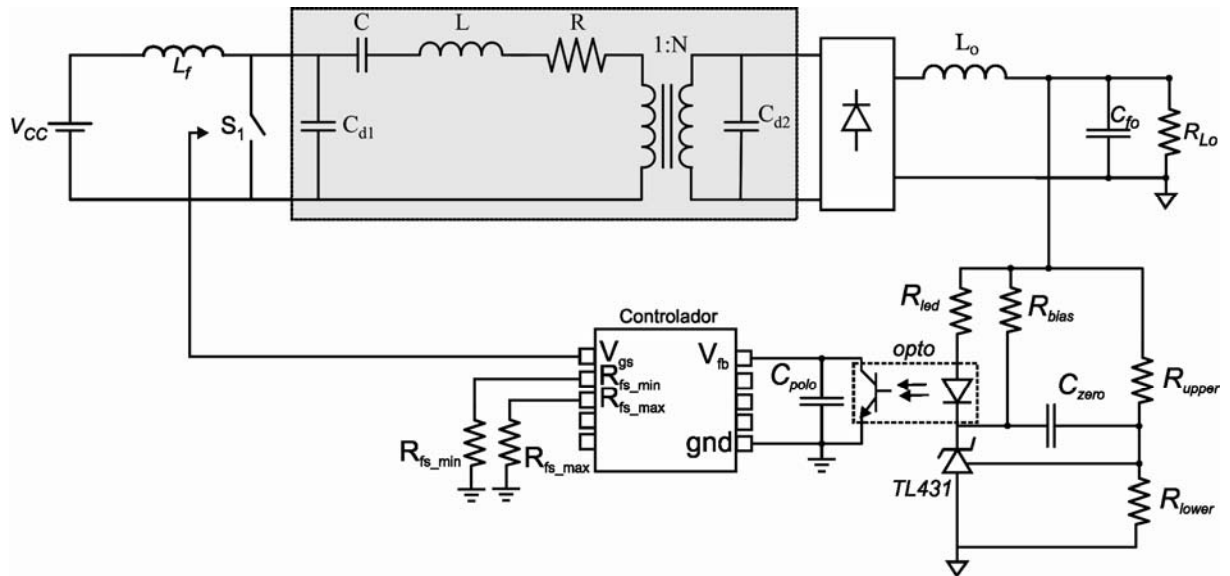


Figura 7.7 – Sistema de controle.

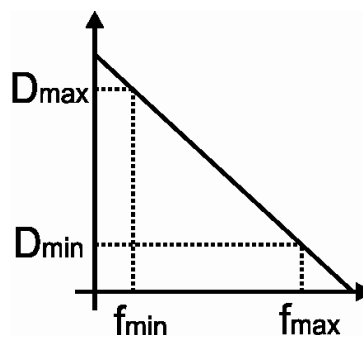


Figura 7.8 – Retas que representam a função de rastreamento de razão cíclica.

As razões cíclicas máxima e mínima são pré definidas internamente como 0,45 e 0,15 respectivamente. Durante a operação, a razão cíclica obedece a seguinte função:

$$D = D_{\max} + m(f_s - f_{s_min}) \quad (7.4)$$

Onde m é a inclinação da reta, dado por:

$$m = \frac{D_{\min} - D_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}} \quad (7.5)$$

Obviamente cada aplicação necessita de limites diferentes, por isso a frequência máxima e mínima do sistema devem ser escolhidas de forma a ajustar naturalmente o sistema. A adaptação para a aplicação deste trabalho deve ser realizada com base na Figura 7.3. Os limites de razão cíclica máxima e mínima devem ser encaixados de forma que o conversor possa operar dentro dos limites pré-estabelecidos no chip. Como a razão cíclica máxima modelada foi de 0,4, deve-se definir a frequência mínima de chaveamento um pouco maior do

que a real mostrada na Tabela 7.1. O valor escolhido foi de 158kHz. Como a razão cíclica mínima definida no ponto 4 é maior do que 0,15, a frequência máxima de chaveamento deve ser definida por um valor maior do que o do ponto 4 como mostra A Figura 7.9, neste caso 171kHz.

A isolamento da malha de realimentação se dá através do opto acoplador, e a compensação, através de todos componentes ao redor do TL431. Inclusive, a estrutura interna do chip é relevante no momento de projetar a malha de controle. A Figura 7.10 mostra a estrutura interna do chip relacionada à realimentação. A fonte interna de 5V e o resistor de *pullup* igual a 3,3kΩ são importantes nos cálculos do circuito de controle.

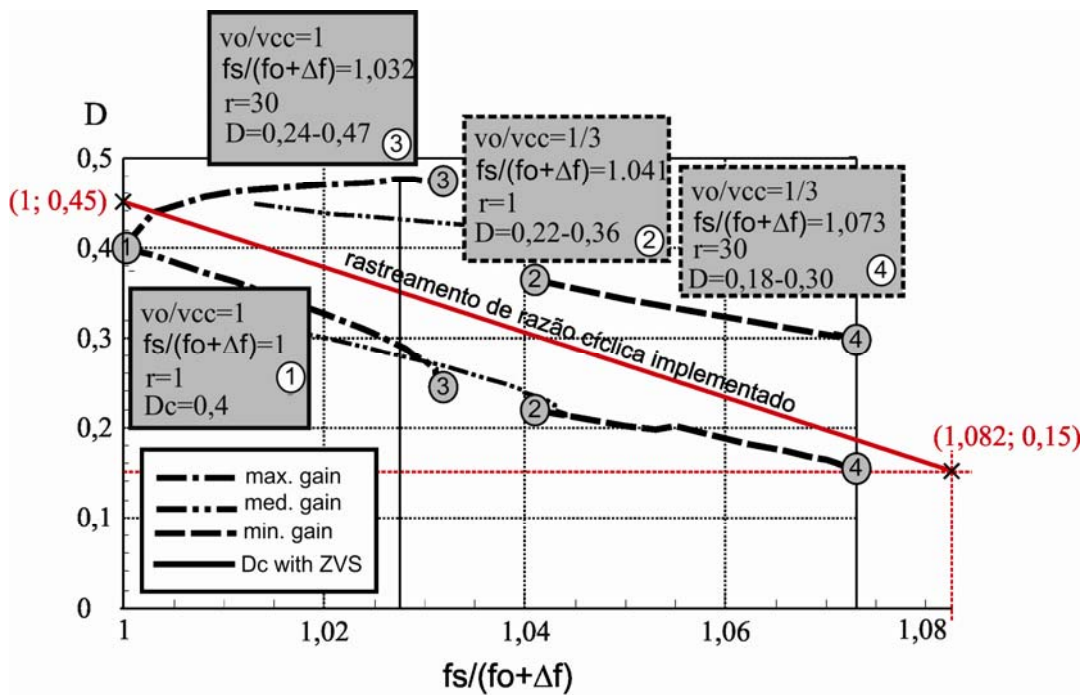


Figura 7.9 – Adaptação do rastreamento de razão cíclica.

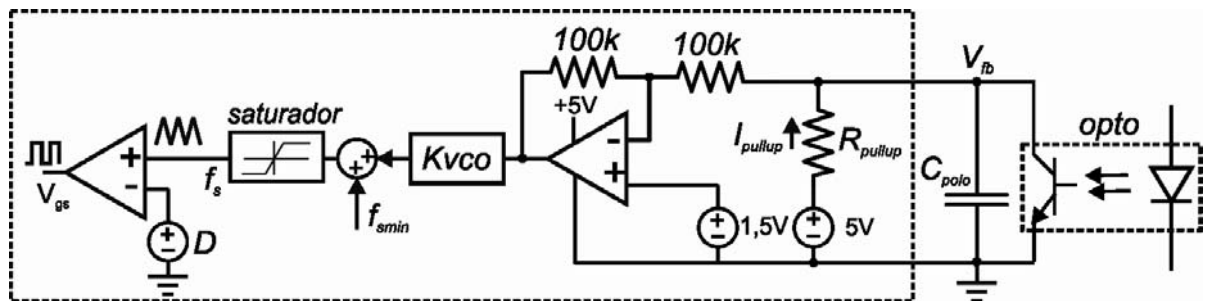


Figura 7.10 – Circuito interno do controlador ressonante.

O sinal de tensão de realimentação (V_{fb}) é invertido logo em seguida, e a saída do amplificador operacional é conectada ao bloco do VCO . Este bloco proporciona um ganho ao sistema definido pela seguinte equação:

$$K_{vco} = \frac{f_{s_max} - f_{s_min}}{3} \quad (7.6)$$

Este ganho é o ganho do VCO, e é de suma importância para o projeto da malha de controle. A saída do bloco do VCO é constituída de valores de frequência, que somados com a frequência mínima definida pelo resistor R_{fs_min} , proporcionam a frequência de chaveamento.

O componente $TL431$ exerce a função de comparar a tensão de saída com uma referência estável, e drenar corrente do opto acoplador. A Figura 7.11 mostra o circuito interno do TL431. A tensão de saída nominal é rebaixada para 2,5V através do divisor resistivo.

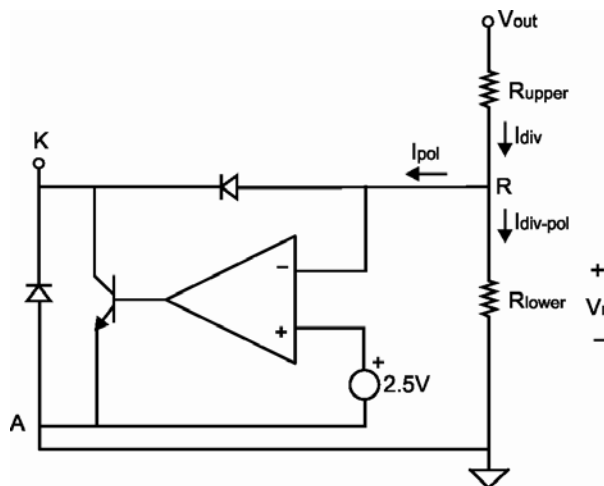


Figura 7.11 – Circuito interno do TL431.

Para que a referência interna do TL431 seja estável, ele deve ser polarizado com uma corrente mínima definida pelo fabricante, geralmente em torno de 1mA [34]. Para garantir esta corrente, um resistor de polarização (R_{bias}) é inserido no circuito como mostra a Figura 7.7. Esta resistência deve ter o valor mínimo definido pela seguinte equação:

$$R_{bias_min} = \frac{V_{out_nom} - 2,5}{I_{TL431_min}} \quad (7.7)$$

A corrente drenada do optoacoplador no lado da saída (I_{led}) é rebatida para o lado do controle (I_{pullup}) como mostra a Figura 7.12. Esta relação é definida como:

$$I_{pullup} = I_{led} CTR \quad (7.8)$$

Isso significa que para levar a tensão de realimentação (V_{fb}) de 5V para 0V, necessita-se de uma corrente definida por:

$$I_{pull_max} = \frac{V_{ref_chip}}{R_{pullup}} = \frac{5V}{3300\Omega} = 1,5152mA \quad (7.9)$$

Consequentemente, a resistência entre o opto e a saída deve ser no máximo:

$$R_{led_max} = \frac{(V_{out_nom} - 2,5)CTR}{I_{pull_max}} = 2,31k\Omega \quad (7.10)$$

considerando-se que o ganho do optoacoplador seja unitário ($CTR=1$), que a tensão de saída do TL431 seja igual a 2,5V e que a tensão de saída do conversor seja igual a 6V em regime permanente.

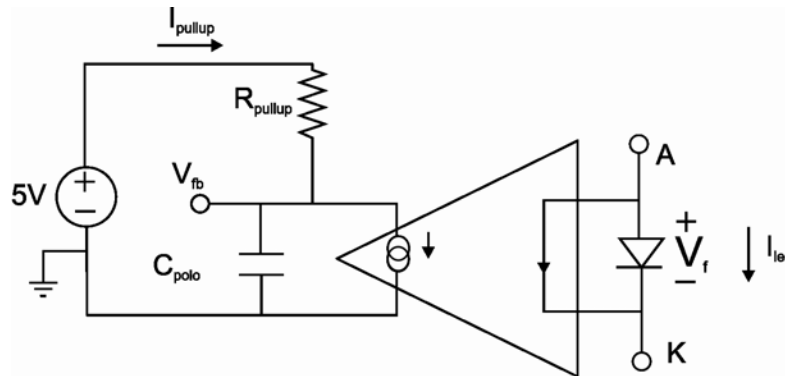


Figura 7.12 – Circuito equivalente do optoacoplador.

O capacitor C_{polo} na saída do optoacoplador implementa um pólo na malha de controle, porém deve-se tomar cuidado em considerar o capacitor intrínseco da saída do optoacoplador.

7.3.2 Análise dos pontos de operação e projeto do compensador

Antes de projetar o compensador, deve-se analisar as respostas em frequência para os vários pontos de operação do circuito, uma vez que o ganho, os fatores de qualidades e a posição dos pólos e zeros do sistema mudam de acordo com a frequência de chaveamento e a carga. Estas conclusões foram obtidas através da Figura 6.9 e da Figura 6.10.

Os quatro pontos extremos de operação ilustrados na Figura 7.3 são suficientes para análise da estabilidade. Assume-se que projetando o compensador para o pior caso dentre eles, o sistema é estável para valores intermediários. A Figura 7.13 mostra o diagrama de bode para as quatro situações.

A Figura 7.13 infere que o ponto 1 é o mais amortecido, devido a carga e frequência nominal. Quando se aumenta somente a frequência de chaveamento, como acontece no ponto 2, o sistema se torna menos amortecido, os pólos se deslocam mais a direita e o ganho reduz. Quando a carga diminui, o fator de qualidade aumenta consideravelmente, tornando o sistema menos amortecido ainda. Isso é observado tanto no ponto 3 quanto no ponto 4.

A primeira questão que se faz, é como reduzir o ganho na região acima de 2kHz de forma a evitar que ao sair do ponto nominal de operação, o sistema passe a operar de forma instável. É importante dizer que o fator de qualidade do sistema real não é tão acentuado quanto o do modelo, devido a alguns elementos resistivos não considerados. Isso será mostrado mais adiante nos resultados experimentais. Mesmo assim, o ganho deve ser atenuado em torno dos picos vistos na Figura 7.13.

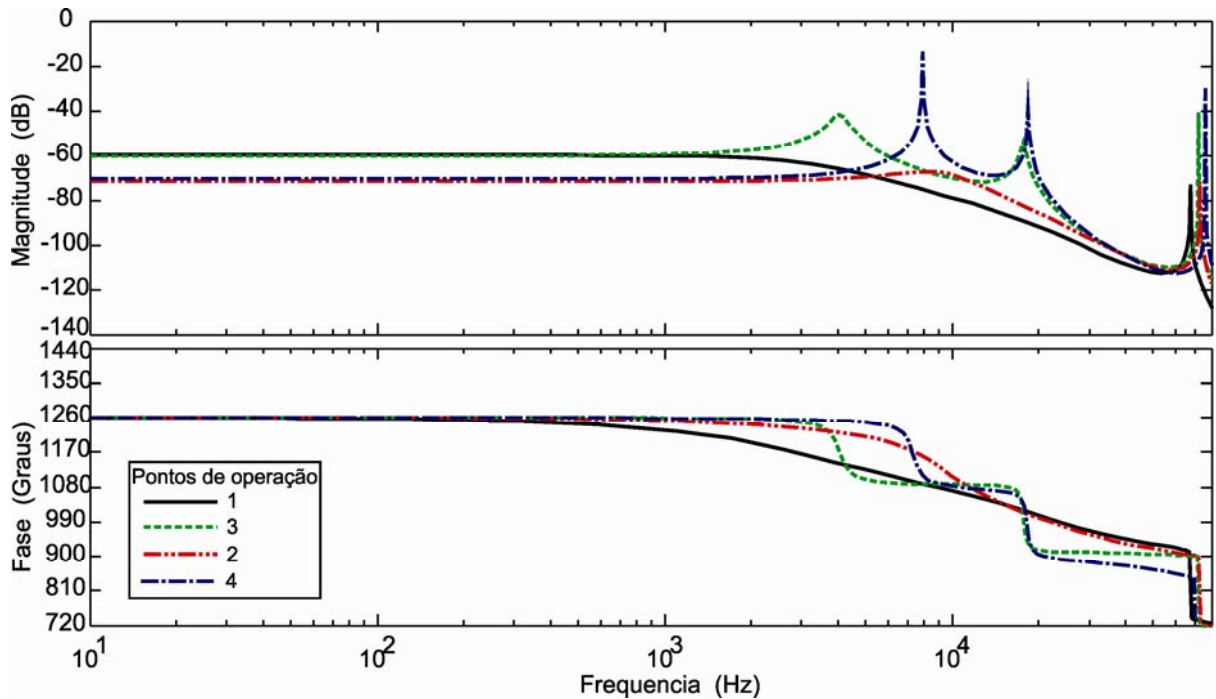


Figura 7.13 - Resposta em frequência para os quatro pontos extremos de operação.

Estas características tornam o sistema complicado de compensar de modo satisfatório. Para um controle de alto desempenho, o compensador deveria variar seus parâmetros de acordo com o ponto de operação. Tanto ganho, quanto margem de fase e frequência de corte variam para cada ponto de operação. Foi dito anteriormente que o objetivo deste trabalho não é o projeto de um sistema de controle otimizado, mas sim mostrar a funcionalidade do sistema. Devido a isso, o compensador projetado provê estabilidade ao sistema, mas não considera a otimização da frequência de corte, ganho, etc.

7.3.3 Procedimento de projeto do compensador

O procedimento ilustrado é para o compensador do tipo 2, as rotinas de projeto dos demais compensadores podem ser encontradas em [34].

- Escolher de uma frequência de corte (f_c) de acordo com as características de resposta em frequência do conversor.

→ O ponto de operação escolhido foi o ponto 3, pois é o que mais limita a frequência de corte do sistema. A frequência de corte escolhida é de 1kHz. Isso significa que para os outros pontos de operação a frequência de corte será ainda menor. A frequência de corte baixa é uma característica desse conversor.

- Obter o ganho em dB na frequência de corte (G_{fc_dB}).

$$G_{fc_dB} = 6 \quad (7.11)$$

- Impor um valor de margem de fase de acordo com o desejado (P_m).

$$P_m = 45^\circ \quad (7.12)$$

- Obter a margem de fase do sistema na frequência de corte (P_{fc}).

$$P_{fc} = 75^\circ \quad (7.13)$$

- Definição da elevação da fase na frequência de corte:

$$boost = 90 - P_{fc} + P_m = 60 \quad (7.14)$$

- Calcular o fator K da compensação, através da seguinte equação:

$$K = \tan\left(\frac{boost}{2} + 45\right) \quad (7.15)$$

- Cálculo do ganho a ser aplicado:

$$G_{comp} = 10^{\frac{(-G_{fc})}{20}} \quad (7.16)$$

- O ganho do optoacoplador deve ser obtido de forma experimental para garantir que não haja erro.

$$CTR \approx 1 \quad (7.17)$$

- Cálculo do divisor resistivo:

$$R_{upper} = \frac{V_{out_nom}}{V_{ref}} R_{lower} - R_{lower} \quad (7.18)$$

→ Um valor recomendável para R_{lower} está em torno de 10kΩ [34].

- A frequência do zero é então obtida através da seguinte equação:

$$f_{zero} = \frac{f_c}{K} \quad (7.19)$$

- E da mesma forma a frequência do pólo:

$$f_{polo} = Kf_c \quad (7.20)$$

- O resistor R_{led} é calculado de acordo com o ganho que o compensador precisa proporcionar:

$$R_{led} = \frac{CTR \times R_{pullup}}{G_{comp}} = 6.58k\Omega \quad (7.21)$$

Este é um ponto crítico no projeto, pois além de respeitar a equação (7.21), este resistor deve respeitar a relação (7.10). Para esta aplicação, a relação não é respeitada. Como o ganho do sistema para uma frequência de corte em torno de 1kHz é positivo, o resistor R_{led} acaba sendo grande para reduzir este ganho. A solução para contornar este problema será discutida logo adiante, no item 0.

- A equação que retorna o capacitor do zero é:

$$C_{zero} = \frac{1}{2\pi R_{upper} f_{zero}} \quad (7.22)$$

- E o capacitor do pólo:

$$C_{polo} = \frac{1}{2\pi R_{pull} f_{polo}} \quad (7.23)$$

- A função de transferência final do compensador é então:

$$TF(s) = - \left(\frac{1 + sR_{upper}C_{zero}}{sR_{upper}C_{zero}} \right) \left(\frac{1}{1 + sR_{pull}C_{polo}} \right) \frac{R_{pull}}{R_{led}} CTR \quad (7.24)$$

Após compensado, a resposta em frequência do sistema fica como a apresentada na Figura 7.14.

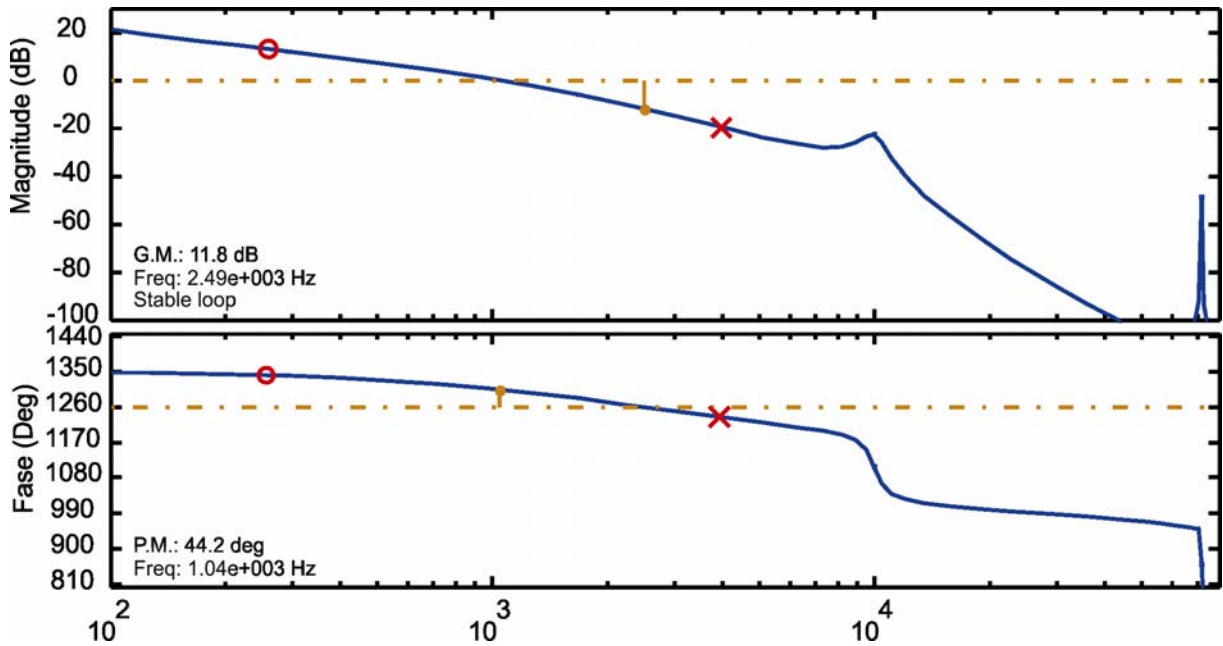


Figura 7.14 – Resposta em Frequência do sistema compensado.

7.3.4 Circuito auxiliar para contornar a limitação do ganho

O problema do ganho pode ser contornado utilizando fonte externa de alimentação na saída do conversor, como mostra a Figura 7.15. Esta configuração foi apresentada em [38].

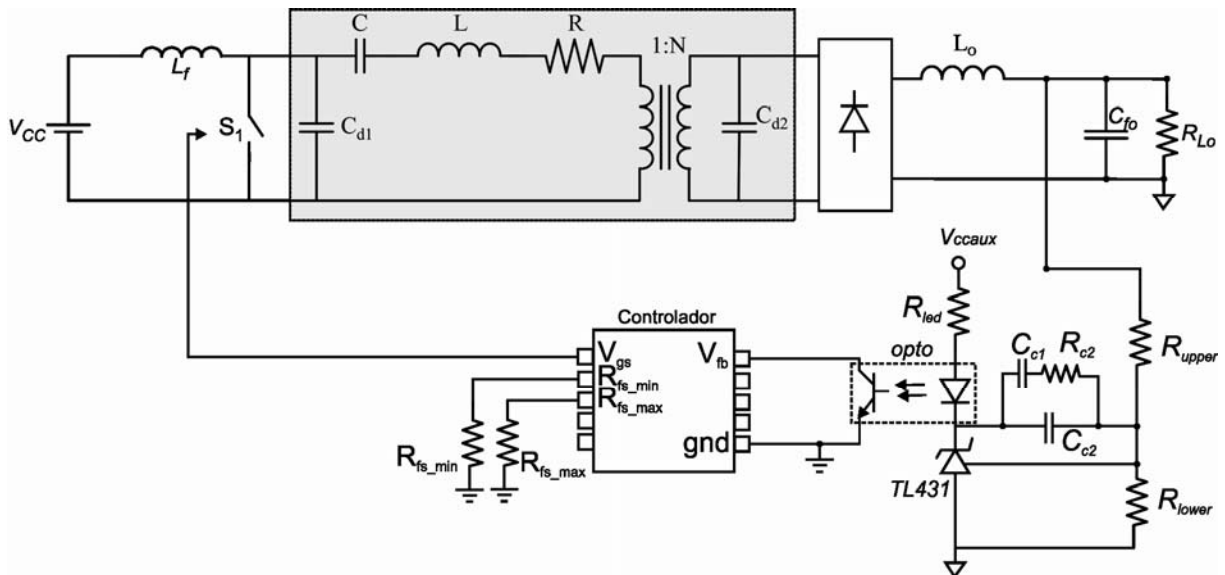


Figura 7.15 – Circuito de realimentação com fonte auxiliar.

Com uma alimentação V_{ccaux} externa de 12,5V, o resistor R_{ied} calculado pela equação (7.21) pôde ser utilizado, e o ganho da malha foi compensado corretamente de acordo com o

procedimento descrito na secção 7.3.3. Os valores dos componentes R_2 , C_{c1} e C_{c2} que fazem parte do compensador no circuito da Figura 7.15 são calculados através das equações a seguir:

$$C_{c2} = \frac{1}{2\pi f_c GKR_{upper}} \quad (7.25)$$

$$C_{c1} = \frac{C_{c2}}{K^2 - 1} \quad (7.26)$$

$$R_2 = \frac{k}{2\pi f_c C_{c1}} \quad (7.27)$$

Os componentes que compõem o circuito de controle estão ilustrados na Tabela 7.2.

Tabela 7.2 - Parâmetros do Circuito de Controle.

Capacitor C_{c1}	178,39nF
Capacitor C_{c2}	12,78nF
Resistor R_2	3,449k Ω
Resistor R_{upper}	6,413k Ω
Resistor R_{lower}	4,58k Ω
Resistor R_{led}	6,6k Ω

O circuito da Figura 7.15 com os parâmetros da Tabela 7.2 foi simulado no PSIM para testar a sua estabilidade. A carga foi variada de 108 Ω para 18 Ω para uma tensão de entrada de 140V. A resposta é apresentada na Figura 7.16.

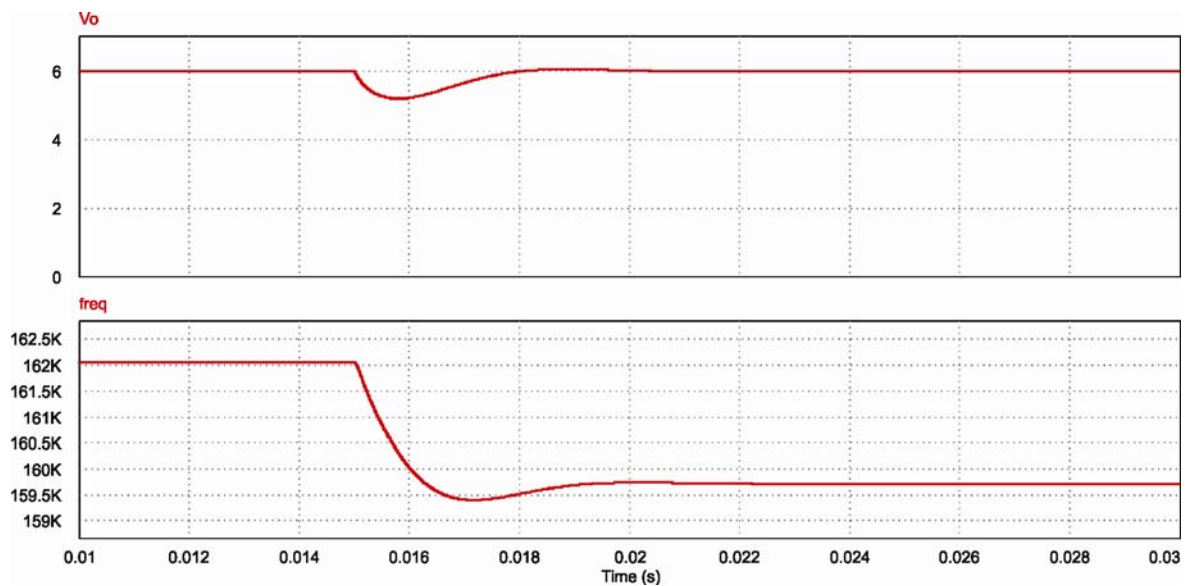


Figura 7.16 – Resposta a uma mudança de carga de 108 Ω para 18 Ω para tensão de entrada de 140V.

7.4 Sumário do capítulo.

Este capítulo mostra o diagrama de blocos do sistema de controle em malha fechada, dando atenção especial para algumas características peculiares do sistema, como o ganho negativo da planta.

Após isso, o compensador foi projetado utilizando Matlab. Observou-se que devido às diferenças das respostas em frequências para os diferentes pontos de operação, o conversor opera com frequência de corte baixa e por isso responde lentamente.

O passo a passo para implementar o circuito de compensação foi mostrado. Utilizou-se um CI onde se pode determinar as frequências mínimas e máximas de operação através de resistores. Essa relação também determina automaticamente o ganho do VCO, utilizado no cálculo do ganho do compensador.

Devido às características da planta, o circuito de compensação original proposto pelo desenvolvedor do CI teve que ser modificado para ser possível implementar o ganho desejado para o compensador.

8 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

8.1 Introdução.

Este capítulo mostra os resultados experimentais da janela de razão cíclica, das respostas em frequência e da operação em malha fechada do conversor Classe-E. Esta etapa é importante e definitiva para validar os modelos e as metodologias utilizadas.

8.2 Resultados da Análise Normalizada.

Para comprovar os resultados mostrados, implementou-se um conversor Classe-E de 3W utilizando o mesmo exemplar de PT apresentado em [6]. Os parâmetros são mostrados na Tabela 8.1 e a foto do transformador na Figura 2.8.

Tabela 8.1 – Parâmetros do Conversor Implementado.

Parâmetro	Valor	Unidade
$V_{in\ ac}$	85-260	V
f_s	157...168	kHz
$V_o\ rms$	6	V
P_o	3	W
Q_1	30,7-61,4-480	-
R_L	12-44-360	Ω
L_f	2,69	mH

Para verificar o funcionamento do PT, realizou-se uma medida de resposta em frequência utilizando o equipamento AP200 da Ridley Engineering. As medidas foram realizadas para as diferentes cargas ilustradas na Figura 8.1. A região achurada na Figura 8.1(a), a qual está representada de forma ampliada na Figura 8.1 (b), indicando os ganhos do transformador em função da frequência. Os ganhos do conversor como um todo, podem ser obtidos multiplicando os ganhos do transformador pela constante que indica o ganho estático do conversor, definido pela relação (3.46).

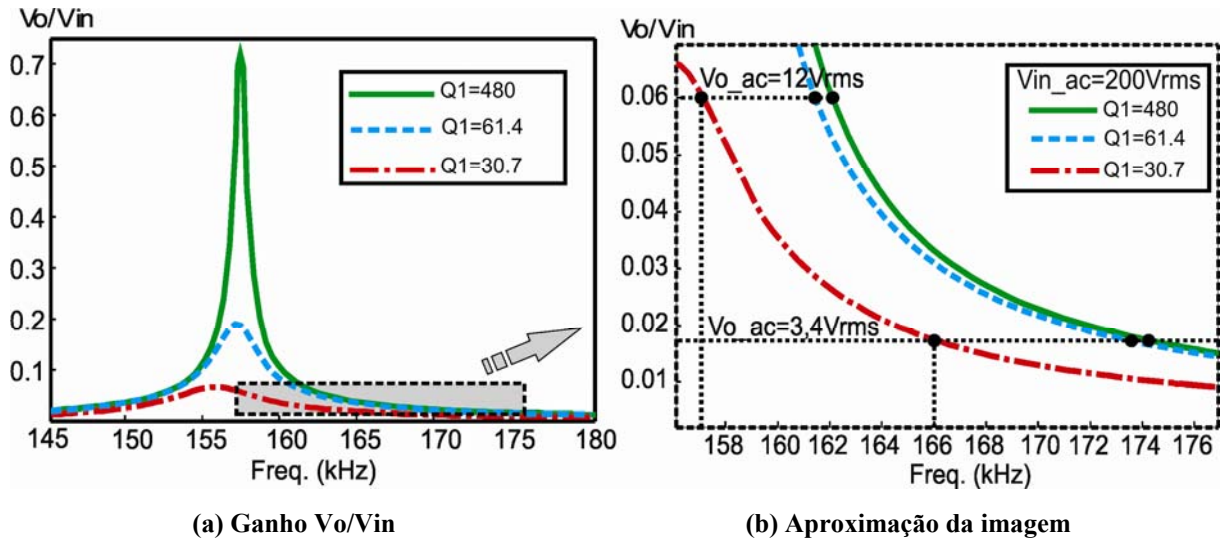


Figura 8.1 - Resposta em frequência do PT.

A Figura 8.2 mostra as curvas experimentais obtidas com carga nominal ($Q_1=30,7$) para as mesmas frequências destacadas na Figura 8.1 (b), ou seja, $f_s=157\text{kHz}$ e 166kHz . Para estes dois pontos, os valores de razão cíclica utilizada e também os valores permitidos (janela de razão cíclica) são mostrados na Tabela 8.2, juntamente com as tensões eficazes no resistor de saída (R_{eq}). É importante observar que para este projeto, apesar da frequência de ressonância ser de $154,8\text{kHz}$ com carga nominal, o primeiro ponto que se obtém ZVS é $156,8\text{kHz}$, representando o ponto $f_s/(f_{O1}+\Delta f)=1$ comentado anteriormente.

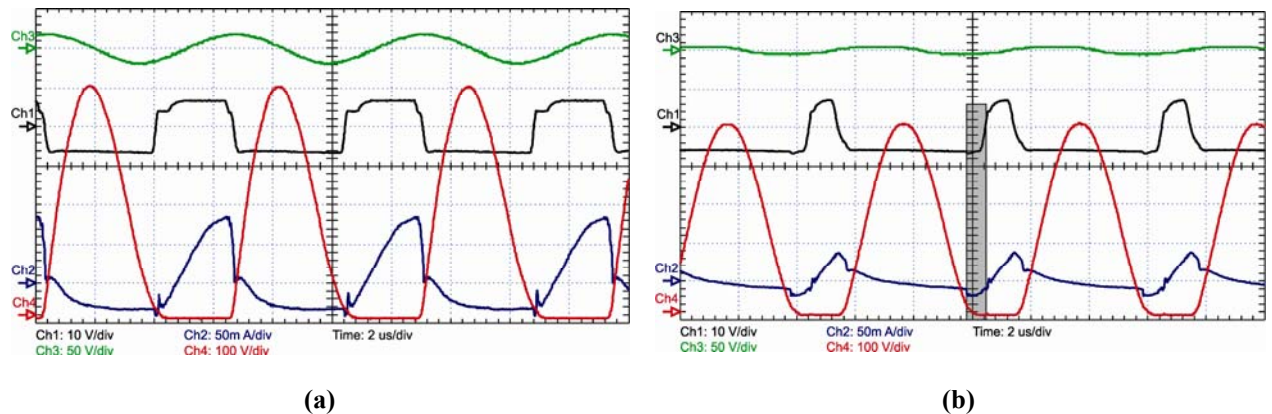


Figura 8.2 - Resultados experimentais, Ch1=Comando do interruptor, Ch2= Corrente no interruptor mais capacitor parasita, Ch3= Tensão o resistor de saída (R_{eq}) e Ch4=Tensão no interruptor; (a) $f_s=157\text{kHz}$; (b) $f_s=166\text{kHz}$.

Tabela 8.2 - Resultados Experimentais para $V_{cc}=200\text{V}$

f_s	Dc utilizada	Janela Dc	V_o_{rms}
157kHz	0,4	0,4	12,5
166kHz	0,15	0,05-0,28	3,7

A Figura 8.3 mostra a comparação dos resultados experimentais e das curvas normalizadas tanto para a janela de razão cíclica quanto para o ganho normalizado. Infere-se pelos resultados que análise é válida e proporciona resultados próximos. No caso da Figura 8.3(a), percebe-se que a janela de razão cíclica é ainda maior na realidade do que nos resultados de simulação, já na Figura 8.3(b) se percebe que as curvas são próximas e paralelas, separadas por um pequeno erro de ganho CC. Este ganho no caso de compensadores com parcela integral pode ser desconsiderado.

É importante salientar que as pequenas diferenças nos resultados são causadas por algumas simplificações e elementos parasitas no circuito. Uma das simplificações realizadas é a consideração do rendimento unitário do transformador. Um elemento parasita que influencia muito neste circuito é a capacitância do interruptor, a qual altera as constantes do circuito. A própria capacitância das ponteiras de medição está em torno de 10 a 20% do valor de C_1 .

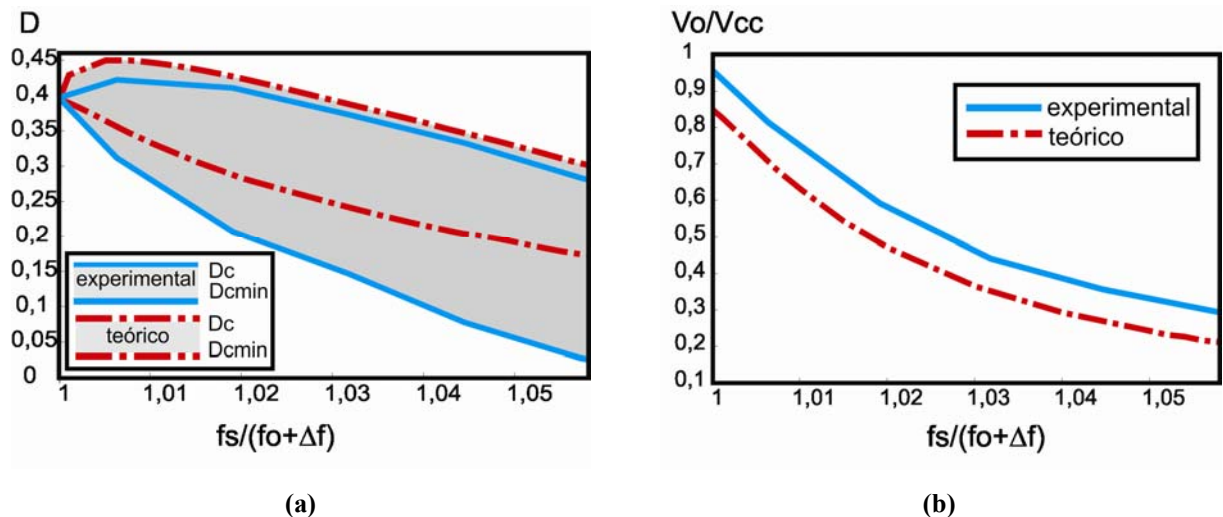
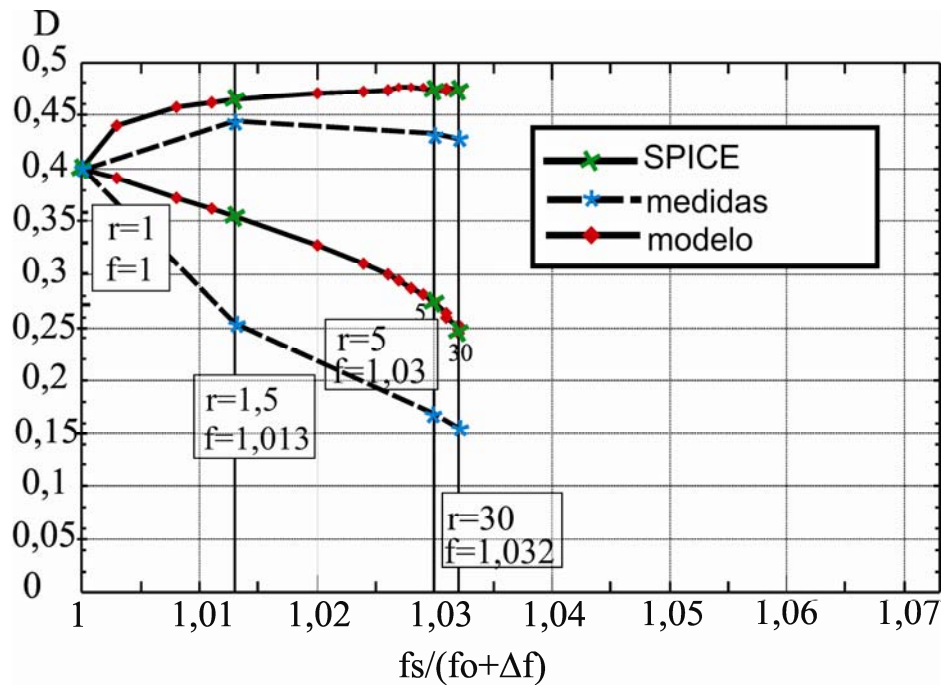


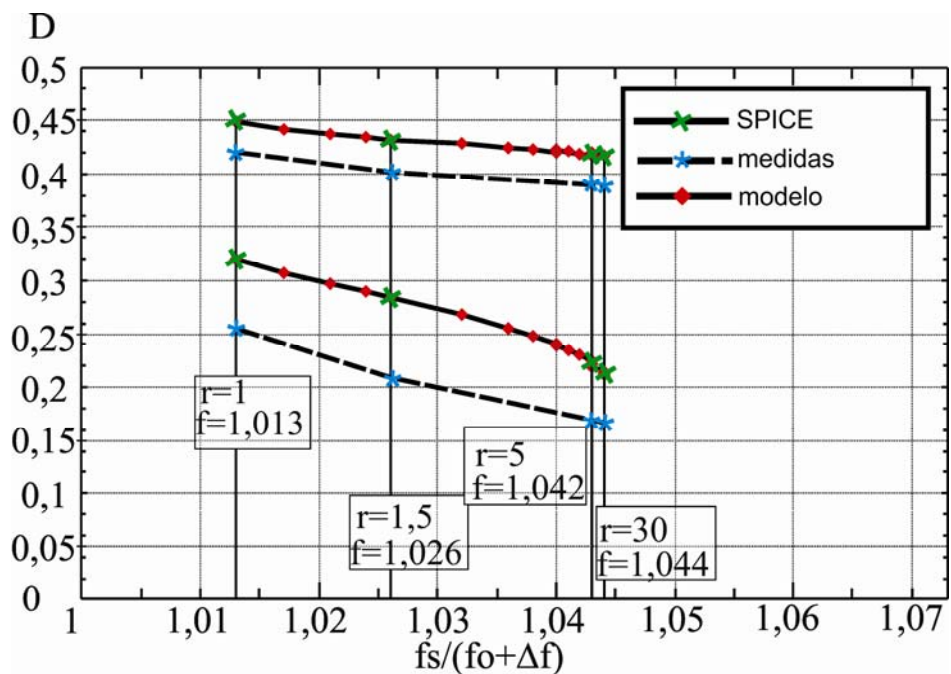
Figura 8.3 - Comparação de resultados normalizados com resultados práticos para o PT utilizado; (a) Janela de razão cíclica; (b) Ganho V_o/V_{in} .

A Figura 8.4 mostra a comparação entre o modelo, a simulação em SPICE e os resultados experimentais para a janela de razão cíclica global. Foram escolhidas 4 cargas diferentes para realizar as comparações. A Figura 8.4(a) mostra os resultados para o ganho máximo, encontrado para a tensão de entrada mínima de $V_{cc}=120V$, enquanto a Figura 8.4(b) mostra a comparação para um ganho intermediário, quando $V_{cc}=180V$. O nível de tensão de entrada não foi aumentado ainda mais devido à tensão permitida pelo semiconductor, como mostra a tabela Tabela 8.1. Percebe-se uma pequena diferença entre as curvas medidas e as simuladas. Entretanto, existe sempre uma região comum entre o modelo e as medidas. Os resultados levam a concluir que a função da razão cíclica deve ser implementada próximo da

curva inferior da janela de razão cíclica global resultante do modelo. Implementando o sistema desta forma, deve garantir comutação suave para toda gama de operação. Para saber se isto é válido para todos os casos, alguns testes deveriam ser realizados utilizando outros PTs.



(a)



(b)

Figura 8.4 – Resultados experimentais para a janela de razão cíclica global; (a) Para tensão de entrada mínima, $V_{cc}=120V$; (b) Para tensão de entrada igual a 1,5 vezes a tensão mínima, $V_{cc}=180V$.

8.3 Resultados da Modelagem de Pequenos Sinais.

O mesmo protótipo de 3W foi utilizado para comparar as respostas em frequência experimentais com as funções de transferência obtidas através do modelo de pequenos sinais. As medidas e simulações foram realizadas para dois pontos de operação diferentes de acordo com a Tabela 8.3. Estes dois pontos representam frequências e cargas diferentes, sendo suficientes para validar o modelo. A varredura de frequência foi realizada de 100Hz a 100kHz, porém o modelo deve ser considerado somente até a metade da frequência de chaveamento. [16].

Tabela 8.3 – Pontos de Operação Utilizados para as Medidas de Resposta em Frequência.

Parâmetro	Ponto A	Ponto B	Unidade
Freq. de Chaveamento	159	161	kHz
Razão Cíclica	0,38	0,34	-
Carga	Nominal -12	Carga leve - 115	Ω

Os esquemáticos utilizados nas medidas estão ilustrados na Figura 8.5. A Figura 8.5(a) mostra como realizar as medidas entre controle e saída. Para os níveis de tensão do conversor implementado, o circuito de medidas não necessita de ponteiras isoladas. A perturbação é inserida através da soma do sinal oriundo do equipamento [37], com um valor CC definido pela frequência do ponto de operação escolhido. Mais detalhes sobre o equipamento utilizado e as opções de medidas são encontrados [36] e [37].

O circuito utilizado para medir a relação entre entrada e saída está ilustrado na Figura 8.5(b). Ele indica a presença de uma ponteira diferencial para medir a entrada, devido ao nível de tensão exceder os limites do equipamento. A perturbação é inserida através de uma chave semicondutora em série com a entrada. Observa-se que o sinal de perturbação também está isolado através de um transformador de sinal na Figura 8.5(b). O circuito implementado para executar a função do VCO, do driver e do comparador está ilustrado na Figura 8.6.

Os resultados para o ponto A da tabela Tabela 8.3 estão ilustrados na Figura 8.7. A Figura 8.8 mostras as medidas para o ponto B da Tabela 8.3.

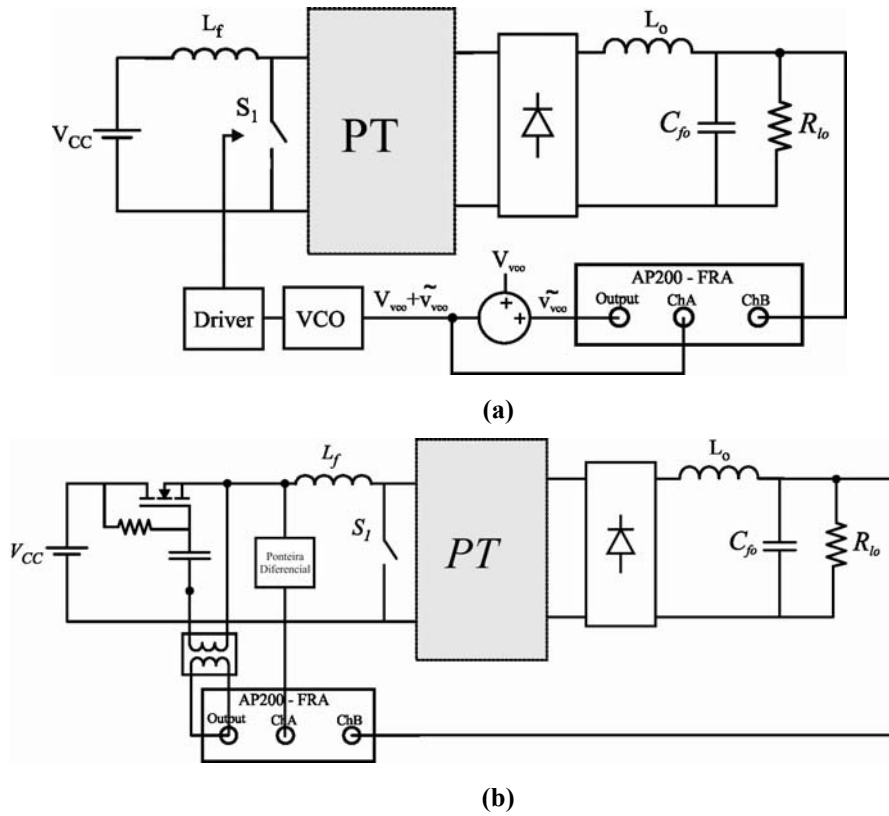


Figura 8.5 - Circuito de medidas da resposta em frequência; (a)Gvco; (b)Gvcc.

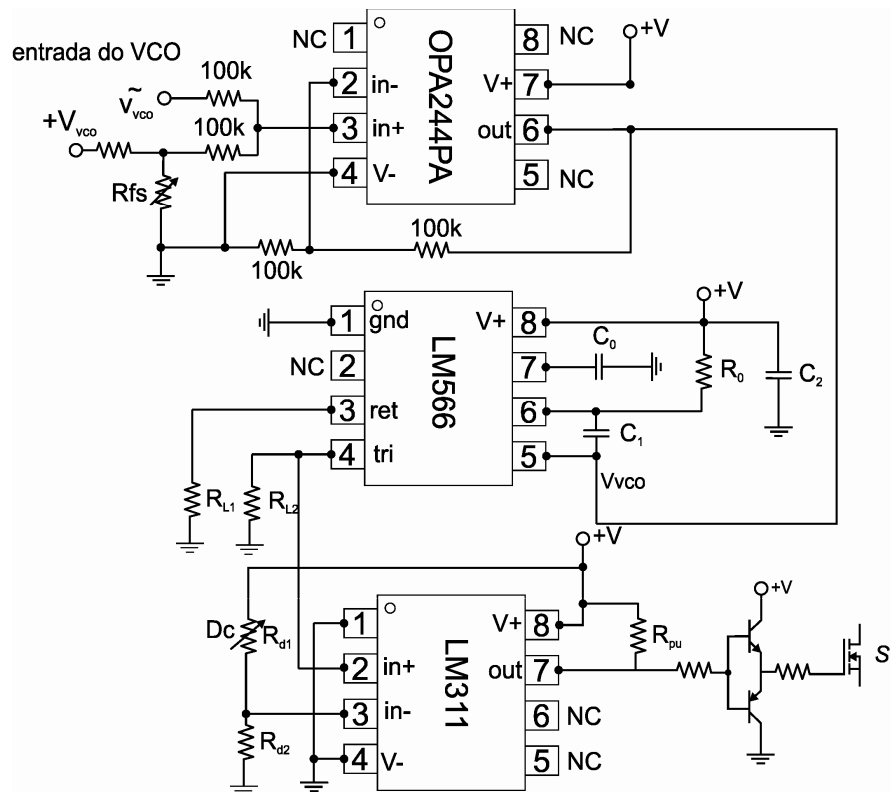


Figura 8.6 – Esquemático do circuito implementado para exercer a função de VCO, driver e somador.

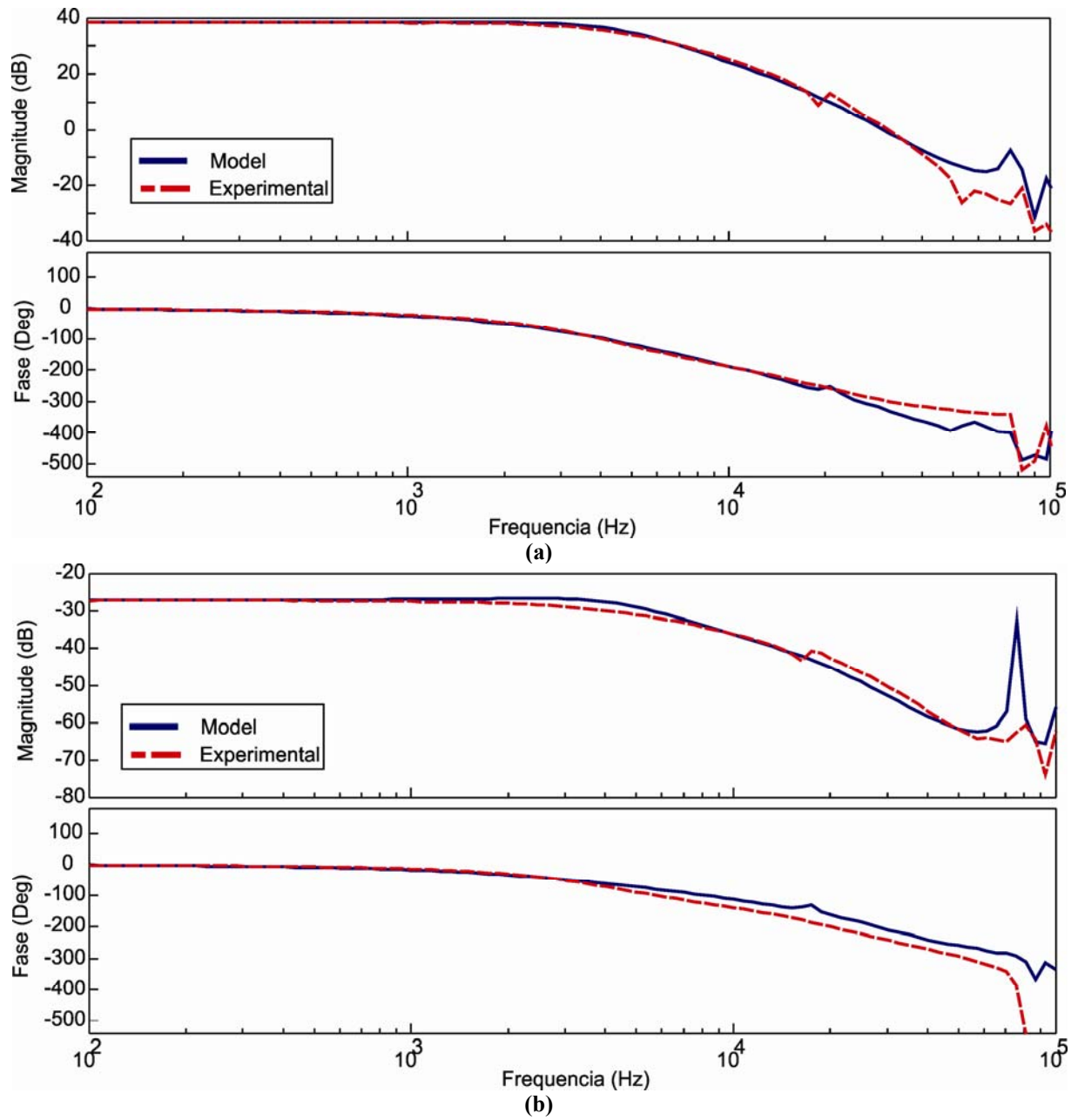
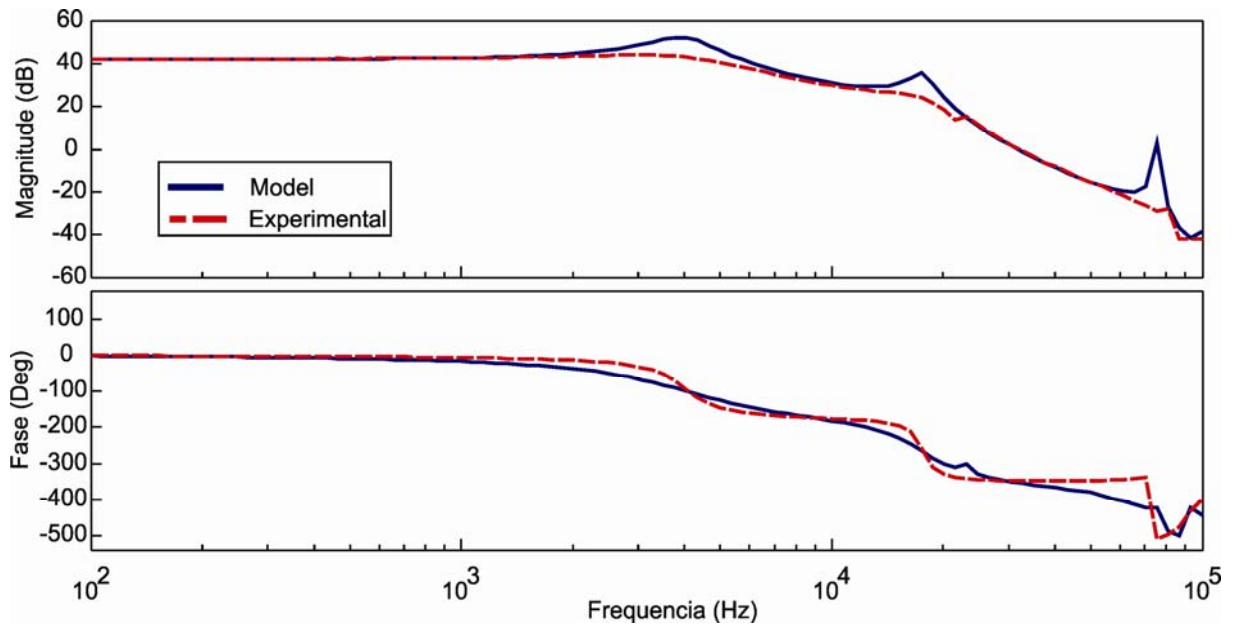
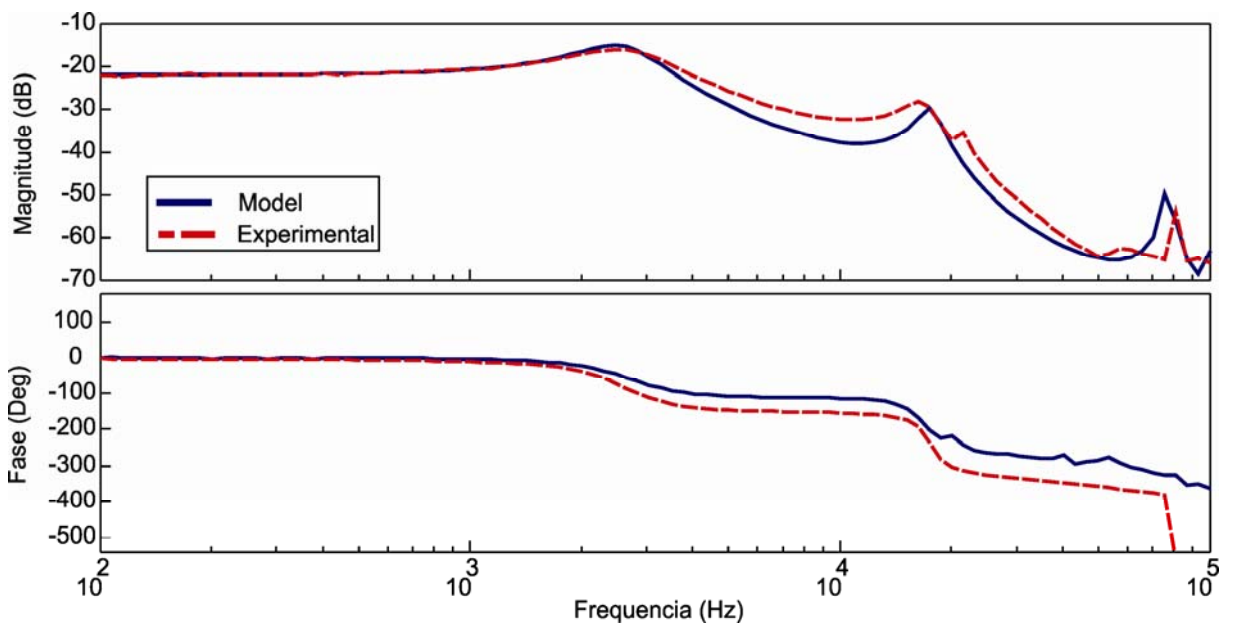


Figura 8.7 - Resposta em frequência do ponto A; (a) Gvco; (b) Gvcc.



(a)



(b)

Figura 8.8 - Resposta em frequência do ponto B; (a) G_{vco} ; (b) G_{vcc} .

As medidas estão bastante próximas do modelo matemático e validam a metodologia. Como elementos dissipativos não foram modelados, a resposta em frequência medida é mais fiel ao modelo para carga nominal, onde o fator de qualidade do circuito não é tão alto. Mesmo assim, para cargas baixas o modelo é validado e pode ser utilizado pra projetar a malha de controle do conversor.

O protótipo utilizado para obter os resultados experimentais até este ponto está ilustrado na Figura 8.9.

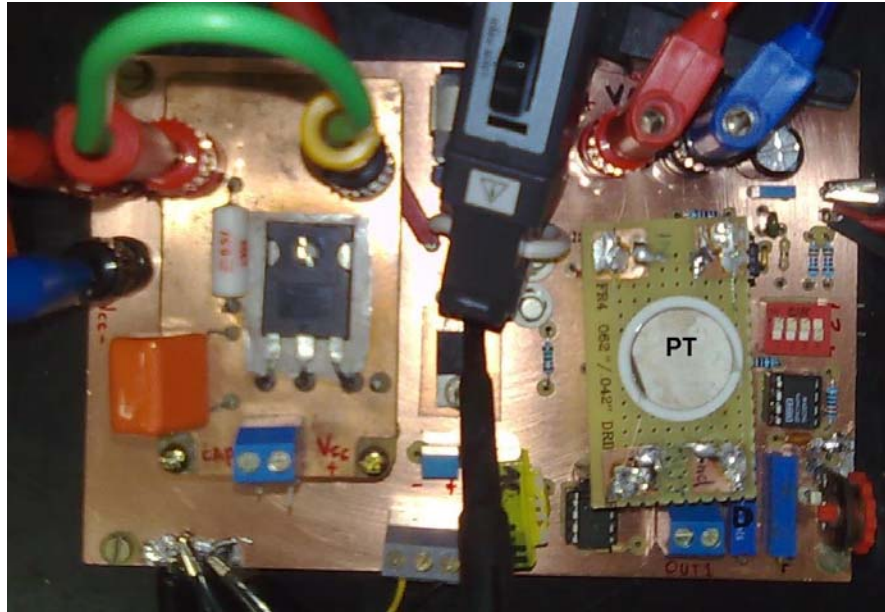


Figura 8.9 – Protótipo utilizado para as medidas de Respostas em Frequência.

8.4 Resultados em Malha Fechada.

O sistema em malha fechada foi implementado como descrito no capítulo 7. O protótipo está ilustrado na Figura 8.10. O circuito integrado cedido pelo instituto Fraunhofer IZM está indicado na Figura.

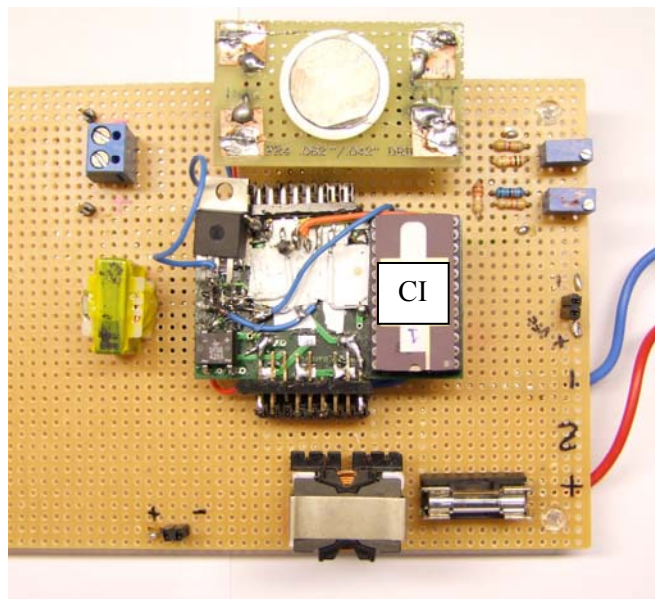
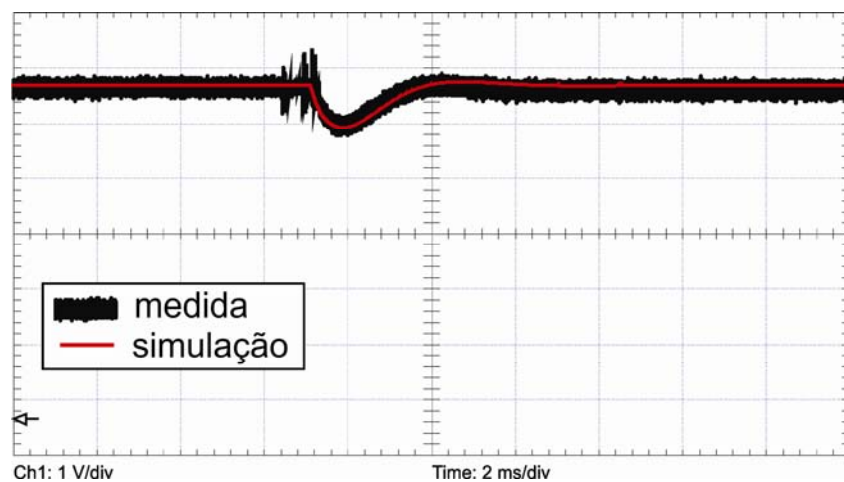


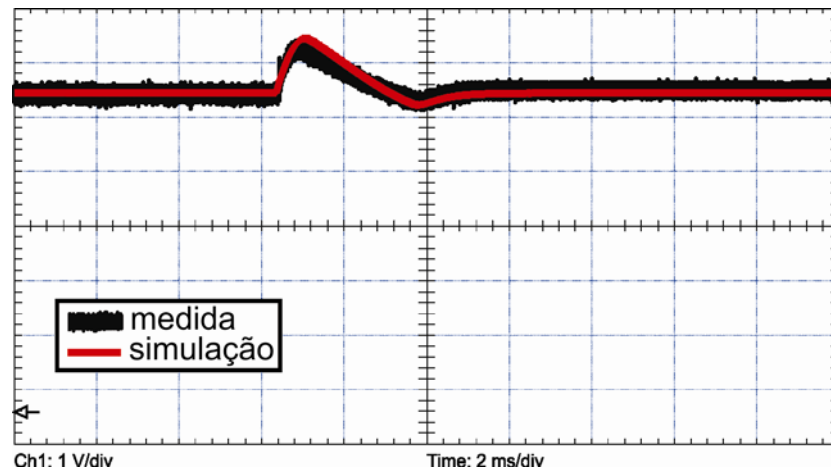
Figura 8.10 – Protótipo implementado para as medidas em malha fechada.

Para validar o funcionamento do circuito, algumas medidas com degrau de carga foram realizadas. A Figura 8.11 mostra a comparação entre a simulação do circuito utilizando o software PSIM e a medida da forma de onda através do protótipo implementado.

Um degrau de carga de 108Ω para 18Ω é ilustrado na Figura 8.11(a), enquanto um degrau de 18Ω para 108Ω é apresentado na Figura 8.11(b). Observa-se que há uma grande proximidade entre as curvas, validando os modelos utilizados para simulação do circuito. A variação de carga foi realizada através da mudança manual da posição de um interruptor mecânico, o qual variava de uma carga para outra. Os picos observados na Figura 8.11(a) são oriundos da oscilação mecânica da chave.



a)



b)

Figura 8.11 - Comparação entre simulação e resultados experimentais para degraus de carga em malha fechada. a) Degrau de carga, 108Ω para 18Ω , tensão de entrada de $140V$; b) Degrau de carga, 18Ω para 108Ω , tensão de entrada de $140V$;

Para comprovar as condições de comutação suave antes e depois da variação de carga da Figura 8.11(a), a Figura 8.12 e a Figura 8.13 mostram as correntes e tensões de interesse. É possível constatar que o sistema opera em ZVS, com a tensão de saída regulada.

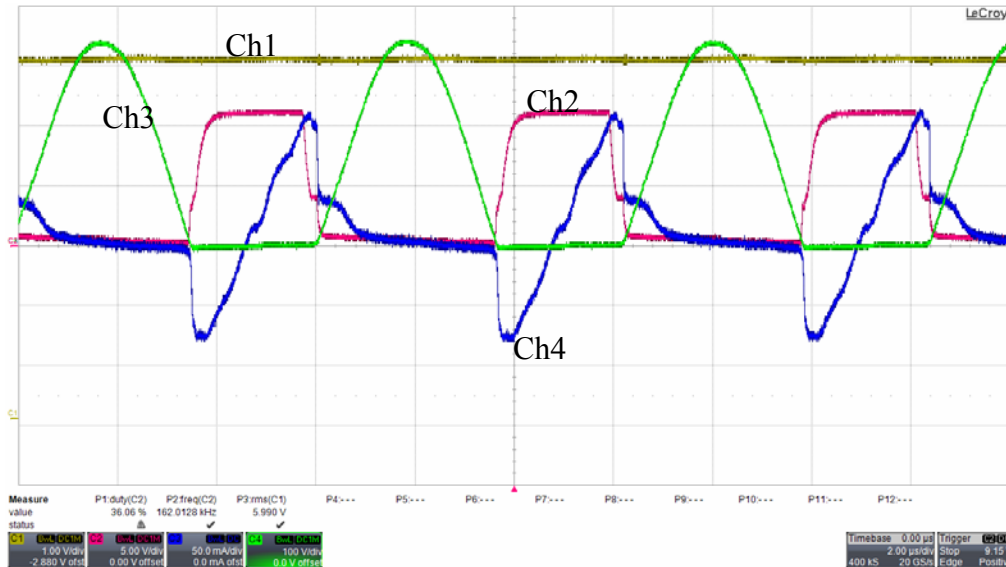


Figura 8.12 – Formas de onda das comutações para 108Ω , 140V de entrada; Ch1=Tensão de saída, Ch2=Sinal de comando, Ch3=Tensão sobre o semiconductor principal, Ch4=Corrente no semiconductor principal.

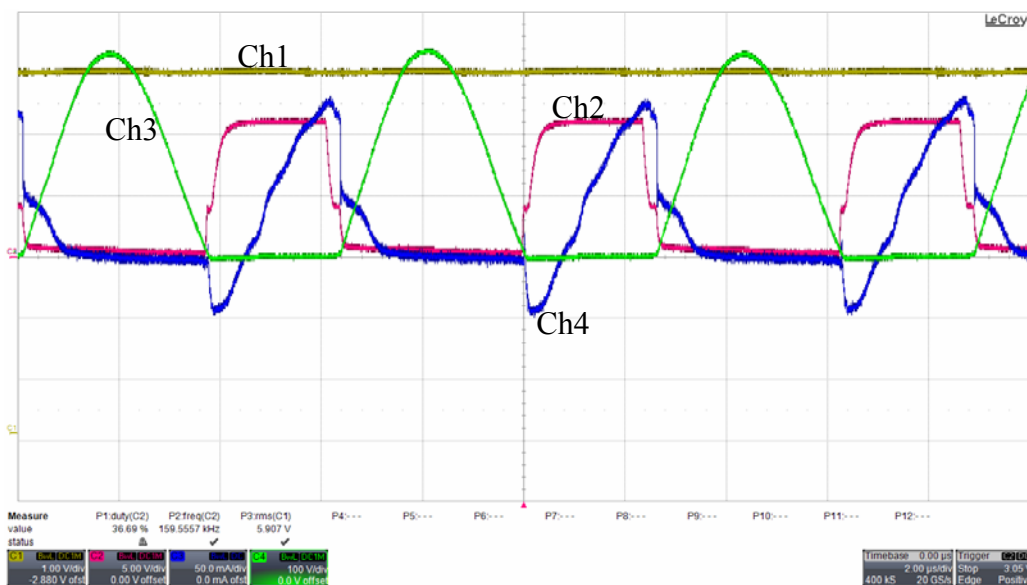
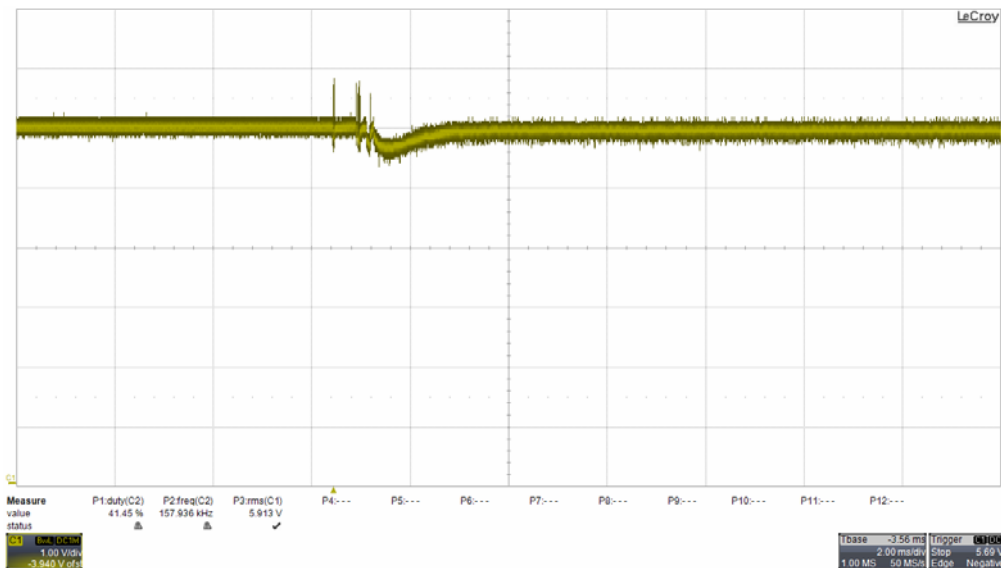


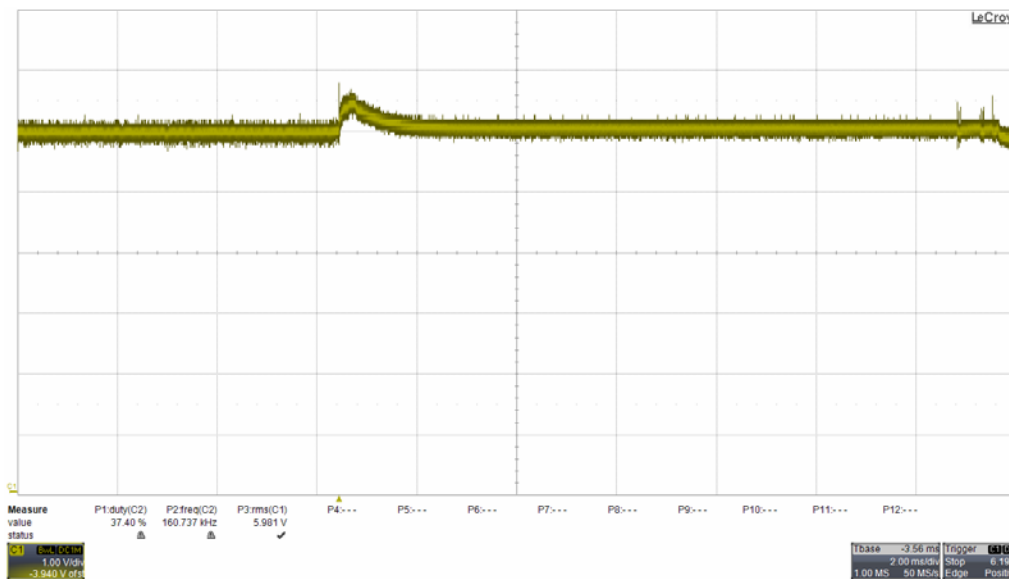
Figura 8.13 – Formas de onda das comutações para 18Ω , 140V de entrada; Ch1=Tensão de saída, Ch2=Sinal de comando, Ch3=Tensão sobre o semiconductor principal, Ch4=Corrente no semiconductor principal.

Para mostrar o comportamento do circuito em outro ponto de operação, outras curvas de degrau de carga foram extraídas. Variações de 18Ω para 12Ω estão ilustradas na Figura

8.14(a), enquanto a resposta a um degrau de 12Ω para 18Ω pode ser visualizada na Figura 8.14(b). O circuito se mostra estável.



a)



b)

Figura 8.14 – Resultados experimentais para degraus de carga entre 12 e 18 Ohms; a) Degrau de carga, 18 Ω para 12 Ω , tensão de entrada de 160V; b) Degrau de carga, 12 Ω para 18 Ω , tensão de entrada de 160V;

8.5 Sumário do capítulo.

Este capítulo mostra os resultados experimentais da janela de razão cíclica, das respostas em frequência e da operação em malha fechada do conversor Classe-E. Esta etapa é importante e definitiva para validar os modelos e as metodologias utilizadas.

Tanto a metodologia normalizada quando o modelo de pequenos sinais foram validados através de um protótipo abaixador de 3W. Ele foi projetado para uma entrada universal de 85-260 VAC e uma saída de 6V CC.

Observou-se que os resultados teóricos e experimentais estão de acordo, validando as metodologias utilizadas. Existe um erro na janela de razão cíclica introduzido por capacitâncias parasitas negligenciadas na modelagem.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho mostrou uma extensão da metodologia normalizada aplicada na análise de conversores ressonantes. A teoria foi aplicada ao conversor Classe-E com transformador piezoelétrico, devido às características promissoras do mesmo, como tamanho e peso reduzidos, baixo perfil, etc.

Outros trabalhos introduziram a análise normalizada para projetar somente o ponto nominal de operação dos conversores ressonantes, desconsiderando outros pontos de operação e limitando bastante a análise. Por isso, toda a gama de operação foi considerada neste trabalho. A frequência de chaveamento e a carga foram variadas de forma normalizada para obter uma janela de razão cíclica global. A janela de razão cíclica indica os valores de razão cíclica necessários para o conversor operar com comutação suave. Os resultados da análise normalizada foram utilizados para simplificar a modelagem de pequenos sinais.

Em um segundo momento, um modelo de grandes sinais foi derivado para o conversor Classe-E. Posteriormente, um modelo de pequenos sinais foi obtido através da perturbação e linearização do modelo de grandes sinais. O modelo descreve todos os pólos e zeros importantes do sistema, através de aproximações de Fourier.

Outros métodos de modelagem para o conversor piezoelétrico Class-E apresentados na literatura utilizavam simplificações que prejudicavam a precisão do modelo. Além disso, utilizavam de soluções numéricas do circuito e de funções de transferência empíricas. Estas funções de transferência não representavam o comportamento do capacitor de saída do PT, e devido a isso, perdiam validade para cargas baixas.

Este trabalho desenvolveu um modelo de pequenos sinais baseado em espaço de estados, e precisa somente dos parâmetros do circuito para ser simulado. Isso torna as simulações rápidas. Além disso, o modelo representa todas as dinâmicas importantes do sistema, possibilitando uma análise mais próxima da realidade ao projetar o compensador.

A razão cíclica pôde ser simplificada na derivação do modelo devido à janela de razão cíclica obtida de forma normalizada.

Tanto a metodologia normalizada quando o modelo de pequenos sinais, foram validados através de um protótipo abaixador de 3W. Ele foi projetado para uma entrada universal de 85-260 VAC e uma saída de 6V CC.

As conclusões obtidas neste trabalho ajudam no projeto de aplicações utilizando o conversor Classe-E, e mostram o caminho para obter o modelo para outras topologias.

Como propostas de futuros trabalhos a serem desenvolvidos a partir desta dissertação, têm-se: aplicação da análise normalizada para outras topologias, comparação de topologias de forma normalizada, derivação do modelo de pequenos sinais para outras topologias, e sem o indutor de saída.

REFERÊNCIAS

- [1] T. Yamane, S. Hamamura, T. Zaitzu, T. Ninomiya, M. Shoyama and Y. Fuda, "Efficiency Improvement of Piezoelectric-transformer DC-DC Converter," IEEE Power Electronics Specialists Conference, Vol. 2, pp 1255-1261, 1998.
- [2] M. J. Prieto, J. A., Díaz, J. A. Martín, and F. Nuño, "A very simple DC/DC Converter Using Piezoelectric Transformer," IEEE Power Electronics Specialist Conference, Vol 4, pp. 1755-1760, 2001.
- [3] K. Uchino, P. Laoratanakul. S.Manuspiya and A.Vázquez-Carazo, "High Power Piezoelectric Transformers", Seminar at National Institute of Aerospace, July 27th, 2007.
- [4] E. L. Horsley, M. P. Foster, D. A. Stone, "State-of-art Piezoelectric Transformer Technology", European Conference on Power Electronics and Application, 2007.
- [5] M. Shoyama, K. Horikoshi, T. Ninomiya, T. Zaitzu, Y. Sasaki, "Steady-State Characteristics of the Push-pull Piezoelectric Inverter," Power Electronics Specialists Conference, Vol. 1, pp 715-721, 1997.
- [6] F. E. Bisogno, S. Nittayarumphong, M. Radecker, A. V. Carazo and R. N. do Prado, "A line Power-Supply for LED Lighting using Piezoelectric Transformers in Class-E-Topology," International Power Electronics and Motion Control Conference, Vol 2, pp. 1-5, 2006.
- [7] S. Bronstein, G. Ivensky e S. Bem-Yaakov, "Parallel Connection of Piezoelectric Transformers, " IEEE Power Electronics Specialists Conference, 2004.
- [8] C. Y. Lin, "Design and Analysis of Piezoelectric Transformer Converters, " Ph.D. Dissertation, Virginia Tech, 1997.
- [9] T. Ninomiya, M, Shoyama, T. Zaitzu, and T. Inoue, "Zero-Voltage-Switching Techniques and their Application to High-Frequency Converter with Piezoelectric Transformer," Control and Instrumentation Industrial Electronics, Vol 3, pp. 1665-1669, 1994.
- [10] M. K. Kazimierzczuk, e K. Puczko, "Exact Analysis of Class E Tuned Power Amplifier at any Q and Switch Duty Cycle," IEEE Transactions in Circuits and Systems, Vol. 34, No 2, pp 149-159, 1987.
- [11] F. E. Bisogno, M. Radecker, e A. Knoll, "Comparison of Resonant Topologies for Step-Down Applications Using Piezoelectric Transformers," IEEE Power Electronics Specialists Conference, Vol. 4, pp 2662-2667, 2004.
- [12] F.E. Bisogno, M. Radecker, e S. Nittayarumphong, "Dynamical Modeling of Class-E Resonant Converter for Step-Down Applications Using Piezoelectric Transformers,"

- IEEE Power Electronics Specialists Conference, pp 2797-2803, 2005.
- [13] S. Nittayarumphong, F.E. Bisogno, M. Radecker, A. Knoll, A. Riedlhammer, e A. V. Carazo, "Dynamic behaviour of PI controlled Class-E Resonant Converter for Step-Down Applications Using Piezoelectric Transformers," European Conference on Power Electronics Applications, pp 10, 2005.
 - [14] S. Nittayarumphong, "Vereinfachte Methoden zur optimalen Regelung resonanter Leistungskonverter," Ph.D. Dissertation, TU Dresden Germany, 2008.
 - [15] S. R. Sanders, J. M. Noworolski, X. Z. Liu e G.C. Verghese, "Generalized Averaging Method for Power Conversion Circuits," IEEE Transaction on Power Electronics, Vol. 6, No. 2. April; pp. 251-258, 1991.
 - [16] E. X. Yang, F. C. Lee, e M. M. Jovanovic, "Small-signal modeling of power electronic circuits by extended describing function concept," Proc. VPEC Seminar, pp. 167-178, 1991.
 - [17] P. Dong, K.WE. Cheng, K.W. Kwok, S.L. Ho, Y. Lu e J.M. Yang, " Singular Perturbation Modelling Technique and Analisis for Class-E DC-DC Converter using Piezoelectric Transformer," IET Power Electron. Vol. 1, No.4, pp. 518-526, 2008.
 - [18] R. C. Buchanan, R. W. Schwartz, J. Ballato, e G. H. Haertling, "Ceramic Materials for Electronics", chapter 4, 3rd ed: Marcel Dekker Inc., 2004.
 - [19] V. Piefort, "Finite Elements Modelling of Piezoelectric Active Structures," Ph.D. Dissertation, Faculty of Applied Sciences, Université Libre de Bruxelles, 2001.
 - [20] R.L. Lin, "Piezoelectric Transformers Characterization and Application of Electronic Ballast," Ph.D. Dissertation, Virginia Tech, 2001.
 - [21] A. V. Carazo, US Patent No. 6,614,144 B2, September 2003.
 - [22] P. R. Bishop, US Patent No. 5,834,882, November 1998.
 - [23] C. A. Rosen, US Patent No. 2,974,296, March 1961.
 - [24] E.M. Syed, "Analysis and Modelling of Piezoelectric Transformers", Ph.D. Dissertation, University of Toronto, 2001.
 - [25] Ridley Engineering, AP200 Parallel - Frequency Response Analyzer-Application Notes, <http://www.ridleyengineering.com/downloads/AP200Notes.pdf>
 - [26] I. Kartashev, T. Vontz and H. Florian, "Regimes of Piezoelectric Transformer Operation", Meas. Sci. Technol. 17, 2006.
 - [27] R. L. Steigerwald, "A Comparison on Half-Bridge Resonant Converter Topologies, " IEEE Transaction on Power Electronics, Vol.3, No.2, 1988.
 - [28] F. E. Bisogno, "Energy related system normalization and decomposition targeting sensitivity consideration," PhD. Dissertation, Dept. Elektrotechnik und

- Informationstechnik. Eng., Univ. der Technischen Universität Chemnitz Zwickau, 2006.
- [29] K. Ogata, “Engenharia de Controle Moderno,” 3ª Edição ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2000.
- [30] I. Dias et all., “A New Control Strategy for an AC/DC Converter Based on a Piezoelectric Transformer,” Power Electronics Specialists Conference, proceedings, pp. 497-50, 2001.
- [31] G. Ivensky, S. Bronstein, S. Ben-Yaakov, “A comparison of piezoelectric transformer AC/DC converters with current doubler and voltage doubler rectifiers,” IEEE Transaction on Power Electronics, Vol. 19, Issue. 6. April; pp. 1446-1453, 2004.
- [32] G. Balas, R. Chiang, A. Packard, M. Safonov, “Robust Control Toolbox: For use with Matlab,” The Math works, Inc. 2005-2006.
- [33] B. Yang, “Topology Investigation for Front End DC/DC Power Conversion for Distributed Power System,” PhD Dissertation, Virginia Polytech Institute and State University, 2003.
- [34] C Basso, “Switch Mode Power Supply Spice Simulations and Practical Design”, Mcgraw-Hill, 2007.
- [35] Y. Yang, et al, “Smart Universal IC for high loaded factor resonant converters”, Customs Integrated circuit conference, 2010.
- [36] C. Zanatta, “Análise Teórica e Experimental do Comportamento de Grandes e Pequenos Sinais e Desenvolvimentos de um Novo Modelo Dinâmico de Pequenos Sinais do Conversor ZVS-PSM-FB”, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Maria, 2006.
- [37] AP Instruments Inc., Operation Manual Model 200 USB - 0.01Hz - 15Mhz - Analog Network Analyzer, <<http://www.apinstruments.com/files/200USBman.pdf>>, AP Instruments Inc., 2004.
- [38] R. Ridley; “Designing with the TL431”, em Switching Power Magazine, Designer Series XV, 2005.

APÊNDICE A - MATRIZES DO MODELO DE GRANDES SIN AIS

O sistema de grandes sinais foi definido em (5.67) e (5.68) e está repetido abaixo:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}_{2 \times 1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\frac{1}{L_o} \\ \frac{1}{C_{fo}} & -\frac{1}{C_{fo}R_{LO}} \end{bmatrix}_{2 \times 2} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}_{2 \times 1} + \begin{bmatrix} \frac{4}{\pi L_o} \sqrt{y_{11}^2 + y_{12}^2} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}_{2 \times 1} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{bmatrix} \dot{Y}_1 \\ \vdots \\ \dot{Y}_{12} \end{bmatrix}_{12 \times 1} = [D(x)]_{12 \times 12} \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_{12} \end{bmatrix}_{12 \times 1} + [E]_{12 \times 1} V_{cc} \quad (\text{A.2})$$

As Matrizes E e D são formadas por:

$$E = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_f} & \frac{1}{L_f} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (\text{A.3})$$

$$D = \begin{bmatrix} D_1 & D_2 \\ D_3 & D_4 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Onde D_{1-4} são representados na forma:

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{d'}{L_f} & \frac{2s_2}{L_f} & \frac{-2c_2}{L_f} \\ 0 & 0 & \omega_s & \frac{s_2}{L_f} & -\frac{d'}{L_f} + \frac{s_4}{L_f} & \frac{-c_2}{L_f} \\ 0 & -\omega_s & 0 & \frac{-c_2}{L_f} & \frac{-c_4}{L_f} & -\frac{d'}{L_f} - \frac{s_4}{L_f} \\ \frac{d'}{C_{d1}} & -\frac{2s_2}{C_{d1}} & \frac{2c_2}{C_{d1}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{s_2}{C_{d1}} & \frac{d'}{C_{d1}} - \frac{s_4}{C_{d1}} & \frac{c_4}{C_{d1}} & 0 & 0 & \omega_s \\ \frac{c_2}{C_{d1}} & \frac{c_4}{C_{d1}} & \frac{d'}{C_{d1}} + \frac{s_4}{C_{d1}} & 0 & -\omega_s & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2s_2}{C_{d1}} & \frac{c_2'}{C_{d1}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{d'}{C_{d1}} + \frac{s_4}{C_{d1}} & \frac{c_4'}{C_{d1}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c_4'}{C_{d1}} & -\frac{d'}{C_{d1}} - \frac{s_4}{C_{d1}} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

$$D_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{s_2}{L} & \frac{d'}{L} - \frac{s_4}{L} & \frac{c_4}{L} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{c_2}{L} & \frac{c_4}{L} & \frac{d'}{L} + \frac{s_4}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

$$D_4 = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \omega_s & -\frac{1}{L} & 0 & -\frac{1}{NL} & 0 \\ -\omega_s & -\frac{R}{L} & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & -\frac{1}{NL} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & \omega_s & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & -\omega_s & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{NC_{d2}} & 0 & 0 & 0 & f_{11} & \omega_s \\ 0 & \frac{1}{NC_{d2}} & 0 & 0 & -\omega_s & f_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

E as funções $s_1, s_2, c_2, c_4, c_2', c_4', f_{11}$ e f_{22} são definidas por:

$$\begin{aligned}
s_2 &= \frac{\text{sen}(2\pi D)}{2\pi} & s_4 &= \frac{\text{sen}(4\pi D)}{4\pi} \\
c_2 &= \frac{1 - \cos(2\pi D)}{2\pi} & c_2' &= \frac{1 - \cos(2\pi D)}{2\pi} \\
c_4 &= \frac{1 - \cos(4\pi D)}{4\pi} & c_4' &= \frac{-1 - \cos(4\pi D)}{4\pi} \\
f_{11} &= \frac{-2x_1}{\pi C_{d2} \sqrt{y_{11}^2 + y_{12}^2}} & f_{22} &= \frac{-2x_1}{\pi C_{d2} \sqrt{y_{11}^2 + y_{12}^2}}
\end{aligned} \tag{A.9}$$

APÊNDICE B - DERIVAÇÃO DO MODELO DE PEQUENOS SINAIS

As equações de pequenos sinais para cada estado do sistema de pequenos sinais são ilustradas abaixo:

$$\dot{\hat{y}}_1 = \frac{\hat{v}_{cc}}{L_f} - \left(\frac{1-D}{L_f} \right) \hat{y}_4 + \left(\frac{\text{sen}(2\pi D)}{\pi L_f} \right) \hat{y}_5 + \left(\frac{-1 + \cos(2\pi D)}{\pi L_f} \right) \hat{y}_6 \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{y}}_2 = & \frac{\hat{v}_{cc}}{L_f} + \Omega_s \hat{y}_3 + \left(\frac{\text{sen}(2\pi D)}{2\pi L_f} \right) \hat{y}_4 + \left(-\frac{1-D}{L_f} + \frac{\text{sen}(4\pi D)}{4\pi L_f} \right) \hat{y}_5 \\ & + \left(\frac{-1 + \cos(4\pi D)}{4\pi L_f} \right) \hat{y}_6 + \hat{\omega}_s Y_3 \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{y}}_3 = & -\Omega_s \hat{y}_2 + \left(\frac{-1 + \cos(2\pi D)}{2\pi L_f} \right) \hat{y}_4 + \left(\frac{-1 + \cos(4\pi D)}{4\pi L_f} \right) \hat{y}_5 \\ & - \left(\frac{\text{sen}(4\pi D)}{4\pi L_f} + \frac{(1-D)}{L_f} \right) \hat{y}_6 - \hat{\omega}_s Y_2 \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{y}}_4 = & \left(\frac{1-D}{C_{d1}} \right) \hat{y}_1 - \left(\frac{\text{sen}(2\pi D)}{\pi C_{d1}} \right) \hat{y}_2 + \left(\frac{1 - \cos(2\pi D)}{\pi C_{d1}} \right) \hat{y}_3 + \\ & \left(\frac{\text{sen}(2\pi D)}{\pi C_{d1}} \right) \hat{y}_7 + \left(\frac{-1 + \cos(2\pi D)}{\pi C_{d1}} \right) \hat{y}_8 \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{y}}_5 = & - \left(\frac{\text{sen}(2\pi D)}{2\pi C_{d1}} \right) \hat{y}_1 + \left(\frac{1-D}{C_{d1}} - \frac{\text{sen}(4\pi D)}{4\pi C_{d1}} \right) \hat{y}_2 + \left(\frac{1 - \cos(4\pi D)}{4\pi C_{d1}} \right) \hat{y}_3 + \Omega_s \hat{y}_6 \\ & + \left(-\frac{1-D}{C_{d1}} + \frac{\text{sen}(4\pi D)}{4\pi C_{d1}} \right) \hat{y}_7 + \left(\frac{-1 + \cos(4\pi D)}{4\pi C_{d1}} \right) \hat{y}_8 + \hat{\omega}_s Y_6 \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{y}}_6 = & \left(\frac{1 - \cos(2\pi D)}{2\pi C_{d1}} \right) \hat{y}_1 + \left(\frac{1 - \cos(4\pi D)}{4\pi C_{d1}} \right) \hat{y}_2 + \left(\frac{1-D}{C_{d1}} - \frac{\text{sen}(4\pi D)}{4\pi C_{d1}} \right) \hat{y}_3 - \Omega_s \hat{y}_5 \\ & + \left(\frac{-1 + \cos(4\pi D)}{4\pi C_{d1}} \right) \hat{y}_7 + \left(-\frac{1-D}{C_{d1}} - \frac{\text{sen}(4\pi D)}{4\pi C_{d1}} \right) \hat{y}_8 - \omega_s Y_5 \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{y}}_7 = & \left(-\frac{\text{sen}(2\pi D)}{2\pi L} \right) \hat{y}_4 + \left(\frac{1-D}{L} - \frac{\text{sen}(4\pi D)}{4\pi L} \right) \hat{y}_5 + \left(\frac{1-\cos(4\pi D)}{4\pi C_{d1}} \right) \hat{y}_6 \\ & - \frac{R}{L} \hat{y}_7 + \Omega_s \hat{y}_8 - \frac{1}{L} \hat{y}_9 - \frac{1}{NL} \hat{y}_{11} + \hat{\omega}_s Y_8 \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{y}}_8 = & \left(\frac{1-\cos(2\pi D)}{2\pi L} \right) \hat{y}_4 + \left(\frac{1-\cos(4\pi D)}{4\pi L} \right) \hat{y}_5 + \left(\frac{1-D}{L} + \frac{\text{sen}(4\pi D)}{4\pi L} \right) \hat{y}_6 \\ & - \Omega_s \hat{y}_7 - \frac{R}{L} \hat{y}_8 - \frac{1}{L} \hat{y}_{10} - \frac{1}{NL} \hat{y}_{12} - \hat{\omega}_s Y_7 \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

$$\dot{\hat{y}}_9 = \frac{\hat{y}_7}{C} + \Omega_s \hat{y}_{10} + \hat{\omega}_s Y_{10} \quad (\text{B.9})$$

$$\dot{\hat{y}}_{10} = \frac{\hat{y}_8}{C} - \Omega_s \hat{y}_9 - \hat{\omega}_s Y_9 \quad (\text{B.10})$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{y}}_{11} = & \frac{\hat{y}_7}{NC_{d2}} + \Omega_s \hat{y}_{12} + \hat{\omega}_s Y_{12} - \frac{2X_1}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{12} Y_{12} \hat{y}_{11}}{\left(\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2} \right)^3} + \frac{2X_1}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{12} Y_{11} \hat{y}_{12}}{\left(\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2} \right)^3} \\ & - \frac{2}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{11}}{\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}} \hat{x}_1 \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{y}}_{12} = & \frac{\hat{y}_8}{NC_{d2}} - \Omega_s \hat{y}_{11} - \hat{\omega}_s Y_{11} + \frac{2}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{11} Y_{12} \hat{y}_{11}}{\left(\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2} \right)^3} - \frac{2}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{11} Y_{11} \hat{y}_{12}}{\left(\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2} \right)^3} \\ & - \frac{2}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{12}}{\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}} \hat{x}_1 \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

$$\dot{\hat{x}}_1 = -\frac{\hat{x}_2}{L_o} + \frac{4}{\pi L_o} \left(\frac{Y_{11} \hat{y}_{11}}{\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}} + \frac{Y_{12} \hat{y}_{12}}{\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}} \right) \quad (\text{B.13})$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = \frac{\hat{x}_1}{C_{fo}} - \frac{\hat{x}_2}{C_{fo} R_{to}} \quad (\text{B.14})$$

Ao distribuir as equações acima em um sistema de espaço de estados, resulta no sistema definido em (6.18) e repetido abaixo:

$$\dot{\hat{z}} = O_{RP}\hat{z} + P_{RP}\hat{u}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \\ \dot{\hat{y}}_1 \\ \vdots \\ \dot{\hat{y}}_{12} \end{bmatrix} = [f(\Omega_s, D, V_{CC})] \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{y}_1 \\ \vdots \\ \hat{y}_{12} \end{bmatrix} + [f(Y_{1RP} \dots Y_{12RP}, X_1, X_2)] \begin{bmatrix} \hat{\omega}_s \\ \hat{v}_{cc} \end{bmatrix} \quad (\text{B.15})$$

As matrizes que compõem o sistema são definidas como:

$$P_{rp} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & Y_3 & -Y_4 & 0 & Y_6 & -Y_5 & Y_8 & -Y_7 & Y_{10} & -Y_9 & Y_{12} & -Y_{11} \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_f} & \frac{1}{L_f} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (\text{B.16})$$

$$O_{rp} = \begin{bmatrix} O_1 & O_2 \\ O_3 & O_4 \end{bmatrix} \quad (\text{B.17})$$

Onde O_{1-4} são formadas por:

$$O_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_o} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{C_{fo}} & -\frac{1}{C_{fo}R_{lo}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Omega_s \\ 0 & 0 & \frac{D'}{C_{d1}} & -\frac{2S_2}{C_{d1}} \\ 0 & 0 & -\frac{S_2}{C_{d1}} & \frac{D'}{C_{d1}} - \frac{S_4}{C_{d1}} \\ 0 & 0 & \frac{C_2}{C_{d1}} & \frac{C_4}{C_{d1}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{D'}{L_f} & \frac{2S_2}{L_f} & \frac{-2C_2}{L_f} \\ \Omega_s & \frac{S_2}{L_f} & -\frac{D'}{L_f} + \frac{S_4}{L_f} & \frac{-C_4}{L_f} \\ 0 & \frac{-C_2}{L_f} & \frac{-C_4}{L_f} & -\frac{D'}{L_f} - \frac{S_4}{L_f} \\ \frac{2C_2}{C_{d1}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{C_4}{C_{d1}} & 0 & 0 & \Omega_s \\ \frac{D'}{C_{d1}} + \frac{S_4}{C_{d1}} & 0 & -\Omega_s & 0 \end{bmatrix}$$

(B.18)

$$O_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & f_1 & f_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2S_2}{C_{d1}} & \frac{C_2'}{C_{d1}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{D'}{C_{d1}} + \frac{S_4}{C_{d1}} & \frac{C_4'}{C_{d1}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{C_4'}{C_{d1}} & -\frac{D'}{C_{d1}} - \frac{S_4}{C_{d1}} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.19})$$

$$O_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{s2}{L} & \frac{D'}{L} - \frac{s4}{L} & \frac{C_4}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_2}{L} & \frac{C_4}{L} & \frac{D'}{L} + \frac{s4}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.20})$$

$$O_4 = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \Omega_s & -\frac{1}{L} & 0 & -\frac{1}{NL} & 0 \\ -\Omega_s & -\frac{R}{L} & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & -\frac{1}{NL} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & \Omega_s & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & -\Omega_s & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{NC_{d2}} & 0 & 0 & 0 & f_5 & \Omega_s + f_6 \\ 0 & \frac{1}{NC_{d2}} & 0 & 0 & -\Omega_s + f_7 & f_8 \end{bmatrix} \quad (\text{B.21})$$

E as funções S_{2-4} , C_{2-4} , S'_{2-4} , C'_{2-4} , f_{1-8} são definidas como:

$$\begin{aligned}
 S_2 &= \frac{\text{sen}(2\pi D)}{2\pi} & S_4 &= \frac{\text{sen}(4\pi D)}{4\pi} \\
 C_2 &= \frac{1 - \cos(2\pi D)}{2\pi} & C_2' &= \frac{1 - \cos(2\pi D)}{2\pi} \\
 C_4 &= \frac{1 - \cos(4\pi D)}{4\pi} & C_4' &= \frac{-1 - \cos(4\pi D)}{4\pi} \\
 f_1 &= \frac{4}{\pi L_o} \frac{Y_{11}}{\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}} & f_2 &= \frac{4}{\pi L_o} \frac{Y_{12}}{\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}} \\
 f_3 &= \frac{-2}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{11}}{\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}} & f_4 &= \frac{-2}{\pi C_{d2}} \frac{Y_{12}}{\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}} \\
 f_5 &= \frac{-2X_1 Y_{12} Y_{12}}{\pi C_{d2} \left(\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2} \right)^3} & f_6 &= \frac{2X_1 Y_{11} Y_{12}}{\pi C_{d2} \left(\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2} \right)^3} \\
 f_7 &= \frac{2X_1 Y_{11} Y_{12}}{\pi C_{d2} \left(\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2} \right)^3} & f_8 &= \frac{-2X_1 Y_{11} Y_{11}}{\pi C_{d2} \left(\sqrt{Y_{11}^2 + Y_{12}^2} \right)^3}
 \end{aligned} \tag{B.22}$$

APÊNDICE C - SIMULAÇÃO DO VCO

Existem alguns detalhes importantes ao realizar este tipo de simulação, como por exemplo, a maneira de aplicar o degrau de frequência. Em um *VCO* real a fase é sempre mantida, como mostra a Figura C.1(a). Se o degrau na frequência de chaveamento for simulado com variações abruptas da portadora, ocorrerá uma variação instantânea na fase, como mostra a Figura C.1 (b).

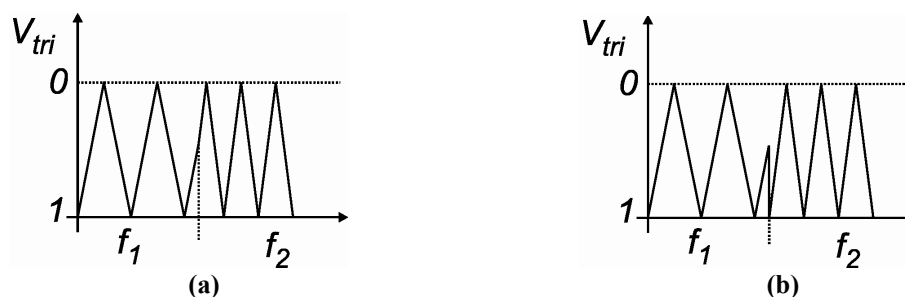


Figura C.1 – Degrau na frequência de chaveamento. (a) Forma correta de degrau de frequência; (b) Forma errada de degrau de frequência.

Uma maneira simples de simular o comportamento de um *VCO* é através do circuito da Figura C.2(a). O resultado obtido na Figura C.1(b) pode ser conseguido com o circuito da Figura C. 2(b).

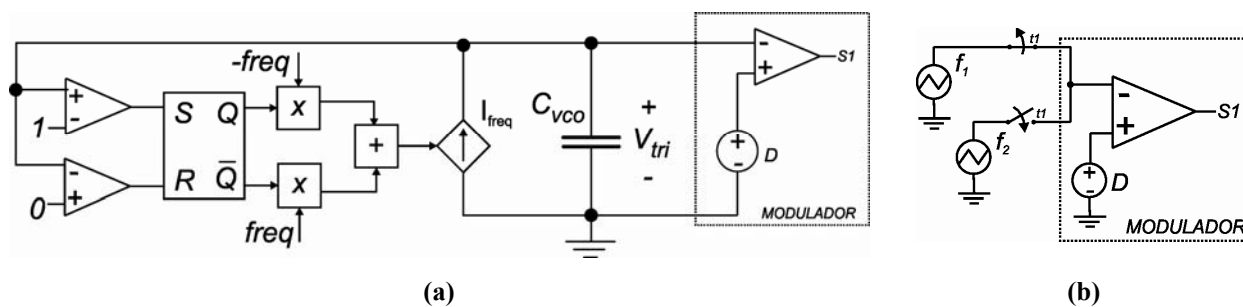


Figura C.2 – Simulação de um VCO; (a) Circuito comportamental de um VCO mais modulador; (b) Mudança abrupta da portadora.