UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA

CONHECIMENTO SIMBÓLICO EM JOHN VENN

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Bruno Ramos Mendonça

Santa Maria, RS, Brasil

2013

CONHECIMENTO SIMBÓLICO EM JOHN VENN

Bruno Ramos Mendonça

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Filosofia, Área de Concentração em Filosofias Continental e Analítica, linha de pesquisa Análise da Linguagem e Justificação da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS) como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Filosofia.**

Orientador: Prof. Dr. Frank Thomas Sautter

Santa Maria, RS, Brasil

2013

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de Geração Automática
da Biblioteca Central da UFSM, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Ramos Mendonça, Bruno
Conhecimento Simbólico em John Venn / Bruno Ramos Mendonça.-2013.
87 p.; 30cm

Orientador: Frank Thomas Sautter
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Sociais e Humanas, Programa de Pós-Graduação em Filosofia, RS, 2013

1. Filosofia 2. Lógica 3. Conhecimento Simbólico 4. Álgebra da Lógica 5. Silogística I. Thomas Sautter, Frank II. Título.

Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Ciências Sociais e Humanas
Programa de Pós-Graduação em Filosofia

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Dissertação de Mestrado

CONHECIMENTO SIMBÓLICO
EM JOHN VENN

elaborada por
Bruno Ramos Mendonça

como requisito parcial para a obtenção do grau de
Mestre em Filosofia

COMISSÃO EXAMINADORA:

Frank Thomas Sautter, Dr.
(Presidente/Orientador)

Oscar Miguel Esquisabel, Dr. (UNLP)

Jorge Alberto Molina, Dr. (UNISC/ UERGS)

Santa Maria, 8 de março de 2013.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos familiares, amigos e namorada pelo suporte prestado ao longo desses anos de estudo. Agradeço também aos colegas pela troca de informação constantemente mantida, seja em conversas casuais, seja em momentos de trabalho. Agradeço aos professores pelos ensinamentos, em especial agradeço aos professores Abel Lassalle Casanave, Frank Thomas Sautter, Javier Legris, Jorge Alberto Molina, Oscar Miguel Esquisabel, Robson Ramos dos Reis, Rogerio Passos Severo e Ronai Pires da Rocha.

Por fim, agradeço a CAPES pelo financiamento desse período de estudo e pela bolsa de estudos no exterior que recebi pelo período de três meses em que estive em missão de estudos em Universidad Nacional de La Plata (UNLP), La Plata, Argentina.

B. ¿Y después que? Podemos tener pensamientos sin palabras. A. Pero no sin otros signos. Trata, te lo pido, de ver si puedes establecer algún cálculo aritmético sin signos numéricos. B. Me turbas mucho pues no consideraba que los caracteres o signos fueran tan necesarios para el razonamiento. A. Por lo tanto las verdades aritméticas suponen algunos signos o caracteres. B. Hay que reconocerlo. A. Por lo tanto dependen del arbitrio humano. B. Pareciera que me estás tendiendo trampas o algo parecido. A. No son mías sino de un escritor muy inteligente.

(Leibniz)

RESUMO

Dissertação de Mestrado
Programa de Pós-Graduação em Filosofia
Universidade Federal de Santa Maria

CONHECIMENTO SIMBÓLICO EM JOHN VENN
AUTOR: Bruno Ramos Mendonça
ORIENTADOR: Dr. Frank Thomas Sautter
Data e Local de Defesa: Santa Maria, 8 de março de 2013.

Esta dissertação apresenta uma reconstrução da teoria lógica de John Venn (1834-1923) em **Symbolic Logic** (1881; 1894). Em sua obra, Venn apresenta uma álgebra da lógica, e enfrenta uma série de problemas filosóficos subjacentes a essa lógica simbólica. Em primeiro lugar, Venn precisa considerar a relação entre a lógica simbólica e a lógica tradicional, i.e., a silogística. Em segundo lugar, Venn precisa considerar a relação entre a lógica simbólica e a matemática. No tratamento dessas questões, Venn precisará refletir sobre uma série de noções filosóficas acerca da natureza do conhecimento simbólico. O objetivo dessa dissertação é apresentar o tratamento oferecido por Venn ao conceito de conhecimento simbólico. No desenvolvimento da pesquisa, verifica-se que, na opinião de Venn, sua álgebra da lógica é uma generalização formal da silogística. Tal processo de generalização formal é possível graças à função ectética que os símbolos algébricos cumprem na representação lógica. Além disso, verifica-se que, de acordo com Venn, a lógica representada pelo seu simbolismo algébrico pode ser precisamente diferenciada da matemática. Tal diferenciação é possível graças à reflexão sobre os diferentes modos em que o simbolismo algébrico cumpre a função subrogativa do conhecimento simbólico. Essa dissertação alcança, por fim, um duplo resultado. Por um lado, obtém-se um resultado de valor historiográfico, pois permite determinar o lugar do trabalho de Venn entre os esforços de simbolização da lógica do século XIX. Além disso, alcança também um resultado filosófico na medida em que permite, através de análise de um caso histórico, clarificar noções-chave do conhecimento simbólico. Venn é mais conhecido pela criação dos diagramas de Venn do que por seu trabalho em álgebra da lógica, contudo Venn pouco oferece em termos de reflexão sistemática sobre o tema filosófico da natureza do conhecimento gráfico. Apesar disso, o estudo do trabalho de Venn em álgebra da lógica oferece resultados sobre a natureza dos diagramas de Venn, resultados esses que são aqui apresentados como produto secundário da investigação.

Palavras-chave: Conhecimento Simbólico; Álgebra da Lógica; Silogística.

ABSTRACT

Master's Thesis
Postgraduate Program in Philosophy
Federal University of Santa Maria

SYMBOLIC KNOWLEDGE IN JOHN VENN

AUTHOR: Bruno Ramos Mendonça
ADVISOR: Dr. Frank Thomas Sautter
Date and place of Defense: Santa Maria, March 13th, 2013.

This dissertation presents a reconstruction of John Venn’s (1834-1923) logical theory in **Symbolic Logic** (1881; 1894). In his work, Venn presents an algebra of logic, and faces a number of philosophical problems underlying this symbolic logic. Firstly, Venn needs to consider the relation between symbolic logic and traditional logic, i.e., Syllogistic. Secondly, Venn needs to consider the relation between symbolic logic and Mathematics. In treating these issues, Venn will have to reflect upon a number of philosophical notions concerning the nature of symbolic knowledge. The objective of this dissertation is to present Venn’s treatment to the concept of symbolic knowledge. Throughout the research, it is shown that according to Venn’s point of view the algebra of logic is a formal generalization of Syllogistic. Such formal generalization is possible due to the ecthetic function algebraic symbols perform in logical representation. Furthermore, according to Venn, the logic represented by his algebraic symbolism can be precisely differentiated from Mathematics. Such differencing is possible due to the reflection upon the different modes in which algebraic symbolism performs the subrogative function of symbolic knowledge. This dissertation achieves twofold results. On the one hand, it achieves a historiographically important result, for it permits the determination of the locus of Venn’s work among the efforts of logical symbolization in the Nineteenth century. On the other, it achieves a philosophical result insofar it permits, through the analysis of a historical case, to clarify key-notions of symbolic knowledge. Venn is more recognized for the creation of Venn diagrams than for his work in the algebra of logic, however, Venn doesn’t elaborate much any systematic reflection upon the nature of graphic knowledge. Nevertheless, the research of Venn’s work in the algebra of logic provides results concerning the nature of Venn diagrams, which are here presented as a secondary issue.

Keywords: Symbolic Knowledge; Algebra of Logic; Syllogistic.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO 10

1 CONHECIMENTO SIMBÓLICO NA ÁLGEBRA DA LÓGICA DE VENN 16

1.1 Álgebra da lógica de Venn e silogística tradicional 16

1.1.1 Uma concepção formal de lógica 16

1.1.2 Álgebra da lógica enquanto generalização formal da silogística 19

1.2 Álgebra da lógica de Venn e matemática 23

1.2.1 Diferentes noções filosóficas de álgebra 23

1.2.2 Peacock e duas noções de álgebra 26

1.2.3 Venn e sua concepção filosófica de álgebra 30

1.3 Síntese do capítulo 35

2 ÁLGEBRA DA LÓGICA E REPRESENTAÇÃO ESTRUTURAL DA SILOGÍSTICA 36

2.1 Silogística tradicional 37

2.2 Álgebra da lógica de Venn e generalização da silogística 40

2.2.1 Descarte da distinção sujeito e predicado 40

2.2.2 Redução à forma lógica das proposições téticas 44

2.2.3 Problema na formalização de proposições particulares 49

2.3 A álgebra da lógica em continuidade com a silogística 52

3 FUNÇÃO SUBROGATIVA NA ÁLGEBRA DA LÓGICA DE VENN 58

3.1 Críticas ao caráter subrogativo da álgebra da lógica de Venn 58

3.1.1 A álgebra da lógica de Venn 58

3.1.2 Críticas à álgebra da lógica de Venn 69

3.2 A resposta de Venn às críticas de Jevons 73

CONCLUSÃO 81

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 84

INTRODUÇÃO

O seguinte trabalho tem como objetivo central reconstruir a teoria lógica de John Venn (1834-1923) em **Symbolic Logic** (1881; 1894). Venn é mais conhecido por haver criado os diagramas lógicos que levam seu nome, contudo **Symbolic Logic** (1881; 1894) é fundamentalmente um trabalho sobre simbolização da lógica, mais especificamente, um trabalho sobre álgebra da lógica. A proposta dessa dissertação tem, em primeiro lugar, uma justificativa histórica: examinar a teoria lógica de Venn significa examinar o trabalho de um autor paradigmático das origens da lógica simbólica. Em segundo lugar, esse trabalho possui uma justificativa filosófica, a saber, a partir do estudo de um caso histórico pode-se alcançar esclarecimento de noções filosóficas subjacentes ao processo de simbolização da lógica. A justificativa filosófica desse trabalho vincula-se às discussões recentes sobre a natureza do conhecimento simbólico. Por conhecimento simbólico entende-se conhecimento obtido através de sentenças, fórmulas, equações etc. que representam o domínio de objetos investigado. Portanto a tal programa de pesquisa interessa examinar as funções epistemológicas que os símbolos cumprem no alcance de conhecimento, principalmente nas ciências formais. Deve-se notar que, em sua carreira acadêmica, Venn escreveu também sobre temas outros que lógica simbólica, tais como teoria da probabilidade, psicologia filosófica etc.[1] Essa parte da obra de Venn, embora seja de grande interessante filosófico, não será avaliada aqui.

Entre os diversos trabalhos sobre o tema que recentemente vêm sendo publicados, merece menção especial o artigo de Esquisabel (2012) sobre a noção de conhecimento simbólico na filosofia leibniziana. Nesse artigo apresenta-se de modo sistemático uma série de funções epistemológicas que os símbolos cumprem. Em primeiro lugar, Esquisabel mostra que o papel epistemológico fundamental dos símbolos consiste em ser um substituto do conhecimento intuitivo (ainda que não se reduza a isso). Em termos gerais, conhecimento intuitivo significa um conhecimento por acesso imediato aos objetos investigados, conhecimento ao qual os seres humanos raramente têm acesso. Portanto o conhecimento simbólico cumpre uma função **subrogativa**. Usa-se símbolos para substituir o acesso ao domínio de objetos estudado, de tal modo que o trato com os símbolos permite descobrir propriedades satisfeitas pelo domínio de objetos representados.[2] À função subrogativa dos símbolos associam-se outras duas funções epistemológicas. Por um lado, o conhecimento

1 VAN EVRA, 2008b, p. 508.
2 ESQUISABEL, 2012, p. 6.

simbólico satisfaz uma função **operativa**. Um conjunto qualquer de elementos componentes do simbolismo pode, por manipulação de acordo com regras, ser transformado em outros componentes do simbolismo. Por exemplo, dado o simbolismo aritmético, é possível manipular a seguinte expressão “15 + 18” de modo a obter o resultado “33”. Essa operação simbólica expressa a verdade aritmética de que quinze mais dezoito é igual a trinta e três. Portanto, dada a função operativa, o conhecimento simbólico consiste em conhecimento por cálculo. Em segundo lugar, o conhecimento simbólico satisfaz uma função **ectética**, i.e., os símbolos mostram na sua estrutura gráfica propriedades do domínio de objetos representado. Por exemplo, a seguinte equação “(a + b) + c = a + (b + c)” mostra na sua estrutura gráfica a propriedade da **associatividade** que um domínio qualquer de objetos representado pode satisfazer, isso porque a ordem de representação dos símbolos mantém certa correspondência com a ordem dos objetos representados. Para além dessas funções epistemológicas, os símbolos podem ainda cumprir outras funções que aqui serão apenas mencionadas. O conhecimento simbólico pode satisfazer uma função **heurística** na medida em que o processo simbólico sugere extensões do domínio de objetos representado. Da mesma forma, o conhecimento simbólico satisfaz uma função **psicotécnica**, na medida em que o uso de símbolos torna o processo de obtenção de conhecimento mais simples e eficiente.[3]

Com apoio nessa organização das funções epistemológicas dos símbolos, pode-se formular várias questões filosóficas. Primeiramente, pode-se perguntar como os símbolos satisfazem a função subrogativa. Lassalle Casanave (2012) distingue ao menos três maneiras em que se pode conceber que os símbolos satisfazem essa função epistemológica. Em primeiro lugar, pode-se conceber que os símbolos satisfazem a função subrogativa em **sentido estrito**. Por essa via, entende-se que cada elemento componente do simbolismo corresponde um elemento do domínio representado.[4] Considerando o exemplo anterior de uma soma aritmética, do ponto de vista da subrogação estrita, entende-se que cada um dos símbolos “15” “18” “33”, assim como o símbolo matemático “+” subrogam algum elemento no domínio numérico representado. Por outro lado, pode-se conceber que os símbolos satisfazem a função subrogativa em sentido lato. Nesse sentido, embora o simbolismo, como um todo, subrogue um domínio de objetos, determinados componentes do simbolismo não subrogam. A esse modo de subrogação Lassalle Casanave dá o nome de subrogação como **extensão**

3 Ibid., pp. 21-22.
4 LASSALLE CASANAVE, 2012, p. 53.

conservativa. Atribui-se tal nome a esse modo de subrogação porque se entende que os elementos do simbolismo que não subrogam são elimináveis do sistema sem perda de resultados sobre o domínio de objetos representado. Tudo que pode ser descoberto sobre o domínio de objetos representado com uso de elementos ideais (elimináveis) deve igualmente poder ser descoberto sem o uso desses elementos.[5] Por fim, Lassalle Casanave prevê um terceiro modo em que se pode conceber que os símbolos cumprem a função subrogativa. A esse modo dá-se o nome de subrogação como **representação de estruturas formais**. De fato, por essa via entende-se que os símbolos representam nenhum domínio de objetos em particular. Entende-se sim que eles representam estruturas formais que podem ou não estar subjacentes a diferentes domínios de objetos.[6]

Pode-se verificar na história da filosofia das ciências formais uma importante disputa entre tais posições sobre o modo em que os símbolos cumprem a função subrogativa. Por exemplo, o projeto cartesiano de geometria analítica vincula-se à compreensão filosófica de que os símbolos subrogam estritamente. Por um lado, Descartes entende que o simbolismo algébrico pode ser de utilidade no tratamento de problemas geométricos complexos e, nesse sentido, reconhece a função psicotécnica desse simbolismo. Contudo Descartes atribui valor epistêmico aos resultados obtidos pela manipulação do simbolismo algébrico apenas enquanto esse simbolismo pode ser interpretado geometricamente, ou seja,a apenas enquanto subroga estritamente um domínio particular de objetos.[7] Também encontra-se concepções contrárias a de Descartes na história da filosofia. Sobre a natureza dos números negativos, por exemplo, filósofos sugeriram que os símbolos matemáticos subrogam de modo lato, seja porque constituem uma extensão conservativa, ou porque representam apenas estruturas formais.[8]

Pode-se perguntar ainda como os símbolos satisfazem a função ectética. Como entender a capacidade dos símbolos de mostrar em sua estrutura gráfica propriedades satisfeitas pelo domínio de objetos representado? A solução clássica a essa questão consiste em postular a existência de uma relação de semelhança entre simbolismo e domínio de objetos representados. Assim, recorrendo ao exemplo anteriormente apresentado, a equação "$(a + b) + c = a + (b + c)$" mostra a propriedade de associatividade na medida em que há

5 Ibid., 2012, p. 54.
6 Ibid., p. 55.
7 Ibid., pp. 53-54.
8 Cf. PYCIOR (1981), para um exemplo histórico dessa posição filosófica.

semelhança entre essa propriedade formal e a estrutura gráfica da equação. No entanto essa resposta exige maior esclarecimento. Os autores que apelam a essa explicação de como os símbolos satisfazem a função ectética clarificam essa noção da seguinte maneira: a semelhança que se mantém entre elementos conceituais e objetos físicos (os símbolos) é uma semelhança estrutural. Semelhança estrutural tem sentido próximo ao de homomorfismo. Ou seja, há semelhança entre simbolismo e domínio representado na medida em que se pode projetar relações entre objetos do domínio em relações entre elementos do simbolismo.[9] Deve-se notar que tal noção de semelhança envolve um componente de "idealização" – no sentido que Hansson (2007, p. 44) dá a esse termo. Assim, os símbolos mostram, num quadro simplificado, propriedades dos objetos representados.[10]

Poder-se-á verificar no desenvolvimento dessa dissertação que Venn também lida com essas diversas noções de conhecimento simbólico. O argumento que se desenvolverá aqui é que, no desenvolvimento de sua lógica simbólica, Venn se deparou com problemas filosóficos cuja solução depende do esclarecimento do papel dos símbolos na obtenção do conhecimento. Portanto, verificar-se-á que em Venn há a preocupação em elucidar como os símbolos cumprem diferentes funções epistemológicas. Quais são os problemas filosóficos cujo interesse levou Venn a refletir sobre os modos do conhecimento simbólico? Venn enfrenta o problema da relação entre lógica simbólica e lógica tradicional e o problema da noção de "matematização da lógica". A relação entre lógica simbólica e lógica tradicional apresenta-se como um problema para Venn diante da completa reformulação da agenda de estudos que o processo de simbolização da disciplina causa. A lógica simbólica implica, em primeiro lugar, no alargamento do domínio de estudos da lógica. Com a lógica simbólica não apenas o domínio dos silogismos pode ser estudado, como também todo um novo terreno de formas argumentativas. Em segundo lugar, a lógica simbólica implica na revisão ou no abandono de noções lógicas tradicionais. Nesse sentido, apresenta-se como um problema a relação entre lógica simbólica e lógica tradicional. Dever-se-ia dizer que a lógica simbólica é um abandono da lógica silogística, ou dever-se-ia dizer que a lógica simbólica é uma generalização da lógica silogística? Como ver-se-á no desenvolvimento dessa dissertação, Venn adotará a segunda posição, e sua argumentação dependerá de apoio na função ectética do conhecimento simbólico. A matematização da lógica apresenta-se a Venn como um

9 ESQUISABEL, 2012, p. 27.
10 Ibid., p. 36.

problema pois seu projeto de simbolização da lógica consiste em aplicar o simbolismo algébrico à lógica, e não é a princípio claro que relação mantém-se entre essas disciplinas. Venn procura argumentar que a lógica não é um ramo da matemática e, nesse processo de argumentação, enfrentará dois problemas. Em primeiro lugar, Venn precisará tornar claro o modo em que o simbolismo algébrico satisfaz a função de subrogação. No tratamento desse problema, Venn seguirá uma importante tradição de filosofia da álgebra do período que diferencia duas noções de álgebra. Em segundo lugar, Venn precisará argumentar a favor de uma concepção restrita de subrogação no que se refere ao modo em que sua álgebra da lógica representa.

Essa dissertação está organizada em três capítulos. No primeiro capítulo mostra-se quais noções sobre conhecimento simbólico operam em **Symbolic Logic** (1881; 1894). Mostra-se então que, no tratamento de certas questões filosóficas, Venn investiga o modo como sua álgebra da lógica desempenha as funções subrogativa e ectética do conhecimento simbólico. No segundo capítulo apresenta-se em maior detalhe as dificuldades que Venn enfrenta para, com apoio na função ectética do conhecimento simbólico, mostrar que se mantém uma continuidade entre lógica tradicional e álgebra da lógica. No terceiro capítulo, apresenta-se em detalhes as dificuldades que Venn enfrenta para mostrar que a sua álgebra subroga estritamente à lógica. Venn é um autor muito mais conhecido pelos seus seu sistema de diagramas lógicos. Porém, a despeito da importância que recentemente se tem dado em filosofia à temática sobre a natureza do conhecimento gráfico, pouco ou nada é dito aqui sobre isso. A razão fundamental para essa escolha encontra-se na própria obra de Venn. Em **Symbolic Logic** (1881; 1894), os diagramas de Venn cumprem um papel secundário, resumindo-se a ser uma "ilustração sensível das relações dos termos e proposições entre si" (VENN, 1894, p. 110, nossa tradução).[11] Sobre seu sistema de diagramas lógicos e o conhecimento gráfico aí envolvido, Venn oferece apenas opiniões isoladas, que não constituem um exame sistemático. Por outro lado, obtém-se informação relevante sobre os diagramas de Venn quando se avalia a relação entre o sistema diagramático e a álgebra da lógica. Portanto, resultados filosóficos sobre os diagramas de Venn, se não são o alvo principal dessa dissertação, são, ainda assim, obtidos por investigação da álgebra da lógica de Venn.

---

11 "sensible illustration of the relations of terms and propositions to one another".

Por análise da literatura filosófica sobre a álgebra da lógica do século XIX descobre-se a opinião de que Venn é o "mais vigoroso defensor de Boole" (GRATTAN-GUINNESS, 2000, p. 61. Nossa tradução).[12] Boole é um lógico inglês contemporâneo de Venn e pioneiro na algebrização da lógica. De fato, constata-se similaridade técnica bastante forte entre as álgebras da lógica desses dois autores. Contudo, como pretende-se demonstrar no desenvolvimento dessa dissertação, os posicionamentos filosóficos de Venn sobre a natureza do conhecimento simbólico subjacente a sua álgebra da lógica por vezes não estão em consonância com o posicionamento de Boole sobre a temática. Esse estado de coisas verifica-se nas duas edições de **Symbolic Logic** (1881; 1894). Cabe aqui, por fim, uma nota metodológica, a saber, entre as duas edições da obra de Venn encontra-se pouca diferença de conteúdo. De fato, em geral, na segunda edição Venn faz apenas acréscimos ao que já está presente na edição original. Por isso, nessa dissertação, faz-se uso extensivo da segunda edição de **Symbolic Logic** (1894), fazendo-se uso da primeira edição apenas em casos isolados.

12 "Boole's stoutest defender".

1. CONHECIMENTO SIMBÓLICO NA ÁLGEBRA DA LÓGICA DE VENN

No desenvolvimento de sua lógica simbólica, Venn trata dos seguintes dois problemas filosóficos. Em primeiro lugar, Venn procura clarificar a relação que sua lógica simbólica mantém com a lógica silogística tradicional. Por outro lado, dado que sua a lógica simbólica é uma álgebra da lógica, Venn procura clarificar a noção de "matematização da lógica". No tratamento dessas questões, concepções sobre conhecimento simbólico cumprem papel fundamental. Nesse capítulo, apresenta-se, em traços gerais, as respostas que Venn dá a essas duas questões. Assim, indicamos as concepções sobre conhecimento simbólico subjacentes a essas respostas.

1.1 Álgebra da lógica de Venn e silogística tradicional

A concepção de Venn da relação de sua lógica simbólica com a silogística associa-se às reformas da pesquisa em lógica ocorridas no começo do século XIX. O contexto do debate sobre lógica em meados do século XIX na Inglaterra envolve a ruptura com a maneira então tradicional de conceber a disciplina. **Symbolic Logic** (1881; 1894) apresenta características dessa ruptura. Nessa seção do capítulo, tal debate será apresentado.

1.1.1 Uma concepção formal de lógica

Durand-Richard (2000) aponta que o contexto acadêmico das primeiras décadas do século XIX na Inglaterra esteve marcado por reformas do currículo universitário. Nesse período, fundou-se sociedades científicas e promoveu-se uma revolução na pesquisa produzida na Inglaterra. Em especial, tais reformas criaram ambiente propício para o surgimento da tradição da álgebra da lógica, ao menos em dois aspectos: primeiro porque, a partir dessas reformas, fizeram-se avanços em matemática que foram fundamentais para a concepção de uma lógica algebrizada; ademais, tais reformas, visando uma reformulação da pesquisa científica na Inglaterra, exigiram igualmente revisão do que se pesquisava sob o título de lógica. Por trás dessas reformas, houve motivação prática. Com a sociedade inglesa gradualmente passando de uma economia rural a ser uma economia industrial, fez-se necessário reconsiderar que tipo de conhecimento seria útil para o futuro.[1] Surge assim, portanto, a seguinte questão: de que modo o conhecimento lógico pode ser útil?

A modernidade legou argumentações clássicas em filosofia contra as pretensões de utilidade da lógica. Descartes rejeitou qualquer utilidade do estudo da lógica baseado no fato de que ela não serve ao descobrimento de novas verdades. A lógica apenas permite inferir verdades de outras proposições verdadeiras que já se possui.[2] Por exemplo, é com base em conhecimento lógico que se sabe que de “Nenhum homem é mortal” pode-se inferir “Nenhum ser mortal é homem”, mas não é com base na lógica que se sabe que “Nenhum homem é mortal” é uma proposição verdadeira. A lógica não garante que se está de posse de verdades. A inferência acima continua válida mesmo que as proposições envolvidas sejam falsas. Ora, com base nessa constatação de que a lógica não é um bom instrumento para a descoberta de verdades, filósofos propuseram então o desenvolvimento de uma nova lógica. Assim, Bacon propôs o desenvolvimento da lógica indutiva como uma lógica capaz de ser instrumento de descoberta de verdades.[3] As concepções de lógica peculiares ao período de Descartes e Bacon ganharam expressão definitiva no manual **A Arte de Pensar** dos lógicos de Port Royal. Esse trabalho, que oferece um tratamento adequado da silogística, mistura temas de lógica formal com o que hoje considerar-se-ia epistemologia, filosofia da ciência, da linguagem etc. A lógica é entendida por esses autores como “a arte de dirigir a razão corretamente no conhecimento das coisas, com o fim de uma pessoa se instruir a si própria ou instruir outras” (KNEALE & KNEALE, 1991, p. 320). A aprendizagem de tal arte envolveria, principalmente, o estudo de temas outros que os de lógica formal. Essa atitude de rejeição da lógica formal em prol do estudo de temas mais úteis à descoberta de verdades dominava o estudo da lógica ainda nas primeiras décadas do século XIX na Inglaterra. A essa altura, os manuais de lógica amplamente usados na universidades inglesas, embora tratassem temas de lógica formal (temas de silogística), por outro lado dedicavam espaço significativo a temas referentes à epistemologia, filosofia da ciência etc como se fossem temas de lógica. Além disso, parte significativa dos lógicos britânicos do período partilhavam das mesmas críticas à lógica formuladas por Descartes e Bacon.[4]

1 DURAND-RICHARD, 2000, p. 141.
2 VAN EVRA, 2008b, p. 82.
3 MCKERROW, 1987, p. 167.
4 Ibid., pp. 171-172.

Nas primeiras décadas do século XIX, em consequência da reforma curricular nas universidades inglesas, Oxford adotou medidas que revitalizaram o estudo da lógica enquanto disciplina formal. A iniciativa traduziu-se na criação de novos cursos sobre a disciplina, e na adoção de novos materiais didáticos. **Elements of Logic,** de Whately (1787-1863), foi um importante manual didático nessa nova etapa dos estudos ingleses em lógica. A obra de Whately, que foi adotada em toda Inglaterra e também nos Estados Unidos, acabou por tornar-se especialmente popular, recebendo diversas reedições, e exerceu bastante influência sobre o trabalhos dos futuros algebristas da lógica.[5] A obra de Whately não é especialmente inovadora. Antes, Whately apresenta uma versão tradicional da lógica, que trata de restringir o campo da disciplina ao invés de lhe apresentar novos objetos de estudo. O ponto mais relevante do manual de Whately consiste na sua defesa da lógica diante das críticas acima indicadas. De acordo com Whately, estudar lógica é fundamental para desenvolver uma boa capacidade de argumentação, pois uma argumentação apoiada na lógica seria mais capaz de preservar a verdade.[6] No entanto seria necessário considerar o domínio restrito da investigação lógica. Para Whately, a lógica é um estudo sobre a linguagem,[7] em especial tratar-se-ia de um estudo sobre a forma da linguagem, que explícita as relações entre enunciados e entre seus termos componentes, e que permite verificar que conclusões seguem-se de um conjunto de premissas apenas pela forma dos enunciados expressos.[8] Portanto a lógica tem interesse na medida em que clarifica a estrutura firmal de premissas e conclusão de um argumento, e como essas frases estão relacionadas. A lógica não cumpre qualquer papel na avaliação da **correção** dos argumentos, mas com ela pode-se tornar claro o que está sendo asserido e com base em que premissas a asserção está sendo sustentada.[9] Com base na lógica não se pode dizer se as premissas que formam certo argumento são verdadeiras, mas se pode com base na lógica dizer quais premissas justificam a conclusão de certo argumento. Logo, para Whately, os críticos levantam objeções irrelevantes à lógica formal. A lógica formal não serve, é verdade, como método de descoberta de novas verdades, porém essa não é sua real utilidade.

Essa maneira de conceber o papel da lógica na argumentação não concebe mais as formas lógicas de argumento (no caso de Whately, as formas silogísticas) como modos

[5] VAN EVRA, op. cit., pp. 77-78.
[6] MCKERROW, 1987, p. 177.
[7] VAN EVRA, 2008b, p. 83.
[8] Ibid., p. 84.
[9] MCKERROW, op. cit., p. 181.

particulares de argumentar, mas sim como estruturas formais subjacentes a qualquer argumento. Desse modo, não faz mais sentido opor argumentação indutiva a argumentação dedutiva, como queriam alguns dos críticos da lógica formal. As formas lógicas de argumento subjazem qualquer argumento, inclusive os argumentos indutivos.[10] Em suma, em oposição as tendências reformadoras da pesquisa lógica vigentes na Inglaterra nas primeiras décadas do século XIX, o manual de lógica de Whately serviu à revitalização dos estudos em lógica formal nas universidades inglesas. Enquanto os reformadores insistiam em conceber a lógica como um instrumento de descoberta de verdades científicas, Whately recuperou o sentido da lógica formal, tornando-a instrumento para a clarificação e teste da validade de argumentos. Essa concepção da lógica formal exerceu influência nos algebristas da lógica. De fato, pode-se encontrar em Whately sugestão de que a lógica pode ser matematizada. Whately entende a lógica como ciência formal ao lado da matemática. Assim como é irrelevante em matemática saber qual é o tema de uma conta, i.e., que coisas se está a contar, também não tem importância saber qual é o objeto de certa argumentação para avaliar sua eventual validade. É possível estudar a lógica dos argumentos substituindo os termos não lógicos por variáveis, assim como se faz em matemática, em que se emprega variáveis no lugar de um número qualquer.[11]

1.1.2 Álgebra da lógica enquanto generalização formal da silogística

A concepção da lógica de Whately é aprofundada na álgebra da lógica de Venn. Tal continuidade entre as concepções de Whately e de Venn revela-se no projeto de ultrapassamento da silogística. No decorrer desse trabalho, será feita uma exposição mais detalhada da silogística. Contudo, a essa altura é necessário introduzir algumas notas preliminares sobre essa teoria lógica. A silogística[12] é a lógica que trata do conjunto específico de argumentos tais como o seguinte:

Todos os homens são inteligentes

Pessoas inteligentes ocupam cargos importantes

10 VAN EVRA, loc. cit.

11 Ibid., p. 84–85.

12 Para uma apresentação da teoria silogística, cf. SMITH (1989).

Logo, todos que ocupam cargos importantes são homens

Silogismos são compostos por proposições categóricas. Uma proposição categórica expressa a relação entre um termo sujeito e um termo predicado. Existem quatro tipos de proposição categórica: as proposições universais afirmativas, “Todo A é B”, as proposições universais negativas, “Nenhum A é B”, as proposições particulares afirmativas, “Algum A é B” e as proposições particulares negativas, “Algum A não é B”. Silogismos expressam uma operação de triangulação, de tal modo que a partir da relação de duas classes com uma terceira, o termo médio, é possível inferir a relação que essas classes mantêm entre si. A partir do século XIX o interesse dos lógicos focou-se no desenvolvimento de sistemas lógicos capazes de avaliar a validade de uma porção de novos tipos de argumentos não silogísticos. Venn é um lógico que colaborou com esse projeto. Em resumo, esses lógicos motivaram-se em desenvolver teorias lógicas que estendessem os recursos da silogística. Assim, por exemplo, William Hamilton (1788-1856) propôs a introdução da quantificação do termo predicado, procedimento que gera proposições não silogísticas tais como “todos os homens são alguns seres vivos”. Augustus De Morgan (1806-1871), por sua vez, tentou estender os limites da teoria tradicional da lógica para a lógica de relações entre outros casos. Contudo o modo como Venn concebe a superação da silogística pela álgebra da lógica exige cuidado. Em primeiro lugar, deve-se notar que Venn reconhece um lugar especial para a silogística em sua teoria da lógica. Segundo Venn, qualquer proposição pode ser expressa por meio de um ou mais enunciados categóricos:

> Ao menos isso [abandonar a análise aristotélica da proposição] só deveria ser feito se pudéssemos mostrar que elas [as proposições categóricas] são de fato insuficientes para expressar o que nós queremos expressar, ou que elas se baseiam numa interpretação errada do significado da proposição. A primeira alternativa claramente não é o caso, pois como recentemente indicou-se (e como ninguém poderia negar) a combinação de duas ou mais dessas formas expressa quase qualquer enunciado não numérico. (VENN, 1881, p. 4, nossa tradução)[13]

[13] “At least this should only be done if it could be shewn either that they are actually insufficient to express what we require to express, or that they rest upon a wrong interpretation of the import of a proposition. The former is clearly not the case, for as was just remarked (and as no one would deny) a combination of two or more of these forms will express almost anything in the way of a non-numerical statement”.

Dessa forma, na opinião de Venn, ainda que sua álgebra da lógica seja uma superação da silogística, poder-se-ia verificar que ambas as teorias da lógica mantêm conexões formais. Que sentido pode-se atribuir ao desenvolvimento dessa nova teoria lógica? Para Venn não são razões práticas que justificam o desenvolvimento da álgebra da lógica, mas razões teóricas:

> [A] Lógica Comum, de fato, não deve ser considerada mais substituída pelas generalizações do Sistema Simbólico do que é Euclides por aquelas da Geometria Analítica. […] O sistema mais restrito tem sua vantagem particular devido ao fato de que, sendo por comparação mais concreto, é mais fácil para um iniciante entender; há assim menos risco de que ele falhe ao exercitar a faculdade do pensamento e meramente conduza-se com destreza no uso de uma fórmula; e está muito mais proximamente conectada com as experiências e necessidades práticas da vida ordinária. O sistema mais geral, por outro lado, tem capacidade vastamente estendida, exercita muito mais completamente a faculdade da abstração, e corrige e aumenta as bases científicas do sistema mais restrito. (VENN, p. xxvi, xxvii, nossa tradução)[14]

A álgebra da lógica é concebida por Venn como uma generalização da silogística. “Generalização” possui aqui dois significados. Em primeiro lugar, de acordo com Venn (1881, p. xviii, nossa tradução), com a generalização da silogística almeja-se o “acréscimo de força que isso proporciona na solução de problemas complicados”,[15] que “seriamente sobrecarregam, senão frustram completamente, os recursos do silogismo”.[16] Especificamente, Venn pretende com seu sistema de lógica tratar argumentos formados por proposições categóricas cujos sujeito ou predicado podem ser **termos complexos**. Argumentos como o seguinte:

Todo homem é falível
Nenhuma (pessoa) falível é onisciente
Nenhum homem é um perfeito onisciente.

---

14 “Common Logic should in fact be no more regarded as superseded by the generalizations of the Symbolic System than is Euclid by those of Analytical Geometry. [...] The narrower system has its peculiar advantage, owing to the fact that, being by comparison more concrete, it is easier for a beginner to understand; that there is thus less danger of its failing to exercise the thinking faculty and merely leading to dexterity in the use of a formula; and that it is much more closely connected with the practical experiences and needs of ordinary life. The more general system, on the other hand, has vastly extended capacity, practises much more thoroughly the faculty of abstraction, and corrects and enlarges the scientific bases of the narrower system”.

15 “... increase of power which it affords in the solution of complicated claims on this ground alone, even were there nothing else to be said in its favour”.

16 “... seriously tax, if they did not completely baffle, the resources of syllogism”.

Por “termo complexo” entende-se termo formado pela aplicação de operações lógicas sobre conjuntos de termos. No argumento acima temos, como exemplo de termo complexo, “ser perfeito e onisciente”. Por outro lado, “Generalização” tem aqui o sentido de acessar princípios muito fundamentais do domínio da lógica. A álgebra da lógica é, portanto, um sistema mais geral que a silogística não só porque é capaz de tratar de problemas mais complexos que os problemas tratados em silogística, mas também porque dá tratamento uniforme tanto a problemas silogísticos quanto aos novos problemas lógicos. Ora, com base na passagem acima, pode-se verificar que tal acesso a âmbitos mais fundamentais de pesquisa tem como preço o ganho de abstração. Logo, um sistema de lógica mais geral tem as características de um sistema mais formal. Na passagem acima, Venn faz referência a esse sentido de generalidade quando qualifica a “lógica comum” como uma teoria da lógica mais “concreta”, mais adequada do ponto de vista didático, e mais próxima da “experiência” do que a álgebra da lógica. Tal sentido de formalidade está associado ao abandono de certos tópicos, que tradicionalmente foram vinculados a investigações lógicas, e que agora Venn considera como sendo extralógicos.

Assim, Venn concebe a relação entre a sua lógica simbólica e a lógica tradicional nos seguintes termos. A álgebra da lógica de Venn é, em primeiro lugar, uma generalização da silogística, i.e., uma teoria lógica capaz de tratar problemas mais complexos que os problemas silogísticos. Essa característica poderia sugerir erroneamente que a lógica simbólica de Venn está em ruptura com a lógica tradicional, no entanto Venn entende que há uma continuidade entre lógica simbólica e lógica tradicional, na medida em que seus sistema oferece tratamento uniforme tanto aos problemas silogísticos quanto aos problemas lógicos novos. A álgebra da lógica de Venn está, portanto, na sua opinião, em continuidade com a silogística, pois se trata apenas de uma formalização dessa teoria. A álgebra da lógica de Venn é, segundo sua opinião, uma teoria que, por um lado, preserva certas noções da silogística, e por outro descarta outras. Que noções silogísticas são preservadas e que noções Venn descarta em sua lógica simbólica? Uma apresentação detalhada desse tema será feita no segundo capítulo dessa dissertação. O que se pode antecipar é o papel que a **função ectética** do conhecimento simbólico desempenha no processo de formalização da silogística. Como já foi dito anteriormente (p. 10), a função ectética do conhecimento diz respeito à capacidade dos símbolos de mostrar em sua estrutura gráfica propriedades do domínio de objetos representado. Essa noção esteve classicamente associada à noção de semelhança estrutural: os símbolos cumprem função ectética na medida em que relações que se mantêm entre os objetos do domínio representado são projetadas em relações que se mantêm entre elementos do simbolismo. A noção de semelhança estrutural envolve, por fim, um elemento de idealização, i.e., o simbolismo representa de modo simplificado o domínio de objetos representado. Ora, no segundo capítulo dessa dissertação apresentar-se-á que a função ectética do simbolismo cumpre papel central no processo de formalização da silogística. Ver-se-á então que Venn reconhece uma semelhança estrutural entre a análise proposicional introduzida em sua álgebra da lógica e a análise proposicional silogística. Trata-se de semelhança entre os modelos de análise da proposição pois alguns elementos da análise são preservados, porém é uma semelhança estrutural porque esses elementos ou têm o significado simplificado, ou são generalizados para casos não previstos na lógica tradicional.

1.2 Álgebra da lógica de Venn e matemática

O modo como Venn concebe a relação de sua lógica simbólica com a matemática associa-se às discussões sobre a natureza da álgebra no século XIX. Nessa seção, apresentar-se-á, em traços gerais, como o posicionamento de Venn nesse debate determinou seu modo de conceber a relação entre lógica e matemática.

1.2.1 Diferentes noções filosóficas de álgebra

O problema da relação entre matemática e lógica surge a Venn pela sua aplicação do simbolismo algébrico na representação da lógica: se a lógica é simbolizável algebricamente, isso converte à lógica num ramo da matemática? Para responder essa questão é necessário considerar a questão filosófica sobre a natureza da álgebra. A álgebra é o ramo da matemática que trata de equações com valores indeterminados e das propriedades que se preservam independentemente da especificidade dos valores dessas equações. Sendo assim, a álgebra é um setor da matemática que permite tratar das propriedades gerais de equações.[17] É um

[17] Segue-se aqui a definição de SFARD (1995, p. 18) de álgebra. Sfard prefere uma definição mais ampla da álgebra para dar conta das diversas maneiras em que a disciplina historicamente se apresentou. De igual modo, essa definição é útil aqui pois se ajusta a diferentes noções filosóficas de álgebra.

exemplo simples de problema algébrico o seguinte: encontre o valor de “x” que satisfaz a equação “2x + 4 = 14”. Esse é um problema de fácil resolução, mas existem infinitos problemas mais complexos. Ora, dado que a investigação algébrica rapidamente sobrecarrega as faculdades cognitivas do indivíduo, o alcance de níveis mais complexos exige o desenvolvimento de uma notação simbólica adequada. Como se viu anteriormente (p. 10), a utilização de símbolos adequados, por permitir que o matemático efetue cálculos e raciocine sem precisar concentrar-se nos objetos investigados opera uma **função psicotécnica** no estudo da álgebra, driblando os obstáculos cognitivos que se impõem ao matemático. Portanto o desenvolvimento da álgebra está diretamente relacionado com o abandono de uma compreensão intuitiva dos problemas matemáticos, acompanhado de desenvolvimento de notação simbólica adequada para sua investigação.

Na opinião de Sfard (1991), de um ponto de vista psicológico e filosófico, pode-se diferenciar dois aspectos complementares de uma boa compreensão de conceitos matemáticos. Em primeiro lugar, conceitos matemáticos podem ser compreendidos de um ponto de vista que a autora chama de “operacional”. Dessa perspectiva, noções matemáticas significam “processos, algoritmos e ações”, i.e., dessa perspectiva, conceitos matemáticos são regras processuais. Por outro lado, noções matemáticas podem ser compreendidas de um ponto de vista que Sfard chama de “estrutural”. Nesse caso, noções matemáticas dizem respeito a objetos que existem de alguma maneira.[18] Assim, a noção matemática de “função” pode ser compreendida tanto de uma perspectiva operacional quanto estrutural. Estruturalmente, função é um conjunto de pares ordenados, enquanto que operacionalmente diz respeito a um “método de como chegar a um sistema a partir de outro”.[19] Segundo Sfard, a compreensão operacional da matemática predomina quando a disciplina é investigada verbalmente. Interessa notar que, pelo contrário, quando se faz a investigação matemática simbolicamente a compreensão estrutural da matemática ganha espaço.[20] Nesse caso, para que se tenha uma compreensão matemática adequada é fundamental ser capaz de representar-se os objetos que são **subrogados** pelo simbolismo – para continuar usando a terminologia que Esquisabel (2012) introduziu na investigação filosófica sobre a natureza do conhecimento simbólico. Por conseguinte para compreender o significado da equação algébrica “2x + 4 =

[18] SFARD, 1991, pp. 3-4.
[19] Ibid., p. 5.
[20] Ibid., p. 6.

14" é preciso ser capaz de representar-se as entidades subrogadas por "x", "4", "14", "+" e "=". Segundo Sfard (1995), a dificuldade que constitui ser capaz de formar tais representações de objetos matemáticos caracteriza, por um lado, os obstáculos psicológicos com que se deparam os indivíduos na aprendizagem da álgebra. Por outro lado, essa dificuldade também caracteriza o desafio de compreensão filosófica da disciplina.[21] Essa dificuldade corresponde ao que se pode chamar na filosofia do conhecimento simbólico de **problema da subrogação**, i.e., o problema de entender o que é designado pelos símbolos. Ou seja, o problema filosófico sobre a natureza da álgebra pode ser assim formulado: o que subrogam os símbolos algébricos?

Encontra-se ao longo da história da filosofia diferentes respostas a essa questão. O primeiro tipo de resposta, a qual afirma que os símbolos algébricos **subrogam estritamente**, está exemplificada na filosofia cartesiana. A proposta cartesiana de solução do problema da subrogação do simbolismo algébrico consiste em aproximar a álgebra da geometria euclidiana. Essa proposta de solução já havia sido indicada nos trabalhos de alguns dos primeiros algebristas, mas só foi plenamente desenvolvida por Descartes através de sua geometria analítica. Sabe-se que o projeto de uma geometria analítica ocupa lugar central no pensamento filosófico cartesiano.[22] Se por um lado Descartes pensa que a geometria representa um cânone da demonstração matemática correta na medida em que se apoia em princípios e procedimentos intuitivamente válidos, por outro lado, faz falta à ela um procedimento eficiente de prova. Essa dificuldade metodológica enfrentada pela geometria euclidiana foi sanada por Descartes através de sua geometria analítica. Descartes propõe que os problemas geométricos sejam tratados com recurso ao simbolismo algébrico. Assim, a álgebra é concebida por Descartes como um instrumento para tratar, de modo eficiente, problemas geométricos No entanto, Descartes entende que o simbolismo só tem significado enquanto pode representar verdades geométricas, i.e., o significado das equações algébricas é geométrico. Logo, nesse estágio de compreensão filosófica, a álgebra é concebida especificamente como um **sucedâneo** de outro tipo de conhecimento, de maior interesse, a saber, o conhecimento geométrico.[23]

Por outro lado, pode-se encontrar na história da filosofia respostas alternativas ao

21 SFARD, 1995, p. 15.
22 BOYER, 1989, pp. 336-337.
23 LASSALLE CASANAVE 2012, pp. 53-54.

problema da subrogação do simbolismo algébrico. Como viu-se anteriormente (pp. 10-11), por essa via defende-se que o simbolismo algébrico subroga de modo lato, seja porque faz uso de "elementos ideais" (símbolos que não subrogam, mas que podem ser eliminados do simbolismo sem perda de força expressiva), seja porque representa estruturas formais. O apoio a essas vias de solução do problema foi por vezes sugerido pelo próprio desenvolvimento da matemática. Assim, perguntas sobre o significado dos números negativos ou dos números complexos suscitaram respostas desse tipo. De fato, o estudo algébrico do domínio dos números negativos foi bastante criticado nos séculos XVIII e XIX. Na Inglaterra dois críticos importantes foram Francis Maseres (1731-1824) e William Frend (1757-1841).[24] Esses autores defendiam o retorno a uma concepção restrita de álgebra. Para eles, a álgebra só faz sentido quando interpretada em termos aritméticos. Números negativos não podem compor equações matemáticas com sentido. Como razão para tal restrição, Frend e Maseres indicavam a carência de uma definição adequada de número negativo, i.e., segundo esses autores, mostrava-se impossível indicar claramente o significado dessa noção.[25] Autores do período tentaram definir os números negativos de diferentes maneiras. Tentou-se, por exemplo, definir essa noção comparando com a noção de "débito", comparando com o sentido de uma reta etc. Frend e Maseres, porém, não consideravam o uso de analogias um recurso aceitável.[26] Ora, outro modo de dar sentido a números negativos assim como a outros ramos da álgebra encontra-se no trabalho do matemático da primeira metade do século XIX, G. Peacock (1791-1858). A solução de Peacock, a qual se tornou bastante influente entre os matemáticos ingleses, é apresentada no que se segue.

1.2.2 Peacock e duas noções de álgebra

A carreira científica de Peacock esteve marcada por dois feitos. Em primeiro lugar, Peacock foi um reformista sintonizado com as bandeiras políticas progressistas típicas da Inglaterra de sua época. Nesse sentido, deve-se a ele a aproximação entre a pesquisa matemática que se fazia no continente europeu e a pesquisa feita na Inglaterra. Através dos esforços da **Analytical Society (**sociedade de pesquisa matemática criada em 1812 pelo ainda

[24] PYCIOR, 1981, p. 27.
[25] Ibid., p. 28.
[26] PYCIOR, loc. cit.

graduando Peacock e alguns colegas) Peacock trabalhou em prol da tradução de trabalhos matemáticos estrangeiros até então pouco conhecidos na Inglaterra. Ademais, Peacock promoveu a adoção da notação e método leibniziano para o cálculo em lugar da metodologia newtoniana.[27] O segundo feito de Peacock tem contornos filosóficos e é de maior interesse para essa exposição, a saber, Peacock foi criador de uma concepção filosófica da álgebra bastante influente no século XIX na Inglaterra. A concepção filosófica de álgebra articulada por Peacock possui duas características a princípio conflitantes. Em primeiro lugar, Peacock rejeita a restrição da álgebra ao domínio da aritmética dos números naturais, tal como defendiam Frend e Maseres. Por outro lado, Peacock concorda com Frend e Maseres que é impossível atribuir qualquer significado ao conceito de um número negativo.[28] Como solucionar esse impasse?

A solução de Peacock foi conceber as noções de número negativo como resultado de um processo de generalização do que ele chama **"álgebra aritmética"**. Por álgebra aritmética deve-se entender o sistema algébrico cujo símbolos significam apenas números naturais e operações sobre números naturais. Ora com tal generalização o que se faz é modificar ligeiramente as regras de aplicação das operações aritméticas, de modo que certas restrições de uso dessas operações são abolidas.[29] Por exemplo, a operação de subtração em aritmética dos números naturais permite apenas que se subtraia um número menor ou igual de um número maior: i.e., é possível "a – b = c" se e somente se "a" for maior ou igual a "b". No entanto é possível generalizar a operação de subtração, eliminando restrições, o que torna possível "a – b = c" mesmo quando o valor de "b" é maior que o de "a". A exposição sistemática das regras que regulam essa álgebra generalizada é uma das tarefas que Peacock impõe-se nos seus principais trabalhos sobre o assunto.

Como da noção de uma álgebra generalizada Peacock deriva uma resposta para o problema da subrogação na álgebra de valores negativos? Agora a função dos símbolos não se restringe à subrogação de números naturais, já que se faz uso igualmente de numerais negativos, mas como entender o uso que se faz desses símbolos? Peacock denomina de **"álgebra simbólica"** a álgebra produzida pela generalização da álgebra aritmética. Essa álgebra permite usar numerais positivos e negativos, mas, contrariamente ao que acontece na

---

27 Ibid., pp. 25-26.
28 Ibid., pp. 33-34.
29 Ibid., p. 35.

álgebra aritmética, a álgebra simbólica não postula a existência de entes que correspondam aos seus símbolos. Essas duas álgebras são independentes: enquanto a primeira representa **os** números naturais, a segunda supõe "a existência independente" (PEACOCK, 1830 apud PYCIOR 1981, p. 35, nossa tradução)[30] dos próprios símbolos e se restringe à descrição dos símbolos e de suas regras de manipulação. Há uma ambiguidade aqui: não se pode ter certeza se é o processo de generalização da álgebra aritmética que gera o esvaziamento semântico, ou se, ao contrário, é o esvaziamento semântico que implica na generalização para além da álgebra aritmética.[31] De todo modo, a álgebra simbólica diferencia-se da álgebra aritmética pela sua maior generalidade assim como pela ausência de subrogação. Portanto a resposta de Peacock oferece dupla resposta ao problema da subrogação. Segundo Peacock, existem dois tipos de álgebra, que se diferenciam pelo modo em que seus símbolos subrogam. Em primeiro lugar, existe a álgebra aritmética cujo simbolismo subroga estritamente o domínio dos números naturais. Por outro lado, existe a álgebra simbólica cujo simbolismo subroga estruturas formais que podem ou não estar subjacentes a diferentes domínios de objetos.[32]

A relação que se mantém entre álgebra aritmética e álgebra simbólica Peacock concebe-a em termos de uma hierarquia. No topo dessa hierarquia encontra-se o sistema de álgebra simbólica, e abaixo a álgebra aritmética. Ora, a generalização da álgebra aritmética para a álgebra simbólica respeita o assim chamado "**princípio de permanência das formas equivalentes**" (no que se segue apenas PP). Peacock formula esse princípio nos seguintes termos:

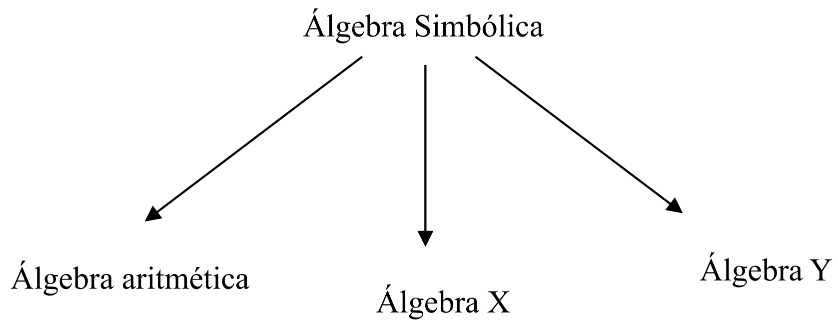
> Qualquer forma que seja algebricamente equivalente a outra, quando expressa em símbolos gerais, deve ser verdadeira, seja o que for que esses símbolos denotem.
> Reciprocamente, se nós descobrimos uma forma equivalente em álgebra aritmética ou em qualquer outra ciência subordinada, quando os símbolos são gerais em forma mas específicos em sua natureza, o mesmo deve ser uma forma equivalente, quando os símbolos são gerais em sua natureza assim como em sua forma. (PEACOCK, 1830 apud PYCIOR , 1881, p. 38, nossa tradução)[33]

---

[30] "the independent existence".
[31] Ibid., p. 35.
[32] Ibid., p. 36.
[33] "Whatever form is Algebraically equivalent to another, when expressed in general symbols, must be true, whatever those symbols denote.
Conversely, if we discover an equivalent form in Arithmetical Algebra or any other subordinate science, when the symbols are general in form though specific in their nature, the same must be an equivalent form, when the symbols are general in their nature as well as in their form".

Na passagem acima Peacock caracteriza a álgebra simbólica como um sistema simbólico "geral em forma e natureza", enquanto a álgebra aritmética é o exemplo paradigmático de sistema simbólico "geral em forma mas específico em natureza". Ser "geral em forma" significa usar variáveis e parâmetros. Ser "geral em natureza" e ser "específico em natureza" significam, respectivamente, subrogar estruturas formais e subrogar estritamente. Por "formas equivalentes" Peacock compreende equações.[34] A análise da formulação de Peacock de PP revela os principais aspectos da generalização da álgebra aritmética para a álgebra simbólica. PP compõe-se de duas teses. A primeira tese de PP diz que a álgebra simbólica possui fórmulas que são verdadeiras independentemente da interpretação particular que possa ser atribuída ao simbolismo. As fórmulas da álgebra simbólica são verdadeiras independentemente de estarem presentes na álgebra aritmética, por exemplo. Já a segunda tese de PP diz que a álgebra simbólica preserva toda verdade que esteja contida numa álgebra interpretada qualquer. Assim, qualquer verdade da álgebra aritmética é também uma verdade da álgebra simbólica. Tem-se na figura 1 abaixo uma representação gráfica da relação hierárquica mantida entre álgebra aritmética e álgebra simbólica.

Figura 1



A concepção de álgebra simbólica de Peacock foi muito influente entre autores posteriores tais como Venn, mas também motivou muitas reações críticas. Esse é um fato importante, pois revela que a recepção das ideias de Peacock esteve longe de constituir consenso. Fundamentalmente, criticou-se o caráter formal da álgebra simbólica. O

[34] DURAND-RICHARD, 2000, pp. 156-157.

representante principal dessa opinião é, novamente, Frend.[35] A álgebra que Frend autoriza não faz uso de símbolos aos quais não correspondam ideias com significado claro. A álgebra simbólica, por outro lado, não subroga qualquer domínio de objetos. Desse modo, na opinião de Frend, a álgebra simbólica não é uma ciência, mas uma arte, i.e., sua importância é comparável unicamente à importância do trabalho do artesão. Sem conhecimento dos princípios físicos, esse trabalhador pode ainda ser importante para a indústria. Igualmente, embora o algebrista simbólico possa ser útil no desenvolvimento tecnológico e na física matemática, seu trabalho não tem valor na matemática pura.[36] Além disso, criticou-se um suposto caráter arbitrário da álgebra simbólica. Essa objeção é exemplificada por uma carta de Frend (ou talvez de sua filha, Sophia Elizabeth Frend, 1809-1882)[37] a Augustus De Morgan (1806-1871), importante matemático inglês e promotor da abordagem simbólica na álgebra. Através de uma peça satírica, o autor da carta expõe o que ele considera a demasiada liberdade que o algebrista simbólico possui na construção do sistema.[38] Contudo essas críticas parecem não entender o sentido real da solução de Peacock ao problema da subrogação do simbolismo algébrico. Peacock está justamente abandonando o pressuposto de que o valor epistemológico do simbolismo algébrico esteja baseado num domínio de objetos a ser subrogado. Sua tese é a de que o valor epistemológico do simbolismo algébrico por vezes pode ser rastreado nas estruturas formais que ele representa, independentemente de essas estruturas serem satisfeitas por determinado domínio de objetos.

1.2.3 Venn e sua concepção filosófica de álgebra

A tese de Peacock da existência de duas noções independentes de álgebra foi muito influente. Em especial, com base na ideia de uma álgebra simbólica, cuja verdade independe de que o simbolismo satisfaça uma interpretação específica, uma série de álgebras alternativas foram propostas. Além disso, em algum momento os algebristas tomaram consciência de que tal concepção formal de álgebra permitia a aplicação dos recursos algébricos na investigação de diferentes domínios de estudo. Um desses domínios ao qual se aplicou o simbolismo

[35] PYCIOR, 1982, p. 393.
[36] Ibid., pp. 396-397.
[37] Ibid., p. 398.
[38] Ibid., pp. 399-402.

algébrico foi a lógica. A primeira álgebra da lógica a surgir nesse período foi a de Boole em 1847, seguida por sistemas de outros autores, entre eles Venn.[39] Mas a aplicação do simbolismo algébrico à lógica levantou a questão de se a lógica é ela própria um ramo da matemática. A resposta de Venn a essa questão depende, como ver-se-á agora, de articular a distinção de Peacock entre duas noções de álgebra. Em primeiro lugar, Venn reconhece a existência de uma álgebra simbólica. Isso transparece em dois momentos de sua reflexão. Primeiramente Venn reconhece a existência de um pluralismo algébrico. A ideia de que a álgebra só pode ser interpretada aritmeticamente fica claramente rechaçada já nas primeiras páginas de **Symbolic Logic (1881)**. Assim, Venn afirma que a aplicação da álgebra a domínios variados da matemática já é uma realidade entre os matemáticos:

> Essa deliberada e intencional transferência de significação [dos símbolos algébricos] para casos análogos, tal como acontece, é perfeitamente familiar ao matemático, mas pouquíssimo reconhecida ou entendida em outros departamentos do pensamento (VENN, 1881, p. x, nossa tradução).[40]

Além disso, numa segunda passagem Venn reconhece dois sentidos em que se pode falar de matemática. Por um lado, pode-se denominar "matemática" o mero simbolismo algébrico. Nesse sentido matemática não é mais do que a linguagem matemática. Por outro lado, pode-se denominar matemática a ciência matemática, i.e., um determinado domínio de objetos que são estudados através da linguagem matemática.[41] Para além da concepção formal de álgebra, Venn reconhece uma noção estritamente subrogativa da disciplina. A álgebra da lógica, para Venn, exemplifica justamente esse tipo de álgebra:

> Toda crítica e explicação oferecida aqui deve ser considerada em nível puramente lógico, e dessa forma como estando em seu nível fundamental sujeita ao juízo e apreciação de qualquer lógico (VENN, 1881, p. xiii-xiv, nossa tradução).[42]

Portanto a argumentação de Venn para defender que a lógica não é um ramo da matemática possui a seguinte estrutura: sua premissa inicial consiste em afirmar que a mera

---

39 GRATTAN-GUINNESS, 2000, p. 40.

40 "This deliberate and intentional transfer of signification to analogous cases, as it happens, is perfect familiar to the mathematician, but very little recognized or understood in other departments of thought".

41 VENN, 1894, pp. xvii-xviii.

42 "Every criticism and explanation offered here is to be regarded as standing on a purely logical basis, and therefore as being on all essential grounds well within the judgment and appreciation of any ordinary logician".

aplicação do simbolismo algébrico na representação da lógica não associa a essa disciplina qualquer conteúdo matemático, porque a noção de álgebra envolvida nessa aplicação é puramente formal. A segunda premissa de Venn afirma que sua álgebra subroga estritamente o domínio da lógica, i.e., todos os elementos componentes do simbolismo algébrico subrogam um elemento do domínio da lógica. Portanto, na opinião de Venn, à álgebra da lógica não se vincula qualquer significado matemático. Há certa pressuposição implícita na argumentação de Venn que não pode passar desapercebida, a saber, Venn pressupõe que é possível distinguir precisamente um domínio de objetos matemáticos de um domínio de objetos lógicos. Venn formula essa diferenciação nos seguintes termos:

> Eles [os conteúdos representados pela álgebra da lógica] pertencem àquela ciência por uma dupla razão, uma positiva e outra negativa. Positivamente eles pertencem à lógica porque eles são simplesmente generalizações de processos que se admite universalmente que pertencem à lógica. Negativamente eles pertencem a ela [à lógica] porque eles certamente não pertencem à Matemática, que é presumivelmente a única outra ciência abstrata a qual eles poderiam ser relegados. Não há nada mais sobre enumeração e valoração de qualquer tipo de **unidade** neles do que há no silogismo. Eles podem ser apresentados de tal modo a envolver não mais do que relações mútuas entre várias classes ou termos de classe, seja em termos de inclusão ou exclusão, seja em termos de existência ou não existência (VENN, 1881, p. xxii, grifo do autor, nossa tradução).[43]

Ou seja, segundo Venn a lógica é o estudo das relações formais entre extensões de classes, o que não é parte da matemática. A matemática, enquanto ciência de um domínio de objetos, é meramente o estudo das quantidades e de suas relações. Portanto, segundo Venn, do fato de que o simbolismo algébrico seja aplicado na representação da lógica não se deve concluir que a lógica é uma disciplina matemática. Mas agora deve-se perguntar o que torna possível simbolizar algebricamente à lógica. Ora, sobre a aplicação de símbolos algébricos a diferentes domínios de estudo Venn afirma:

> Esse estado de coisas deve-se ao fato de que nós temos que realizar certo uso generalizado de símbolos; isto é, para dar conta de uma extensão de seus usos a casos distintos mas análogos àqueles com referência aos quais eles primeiro tiveram

[43] “They belong to that science by a double right, both positively and negatively. Positively they belong to Logic because they are simply generalizations of processes of which logic is universally admitted to take cognisance. Negatively they belong to it because they certainly do not belong to Mathematics, which is presumably the only other abstract science to which they are likely to be relegated. There is no more of enumeration or valuation of any kind of **unit** in them, than there is in the syllogism. They can be so stated as to involve nothing whatever but the mutual relations of various classes or class terms to each other in the way of inclusion and exclusion, of existence and of non-existence”.

> seus significados determinados. Em tal extensão, isso precisa ser entendido, nós temos de antecipar não apenas um amplo âmbito de aplicação, mas também uma considerável transferência da atual significação. (VENN, 1881, p. x, nossa tradução)[44]

Logo, segundo Venn, o que permite o empréstimo dos símbolos algébricos de um domínio matemático ao domínio lógico é o fato de esses domínios manterem semelhanças analógicas. Contudo tal noção de "semelhança analógica" exige esclarecimentos, que Venn oferece na seguinte passagem:

> Suponha que alguém entre numa sala de conferências e veja a expressão A + B no quadro: ele pode inferir o tema da aula, ou o significado dos sinais? Certamente não: mas de uma coisa ele pode estar confiante, viz. que, seja quais forem os significados que ela [a expressão] possa suportar, ele não fará nenhum mal em transpor A e B, porque é razoavelmente certo que a lei da comutatividade é aceita pela pessoa que escreveu tal expressão. Ora, concedamos que lhe foi dito que a conferência era sobre lógica, e a linguagem portanto em que os símbolos estão escritos era lógica. Ele pode dar um passo adiante, colocando algum significado nos sinais. Ele sabe que A e B estão respectivamente por classes, e que + agrega essas classes. Mas de novo ele tem de parar. Embora ele saiba a linguagem do palestrante ele não sabe seu dialeto, por assim dizer. Trata-se do dialeto exclusivo ou não exclusivo para alternativos? (VENN, 1881, p. xv, nossa tradução)[45]

A análise dessa passagem torna claro o sentido em que, nesse contexto, Venn está usando a palavra "analogia". Em primeiro lugar, "analogia" significa preservação de propriedades formais. Na passagem acima, por exemplo, o significado lógico e o significado matemático da expressão "A + B" são análogos nesse sentido porque ambos preservam a propriedade de comutatividade assim formulável: "A + B = B + A". Por outro lado, por analogia Venn não entende semelhança total. Para além do fato já introduzido de que, na opinião de Venn, o significado lógico da expressão não se confunde com o significado

44 "The state of things arise from the fact that we have to realise a certain generalized use of symbols; that is, to take account of an extension of their use to cases distinct from, but analogous to, that with reference to which they first had their meanings assigned. In such extension, it must be understood, we have to anticipate not only a wider range of application, but also a considerable transfer of actual signification".

45 "Suppose that any one came into a lecture room and saw the expression A + B written on the board: Could he infer the subject of the lecture, or the meaning of the signs? Certainly not: but of one thing he may feel confident, viz. that, whichever of the various admissible meanings it may have borne, he will not do any mischief by transposing A and B, because the commutative law is tolerably certain to be accepted by any person who wrote down such an expression. Now let him be told that the lecture was one on Logic, and the language therefore in which the symbols were written was logical. He may go a step further, by putting some significance into the signs. He knows that A and B stand respectively for classes, and that + aggregates those classes. But here again he comes to a stop. Though he knows the language of the lecturer he does not know his dialect, so to say. Was it the exclusive or the non-exclusive dialect for alternatives"?

matemático, há uma liberdade na construção do simbolismo que pode afastar formalmente a álgebra matemática da álgebra da lógica. Tal liberdade deve-se ao que Venn chamou na passagem acima de "dialeto" em que a álgebra está sendo construída. Assim, Venn indica, na passagem acima, o seguinte exemplo de variante de dialeto: o símbolo "+", que é usado em sua álgebra da lógica para representar uma operação próxima à operação clássica de disjunção, pode ser manipulado de modo inclusivo ou exclusivo.[46] Tais possibilidades alternativas de construção do simbolismo são igualmente adequadas mas implicam na construção de álgebras formalmente diferentes. Sobre o que permite tal liberdade na construção da álgebra da lógica, Venn afirma na seguinte passagem:

> Embora tal objeção [de que simbolizar algebricamente a lógica reduz essa disciplina a um ramo da matemática] traia, como eu pretendo mostrar, alguma ignorância quanto à natureza e função da matemática, há ainda assim certamente um fragmento de verdade sugerido por ela.
> Essa verdade consiste no que pode ser descrito como sendo a presente dependência acidental da lógica simbólica em relação à matemática (VENN, 1881, p. ix, nossa tradução).[47]

O significado da expressão "acidental", presente na passagem, necessita esclarecimentos. "Acidental" não deve significar arbitrário, i.e., não se pode entender que a lógica poderia ser representada por qualquer simbolismo. É necessário que o simbolismo atribua ao domínio representado apenas propriedades formais que esse domínio pode satisfazer. Assim, "A+B" só pode satisfazer a propriedade da comutatividade se a operação lógica representada respeita essa propriedade formal. "Acidental" tem antes significado similar ao significado que a filosofia de Poincaré atribui à expressão "convencional". Poincaré (1995) reconhece que a descrição científica envolve uma quantidade moderada de convencionalismo. Segundo Poincaré, o cientista tem certo grau de liberdade na descrição dos fatos, mas, em última medida, qualquer escolha do cientista tem sua correção avaliadas (como verdadeiras ou falsas) diante dos fatos.[48] De igual modo, como Venn indica em passagem citada anteriormente, a álgebra da lógica construída pode-se modificar em função do que ele

[46] Possibilidades alternativas na construção da álgebra da lógica serão consideradas em detalhe no terceiro capítulo dessa dissertação.

[47] "Though such an objection betrays, as I shall hope to show, some ignorance as to the nature and functions of mathematics, yet there is certainly a fragment of truth suggested by it.
This truth consists in what may be described as being the present accidental dependence of the Symbolic Logic upon Mathematics".

[48] POINCARÉ, 1995 , p. 143.

chamou de variantes de dialeto, mas qualquer uma dessas variantes deve representar o domínio da lógica tal como ele é. Para além dos critérios de correção da representação simbólica que levam em consideração o domínio de objetos representado, a escolha entre as varantes de "dialeto" envolvem critérios pragmáticos. Quando é necessário decidir entre duas variantes simbólica que corretamente representam o domínio estudado, decide-se por aquela variante que torna o cálculo mais eficiente. Ou seja, na comparação entre variantes convencionais entra em jogo a função psicotécnica do conhecimento simbólico.

1.3 **Síntese do capítulo**

Nesse capítulo indicou-se duas questões filosóficas com as quais Venn depara-se no desenvolvimento de sua álgebra da lógica. Em primeiro, Venn apresenta uma concepção do modo em que a lógica simbólica relaciona-se com a lógica tradicional. Em segundo lugar, Venn apresenta uma concepção do modo em que a lógica relaciona-se com a matemática. Indicou-se ainda que as respostas de Venn a essas duas questões envolvem o recurso a noções filosóficas sobre as diferentes funções do conhecimento simbólico. Dessa maneira, Venn, ao conceber a lógica simbólica como generalização formal silogística tradicional, precisa abordar a função ectética do conhecimento simbólico. De igual modo, Venn, para defender uma distinção precisa entre matemática e lógica, precisa abordar os diferentes modos em que os símbolos desempenham a função subrogativa. No capítulos que se seguem dessa dissertação, indicar-se-á em mais detalhes a abordagem de Venn dessas noções, as dificuldades que enfrenta nessa tematização e as soluções que propõe a essas dificuldades. Sobre o recurso à função ectética para descrever a relação entre lógica simbólica e silogística, Venn enfrentará a dificuldade de explicar que estrutura formal é preservada na passagem de uma teoria lógica a outra. Por fim, sobre o recurso à função subrogativa para diferenciar lógica de matemática, Venn enfrentará dificuldades em justificar que a álgebra da lógica subroga estritamente.

2 ÁLGEBRA DA LÓGICA E REPRESENTAÇÃO ESTRUTURAL DA SILOGÍSTICA

Na primeira seção do capítulo anterior, apresentou-se, em termos gerais, a concepção de Venn da relação de sua álgebra da lógica com a lógica tradicional. No presente capítulo, procura-se dar mais detalhes sobre essa relação. Desse modo, as informações aqui apresentadas permitirão compreender o papel que a função ectética do conhecimento simbólico cumpre na teoria lógica de Venn. Viu-se que Venn, na maneira como concebe a relação de sua álgebra da lógica com a silogística, foi influenciado (direta ou indiretamente) pelas ideias de Whatey sobre lógica formal. Contrapondo-se a uma tradição de pesquisa em lógica que confunde interesses lógicos de pesquisa com interesses extralógicos – interesses em epistemologia, teoria da ciência e de estudos em metodologia científica – Whately (1787-1863) desenvolveu uma concepção bastante influente da lógica enquanto ciência formal. Se os lógicos da tradição pensavam a lógica como um instrumento para a descoberta de verdades, Whately associou à lógica uma finalidade mais modesta, concebendo-a como meio de clarificação das relações entre enunciados e expressões no interior de argumentos. Com a lógica não se descobre se as premissas de um determinado argumento são verdadeiras, mas com a lógica pode-se formalizar argumentos, indicando eventuais relações formais de validade entre suas premissas e conclusão.

Venn concebe sua álgebra da lógica enquanto generalização da silogística. Essa generalização possui, como uma de suas principais características, ganho de abstração e formalidade, de modo semelhante ao que acontece na revisão da lógica de Whately. Contudo vale notar que, para Venn, a álgebra da lógica não está em total ruptura com a tradição lógica. Na opinião de Venn, um novo sistema de lógica não ultrapassa os limites do campo de estudos da silogística. Nesse sentido, Venn compreende que sua álgebra da lógica está em continuidade com a lógica tradicional. Cabe agora investigar com mais detalhe a relação da álgebra da lógica de Venn com a silogística tradicional. Na primeira seção desse capítulo caracteriza-se a silogística tradicional, na segunda seção apresenta-se a concepção de Venn de sua álgebra da lógica enquanto generalização da silogística tradicional, e na terceira seção desenvolve-se a ideia de que a álgebra da lógica de Venn está com continuidade com a silogística tradicional. Conclui-se então chamando atenção para a função ectética da representação simbólica que torna possível o processo de generalização formal da silogística levado a cabo por Venn.

2.1 Silogística tradicional

Para Venn, a álgebra da lógica é uma generalização formal da silogística tradicional que rejeita algumas de suas noções ao mesmo tempo em que preserva outras. Para tornar isso mais claro é preciso, em primeiro lugar, apresentar com mais detalhe a silogística tradicional. A silogística é a lógica dos silogismos, argumentos como o seguinte:

Todos os homens são inteligentes
Pessoas inteligentes ocupam cargos importantes
Logo, todos que ocupam cargos importantes são homens

Aristóteles ofereceu o tratamento tradicional ao tema. Em primeiro lugar, Aristóteles formaliza logicamente as proposições categóricas, proposições que podem compor silogismos. Em segundo lugar, Aristóteles descreve um procedimento de prova da validade de silogismos. De acordo com a análise tradicional, proposições categóricas são composições de um termo sujeito com um termo predicado. As proposições categóricas diferenciam-se pela quantidade e pela qualidade a elas associada. A quantidade de uma proposição categórica pode ser particular ou universal, e a qualidade pode ser afirmativa ou negativa. Assim, há quatro tipos de proposição categórica. Existem as proposições universais afirmativa e negativa: respectivamente, proposições da forma “Todo A é B” e “Nenhum A é B” (ou ainda, “Todo A não é B”). Além disso, existem as proposições particulares afirmativa e negativa: respectivamente, proposições da forma “Algum A é B” e “Algum A não é B”.[1] Consequentemente, o silogismo é um argumento formado por duas premissas e uma conclusão, em que todas as proposições componentes são proposições categóricas e em que há termo médio. O termo médio de um silogismo é o termo que está presente nas duas premissas e nunca está presente na conclusão. O sucesso de uma argumentação silogística depende do papel desempenhado pelo termo médio. Num silogismo válido, pode-se inferir que relação os termos sujeito e predicado da conclusão mantêm entre si a partir das relações que eles mantêm com o termo médio nas premissas.[2]

[1] SMITH, 1989, p. xvii.
[2] Ibid., p. xvi.

A prova de validade de silogismos dá-se em dois passos. Num primeiro momento, por mera combinatória, geram-se todas as figuras silogísticas possíveis. As combinações são feitas em função dos lugares que os termos do silogismo ocupam nas premissas. A primeira figura do silogismo é aquela em que o termo médio é predicado numa premissa e sujeito na outra. A segunda é aquela em que o termo médio é predicado nas duas premissas, e a terceira figura é aquela em que o termo médio é sujeito nas duas premissas.[3] Abaixo tem-se as três figuras silogísticas reconhecidas por Aristóteles. Sejam S o termo sujeito da conclusão, P o termo predicado da conclusão e M o termo médio:

1º figura)	2º figura)	3º figura)
M – P	P – M	M – P
S – M	S – M	M – S
______	______	______
S – P	S – P	S – P

Com todas as figuras silogisticas é possível gerar todos os "modos" silogísticos possíveis agrupando-os nas figuras. Os modos de uma mesma figura diferenciam-se em função das relações que se mantêm entre os termos nas proposições do silogismo. A prova da validade consiste então no sucesso em reduzir os modos da segunda e terceira figuras aos modos válidos da primeira figura.[4] Esse processo envolve um componente epistêmico, na medida em que se considera os modos válidos da primeira figura evidentemente válidos.[5] A redução à primeira figura faz uso de princípios lógicos conhecidos como regras de conversão. Assim, por exemplo, a proposição "Nenhum A é B" pode, pelo princípio lógico denominado conversão simples, ser transformada em "Nenhum B é A", e a proposição "Todo A é B" pode ser transformada, por conversão por acidente em "Algum B é A". Casos mais complicados de redução podem envolver ainda recursos extras como prova por redução ao absurdo.[6] O seguinte silogismo da segunda figura tem sua validade provada por redução à primeira figura com conversão simples da primeira premissa:

---

[3] Ibid., p. xvii.
[4] Ibid., pp. xxi-xxii.
[5] LEAR, 1980, pp. 3-4.
[6] SMITH, 1989, pp. xix-xxi.

1) Modo silogístico da 2º figura:

Nenhum P é M

Todo S é M

Logo, nenhum S é P

2) Modo silogístico da 1º figura ao qual o modo acima é reduzido:

Nenhum M é P

Todo S é M

Logo, nenhum S é P

Verifica-se, portanto, que essa apresentação da silogística tem na análise proposicional aristotélica seu elemento fundamental. A prova de validade de silogismos depende da construção sistemática de figuras e modos silogísticos, e essa construção depende de considerar o papel do termo médio e dos demais termos nas premissas e conclusão do argumento, i.e., depende de considerar se esses termos são sujeito ou são predicado nas proposições componentes do argumento. Da mesma forma, o procedimento de redução à primeira figura depende de princípios que regulam o câmbio de posição entre sujeito e predicado em proposições.

Ora, pode-se constatar, com base nas informações de Ashworth (1970), que as referências de Venn em silogística apresentam essa lógica em termos muito similares a esse .[7] Diante dessa tradição, Venn é alguém que rejeita parcialmente seu legado. A generalização formal da silogística que Venn propõe em sua álgebra da lógica tem no descarte da distinção sujeito e predicado seu elemento fundamental:

> Por exemplo, nós não temos, estritamente falando, qualquer interesse, dentro dos limites da nossa investigação, por distinções tais como entre […] sujeito e predicado (VENN, 1894, p. 34, nossa tradução).[8]

---

7 ASHWORTH, 1970, p. 11.

8 “For instance we have, strictly speaking, no concern whatever, within the limits of our enquiry, with such distinctions as those between [...] subject and predicate”.

Venn considera que distinguir sujeito e predicado da proposição é uma necessidade puramente gramatical, i.e., diz respeito ao modo como na linguagem ordinária configuram-se boas formulações sentenciais. A distinção sujeito e predicado não teria, na sua opinião, qualquer interesse lógico, e generalizar a silogística dependeria fundamentalmente de rechaçar essa distinção. Na próxima seção, as razões de Venn para tal posicionamento serão apresentadas.

2.2 **Álgebra da lógica de Venn e generalização da silogística**

2.2.1 Descarte da distinção sujeito e predicado

No que se segue, a partir da análise de **Symbolic Logic** (1881; 1894), desenvolve-se em detalhes a opinião de Venn de que a álgebra da lógica é uma generalização formal da silogística. Em primeiro lugar deve-se dizer que tal processo de generalização formal dá-se a partir da transformação da análise proposicional que se pode encontrar numa apresentação da silogística tal como a considerada acima – a partir de agora, chamar-se-á essa análise proposicional de "análise tradicional". Venn descreve a análise proposicional tradicional ("análise predicativa", segundo sua própria denominação) nos seguintes termos: segundo a análise tradicional, pode-se diferenciar na proposição dois elementos, a saber, o sujeito e seu atributo. A proposição assere que seu sujeito possui ou não possui, parcial ou totalmente, certos atributos. Desse princípio de análise as quatro formas de proposição categórica seguem-se como as formas proposicionais básicas.[9] Venn é bastante moderado ao avaliar a concepção tradicional da forma lógica da proposição. De fato, Venn pensa que a análise tradicional, do ponto de vista lógico, não é menos adequada do que qualquer formalização rival. Além disso, do ponto de vista psicológico e gramatical, Venn pensa que a análise tradicional é insuperável. Para Venn, essa análise reconhece como formas básicas do discurso precisamente os modos mais naturais em que a linguagem ordinária se apresenta.[10] De acordo com Venn, formalizações lógicas rivais só são comparáveis em função de sua utilidade no alcance de finalidades contextuais. Ou seja, uma formalização lógica só é mais adequada do

[9] VENN, 1894, p. 3.
[10] Ibid., p. 4.

que outra tendo em vista os fins para os quais um sistema de lógica é construído.[11] Viu-se (pp. 20-21) que, em **Symbolic Logic** (1881; 1894), quer-se desenvolver um sistema de lógica mais fundamental e mais potente que a silogística. A álgebra da lógica de Venn seria mais potente que a silogistica porque daria tratamento formal a outras formas argumentativas, para além dos silogismos. Essas outras formas argumentativas envolveriam não apenas as formas tradicionais de proposição categórica, mas todo o conjunto de proposições categóricas com termos complexos. Ademais, a álgebra da lógica de Venn seria mais fundamental na medida em que trataria uniformemente os casos clássicos de argumentação silogística assim como os novos casos. Segundo Venn, para alcançar esses fins é útil desconsiderar critérios de adequação gramaticais, psicológicos ou de qualquer natureza extralógica, i.e., restringir-se apenas aos aspectos lógicos da proposição:

> Claro que não poderíamos em momento algum inferir que tais distinções [extralógicas consideradas na silogística tradicional] são sem importância. Pelo contrário; o estudo delas fornece, decididamente, uma das mais valiosas vantagens educacionais a serem extraídas da Lógica Comum [i.e., silogística tradicional]. Nós as omitimos somente para manter nossa Ciência homogênea e simétrica (VENN, 1894, p. 35, nossa tradução).[12]

Logo, em **Symbolic Logic** (1881; 1894), a análise tradicional da proposição é substituída por uma análise mais formal que desconsidera aspectos da proposição extralógicos. O divisor de águas entre a análise tradicional da proposição e a formalização algébrica sustentada por Venn ("análise existencial", segundo sua própria denominação)[13] é o abandono da distinção sujeito e predicado. Venn considera a distinção entre sujeito e predicado um fator gramatical, extralógico, cujo descarte é útil para garantir simetria e homogeneidade ao sistema formal. Considere-se agora a argumentação de Venn para sustentar que a distinção tradicional entre sujeito e predicado da proposição é extralógica. Já apontou-se diversas vezes na história recente da lógica a inadequação formal dessa distinção. Por exemplo, Angelelli (1980) critica a distinção tradicional na medida em que, a partir dela, identificam-se dois fenômenos lógicos distintos, quais sejam, o fenômeno de subordinação de

---

[11] Ibid., p. 2.

[12] "Not of course that we would for a moment imply that such distinctions as these are unimportant. Quite the reverse; the study of them furnishes decidedly one of the most valuable educational advantages to be derived from the Common Logic. We omit solely in order to keep our own Science homogeneous and symmetrical."

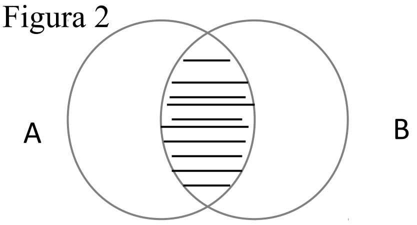
[13] Ibid., p. 2.

uma classe a outra (por exemplo, em "todo homem é racional") e o fenômeno do pertencimento a uma classe (por exemplo, em "Sócrates é racional"). Fundamentalmente, essa linha de crítica se baseia em afirmar que a distinção tradicional entre sujeito e predicado define de modo incorreto essas noções, reconhecendo como sujeito e predicado elementos que não o podem ser.[14] Deve-se notar que, para esses autores, há uma distinção lógica adequada entre sujeito e predicado de uma proposição, embora essa distinção não seja aquela que a análise lógica tradicional oferece.

Por sua vez, a crítica de Venn situa-se numa tradição que descarta qualquer distinção lógica entre elementos sujeito e predicado na proposição. Venn rejeita a distinção tradicional porque, do ponto de vista formal, é desnecessário e inútil traçar qualquer diferença entre sujeito e predicado de uma proposição. Para jogar luz sobre à argumentação de Venn, considere-se à análise crítica de Sautter (2010) da distinção tradicional entre sujeito e predicado. O objetivo de Sautter nesse trabalho é similar ao de Venn: Sautter mostra que a análise tradicional da silogística associa-se a distinções formais logicamente irrelevantes. Um desses elementos é a distinção tradicional entre sujeito e predicado. O trabalho de Sautter apoia-se na representação de proposições categóricas por diagramas de Venn. Tome-se, por exemplo, o diagrama lógico na Figura 2. Apenas pela inspeção do diagrama não se pode saber se a proposição representada é "Nenhum A é B" ou "Nenhum B é A". Ou seja, com apoio apenas na representação diagramática não se exige a especificação do que é sujeito e do que é predicado da proposição.[15] A argumentação de Venn é semelhante a de Sautter. Venn recorre à análise do seguinte exemplo para concluir que a distinção tradicional entre sujeito e predicado é desnecessária. Considere-se uma proposição da seguinte forma, "Não existe X Y e Z". Pela análise tradicional da proposição, essa forma proposicional deve ser formulável ao menos numa das seguintes formas: "Nenhum X é Y e Z", "Nenhum Y é X e Z", "nenhum Z é X e Y". Essas formas enunciativas impõem àquela forma proposicional a distinção sujeito e predicado, mas essa distinção lhe é externa na medida em que ela pode ser formulada sem especificar o que é sujeito e o que é predicado, tal como em sua versão original, "Não existe X Y e Z". Portanto a distinção sujeito e predicado é logicamente irrelevante pois as proposições podem ser formalizadas sem apelo a esse recurso.[16]

[14] ANGELELLI, 1980, pp. 104-105.
[15] SAUTTER, 2010, p. 2.
[16] VENN, 1894, p. 27.

Figura 2



Ademais, Venn argumenta que a distinção tradicional entre sujeito e predicado é inútil para os fins com que se constrói um sistema formal de lógica em **Symbolic Logic** (1881; 1894). Isso porque, como viu-se acima, essa distinção torna o sistema pouco homogêneo além de torná-lo assimétrico. Deve-se analisar agora em que sentido "simetria" e "homogeneidade" são úteis a um sistema formal. Infelizmente, em **Symbolic Logic** (1881/ 1894) Venn não desenvolve explicitamente esse tópico. Em Venn, (1876), por outro lado, encontra-se a seguinte passagem que permite jogar luz sobre esse tema:

> Eu contentar-me-ia com a observação de que sistemas como o dele [de Boole] parecem ser de real e considerável serviço, especialmente com respeito à **descoberta** de relações entre termos e proposições (VENN, 1876, p. 485, grifo do autor, nossa tradução).[17]

A álgebra da lógica de Venn é um sistema lógico "como o de Boole". Assim, Venn está afirmando que a sua formalização lógica tem a utilidade de servir na descoberta de relações entre proposições. O que significa "descoberta" nesse contexto? Hansson (2007) afirma que as formalizações têm a virtude de revelar relações formais, antes desconhecidas, entre os elementos formalizados.[18] Ora, é a esse sentido de descoberta que Venn se refere nesse contexto:

> Eu reconheço que embora uma solução conhecida possa frequentemente ser mais brevemente estabelecida pelos métodos antigos, ainda assim uma familiaridade prática com um sistema tal como o de Boole irá frequentemente conferir um grande acréscimo de poder e facilidade no que pode ser chamado (em sentido limitado) trabalho inventivo. Esses métodos simbólicos, pela subdivisão sistemática de todas alternativas possíveis, e por seus métodos ordenados e regulares de tratamento de

[17] "I would content myself with the remark that systems such as his do seem to be of real and considerable service, prominently in respect of **discovering** relations between propositions and terms".
[18] HANSSON, 2007, p. 50.

> cada uma dessas alternativas, mantém a atenção voltada igualmente para cada aspecto; eles permitem assim que nos sintamos seguros em não apenas ter uma resposta (que por vezes pode ser muito fácil), mas em ter **toda** a resposta que a informação admite (VENN, 1876, p. 486, grifo do autor, nossa tradução).[19]

Considere-se novamente o exemplo anterior. Pela análise tradicional da proposição, pode-se expressar a forma da proposição "Não existe X Y e Z" por meio de todas aquelas formas enunciativas. Venn afirma, entretanto, que nenhuma delas "revela" completamente o significado da proposição, e, sendo assim, a formalização lógica associada a essa análise proposicional, precisa considerar todas essas formas enunciativas. Isso é um defeito, por duas razões. Em primeiro lugar, porque essa formalização lógica não é suficientemente econômica. Em segundo lugar, porque ela não é suficientemente formal. Por exemplo, considere-se novamente a prova da validade de silogismos por redução de figuras e modos. Uma formalização que precisa apelar a esse método não é suficientemente econômica, pois precisa considerar diversas formas enunciativas de um mesmo argumento.[20] Além disso, ela não é suficientemente formal na medida em que a prova por redução baseia-se numa suposta maior intuitividade da validade dos modos da primeira figura.

2.2.2 Redução à forma lógica das proposições téticas

Com o descarte da distinção sujeito e predicado, faz-se necessário reformular a noção de forma proposicional na lógica de Venn. Church (1972) sugere que Venn, no seu modo de conceber a forma das proposições, foi influenciado pelas reflexões lógicas de Brentano.[21] De fato, encontra-se similaridades entre as opiniões desses autores nesse tópico. Os problemas lógicos que interessaram a Brentano situam-se no interior da tradição kantiana de filosofia da lógica. Kant, em **Crítica da Razão Pura** (1996), apresenta uma teoria lógica que envolve uma "anomalia". Por um lado, Kant concebe a forma da proposição em termos tradicionais,

---

[19] "I apprehend that though a known solution may often be more briefly stated by the old methods, yet nevertheless a practical acquaintance with some such system as that of Boole will frequently confer a great accession of power and facility in what may be called (within its narrow range) originative work. These symbolic methods, by their systematic subdivision of all possible alternatives, and their regular orderly methods for treating every one of these in turn, keep the attention directed to every quarter alike; they thus enable us to feel sure of not merely having an answer (which may sometimes be easy enough) but of having got **every** answer of which the data admit".

[20] SAUTTER, 2010, p. 2.

[21] CHURCH, 1972, p. 615.

i.e., a proposição é a combinação de um elemento sujeito com um elemento predicado.[22] Por outro lado, sua teoria lógica reconhece a existência de uma classe especial de proposições cuja forma lógica não pode ser assim concebida, a saber, as proposições **téticas**. “Proposição tética” é o nome técnico que se dá a juízos de existência como, por exemplo, “Deus existe”. A teoria lógica de Kant não concebe essas proposições como a combinação de um elemento sujeito e um elemento predicado, pois, Kant argumenta, “existência” não é um “predicado real”.[23] Nas palavras de Kant, em proposições dessa natureza:

> […] não ponho um predicado novo para o conceito de Deus, mas apenas o sujeito em si mesmo como todos os seus predicados, e na verdade ponho o objeto em referência ao meu conceito (KANT, 1996, B 627-7).

A tese kantiana de que os juízos téticos não possuem a forma sujeito e predicado foi herdada por uma importante tradição lógica do século XIX na qual se encontra Brentano. Ademais, Brentano soluciona a anomalia presente na filosofia da lógica kantiana generalizando a noção kantiana de juízo tético. Para Brentano, nenhum juízo é da forma sujeito e predicado, todos os juízos são téticos. Portanto Brentano reformula a noção de proposição nos seguintes termos: todas as proposições são a afirmação ou a negação de existência para um conjunto de termos.[24] Há similaridades latentes entre as formulações da noção de proposição de Brentano e de Venn. Ambos os autores reformulam a noção de forma proposicional a partir do descarte da distinção entre sujeito e predicado. Além disso, ambos os autores operam uma redução dos mais variados tipos de proposição ao conjunto das proposições téticas:

> Um modo de interpretar e arranjar proposições que talvez possa substituir ambos os [métodos de formalização] precedentes (para os propósitos de uma Lógica Simbólica estendida) é talvez melhor descrito como aquele que implica na ocupação ou não-ocupação de compartimentos. O que nós temos de fazer é conceber, e inventar uma notação para tanto, todas as possíveis combinações às quais qualquer número de termos para classe podem se submeter; e então encontrar algum modo de expressão simbólica que possa indicar quais desses vários compartimentos estão vazios ou ocupados, pelas implicações envolvidas nas proposições dadas (VENN, 1894, p. 24, nossa tradução).[25]

[22] MARTIN, 2010, p. 383.
[23] Ibid., p. 384.
[24] Ibid., p. 393.
[25] “A way of interpreting and arranging propositions which may be substituted for both the preceding (for the purpose of an extended symbolic logic), is perhaps best described as implying the occupation or non-

Portanto, para Venn, a proposição é a indicação de que as classes designadas por um conjunto de termos são vazias ou possuem membros. Alguns comentadores interpretam de modo equivocado a afirmação de Venn de que o seu sistema de representação está composto por termos que podem representar não só classes, como também meros compartimentos.[26] Esses comentadores concluem dessa afirmação que Venn confunde propriedades sintáticas e propriedades semânticas de seu sistema formal.[27] Ainda que essa conclusão possa ser correta, as premissas de que parte são inadequadas. O sistema de lógica de Venn caracteriza classes de um ponto de vista extensional:

> [A] Lógica Simbólica não é um generalização da lógica comum em todas as direções igualmente. Ela se confina a um único aspecto, viz. ao aspecto de classe ou denotativo – provavelmente, o único aspecto que admite tanta generalização – e esse [aspecto] ela leva aos limites máximos, não dando atenção a nada que não se desenvolva nessa direção (VENN, 1894, p. 35, nossa tradução).[28]

Extensão e intensão são propriedades dos termos que compõem a proposição. A extensão de um termo é o conjunto dos membros da classe designada por esse termo: a extensão de "brasileiro", por exemplo, é o conjunto dos indivíduos que são brasileiros. Por outro lado, a intensão de um termo são as características que os membros da extensão do termo compartilham. Por exemplo, a intensão de "brasileiro" está formada por características como "ter direitos e deveres com uma nação da América latina" entre outras. Logo, caso se considere apenas o aspecto extensional, é aceitável a afirmação de Venn de que termos vazios não designam classes. Venn, contra a prática adotada em outras álgebras da lógica, rejeita a interpretação intensional de classes. Segundo Venn, a interpretação intensional não preserva o caráter tético das proposições. Nessas proposições, o que se faz é afirmar a existência de objetos membros de classes designadas por certos termos, o que não se reduz ao discurso

---

occupation of compartments. What we have here to do is to conceive, and invent a notation for, all the possible combinations which any number of class terms can yield; and then find some mode of symbolic expression which shall indicate which of these various compartiments are empty or occupied, by the implications involved in the given propositions".

26 VENN, 1894, p. 119.

27 Cf. SHIN, 1994, p. 20.

28 "Symbolic Logic is not a generalization of the common logic in all directions alike. It confines itself to one side of it, viz. the class or denotation side, – probably the only one side which admits of much generalization, – and this it pushes to the utmost limits, withdrawing attention from everything which does not develope in this direction".

sobre características partilhadas por esses objetos.[29]

A correção do argumento de Venn depende de eliminar a pressuposição existencial das proposições universais, o que é feito na álgebra da lógica de Venn.[30] Venn apresenta duas razões para o descarte do pressuposto existencial para proposições universais. Em primeiro lugar, Venn argumenta que pressupor existência de proposições universais impõe restrições muito fortes à asserção. Venn argumenta a partir do seguinte exemplo. Por conta do princípio lógico de obversão, "Todo X é Y" é logicamente equivalente a "Nenhum X é não Y". Ora, caso se exija pressupor existência de toda proposição universal, alguém que assere a primeira dessas proposições tem que pressupor existência não apenas de seus termos, como também dos termos que compõem a outra proposição. Essa exigência é muito forte, pois é possível apresentar circunstâncias em que se está disposto a atribuir existência aos termos da primeira proposição, mas não aos termos da segunda.[31] Ademais, Venn argumenta da seguinte maneira:

> Uma proposição isolada pode fazer implicações positivas sem qualquer prejuízo, mas se ela é combinada com um número de outras proposições ela precisa abandonar tais implicações, pois elas vão possivelmente levar a conflito mútuo direto. Por outro lado, se ela se restringe à implicação negativa, ela fará uma contribuição à rede de conhecimento fornecida pelas outras proposições, que abandona qualquer coisa próxima a uma direta contradição em termos (VENN, 1894, p. 158, nossa tradução).[32]

Ou seja, de acordo com Venn, a atribuição de pressuposto existencial para as proposições universais implica num aumento desnecessário das chances de deparar-se com inconsistência no tratamento de conjuntos complexos de proposições Além disso, o pressuposto existencial é por vezes irrelevante para a validade de um argumento. Pode-se dizer que Venn quer aprimorar seu sistema de lógica do ponto de vista da "economia definicional e dedutiva" (HANSSON, 2007, p. 49). Descartando o pressuposto existencial, Venn preserva a capacidade inferencial do seu sistema de lógica ao mesmo tempo em que evita adversidades.

---

[29] VENN, 1894, p. 458.

[30] Ibid., p. 159.

[31] Ibid., pp. 153-154.

[32] "A solitary proposition may make positive implications without any mischief, but if it is to be combined with a number of other propositions it must lay aside such claims, for they will very possibly lead to direct mutual conflict. On the other hand, if it confine itself to its negative implication, it will make a contribution to the net knowledge furnished by other propositions, such as can be set aside by nothing short of a direct contradiction in terms".

Em suma, a generalização formal da silogística tradicional proposta por Venn envolve, em primeiro lugar, eliminar a distinção tradicional entre sujeito e predicado. Em segundo lugar, Venn passa a conceber as proposições enquanto afirmação (no caso das proposições particulares) ou negação (no caso das proposições universais) de existência para conjuntos de termos. Considere-se como Venn simboliza as proposições categóricas universais:

x . y = 0 (Nenhum x é y);
não-x . y = 0 (Todo y é x);
x . não-y = 0 (Todo x é y);
não-x . não-y = 0 (Tudo é x ou y)

Na formalização de Venn, as proposições categóricas universais são equações em que, de um lado da equação, tem-se o conjunto dos termos envolvidos na proposição, e do outro lado tem-se a classe vazia representada pelo valor “0”. Ou seja, uma proposição da forma “Todo X é Y”, na lógica de Venn, expressa que o conjunto de termos “X e Y” é igual a classe vazia. Segundo Venn, embora o símbolo de identidade seja tomado da matemática, seu significado em lógica não se confunde com o significado matemático:

> O que esse símbolo geralmente significa em matemática é identidade (ou indistinguível similaridade) com respeito a algumas características apenas entre as várias coisas que ela mantém em contato; essa característica sendo na maior parte dos casos o número de unidades envolvido. (…) Mas em lógica as coisas não são assim. O sinal de igualdade aqui indica identidade absoluta em todos os aspectos, salvo nomenclatura, de duas classes lógicas. (VENN, 1894, p. 70, nossa tradução)[33]

Para usar uma distinção filosófica usual pode-se dizer que Venn está diferenciando identidade matemática e identidade lógica, respectivamente, em termos de identidade qualitativa e identidade numérica.[34] A identidade matemática seria qualitativa na medida em que afirma que certo conjunto de coisas partilham alguma característica. A identidade lógica seria numérica ao expressar que duas classes são uma única classe. Ao formalizar proposições

---

[33] “What this symbol generally means in mathematics is identity (or indistinguishable similarity) in respect of some one characteristic only in the various things which it connects together ; this characteristic being in most cases the number os units involved. (…) But in logic this is not so. The sign of equality here indicates absolute identity in all respects, except nomenclature, of two logical classes”.

[34] MARQUES, 2006, pp. 391-392.

universais como equações, Venn compromete-se com a concepção de que as operações lógicas são operações sobre termos que produzem outros termos (termos complexos). Assim, a operação de conjunção, representada nas formalizações acima por ".", a operação de negação representada por "não-" etc. são formuladas como operações sobre termos. Nesse sentido, Venn situa-se numa tradição lógica que transforma noções da silogística tradicional qualificadoras de proposições em noções associadas ao nível dos termos.[35] Por fim deve-se dizer que a formalização pode envolver outros valores para além da classe vazia "0". Por exemplo, a equação lógica "x . y = 0" expressa a mesma forma proposicional de

$$(x \,.\, \text{não-}y) + (\text{não-}x \,.\, y) + (\text{não-}x \,.\, \text{não-}y) = 1$$

Nessa formalização, "1" significa a classe com extensão universal. A forma expressa nessa equação pode ser assim expressa em linguagem ordinária: "tudo é ou x e não-y, ou não-x e y, ou não-x e não-y". A classe universal aparece também em outros contextos de formalização. Assim, Venn define o significado de "não-x" em termos da operação de exceção de x da classe universal. Em termos simbólicos:

$$\text{não-}x = 1 - x$$ [36]

2.2.3 Problema na formalização de proposições particulares

Acima apresentou-se, em quadro geral, o modelo de análise proposicional de **Symbolic Logic** (1881/ 1894). Seguindo o projeto de generalização formal da silogística, Venn descarta a distinção tradicional entre sujeito e predicado. Abandonando essa distinção, Venn concebe a proposição como negação (no caso das proposições universais) ou afirmação (no caso das proposições particulares) da existência de coisas que sejam designadas por um dado termo ou por um conjunto de termos. Viu-se também que as proposições categóricas universais são representadas como equações em que, de um lado da identidade, se tem um

---

[35] CORCORAN, 2003, p. 272.

[36] Para além dos valores "0" e "1", Venn considera o valor indefinido "u" ou "0/0". No terceiro capítulo dessa dissertação problematiza-se o significado desses valores assim como a analogia que supostamente mantêm com valores matemáticos.

termo simples ou complexo e de outro a classe vazia “0” ou a classe universal “1”. No entanto os autores da álgebra da lógica enfrentaram grande dificuldade para representar proposições particulares. Deve-se considerar a essa altura a solução de Venn para essa dificuldade.

A álgebra da lógica de Boole representa a forma das proposições particulares através de equações. Formaliza-se proposições da forma “Algum X é Y” como a equação entre, de um lado, o termo complexo “X e Y” e, de outro lado, o termo para a classe parcialmente indefinida “u”. Simbolicamente, representa-se “Algum X é Y” nos seguintes termos:[37]

$$x\ y = u$$

Nessa simbolização, “u” representa a classe de extensão parcialmente indefinida, cuja única característica é possuir ao menos um membro.[38] Na primeira edição de **Symbolic Logic** (1881), Venn também formaliza proposições particulares dessa maneira,[39] mas esse modo de representar proposições particulares é insatisfatório. Segundo Geach (1972), formalizações como a de Boole não preservam características distintivas da quantificação particular. Na proposição “Alguns lógicos são filósofos” afirma-se que **ao menos um** lógico é filósofo, mas não se informa quantos são nem quem são esses lógicos. Esse aspecto de indeterminação da quantificação particular não é bem preservado em formalizações como a de Boole. Caso busque preservar o caráter indeterminado da quantificação particular, a formalização de Boole não pode provar a validade do seguinte argumento:

Alguns homens são filósofos
Todos os filósofos podem controlar seus temperamento
Logo, alguns homens podem controlar seu temperamento

A formalização booleana, quando procurar satisfazer o caráter indeterminado da quantificação particular, não é capaz de provar a validade desse argumento porque não pode, nesse caso, provar que a expressão “alguns homens” presente na premissa e na conclusão se refere ao mesmo conjunto de indivíduos em ambos os casos. No entanto, a argumentação de

37 GRATTAN-GUINNESS, 2000, p. 42.
38 KNEALE, 1948, pp. 164-165.
39 VENN, 1881, pp. 164-165.

Geach continua, caso a formalização booleana rejeite o caráter indeterminado da quantificação particular, então essa formalização enfrenta uma segunda dificuldade. A formalização booleana fica obrigada, nesse caso, a considerar que o seguinte argumento inválido é válido:

Alguns homens fumam Haxixe
Alguns homens estudam lógica
Logo, alguém que estuda lógica fuma haxixe[40]

Em Kneale (1948) encontra-se elementos que clarificam a argumentação de Geach. Em primeiro lugar, Kneale também afirma que a formalização booleana "sugere inferências incorretas" (KNEALE, 1948, p. 165, nossa tradução).[41] Por exemplo, esse modelo de formalização sugere que o seguinte argumento inválido é válido:

$$x = u$$
$$y = u$$
$$x = y$$

Na opinião de Kneale, a raiz do problema está em que não existe a classe cuja característica distintiva é possuir um único membro, e, portanto, a formalização de Boole se baseia numa suposição falsa.[42] Na primeira edição de **Symbolic Logic** (1881), Venn apresenta argumentos similares aos de Geach (1972) e Kneale (1948) contra a formalização booleana de proposições particulares. Em primeiro lugar, Venn afirma que a simbolização booleana, ao tratar a expressão "algum" como um termo de classe, incorretamente reduz proposições particulares a proposições universais:

> Mas a proposição particular, em sua acepção comum, está entre as duas [proposições universais afirmativa e negativa] e diz "**Alguns** dos **A**'s são, ou não são, **B**". E isso nós não podemos convenientemente representar simbolicamente. Obviamente, se esses "alguns" fossem indicados por um genuíno termo de classe nós poderíamos expressá-los dessa forma; eles seriam então demarcados por **C** ou **D**, e poderiam

---

[40] GEACH, 1972, p. 57.
[41] "[...] suggests mistaken inferences".
[42] KNEALE, 1948, p. 165.

> tornar-se o **CA** ou **DA**, ou qualquer oura coisa. Mas dificilmente precisa-se apontar que nós então abandonamos a proposição particular e voltamos a universal de novo, pois **CA** não é de modo nenhum o vago "Algum **A**" (VENN, 1881, p. 163, grifos do autor, nossa tradução).[43]

Em segundo lugar, Venn aponta que o tratamento da expressão "algum" como um termo de classe é incoerente. Ora, viu-se acima que, na álgebra da lógica de Venn, o complemento não-x de uma classe x é o que resta do universo do discurso com exceção de x. Simbolicamente isso é expresso da seguinte forma, "não-x = 1 – x". Ora, quando se trata da expressão "algum", o complemento "não-algum" não pode ser formado assim. Dizer de uma dada classe que ela é igual a "não-algum" não significa dizer que ela é igual ao resto do universo excetuando aquele "algum", significa dizer simplesmente que ela é vazia.[44]

Mesmo reconhecendo tais dificuldades, na primeira edição de **Symbolic Logic** (1881), Venn formaliza a maneira booleana as proposições particulares. Na segunda edição, por outro lado, Venn apresenta formalização alternativa, passando a formalizar "Algum x é y" em termos da seguinte inequação:

$$x \,.\, y > 0$$ [45]

Nessa perspectiva, "algum x é y" afirma que a classe composta "x e y" é diferente da classe vazia. Essa leitura não apresenta a mesma dificuldade das anteriores. Além disso, ela tem o mérito de expressar claramente a relação de contradição entre proposições universais e particulares, por exemplo, entre "Nenhum a é b" e "Algum a é b". Por fim, o uso da relação de diferença para formalizar proposições particulares envolve reconhecer uma operação lógica de nível proposicional, pois a relação de diferença tem o significado da **negação** de que dois termos satisfazem uma relação de identidade.

2.3 A álgebra da lógica em continuidade com a silogística

[43] "But the particular proposition, in its common acceptation, slips in between these two and says "S**ome** of the **A**'s are, or are not, **B**". And this we cannot conveniently represent symbolically. Of course if these 'some' were indicated by a genuine class term we would express them at once; they would then be marked off by **C** or **D**, and would become the **CA** or **DA**, or whatever it might be. But it hardly needs pointing out that we have then quitted the particular and take to the universal again, for the **CA** is by no means the vague "Some **A**".

[44] VENN, 1881, p. 164.

[45] Id., 1894, pp. 184-185.

Acima apresentou-se com detalhes que, de acordo com Venn, sua álgebra da lógica é uma generalização da silogística. Agora é preciso apresentar a continuidade que se mantém entre esses sistemas de lógica. Para tanto, vale considerar primeiramente a caracterização oferecida por Geach (1972) para o núcleo formal da silogística e os desdobramentos a que foi submetido na tradição lógica. Em **"History of the corruptions of logic"** (1972), Geach articula uma tese sobre a característica distintiva da tradição lógica aristotélica: "Aristóteles, tal como Adão, começou bem, mas logo perdeu-se por um caminho errado, com consequências desastrosas para sua posteridade" (GEACH, 1972, p. 44, nossa tradução)[46]. De acordo com Geach, o "pecado" de Aristóteles está em sua análise da forma lógica da proposição. Se num primeiro momento Aristóteles subscreveu a análise platônica da proposição, segundo a qual a proposição é o produto da combinação de dois elementos logicamente distintos, **"onoma"** (nome) e**"rhema"** (verbo),[47] em **Primeiros Analíticos**, livro que apresenta a sua silogística, Aristóteles passa a favorecer um novo modelo de análise. O modelo de análise proposicional associado à silogística de Aristóteles não distingue logicamente os elementos que podem ser sujeito ou predicado de uma proposição. Endossando a **tese da intercambialidade** lógica entre sujeito e predicado, a silogística aristotélica está constituída, portanto, de uma **teoria de dois termos** da proposição.[48]

O papel da teoria de dois termos da proposição na obra aristotélica envolve certa ambiguidade. Aristóteles nunca foi radical a ponto de negar que haja diferenças logicamente relevantes entre sujeito e predicado, mas, no que toca a sua silogistica, aceitou a tese da intercambialidade lógica entre sujeito e predicado.[49] Contudo, Geach argumenta, os sucessores de Aristóteles não preservaram essa ambiguidade. A radicalização da doutrina aristotélica dá-se a partir da transformação da teoria de dois termos na **teoria de dois nomes** da proposição, na qual a proposição passa a ser concebida como produto da conexão entre dois nomes.[50] Essa posição enfrenta ao menos uma gave dificuldade, a saber, a mera justaposição de nomes (por exemplo, "João Maria") não gera uma proposição com sentido. Faz-se necessário então

[46] "Aristotle, like Adam, began right, but soon wandered into a wrong path with disastrous consequences for his posterity".
[47] GEACH, 1972, p. 45.
[48] Ibid., p. 47.
[49] Ibid., p. 48.
[50] Ibid., p. 51.

postular a existência de um elemento lógico de conexão de nomes numa proposição, i.e., a cópula. Segundo Geach, para os defensores da teoria de dois nomes é a relação de identidade que cumpre o papel da "cópula". Assim, a proposição é entendida como a identificação de um nome com outro, identificação entendida aqui em termos extensionais.[51]

De acordo com Geach, o passo final na articulação da tese aristotélica é a transformação da teoria de dois nomes na **teoria de duas classes** da proposição. Essa teoria surge da constatação de que expressões tais como "filósofo" não designam uma única coisa, mas uma classe de coisas. De acordo com a teoria de duas classes, uma proposição é formada pela conexão lógica de duas classes, ou melhor, de dois termos para classe. Por sua vez, a teoria de duas classes da proposição associa-se a novas modificações na formalização. Em primeiro lugar, a teoria de duas classes exige a multiplicação dos tipos de cópula. Segundo a teoria de duas classes, a expressão "é" não tem em "Sócrates é filósofo" o mesmo significado que possui em "Todo lógico é filósofo", pois expressa na primeira proposição o pertencimento a uma classe e na segunda proposição expressa a inclusão numa classe.[52] Para a teoria de duas classes da proposição, o exemplo acima "Todo lógico é filósofo" expressa que a classe dos lógicos está incluída na classe dos filósofos. Desse ponto de vista, a quantidade de uma proposição está vinculada aos seus termos não lógicos. Na proposição acima, a quantidade "todo" está vinculada ao termo "lógico" e constituem assim um dos elementos da relação de inclusão, a saber, a classe filósofo. Essa análise enfrenta dificuldades para formalizar proposições particulares.[53]

A análise de Geach acima apresentada oferece recursos para avaliar o sentido em que, segundo Venn, sua álgebra da lógica está em continuidade com a silogística tradicional. A álgebra da lógica de Venn, enquanto generalização da silogística tradicional, embora descarte uma série de características dessa teoria lógica, preserva alguns de seus elementos essenciais. Em primeiro lugar, o descarte da distinção tradicional entre sujeito e predicado na álgebra da lógica de Venn pode ser lido como articulação da tese da intercambialidade lógica entre sujeito e predicado de Aristóteles. Abandonando a distinção tradicional entre sujeito e predicado, Venn passa a conceber a proposição enquanto afirmação ou negação de existência de indivíduos designados por um conjunto de termos de classe. Portanto tal como os

---

[51] Ibid., p. 53.
[52] Ibid., p. .54.
[53] Ibid., p. 55.

sucessores de Aristóteles na análise de Geach, pode-se caracterizar Venn como defensor de uma teoria de duas classes da proposição. A defesa de uma teoria de duas classes exige subsequentes modificações na formalização lógica. Em primeiro lugar, considere-se a dificuldade acima indicada de que a mera justaposição de dois termos não forma uma proposição. Segundo Geach, a solução tradicional foi atribuir à relação de identidade o papel lógico de cópula na proposição. Ora, a álgebra da lógica de Venn encaixa-se perfeitamente nesse perfil, pois nela toda proposição é formalizada como uma equação extensional entre classes. Em segundo lugar, considere-se a afirmação de Geach de que uma teoria de duas classes precisa reconhecer diferentes tipos de cópula em função dos diferentes tipos de proposição. Também na álgebra da lógica de Venn uma parte do conjunto de proposições, as proposições universais, tem de ser formalizada em termos de equações e outra, as proposições particulares, em termos de inequações. Por fim, tal como os defensores de uma teoria de duas classes da proposição na análise de Geach, na álgebra da lógica de Venn a quantificação é concebida como um modificador de termos.

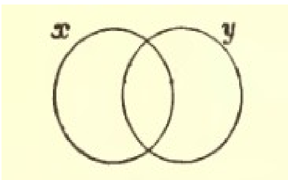
Portanto pode-se dizer que a continuidade reconhecida por Venn entre silogística tradicional e álgebra da lógica não está na preservação de um domínio de estudos (os silogismos), mas sim está no tratamento estruturalmente idêntico que as duas teorias oferecem à formalização lógica. A álgebra da lógica está em continuidade com a silogística porque aquela não é mais do que a formalização dessa, na medida em que preserva algumas de suas características e abandona outras. Esse processo de formalização da silogística só é possível porque a representação lógica através do simbolismo algébrico cumpre função ectética, projetando graficamente uma estrutura subjacente à silogística. Há semelhança estrutural entre a formalização de proposições na álgebra da lógica de Venn e a formalização na silogística, e tal semelhança é estrutural pois envolve um componente de idealização, i.e., um componente de simplificação.

Por fim considere-se, a título de resumo do que foi apresentado nesse capítulo, a representação lógica por diagramas de Venn. Na opinião de Venn, os seus diagramas são uma "ilustração sensível das relações de termos e proposições entre si" (VENN, 1894, p. 110. nossa tradução),[54] e nesse sentido cumprem, na obra de Venn, o papel secundário de ser um meio de visualização do formalismo constituinte de sua álgebra da lógica. Portanto cotejar os

[54] "sensible illustration of the relations of terms and propositions to one another".

diagramas de Venn com sua álgebra da lógica permite clarificação de ambas as representações. Os diagramas de Venn representam a forma lógica de proposições em dois níveis. No primeiro nível representa-se as classes relacionadas na proposição, e no segundo nível representa-se as proposições que aquelas classes podem compor. A representação das classes consiste na introdução de figuras fechadas parcialmente sobrepostas, de modo a produzir uma dicotomização da área total dos diagramas. Desse modo, tem-se como resultado um conjunto de compartimentos "mutuamente exclusivos e coletivamente exaustivos" (VENN, 1894, p. 114, nossa tradução),[55] Cada compartimento desse diagrama representa uma das possíveis combinações entre as diferentes classes e complementos de classe envolvidas nas proposições representáveis. Considerando-se apenas duas classes "X" e "Y", o diagrama construído nesse processo de dicotomização pode ser visto na Figura 3 abaixo:

Figura 3

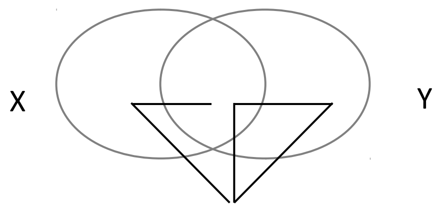


Assim como em sua álgebra da lógica, os diagramas de Venn representam proposições universais indicando que alguns de seus compartimentos representam classes extensionalmente vazias. A representação é feita introduzindo hachuras nesses compartimentos, tal como na Figura 2 anteriormente apresentada. Na primeira edição de **Symbolic Logic** (1881) não se apresenta um modo de representar proposições particulares. Já na segunda edição Venn sugere representá-las introduzindo numerais nos compartimentos que, segundo a proposição, designam classes não vazias. Através de análise dos diagramas de Venn pode-se visualizar o processo de formalização da silogística levado a cabo na álgebra da lógica de Venn. Em primeiro lugar, tal como indicado anteriormente, a representação de proposições por diagramas de Venn, tal como sua álgebra da lógica, abandona a distinção tradicional entre sujeito e predicado de uma proposição. Além disso, a representação por diagramas de Venn, tal como sua álgebra da lógica, reduz o número de princípios inferenciais

[55] "[...] mutually exclusive and collectively exhaustive".

ao mínimo. Se a silogística precisa reconhecer um grande número de modos silogísticos, os diagramas de Ven reconhecem apenas duas formas argumentativas, quais sejam, a forma de todos os argumentos que envolvem apenas premissas universais e conclusão universal, e a forma de todos os argumentos que envolvem premissas universais e particulares e conclusão particular. Que todo o domínio da silogística generalizada na teoria lógica de Venn pode ser tratado a partir de dois grandes princípios inferenciais está demonstrado em Sautter (2012). Nesse artigo Sautter apresenta o procedimento de geração do **grafo** de um diagrama de Carroll. Esse procedimento pode ser aplicado para a geração de um grafo de Venn. Nesse grafo, os vértices correspondem às áreas do diagrama original, e as arestas correspondem às vizinhanças entre áreas do diagrama original. Abaixo apresenta-se o grafo do diagrama apresentado na Figura 3.

Figura 4



A representação de proposições no grafo do diagrama de Venn se faz pela inserção de uma marca especial na aresta correspondente ao conjunto de áreas vizinhas do diagrama em que se deveria inserir uma marca. Ora, a manipulação de grafos de Venn possui uma série de vantagens, entre elas a de explicitar o caráter simplificador que a representação por diagramas de Venn impõe à teoria lógica. Ou seja, verifica-se a partir de análise dos diagramas de Venn novamente o caráter formalizador da teoria lógica de Venn, característica que só é possível graças a função ectética presente nas equações algébricas e ainda mais explícita em sua contraparte gráfica.

3 FUNÇÃO SUBROGATIVA NA ÁLGEBRA DA LÓGICA DE VENN

No primeiro capítulo mostrou-se que Venn, no desenvolvimento de sua álgebra da lógica, enfrentou a seguinte questão filosófica: que relação mantém-se entre lógica e matemática? Dado que se pode representar a lógica através do simbolismo algébrico, deve-se caracterizar a lógica como um ramo da matemática? Mostrou-se que Venn dá uma resposta negativa a essa questão. Segundo Venn, a lógica não é um ramo da matemática, mas pode ser simbolizada algebricamente por manter uma relação de semelhança estrutural com a matemática. Mostrou-se que a argumentação de Venn precisa tematizar a noção de função subrogativa do conhecimento simbólico. Venn precisa distinguir duas noções de simbolismo algébrico: em primeiro lugar, uma noção de simbolismo algébrico que cumpre a função subrogativa estritamente, e, em segundo lugar, uma noção de simbolismo algébrico que subroga apenas estruturas formais. Além disso, Venn precisa argumentar que sua álgebra da lógica subroga estritamente a lógica. Com base nisso Venn pode, então, concluir que a lógica não é um ramo da matemática. Tudo o que se mantém entre essas disciplinas são similaridades formais e nada mais.

No capítulo final dessa dissertação, apresenta-se em maior detalhe a abordagem de Venn da função subrogativa do conhecimento. Mostra-se então que Venn enfrentou dificuldades em fundamentar a tese de que sua álgebra da lógica subroga estritamente. Para solucionar essas dificuldades Venn seguirá duas via de argumentação: em primeiro lugar, Venn chamará atenção para o caráter convencional de certos aspectos de sua lógica simbólica. Em segundo lugar, Venn atribuirá significado a elementos do simbolismo que outros autores do período preferiram resguardar como "ideais", autores tais como Boole, por exemplo.

3.1. **Críticas ao caráter subrogativo da álgebra da lógica de Venn**

3.1.1. A álgebra da lógica de Venn

No capítulo anterior, viu-se que Venn formaliza proposições como equações. Agora é preciso considerar, em mais detalhes, a estrutura lógica dessa formalização, e as relações entre operações lógicas e operações algébricas que são assim traçadas. A álgebra da lógica de Venn prevê o uso de quatro tipos de operações algébricas na formação de equações: são elas a operação algébrica de multiplicação ".", a operação algébrica de soma "+", a operação algébrica de subtração "–" e a operação algébrica de divisão "/". Logo, as formas equacionais básicas previstas nessa lógica simbólica são as seguintes (em que "a" e "b" representam termos simples ou complexos):

- Equações com operação algébrica principal de multiplicação: "a . b = 0"
- Equações com operação algébrica principal de soma: "a + b = 0"
- Equações com operação algébrica principal de subtração: "a – b = 0"
- Equações com operação algébrica principal de divisão: "a / b = 0"

Interpretadas logicamente, essas operações algébricas representam operações lógicas. As operações lógicas são concebidas como funções que, ao serem aplicadas a termos, geram como resultado outros termos (termos complexos). No que se segue, apresenta-se o significado lógico que Venn atribui a essas operações algébricas, assim como suas regras de manipulação simbólica.

Quais são as diferentes operações lógicas que podem compor uma proposição? Para responder essa pergunta, Venn considera três alternativas de investigação. Em primeiro lugar, poder-se-ia tentar responder essa questão a partir da consideração da linguagem ordinária. Em segundo lugar, poder-se-ia tentar respondê-la adotando o simbolismo algébrico e tentando atribuir aos seus símbolos um significado lógico. Por fim, e essa é alternativa que Venn escolhe, poder-se-ia tentar respondê-la a partir de investigação estritamente lógica, i.e., "verificando quais são realmente os processos distintos, no sentido da relação mútua entre classes, que nós podemos de fato ter a ocasião de empregar ao pensar e raciocinar" (VENN, 1894, p. 38, nossa tradução)[1]. Venn escolhe a terceira alternativa por eliminação das anteriores. Venn considera inadequada uma investigação a partir da linguagem ordinária, dada a "imprecisão" (laxity) e "confusão" (confusion) características da linguagem comum. Da mesma forma, o segundo tipo de investigação é considerada inadequada, porque dela pode resultar a atribuição equivocada de significado lógico a símbolos que não o possuem.[2] Claramente joga papel aqui a posição de Venn de que sua lógica simbólica subroga estritamente o domínio da lógica.

1 "[...] by ascertaining what are the really distinct processes, in the way of mutual relations of classes, which we actually have occasion to employ in thinking and reasoning".
2 VENN, 1894, pp. 38-39.

A primeira operação lógica reconhecida por Venn é a **agregação** de classes. O significado dessa operação é próximo ao significado da operação conjuntista de união de classes:

> Nós frequentemente precisamos agrupar duas ou mais classes juntas, de modo a formar uma classe agregada a partir delas. Nós não queremos rebaixar suas características individuais, de modo a reduzi-las a um grupo misto e indistinguível; antes, deixando suas respectivas classes intocadas, colocá-las juntas, por algum propósito especial, num agregado singular. (VENN, 1894, p. 42, nossa tradução).[3]

Venn simboliza essa operação lógica a partir do símbolo para a soma algébrica "+". Além disso, Venn reconhece que a operação lógica de agregação pode ter três sentidos distintos. A operação lógica de agregação pode ser entendida tanto em sentido exclusivo quanto em sentido inclusivo, i.e., pode-se agregar classes excluindo a possibilidade de haver membros comuns a ambas ou pode-se agregar classes sem excluir essa possibilidade. Além disso, Venn reconhece um terceiro sentido da operação em que se agrega classes contando **duas vezes** os seus membros em comum.[4] Assim, as classes geradas pela operação de agregação entendida nesse terceiro sentido guardam semelhança com os chamados "multiconjuntos" da moderna teoria de conjuntos.[5] Ora, Venn descarta qualquer significado lógico a esse terceiro sentido da operação de agregação, mas considera igualmente significativas as noções exclusiva e inclusiva da operação.[6]

Venn indica duas possíveis maneiras de simbolizar a operação de agregação, seja em seu sentido inclusivo ou exclusivo:

> Quando nós queremos representar a classe agregada "A e B", nós devemos expressamente excluir a dupla contagem escrevendo A + B não-A, ou devemos escrever A + B, com a cláusula, feita de uma vez por todas, de que isto não deve ser considerado contar duas vezes? (VENN, 1984, p. 45, nossa tradução)[7]

---

3 "We often require to group two or more classes together, so as to make one aggregate class out of them. We do not want to sink their individualizing charateristics, so as to reduce them to one miscellaneous and indistinguishable group; but leaving their respective class distinctions untouched, to throw them together, for some special purpose, into a single aggregate".

4 Ibid., pp. 43-44.

5 BlIZARD, 1987, p. 36.

6 VENN, 1894, p. 45.

7 "When we want to represent the aggregate class 'A and B', shall we expressly exclude double counting by writing it A + B not-A, or shall we write it A + B, with the proviso, made once for all, that this shall not be considered as counting twice over"?

A representação com exclusão explícita da dupla contagem representa a agregação inclusiva e a agregação exclusiva, respectivamente, das seguintes formas, “A + B não-A” e “A não-B + B não-A”. Na primeira edição de **Symbolic Logic** (1881), Venn usa apenas essa alternativa de simbolização. Na segunda edição, por outro lado, Venn passa a aceitar também a outra maneira de simbolizar, que não exclui explicitamente a dupla contagem.[8] De todo modo, ao comparar essas maneiras de simbolizar, Venn chama atenção novamente para o caráter parcialmente convencional com que os símbolos subrogam. Tal como viu-se anteriormente (p. 35), na opinião de Venn, qualquer escolha entre modos de simbolização, desde que sejam ambos capazes de subrogar corretamente, são comparados em função de critérios pragmáticos, i.e., de saber que simbolização é mais eficiente para desempenhar a função de cálculo ou cumpre melhor a função psicotécnica do conhecimento simbólico.

A segunda operação lógica que Venn reconhece é a **exclusão** entre classes, operação que tem significado próximo ao da operação conjuntista de “diferença”. Assim, “excluir B de A” significa gerar uma classe cuja extensão é a extensão da classe “A”, excluindo-se os membros dessa classe que também são membros da classe “B”. Venn representa a operação de exclusão a partir do simbolo para a operação algébrica de subtração “–”. “Excluir B de A” representa-se, “A – B”.[9] Venn atribui significado à exclusão de B de A apenas quando “B” está parcialmente ou totalmente subordinado à classe “A”. Quando apenas parte da extensão de “B” está subordinada à extensão de “A”, então Venn representa “excluir B de A” assim, “A – AB”.[10] Venn reconhece ainda a operação lógica de **restrição** da parte comum de duas classes. Essa operação é semelhante à operação conjuntista de intersecção de duas classes e é representada pelo símbolo para a operação algébrica de multiplicação “.”.[11] Assim, “A . B” representa uma classe cuja extensão é formada pelos membros em comum das classes “A” e “B”.[12] Por fim, Venn reconhece uma quarta operação lógica que, em sua álgebra da lógica, representa-se através do símbolo algébrico para divisão “/”. Mais detalhes sobre o significado dessa operação serão apresentados mais adiante nessa exposição.

Viu-se anteriormente (p. 33) que Venn justifica o recurso ao simbolismo algébrico na representação das operações lógicas a partir de uma analogia entre lógica e matemática. Em

8 Ibid., p. 46.
9 Ibid., p. 55.
10 Ibid., p. 49.
11 Ibid., p. 59.
12 Ibid., p. 50.

termos mais precisos, "analogia" significa aqui compartilhar certas propriedades formais que o simbolismo algébrico, enquanto conhecimento simbólico de estruturas formais, representa. De fato, a álgebra da lógica de Venn compartilha com a álgebra aritmética (a álgebra dos números naturais) ao menos a seguinte série de propriedades formais. Assim como a operação algébrica da soma, a operação lógica de agregação satisfaz as propriedades formais de **associatividade** e de **comutatividade**.[13] Da mesma forma, a operação de exclusão é operação lógica inversa à operação de agregação, tal como a operação algébrica de subtração é inversa à operação de soma. Além disso, operação de exclusão preserva a propriedade formal satisfeita pela operação algébrica de subtração, "a – (b – c) = (a – b) + c".[14] A operação lógica de restrição, por sua vez, assim como a operação algébrica de multiplicação, satisfaz a propriedade de comutatividade e também satisfaz a propriedade de **distributividade** sobre a agregação, i.e., "c . (a + b) = cb + ca" .[15] Ademais, a operação de restrição preserva igualmente a propriedade de associatividade (informação essa que Venn omite).

Por outro lado, existem diferenças importantes entre a álgebra da lógica de Venn e a álgebra aritmética comum. Em primeiro lugar, a operação de agregação satisfaz a propriedade de distributividade sobre a restrição, i.e., "c + (a . b) = (c + a) . (c + b)",[16] a qual não é satisfeita pela operação algébrica de soma. Em segundo lugar, a operação de restrição satisfaz a **lei da idempotência**, "a . a = a", que não é satisfeita pela operação algébrica da multiplicação. Na sua apresentação, Venn dá a esse princípio formulação genérica, "a = aaaa...".[17] Contudo, na opinião de Venn, não se verifica diferenças formais entre álgebra da lógica e álgebra aritmética. Para Venn, os casos apresentados indicam antes que sua álgebra da lógica é, do ponto de vista puramente formal, a álgebra aritmética restrita aos valores 0 e 1. Assim, sobre a lei da idempotência, Venn afirma:

> Pode-se apontar que isto não é tanto uma infração da lei matemática, mas sim uma restrição dela. De fato, há um caso óbvio em que a mesma regra se aplica em matemática, a saber, quando x está por unidade. Nesse caso xx = x; o mesmo pode ser dito quando x = 0, ou ∞ (VENN, 1894, p. 62, nossa tradução).[18]

13 Ibid., p. 55.
14 Ibid., p. 56.
15 Ibid., p. 60.
16 Ibid., p. 69.
17 Ibid., p. 61.
18 "It may be pointed out that this is not so much an infringement of mathematical laws as a special restriction of them. In fact, there is one obvious case in which the same rule does hold in mathematics, that is, when x stands for unity. In that case xx = x; as it may be said to do also, when x = 0, or ∞".

Como já se viu anteriormente (pp. 50-51), os valores "1" e "0" representam, na lógica simbólica de Venn, as classes universal e vazia. No tocante a esses valores, duas outras propriedades são satisfeitas pela álgebra da lógica de Venn. Em primeiro lugar 1 é **elemento neutro** da restrição, i.e., "a . 1 = a". Da mesma forma, 0 é **elemento nulo** da restrição, i.e., "a . 0 = 0".[19] Venn não indica elemento neutro nem elemento nulo da agregação. Ademais, é tópico de especulação se Venn daria sentido as fórmulas "a + 1 = 1" e "a + 0 = a", dado seu uso peculiar do símbolo algébrico "+". Por fim, Venn apresenta formulação do princípio de não-contradição. O complemento da classe "a" pode ser formulado da seguinte forma, "1 – a". Ou seja, "não-a" é o resultado da exclusão de "a" da classe universal. Logo, o princípio de não contradição é formulado em termos da seguinte fórmula, "a .(1 – a) = 0". Venn chama atenção aqui para o fato de que o princípio de não contradição é formalmente equivalente à lei da idempotência, i.e., aquele princípio pode, através de manipulação simbólica, ser obtido dessa fórmula.[20] Portanto pode-se expor na seguinte lista os princípios formais que, segundo Venn, constituem sua álgebra da logica. Abaixo "a", "b" e "c" são quaisquer classes simples ou complexas:

- Comutatividade da agregação: "a + b = b + a";
- Associatividade da agregação : "a + (b + c) = (a + b) + c";
- Distributividade da agregação: "c + (a . b) = (c + a) . (c + b)";
- Comutatividade da restrição: "a . b = b . a";
- Associatividade da restrição: "a . (b . c) = (a . b) . c";
- Distributividade da restrição: "c . (a + b) = ca + cb";
- Lei da idempotência da restrição: "a^n = a", em que n é qualquer número natural maior que 0;
- "a – (b – c) = a – b + c";
- Elemento neutro da restrição: "a . 1 = a";
- Elemento nulo da restrição: "a . 0 = 0";
- Princípio de não contradição: "a . (1 – a) = 0".

19 Ibid., pp. 63-64.
20 Ibid., p. 64.

Associam-se a essa lista de propriedades formais das operações lógicas uma série de regras de manipulação de equações. Em primeiro lugar, tal como foi dito acima, Venn reconhece que, assim como na álgebra aritmética, na álgebra da lógica é permitida a seguinte transformação:

$$\begin{array}{c} a = b + c \\ \hline \hline a - c = b \end{array} \qquad (1)$$

[21]

No entanto, Venn ressalta, essa regra de manipulação só é logicamente aceitável caso se represente a operação de agregação com exclusão explícita da dupla contagem. Ou seja, essa regra de manipulação só é logicamente legítima se os termos “b” e “c”, em “b + c”, não possuem membros em comum.[22] Mais central para o seu método é a seguinte regra de manipulação de equações:

$$\begin{array}{c} a = b \\ \hline \hline a \,.\, \text{não-}b = 0 \\ \text{não-}a \,.\, b = 0 \end{array} \qquad (2)$$

[23]

Essa regra de manipulação de equações justifica-se pelo significado que a relação de identidade possui na álgebra da lógica de Venn. A identidade “a = b” significa, nesse sistema, a subordinação mútua entre a e b. Por outro lado, Venn não apresenta uma regra de manipulação semelhante para inequações. O tratamento de inequações é importante dado que assim representa-se proposições particulares. A prova de argumentos na álgebra da lógica de Venn faz uso tanto das propriedades algébricas quanto das regras de manipulação de equações

21 O traço duplo indica que a transformação entre as equações vale nos dois sentidos.
22 Ibid., p. 58.
23 Ibid., p. 296.

acima apresentadas. Venn sumariza a forma geral de uma prova de validade na seguinte passagem:

> Tome as equações dadas e analise-as em todos os seus elementos constituintes, a saber, em todas as negações últimas que elas envolvem e que coletivamente formam seu significado. Então tome a função dada, a respeito da qual nos foi pedido que encontre seu valor, e faça a síntese exigida. Ou seja, construa sucessivamente cada parte dela, empregando para isso as negações mencionadas. Esse último estágio é, de fato, um estágio de rejeição, pois nós começamos pelo desenvolvimento de uma função dada em todo o seu complemento de classes potenciais, e então excluímos tanto quanto se mostrou desaparecer em função da análise prévia. Tendo assim passado pela Análise e pela Síntese sobra um último passo, nomeadamente o passo de eliminação. Pode-se exigir que a função dada seja expressa em termos de parte apenas dos termos envolvidos na equação (VENN, 1894, p. 400, nossa tradução).[24]

Venn sistematiza o processo de prova em três momentos, quais sejam, o momento de **análise** das equações dadas, o momento de **síntese** da função dada e o momento de **eliminação** de parte da informação da função dada. Venn informa ainda que o resultado final desse processo deve ser a descoberta do valor da função dada em termos da informação contida nas equações dadas. Para esclarecer o conteúdo dessa passagem, é útil considerar um dos exemplos que Venn oferece em seu livro. Considere-se as seguintes equações:

$$x \,.\, y = a$$
$$y \,.\, z = c$$

Pede-se então que se determine o valor da função “x . z” em função dos termos “a” e “c”.[25] A prova segue então os seguintes passos. Em primeiro lugar faz-se a análise da informação contida nas equações dadas. Esse passo envolve, primeiramente, a transformação de cada uma das equações em duas novas fórmulas, de acordo com a regra de manipulação de equações (2). As equações acima transformam-se, respectivamente, nos seguintes pares de

24 “Take the given equations and analyse them into all their constituent elements, that is, into all the ultimate denials which they involve and which collectively make up their significance. Then take the given function, of which we are told to find the value, and make the requisite synthesis. That is, build up successively each part of it, employing for this purpose the above mentioned denials. This latter stage is really one of rejection, for we begin by developing the required function into its full complement of potential classes, and then strike out as many of these as are shown to vanish in consequence of the previous analysis. Having thus gone through the Analysis and the Synthesis there remains the third step, namely that of Elimination. It may be required to express the desired function in terms of part only of the terms involved in the equations”.

25 Ibid., p. 396. Deve ficar claro que não há qualquer diferença clara entre variáveis e parâmetros na álgebra da lógica de Venn. Logo, “x” e “y”, “a” e “c” são um mesmo tipo de signo para classes.

equações:

$$(x \,.\, y) \,.\, a' = 0$$
$$(1 - (x \,.\, y)) \,.\, a = 0$$

$$(y \,.\, z) \,.\, c' = 0$$
$$(1 - (y \,.\, z)) \,.\, c = 0$$

Nas equações acima, “a' ” e “c' ” representam, respectivamente, complemento de “a” e complemento de “c”. Da mesma forma, “1 – (x . y)” e “1 – (y . z)” representam os complementos de “x . y” e de “y . z”. Feito isso, faz-se necessário **expandir** “1 – (x . y)” e “1 – (y . z)” nas equações acima. Venn define “expansão” nos seguintes termos:

> Todos que já leram algum tratado sobre lógica estão familiarizados com o fato de que qualquer classe dada admite dicotomia, ou divisão em duas partes, x e não-x respectivamente, seja qual for a qualidade x (VENN, 1894, p. 256, nossa tradução).[26]

Portanto por “expansão” entende-se a seguinte regra de transformação:

$$\frac{\dfrac{a = b}{}}{a\ (c + \text{não-}c) = b} \qquad (3)$$

A classe universal “1”, por sua vez, pode ser expandida em uma série de tais dicotomias.[27] Voltando à prova da validade do argumento, nas equações acima, “1” em “1 – (x . y)” e “1 – (y . z)” pode ser substituído por:

$$(x \,.\, y) \,.\, a' = 0$$
$$[((x + x') \,.\, (y + y')) - (x \,.\, y)] \,.\, a = 0$$

26 “Every one who has read a treatise on logic is familiar with the fact that any assignable class admits of dichotomy, or division into two parts, x and not-x respectively, whatever quality x may stand for”.
27 Ibid., p. 255.

$$(y \,.\, z) \,.\, c' = 0$$
$$[((y + y') \,.\, (z + z')) - (y \,.\, z)] \,.\, c = 0$$

Em seguida, aplicando a propriedade de distribuição da agregação às equações, pode-se transformar as equações da seguinte forma:

$$(x \,.\, y) \,.\, a' = 0$$
$$[((x \,.\, y) + (x' \,.\, y) + (x \,.\, y') + (x' \,.\, y')) - (x \,.\, y)] \,.\, a = 0$$
$$(y \,.\, z) \,.\, c' = 0$$
$$[((y \,.\, z) + (y' \,.\, z) + (y \,.\, z') + (y' \,.\, z')) - (y \,.\, z)] \,.\, c = 0$$

Aplicando as propriedades de associatividade e de comutatividade da agregação, pode-se transformar essas equações da seguinte maneira:

$$(x \,.\, y) \,.\, a' = 0$$
$$[(x' \,.\, y) + (x \,.\, y') + (x' \,.\, y')] \,.\, a = 0$$
$$(y \,.\, z) \,.\, c' = 0$$
$$[(y' \,.\, z) + (y \,.\, z') + (y' \,.\, z')] \,.\, c = 0$$

Em seguida, aplicando-se a propriedade de distribuição da restrição, obtém-se:

$$(x \,.\, y) \,.\, a' = 0$$
$$[(x' \,.\, y \,.\, a) + (x \,.\, y' \,.\, a) + (x' \,.\, y' \,.\, a) = 0$$
$$(y \,.\, z) \,.\, c' = 0$$
$$(y' \,.\, z \,.\, c) + (y \,.\, z' \,.\, c) + (y' \,.\, z' \,.\, c) = 0$$

Por fim Venn faz uso da seguinte regra de transformação de equações, que é válida na álgebra da lógica, mas não é válida na álgebra aritmética comum:

$$a + b = 0 \qquad (4)$$

____

____

$$a = 0$$
$$b = 0$$[28]

Aplicada ao conjunto de equações que se estava considerando, tem-se o seguinte conjunto de "negações":

$$x . y . a' = 0$$
$$x' . y . a = 0$$
$$x . y' . a = 0$$
$$x' . y' . a = 0$$
$$y . z . c' = 0$$
$$y' . z . c = 0$$
$$y . z' . c = 0$$
$$y' . z' . c = 0$$

O segundo passo da prova, o passo de síntese da função "x . z" envolve, em primeiro lugar, a expansão dos seus valores possíveis em termos de "a", de "c" e de "y". Logo tem-se num primeiro momento a seguinte equação:

$$x . z = x . z . [(a + a') . (c + c') . (y + y')]$$

Aplicando a propriedade de distribuição da agregação obtém-se a seguinte equação:

$$x . z = x . z . [(a . c . y) + (a . c . y') + (a . c' . y) + (a . c' . y') + (a' . c . y) + (a' . c . y') + (a' . c' . y) + (a' . c' . y')]$$

Aplicando as propriedades de associatividade, comutatividade da restrição e elemento neutro da restrição, o conjunto de "negações" em que, no passo anterior, analisou-se as premissas do argumento permite reduzir a equação acima a seguinte equação:

28 Ibid., p. 296.

$$x . z = x . z . [(a . c . y) + (a' . c' . y')]$$

O processo final da prova, que Venn chamou de "eliminação", envolve eliminar parte da informação da equação. No caso do argumento analisado, elimina-se a informação de "x", "z" e "y". A eliminação envolve a substituição da ocorrência desses elementos ou de seus complementos por "0/0", i.e., pelo símbolos algébrico de divisão de "0" por "0". Na álgebra da lógica de Venn, "0/0" significa uma classe cuja extensão é indefinida ou irrelevante. Assim, elimina-se "x","z" e "y" da equação acima transformando-a na seguinte equação:

$$x . z = 0/0 . [(a . c . 0/0) + (a' . c' . 0/0)]$$

Essa equação, por distribuição, associatividade e pela lei da idempotência da restrição, transforma-se na seguinte fórmula:

$$x . z = 0/0 (a . c) + 0/0 (a' . c')$$

Para mostrar que sua álgebra da lógica subroga estritamente o domínio da lógica, Venn precisa responder a uma série de críticas de Jevons à álgebra da lógica de Boole. Essas críticas, em resumo, argumentam contra o caráter estritamente subrogativo da álgebra da lógica de Boole. Ora, dadas as semelhanças técnicas entre as álgebras da lógica de Boole e Venn,[29] essas críticas também atingem a esse último projeto lógico. No que se segue, apresenta-se tais críticas de Jevons, assim como as respostas de Venn para assegurar que sua álgebra da lógica subroga estritamente o domínio da lógica.

3.1.2. As críticas de Jevons

Jevons (1882-1835), algebrista da lógica contemporâneo de Venn, apresenta uma série

29 GRATTAN-GUINNESS, 2000, p. 61.

de críticas à álgebra da lógica de Boole. O alvo central de suas críticas está sintetizado na seguinte passagem:

> […] O sistema quase matemático de Boole dificilmente [pode] ser considerado uma solução final e irrepreensível do problema [de fornecer uma alternativa viável à lógica aristotélica]. Não apenas ele requer a manipulação intrincada e desconcertante de símbolos matemáticos, como também os resultados quando obtidos são desprovidos de força demonstrativa, porque eles são alcançados através do emprego de símbolos ininteligíveis, que adquirem significado apenas por analogia (JEVONS, 1874 apud VAN EVRA, 2000a, p. 87, nossa tradução).[30]

Ou seja, as críticas de Jevons visam minar o suposto caráter de subrogação estrita que Venn atribui a sua álgebra da lógica. Jevons apresenta quatro críticas à álgebra da lógica de Venn. Em primeiro lugar, Jevons critica o modo de simbolização preferido por Venn para representar a operação de agregação. Como viu-se acima, Venn prefere representar a operação de agregação excluindo explicitamente a dupla contagem de membros comuns às classes agregadas. Jevons, por sua vez, argumenta que "os significados dos termos justapostos por 'e' 'ou' variam da identidade absoluta à contrariedade absoluta" (JEVONS, 1864 apud HALSTED, 1878, p. 135, nossa tradução).[31] Porém essa ambiguidade da operação de agregação não é preservada na simbolização de Venn que representa a agregação exclusiva e a agregação inclusiva de modos precisamente distintos. Logo Jevons conclui que o mais correto é adotar uma simbolização que preserve essa ambiguidade. Jevons apresenta outras duas críticas à álgebra da lógica de Venn diretamente vinculadas à crítica acima. Assim, Jevons afirma que a álgebra da lógica de Venn é inconsistente com a verdade lógica "A ou A é A", que ele formula assim, "A + A = A".[32] De fato, a fórmula "A + A = A" sequer está bem formada caso se represente a operação de agregação excluindo explicitamente a dupla contagem de membros comuns às classes agregadas. Além disso, Jevons crítica a álgebra da lógica de Venn dizendo que "não há operações tais como adição e subtração na lógica pura"(JEVONS, 1864 apud HALSTED, 1878, p. 135, nossa tradução).[33] Jevons justifica essa

30 "[...] Boole's quasi-mathematical system [can] hardly be regarded as a final and unexceptionable solution of the problem [of supplying a viable alternative to Aristotelian logic]. Not only did it require the manipulation of mathematical symbols in a very intricate and perplexing manner, but the results when obtained were devoid of demonstrative force, because they turned upon the employment of unintelligible symbols, acquiring meaning only by analogy".

31 "[...] the meanings of terms joined by 'and' 'or' vary from absolute identity up to absolute contrariety".

32 GRATTAN-GUINNESS, 2000, p. 56.

33 "There are no such operations as addition and subtraction in pure logic".

crítica afirmando que a operação de subtração só pode ser empregada livremente se sua operação inversa, a operação de agregação, é simbolizada com exclusão explícita da dupla contagem de membros comuns às classes agregadas, modo de simbolização esse que Jevons rejeita na sua primeira crítica à álgebra da lógica de Venn. Mais especificamente, Jevons está afirmando que a regra de manipulação de equações (1) só vale se a operação de agregação é representada com exclusão da dupla contagem de membros em comum. Ora, por um lado, Jevons está certo em sua constatação. Considere-se abaixo, mais uma vez, a regra de manipulação de equações (1):

$$\frac{a = b + c}{a - c = b}$$

Só é possível concluir que a exclusão de "c" da extensão de "a" é igual à extensão de "b" se "c" não tem membros em comum com "b". Se for o caso o caso que "c" e "b" possuem membros em comum, a exclusão de "c" da extensão de "a" geraria uma classe com extensão menor que a de "b". Apesar da correção dessa constatação é necessário ainda avaliar se ela permite concluir que não existe uma operação lógica de exclusão. Note-se que Venn reconhece que a presença da operação de exclusão em sua álgebra da lógica depende de simbolizar a operação de agregação com exclusão explícita de dupla contagem. Por fim, Jevons argumenta que "os símbolos 1/1, 0/0, 0/1, 1/0 não estabelecem por si só qualquer significado lógico" (JEVONS, 1864 apud GRATTAN-GUINNESS, 2000, p. 56, nossa tradução).[34] Ou seja, Jevons argumenta que o símbolo algébrico de divisão "/" não possui qualquer significado lógico. As quatro críticas de Jevons podem ser sumarizadas assim: a "lógica [de Boole] não é a lógica do pensamento comum" (JEVONS, 1864 apud GRATTAN-GUINNESS, 2000, p. 56, nossa tradução).[35] Se alguma dessas quatro críticas é verdadeira, então a tese de Venn de que sua álgebra da lógica subroga estritamente o domínio da lógica é falsa.

Que resposta pode-se dar a essas críticas? Em primeiro lugar considere-se a resposta de Boole, dado que ele sua obra lógica é o alvo principal das críticas de Jevons. A exposição

34 "The symbols 1/1, 0/0, 0/1, 1/0, establish for themselves no logical meaning".
35 "[Boole's] logic is not the logic of common thought".

da álgebra da lógica de Boole em **An investigation of the laws of thought on which are founded the mathematical theories of logic and probabilities**, livro de 1851, está organizada em duas grandes partes. Numa primeira parte, que corresponde ao conteúdo do segundo capítulo do livro, Boole apresenta sua lógica simbólica. Em termos gerais, ela é bastante similar ao sistema simbólico de Venn apresentado na seção 1.1 desse capítulo. Boole aponta como característica fundamental dessa lógica simbólica a de subrogar estritamente o domínio da lógica.[36] Por outro lado, num segundo momento, que corresponde ao conteúdo dos capítulos cinco a oito do livro, Boole apresenta um "método geral em lógica" (VAN EVRA, 2000a, p. 90, nossa tradução).[37] Esse método geral Boole aplica na prova de argumentos expressos em sua lógica simbólica, e sua característica fundamental é que nele pode-se fazer uso de símbolos não subrogativos. Ou seja, no sistema simbólico de Boole, uma prova, como aquela considerada na seção 1.1. desse capítulo, de que uma dada conclusão segue-se de um conjunto de premissas pode envolver em seus passos de prova elementos simbólicos que não subrogam qualquer elemento do domínio da lógica:

> Nós podemos de fato deixar de lado a interpretação lógica dos símbolos [numa] equação dada; converter eles em símbolos quantitativos, suscetíveis apenas de 0 e 1; realizar sobre eles como tais todos os processos de solução requeridos; e finalmente devolver a eles suas interpretações lógicas (BOOLE, 1851 apud VAN EVRA, 2000a, p. 91, nossa tradução).[38]

Desse modo, em resposta a Jevons, Boole concordaria que seu sistema simbólico não representa plenamente a "lógica do pensamento comum", pois alguns dos símbolos de que faz uso não possuem qualquer significado lógico. Por outro lado, não se verifica em Boole uma confusão entre símbolos subrogativos e símbolos não subrogativos. Boole não aceita a presença de símbolos não subrogativos nas premissas e conclusão de um argumento dado, mas apenas nos passos de prova do argumento:

> […] como as leis ou axiomas que governam o uso de símbolos são estabelecidas pela investigação apenas daqueles casos em que interpretação é possível, nós não temos direito de estender suas aplicações a outros casos em que interpretação é

36 VAN EVRA, 2000a, p. 89.

37 "general method in logic".

38 "We may in fact lay aside the logical interpretation of the symbols in [a] given equation; convert them into quantitative symbols, susceptible only of the values 0 and 1; perform upon them as such all the requisite processes of solution; and finally restore to them their logical interpretation".

> impossível ou duvidosa, ainda que (como deve ser admitido) tais aplicações sejam empregadas nos passos intermediários de prova apenas (BOOLE, 1951 apud VAN EVRA, 2000a, p. 91, nossa tradução).[39]

Portanto Boole defende uma concepção de conhecimento simbólico associada a sua álgebra da lógica como extensão conservativa do conhecimento lógico pré-simbólico. De fato, Boole aceita a presença de símbolos não subrogativos em seu sistema, mas esses símbolos não aparecem nas premissas e na conclusão de qualquer argumento. Esses símbolos são elimináveis do sistema pois aparecem apenas no método geral de prova de argumentos utilizado por Venn, método esse cuja função essencial é prática na medida em que serve não tanto à representação de passos inferenciais, mas sim à determinação de conclusões extraídas de um conjunto qualquer de premissas. Ou seja, tal método possui, fundamentalmente, função operativa de cálculo que pode ou não vir acompanhada de função subrogativa.[40] Especificamente, na opinião de Boole, o símbolo algébrico de divisão se enquadra nessa categoria. Em primeiro lugar, o símbolo de divisão é, segundo Boole eliminável do sistema de lógica. Além disso, não é possível atribuir significado lógico a esse símbolo, embora apareça frequentemente em provas na álgebra da lógica de Boole.[41]

3.2. **A resposta de Venn às críticas de Jevons**

No que se segue, considerar-se-á as respostas de Venn às quatro críticas apresentadas por Jevons a sua álgebra da lógica. Primeiramente, considere-se as duas primeiras críticas, a saber, a crítica ao modo de representação da operação de agregação preferido por Venn, e a crítica ao fato de que “A + A = A” não é uma verdade lógica na álgebra da lógica de Venn. Contra a primeira crítica Venn chama atenção para a maneira parcialmente convencional com que sua álgebra subroga o domínio da lógica. Viu-se anteriormente (p. 35) que, de acordo com Venn, em função do que ele chama de “variante de dialeto” a sua álgebra da lógica pode ser modificada e ainda assim subrogar corretamente o domínio da lógica. Uma dessas variantes

39 “[...] as the laws or axioms which govern the use of symbols are established upon an investigation of those cases only in which interpretation is possible, we have no right to extend their application to other cases in which interpretation is impossible or doubtful, even though (as should be admitted) such application is employed in the intermediate stops of demonstration only”.

40 LEGRIS, 2012, p. 94.

41 VAN EVRA, 2000a, p. 90.

de dialeto diz respeito ao modo de simbolização da operação de agregação. Viu-se acima que a operação de agregação pode ser simbolizada pelo símbolo para a operação algébrica de soma “+”, com ou sem exclusão explícita da dupla contagem de membros em comum às classes agregadas. No entanto qualquer uma dessas simbolizações é igualmente capaz de representar corretamente a operação de agregação. Da mesma forma, se “A+ A = A” não é uma fórmula bem formada na álgebra da lógica de Venn, isso não significa que a forma proposicional assim expressa não possa ser formulada de outra maneira. A terceira crítica de Jevons, a saber, a crítica de que não existe uma operação de exclusão na lógica é totalmente dependente das críticas acima. Nesse sentido, Venn reconhece que a operação de exclusão pode ser eliminada sem prejuízo ao sistema de lógica. Contudo, Venn argumenta, isso não é razão suficiente para concluir que não existe uma operação lógica de exclusão. Ademais é possível atribuir significado a essa operação lógica.[42]

Considere-se agora a resposta de Venn à quarta crítica de Jevons. Jevons argumenta que o símbolo algébrico de divisão “/” não possui qualquer significado lógico. Venn, por sua vez, atribui significado lógico a esse símbolo. De acordo com Venn, assim como a operação algébrica de multiplicação “.” tem uma operação inversa que é a operação algébrica de divisão “/”, a operação lógica de restrição tem uma operação inversa:

> Qual então será a [operação] inversa dessa [da operação de restrição], representada simbolicamente por x/y? Não é, como alguns poderiam estar tentados a responder desde já, a mera **retirada** de tal restrição y de x, mas antes a busca por uma classe tal que, **quando a restrição y é imposta sobre ela**, ela deve gerar como resultado exatamente x (VENN, 1894, p. 77, grifos do autor, nossa tradução).[43]

Assim, de acordo com Venn, a operação lógica de divisão tem seu significado explicado nos seguintes termos: “x/y = z” gera uma classe “z” tal que “z . y” é igual a “x”, “x = z . y”. Contudo a operação lógica de divisão difere num aspecto importante da operação de divisão algébrica. A seguinte regra de manipulação de equações válida na álgebra aritmética não é válida na álgebra da lógica de Venn:

$$a . b = c . b$$

42 VENN, 1894, p. 50.

43 “What then will be the inverse of this, represented symbolically by x/y? Not, as some might be tempted to reply at once, the mere **taking-off** of this y-restriction from x, but rather the finding of a class such that, **when the y-restriction is imposed upon it**, it shall be brought down exactly to x”.

$$\overline{}$$
$$a = c$$

De acordo com Venn, essa regra de manipulação de equações não é válida em sua álgebra da lógica porque a operação lógica de divisão não produz como resultado uma classe com extensão definida. A aplicação da operação lógica de divisão geraria a seguinte classe complexa: "a/b = a + u (a' . b')", em que "a' " e "b' " significam os complementos de "a" e de "b". Ou seja, "a/b" é logicamente equivalente à classe "a" **ou** a uma classe de extensão indefinida "não-a e não-b". Ser uma classe de extensão indefinida significa ser uma classe da qual não se pode afirmar se tem extensão vazia, extensão universal ou extensão "particular" (em que alguns membros do universo do discurso lhe pertencem, enquanto outros não).[44] Que uma classe tem extensão indefinida é representado na álgebra da lógica de Venn por "u" ou pela divisão de "0" por ele mesmo, "0/0". Venn oferece um cálculo matemático de que "a/b = a + u (a' . b')" é verdadeiro. Esse cálculo envolve o procedimento de "expansão" de uma função "f(x)" em termos de seus valores possíveis, "f(x) = f(1) x + f(0) x'".[45] No caso de uma função binária, tal como "a/b", o procedimento de expansão toma a seguinte forma:

$$f(a, b) = f(1, 1)\ a . b + f(1, 0)\ a . b' + f(0, 1)\ a' . b + f(0, 0)\ a' . b'$$

Aplicando esse procedimento à função "a/b" tem-se então:

$$a/b = 1/1\ a . b + 1/0\ a . b' + 0/1\ a' . b + 0/0\ a' . b'$$

O desenvolvimento que Venn oferece a esse cálculo por um lado recorre ao resultado anteriormente apresentado, que ele procura demonstrar, e por outro lado recorre à clara analogia com a matemática. Assim, para Venn, tal como em álgebra, em lógica "1/1" é igual a "1". Igualmente, "0/1" é igual a "0". Quanto ao valor de "1/0" Venn argumenta que é igual a "0" em função de que se trata de um valor já de princípio excluído da aplicação da divisão lógica. Em "a/b = c" está pressuposto que "a" está incluído em "b", i.e., "a . b' = 0", pois "a = b . c". Por fim, "0/0" é igual a classe de extensão indefinida "u". Venn faz essa inferência

44 Ibid., pp. 77-78.
45 Ibid., p. 262.

porque esse resultado está previsto no resultado a ser demonstrado. Em segundo lugar, Venn faz essa inferência em função de analogia com a matemática: em matemática, “0/0” significa um valor perfeitamente indeterminado. Logo, o resultado que Venn obtém por via algébrica, “a/b = a . b + 0/0 a' . b'” corresponde exatamente ao resultado previsto anteriormente.[46]

Se Venn está certo em sua argumentação, então é possível atribuir significado lógico ao símbolo algébrico de divisão “/”. Qual a razão para que Boole e Venn tenham opiniões tão distintas sobre o caráter subrogativo desse símbolo em lógica? De acordo com Van Evra (2000a), Boole nega que o símbolo de divisão “/” tenha significado lógico porque ele nega que possa existir uma classe com extensão indefinida. “0/0” cumpriria antes um papel de segunda ordem em sua álgebra da lógica, como variável para os diferentes valores que uma classe pode satisfazer. Assim, o símbolo “0/0” não indica que uma classe **possui** extensão indefinida, mas antes que sua extensão é desconhecida ou irrelevante para o cálculo lógico sendo efetuado.[47] Ora, Venn está de acordo com a posição de que o símbolo “0/0” representa a irrelevância ou o desconhecimento da extensão de certa classe, e não simplesmente que a classe possui atualmente extensão indefinida. No entanto Venn não concorda com a conclusão extraída por Boole de que o símbolo “0/0” e o símbolo de divisão “/” são elementos “ideais” do sistema de lógica, i.e., elementos elimináveis sem prejuízo ao sistema lógico. Para Venn, o símbolo de divisão “/” cumpre legitimamente função subrogativa no sistema de lógica.

A função subrogativa que o símbolo “0/0” cumpre na álgebra da lógica de Venn torna-se mais claro ao considerar o debate entre Venn e Hamilton (1788-1856) sobre a adequada formalização de proposições. Hamilton, lógico contemporâneo de Venn, é um dos autores da lógica de proposições com quantificação do predicado que marcou história nas primeiras tentativas do século XIX entre os projetos de extensão dos limites da silogística. Na opinião de Hamilton, em qualquer proposição, não apenas o sujeito está sempre quantificado como também o predicado. Essa teoria substitui, portanto, as quatro formas básicas de proposição da silogística por oito novas formas com quantificação do predicado:

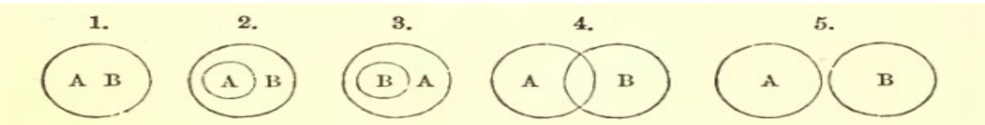
- Todo A é todo B;
- Todo A é algum B;

46 Ibid., pp. 267-268.
47 VAN EVRA, 2000a, pp. 93-94.

- Algum A é todo B;
- Algum A é algum B;
- Nenhum A é todo B;
- Nenhum A é algum B;
- Algum A não é todo B;
- Algum A não é algum B.[48]

Note-se que a teoria hamiltoniana da proposição não apenas substitui o conjunto de formas proposicionais categóricas por um novo conjunto de proposições. Hamilton pensa estar aprimorando a análise lógica da proposição explicitando a quantificação do predicado já presente naquelas formas proposicionais. Assim, Hamilton defende a redução das proposições categóricas a proposições com quantificação do predicado.[49] Ao conjunto de formas proposicionais de Hamilton associa-se o sistema de **diagramas lógicos de Euler**. Esse sistema diagramático representa a forma lógica de proposições do seguinte modo. Representa-se as classes envolvidas na proposição por figuras fechadas, e as relações, informadas na proposição, entre as classes representa-se por relações topológicas entre as figuras fechadas. pode-se construir diagramas de Euler tal como na Figura 5 abaixo.[50]

Figura 5



(Venn, 1894, p. 7)

48 VENN, 1894, p. 9.
49 JESSOP, 2008, pp. 134-15.
50 Essa apresentação dos diagramas de Euler está baseada na apresentação de Venn (1894). Há uma diferença importante entre as apresentações de Venn e de Euler dos diagramas de Euler. Euler reconhece um sexto diagrama, idêntico ao diagrama 4 acima, diferenciando-se desse apenas pela posição da letra A. Diferentemente do diagrama 4 acima, no sexto diagrama de Euler a letra A posiciona-se na intersecção dos círculos A e B. Cf. Venn, 1894, p. 510.

Pode-se fazer corresponder a cada uma das formas básicas de diagramas de Euler uma, e apenas uma, proposição de Hamilton. Nomeadamente, ao primeiro diagrama corresponderia à forma “Todo A é todo B”, ao segundo diagrama a forma “Todo A é algum B”, ao terceiro diagrama “Algum A é todo B”, ao quarto diagrama “Algum A é algum B”, e ao quinto diagrama “Nenhum A é algum B”. Verifica-se assim que a lista de formas proposicionais de Hamilton enfrenta uma dificuldade. Segundo ele, existem oito proposições com quantificação do predicado, no entanto são necessárias apenas cinco formas diagramáticas para representar de modo completo esse domínio de formas proposicionais.[51]

No primeiro capítulo de **Symbolic Logic** (1881; 1894), Venn, ao apresentar a análise lógica de proposições a ser adotada em sua álgebra da lógica, contrasta-a com a formalização de Hamilton. Nesse momento da obra, Venn critica a quantificação do predicado proposta por Hamilton. Venn argumenta que, se com a análise lógica de Hamilton “nós consideramos que ela [a proposição] apresenta as relações de exclusão ou inclusão mútua de duas classes entre si” (VENN, 1894, p. 5, nossa tradução),[52] as formas categóricas de proposição, por sua vez, não informam se o predicado está incluído ou excluído do sujeito da proposição. Ou seja, a indefinição da quantidade do predicado é um elemento essencial da forma lógica das proposições categóricas. Ademais, quando procura-se expressar esse componente de indefinição das proposições categóricas através da formalização hamiltoniana, obtém-se um sistema de lógica pouco prático para o tratamento de inferências envolvendo esses tipos de proposição.[53] Da crítica de Venn à formalização hamiltoniana extrai-se uma crítica à representação lógica por diagramas de Euler. Assim como a formalização hamiltoniana, os diagramas de Euler enfrentam dificuldade na representação de proposições que envolvem quantidade indefinida. Por exemplo, nenhuma das formas básicas de diagramas de Euler acima expostas é capaz de representar a quantidade indefinida do predicado de “Todo A é B”. Por essa razão, os diagramas de Euler apresentam os seguintes dois defeitos na representação lógica. Em primeiro lugar, os diagramas de Euler não são capazes de representar porções parciais de informação. Os diagramas de Euler não são capazes de representar "Todo A é B", por exemplo, sem acrescentar informação alheia a essa proposição. Em segundo lugar, os

51 VENN, 1894, pp. 10-11.

52 “We regard it as assigning the relations in the way of mutual inclusion and exclusion, of two classes to each other”.

53 Ibid., pp. 29-30.

diagramas de Euler, por serem incapazes de representar certas porções de informação sem acrescentar a elas outras tantas informações alheias, não oferecem um método adequado para testar a validade de argumentos. Ainda que funcione de maneira bastante razoável para o teste de algumas formas argumentativas bastante simples, os diagramas de Euler não são práticos quando se trata de formas argumentativas mais complexas. Considere-se a seguinte forma silogística:

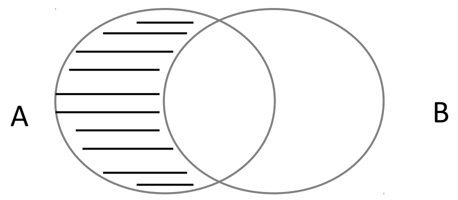
Todo M é P
Algum S é M
____
Algum S é P

A prova da validade desse argumento por diagramas de Euler envolve construir doze diagramas e verificar que em nenhum dos construtos a conclusão é falsa e as premissas são verdadeiras.[54] Contra a formalização lógica de Hamilton, Venn oferece uma formalização da proposição que é capaz de representar quantidades indefinidas. Desse modo, como viu-se anteriormente (p. 50), Venn representa proposições da forma "Todo A é B" através da seguinte equação, "a . b' = 0". Através de manipulação simbólica essa equação pode ainda ser transformada na seguinte equação que representa explicitamente a quantidade indefinida do predicado, "a = b 0/0". Da mesma forma, contra o uso de diagramas de Euler na representação de proposições com quantidade indefinida, Venn apresenta um novo sistema diagramático que hoje é conhecido pelo nome de **diagramas de Venn**. Esse sistema diagramático, cujo funcionamento foi apresentado no segundo capítulo dessa dissertação, contrariamente aos diagramas de Euler é capaz de representar quantidades indefinidas. Assim, "Todo A é B" é representado no diagrama de Venn da Figura 6 abaixo. Esse diagrama representa a informação de que não existem A's que não são B's, i.e., "a . b' = 0", através da hachura de uma de suas áreas. Além disso, o diagrama representa a informação de que não se sabe ou é irrelevante se existem ou não existem B's que não são A's. Ou seja, o diagrama representa a quantidade indefinida de B's que não são A's. Assim, verifica-se que os diagramas de Venn não apresentam os mesmos defeitos dos diagramas de Euler. O diagrama de Venn abaixo

54 BERNHARD, 2006, pp. 51-52.

representa uma porção parcial de informação sem associá-la à informação alheia. Além disso, a prova de validade de argumentos por diagramas de Venn pode ser feita a partir de manipulação de um único construto. Portanto os diagramas de Venn, ao contrário dos diagramas de Euler consistem num instrumento prático para a prova da validade de argumentos.

Figura 6



Em suma, Venn, em sua álgebra da lógica, atribui função subrogativa aos símbolos de divisão “/” e de quantidade indefinida “0/0” porque reconhece que eles cumprem um papel legitimo na representação de proposições, especialmente de proposições categóricas. Esse papel pode ser constatado na representação de proposições categóricas por diagramas de Venn. Com análise mais detida desse sistema de representação obtém-se ainda outro resultado: verifica-se que Venn concebe a noção de quantidade indefinida no mesmo sentido de Boole. Venn não entende que existam **de fato** classes com extensão indefinida, antes Venn entende que a extensão de uma classe pode ser desconhecida ou irrelevante. Isso está bem representado no diagrama acima apresentado. Que a extensão dos B's que não são A's seja indefinida não significa que ela não possa vir a ser definida. O diagrama permite sempre o acréscimo de informação em suas áreas sem marcação. Contudo Venn demonstra que a possibilidade de representar o desconhecimento ou irrelevância da real extensão de uma classe é fundamental para uma adequada formalização lógica.

CONCLUSÃO

A historiografia recente sobre as origens da lógica simbólica no século XIX vincula-se a certa tese bastante influente de van Heijenoort (1967). Van Heijenoort aponta duas fontes da lógica simbólica no século XIX, quais sejam, a lógica simbólica produzida pelos algebristas da lógica e a lógica simbólica produzida pelos lógicos matemáticos, autores tais como Peano, Frege etc. As duas tradições pioneiras de lógica simbólica distinguir-se-iam em função de seus objetivos teóricos, o que estaria precisamente formulado na seguinte passagem de Frege:

> (…) meu objetivo era diferente do de Boole. Não era meu desejo apresentar uma lógica abstrata através de fórmulas, mas expressar um conteúdo mediante sinais escritos de maneira mais clara e precisa do que seria possível por palavras. Com efeito, desejava produzir não um mero **calculus ratiocinator**, mas uma **lingua characterica** em sentido leibniziano (FREGE, 2009, p. 68, grifos do autor).

No sentido que Leibniz atribui a essas noções, "**Lingua characterica**" significa um sistema simbólico universal capaz de representar, através de seus símbolos e das relações entre si, todos os elementos mais simples da realidade e suas relações. Assim, por "**lingua characterica**" deve-se entender um sistema de representação no qual se pode expressar o domínio universal de objetos. "**Calculus ratiocinator**" significa, por sua vez, um cálculo a ser aplicado à **lingua characterica** que permite obter toda verdade sobre o domínio universal de objetos.[1] Assim, segundo van Heijenoort, enquanto os algebristas da lógica procuraram desenvolver um cálculo, os lógicos matemáticos procuraram desenvolver uma língua.

Essa diferença entre os projetos de lógica simbólica traduzir-se-ia em diferenças nas lógicas representadas por esses sistemas simbólicos. Em primeiro lugar, os lógicos matemáticos proporiam uma teoria lógica universal, i.e., o sistema lógico desses autores seria capaz de representar formalmente qualquer conteúdo proposicional e os quantificadores não teriam seu escopo delimitado por um domínio de objetos em particular. A lógica matemática seria uma representação de toda a realidade.[2] A álgebra da lógica, por outro lado, não seria universal. Em primeiro lugar, a álgebra da lógica sempre associar-se-ia a um domínio de objetos particular. Por conseguinte igualar a capacidade expressiva da lógica matemática dependeria de constante reinterpretação do formalismo algébrico. Além disso, a álgebra da lógica e a lógica matemática apresentariam uma segunda diferença importante: enquanto a lógica matemática não ofereceria espaço para investigação metateórica, à álgebra da lógica

1 PECKHAUS, 2004, pp. 6-7.
2 VAN HEIJENOORT, 1967, pp. 324-325.

está sempre associada uma metateoria. Ora, se a lógica matemática representa todo o universo de discurso, então não é possível encontrar lugar para uma investigação metateórica.[3] Contrariamente, se a álgebra da lógica sempre representa um domínio particular de objetos então é sempre necessária uma metateoria que a determine semanticamente.

A tese de van Heijenoort, tal como aqui foi exposta em termos gerais, recentemente vem sendo criticada na literatura da área. Assim, Peckhaus (2004) demonstra como os critérios elencados por van Heijenoort para diferenciar álgebra da lógica de lógica matemática não são suficientes. Assim, Peckhaus mostra que algebristas da lógica tais como Schroeder também caracterizaram seus sistemas lógicos nos termos de Frege, i.e., como desenvolvimentos do projeto leibniziano de uma **characteristica universalis**.[4] Ademais uma teoria da quantificação tão sofisticada quanto a de Frege pode ser encontrada no trabalho de Schroeder, por exemplo.[5] Portanto se as tradições originárias de lógica simbólica do século XIX podem ser diferenciadas, a raiz dessa distinção não está nos conteúdos lógicos expressos por esses sistemas. Mais promissora parece ser a hipótese de Legris (2012). Legris chama atenção para o caráter epistemológico dos projetos leibnizianos de língua universal e de cálculo racional.[6] Nesse sentido, ao dizer-se que a álgebra da lógica é um cálculo e a lógica matemática é uma língua, está-se chamando atenção para as diferentes funções epistemológicas cumpridas por esses sistemas simbólicos. Legris, por sua vez, procura mostrar que no projeto lógico fregeano cumpre papel certas funções do conhecimento simbólico que não encontram lugar (ou aparecem apenas de modo secundário) na álgebra da lógica de Boole e Schroeder.

Nessa dissertação procurou-se, através de investigação sobre a lógica de Venn, contribuir com tal discussão sobre história e filosofia da lógica. O objetivo dessa dissertação foi mostrar que funções do conhecimento simbólico cumprem papel na teoria lógica de Venn. Assim, mostrou-se que na lógica simbólica de Venn cumpre papel a função ectética do conhecimento simbólico, especificamente no processo de generalização formal da silogística tradicional. Para além disso, mostrou-se que, na opinião de Venn, sua álgebra da lógica cumpre de modo estrito a função subrogativa do conhecimento simbólico. Esses resultados

3 Ibid., p. 326.
4 PECKHAUS, 2004, p. 9.
5 Ibid., p. 12.
6 LASSALLE CASANAVE, 2012b, p. x.

permitem, precisamente, traçar uma conclusão sobre o lugar de Venn na geografia de autores das origens da lógica simbólica do século XIX. O posicionamento preciso de Venn na tradição do século XIX de simbolização da lógica mostra a dificuldade que enfrenta a historiografia da lógica desse período, pois a teoria lógica de Venn apresenta características de ambas as tradições lógicas. Tal como os algebristas da lógica, o foco principal de Venn é desenvolver um instrumental lógico que permita traçar inferências a partir de conjuntos de premissas de variada complexidade, um objetivo teórico de viés bastante pragmático. Venn afirma que, com sua álgebra da lógica, não é uma “linguagem filosófica” o que ele busca desenvolver, mas sim uma lógica.[7] Verifica-se o caráter pragmático da investigação lógica de Venn no processo de generalização formal da silogística. Venn extrai uma estrutura formal subjacente à silogística tradicional e, nesse processo, descarta vários tópicos de pesquisa tradicionalmente vinculados à lógica. Se por um lado tal descarte é inadequado para o fim de compreensão filosófica dos processos lógicos subjacentes ao sistema simbólico, por outro lado permite de modo bastante eficiente traçar inferências. Contudo ao articular de modo estrito a função subrogativa do conhecimento simbólico, Venn procura fundamentar logicamente seu simbolismo, de modo que não são aceitos processos cegos de manipulação simbólica, i.e., sem base na verdade. Nesse sentido, a teoria lógica de Venn aproxima-se também do projeto dos lógicos matemáticos.

Os resultados alcançados por essa dissertação possuem ainda valor apenas parcial. Faz-se necessário analisar futuramente questões adicionais que, embora tenham sido sugeridas, não puderam a essa altura ser investigadas sistematicamente. Uma das questões mais importantes nesse sentido diz respeito à similaridade entre lógica e matemática. É de conhecimento geral que, na história da filosofia contemporânea , uma importante doutrina filosófica procurou demonstrar que a matemática reduz-se à lógica. A doutrina do **logicismo** pode-se contrapor a posição filosófica de Venn de que lógica e matemática são ambas disciplinas formais, similares em diversos aspectos, e distintas em tantos outros. Essa investigação oferecerá então novos resultados sobre a natureza do conhecimento simbólico, pois avaliar os diferentes modos em que o simbolismo algébrico pode ser interpretado, i.e., seja em sua interpretação lógica, seja em sua interpretação matemática, permite avaliar as variações em seu uso que essa reinterpretação implica.

---

7 VENN, 1894, p. 108-109.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANGELELLI, I. “Traditional vs. modern logic: predication theory”. In **Crítica:** revista hispanoamericana de filosofía, vol. 12, nº 34, 1980. pp. 103-06.

ASHWORTH, E. J. “Some notes on syllogistic in sixteenth and seventeenth centuries”. In: **Notre Dame Journal of Formal Logic,** vol. 11, nº 1, 1970. pp. 17-33.

BERNHARD, P. “Euler diagrams as a visual method of proof in syllogistic”. In: **Representaciones**, Vol. 2, nº 2, 2006. pp. 47-60.

BLIZARD, W. “Multiset Theory”. In: **Notre Dame Journal of Formal Logic**, vol. 30, nº 1, 1989. pp. 36-66.

BOYER, C. B. **A History of Mathematics**. 2º ed. New York: John Wiley & Sons, 1989.

CHURCH, A. “Symbolic Logic. By John Venn”. In: **The Journal of Symbolic Logic**, vol. 37, nº 3, 1972. pp. 614-615.

CORREIA, M. **La Logica de Aristóteles**. Santiago de Chile: Ediciones Universidad Catolica de Chile, 2003.

CORCORAN, J. “Aristotle's **Prior Analytics** and Boole's **Laws of Thought**”. In: **History and Philosophy of Logic**, nº 24, 2003. pp. 261-288.

DURAND-RICHARD, M-J. “Logic versus Algebra: english debates and Boole's Mediation”. In: **A Boole Anthology***,* Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2000, pp. 139-166.

ESQUISABEL, O. “Representing and abstracting: an analysis of Leibniz's concept of symbolic knowledge. In: LASSALLE CASANAVE, A. (ed.) **Symbolic Knowledge from Leibniz to Husserl**, Londres, College Publications, 2012. pp. 1-49.

FREGE, G. “Sobre a finalidade da conceitografia” (1882-1883). In: **Lógica e Filosofia da Linguagem**. São Paulo: Edusp, 2009. pp. 67-80.

GARDNER, M. **Logic Machines and Diagrams**. United States: MacGraw-Hill Book Company, 1958.

GEACH, P. “Subject and predicate”. In: **Mind**, vol. 59, nº 236, 1950. pp. 461-482.

__________. “History of the Corruptions of Logic”. In: **Logic Matters**. Berkeley: University of Californa Press, 1980. pp. 44-61.

GRATTAN-GUINNESS, I. **The Search for Mathematical Roots, 1870-1940**. Princeton: Princeton University Press, 2000.

HALSTED, G. B. “Prof. Jevons's Criticism of Boole's Logical System”. In: **Mind**, vol. 3, nº 9, 1878. pp. 134-137.

HANSSON, S. O. “La formalización en la filosofía”. In: **Astrolabio. Revista Internacional de Filosofía**, nº 4, 2007. pp. 43-60.

JESSOP, R. “The logic of Sir William Hamilton: tunneling trough sand to place the keystone in the aristotelic arch”. In: GABBAY, D.; WOODS, J. (eds.) **Handbook of The History of Logic**, vol. 4, Amsterdan: Elsevier, 2008.

KANT, I. **Crítica da razão Pura**. Trad. Valerio Rohden & Udo Baldur Moosburger. São Paulo: Nova Cultural, 1996.

KNEALE, W. “Boole and the revival of logic”. In: **Mind**, vol. 57, nº 226, 1948. pp. 149-175.

KNEALE, W.; KNEALE, M. **O Desenvolvimento da Lógica**. 3º ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1991.

LASSALLE CASANAVE, A. “Kantian avatars of symbolic knowledge: The role of symbolic manipulation in Kant's philosophy of mathematics”. In: LASSALLE CASANAVE, A. (ed.) **Symbolic Knowledge from Leibniz to Husserl,** Londres, College Publications, 2012a. pp. 51-77.

__________. “Preface”. In: LASSALLE CASANAVE, A (ed.) **Symbolic Knowledge from Leibniz to Husserl,** Londres, College Publications, 2012b. pp.

LEAR, J. **Aristotle and logical Theory**. Cambridge: Cambridge University Press, 1980.

LEGRIS, J. “Between calculus and semantic analysis: Symbolic Knowledge in the origins of mathematical logic”. In: LASSALLE CASANAVE, A. (ed.) **Symbolic Knowledge from Leibniz to Husserl,** Londres, College Publications, 2012. pp. 79-113.

MANDERS, K. “Diagram-based geometric practice”. In: **The Philosophy of Mathematical Practice**. MANCOSU, P. (Ed.). Oxford: Oxford University Press, 2008.

MARQUES, A. “Identidade dos indiscerníveis”. In: **Enciclopédia de Termos Lógico-Filosóficos**. São Paulo: Martins Fontes, 2006. pp. 391-392.

MARTIN, W. M. “Fichte's logical legacy: thetic judgement from the **wissenchaftslehre** to Brentano”. In: WAIBEL, V. et al (eds.) **Fichte and The Phenomenological Tradition**. Göttingen: De Gruyter, 2010. pp. 379-405.

MCKERROW, R. E. “Whately and the revival of logic in nineteenth-century England”. In: **Rhetorica: A Journal of the History of Rhetorica**, vol. 5, nº 2, 1987. pp. 163-185.

POINCARÉ, H. **O Valor da Ciência**. Trad. Maria Helena Franco Martins. Rio da Janeiro: Contraponto, 1995.

PECKHAUS, V. “Calculus ratiocinator vs. characteristica universalis? The two traditions in Logic revisited” In: **History and Philosophy of Logic**, nº 25, 2004, pp. 3-14.

PYCIOR, H. M. “George Peacock and the british origins of symbolical algebra”. In: **Historia Mathematica**, nº 8, 1981, pp. 23-45.

__________. “Early criticism of the symbolical approach to algebra”. In: **Historia Mathematica**, nº 9, 1982, pp. 392-412.

SAUTTER, F. T. “A essência do silogismo: uma abordagem visual”. In: **Cognitio**, vol. 11, 2010. pp. 316-332.

__________. “Dois novos métodos para a teoria do silogismo: método diagramático e método equacional”. In: **Notae Philosophicae Scientiae Formalis**, vol. 1, nº 1, 2012. pp. 14-22.

SFARD, A. “On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin”. In: **Educational Studies in Mathematics**, nº 22, 1991, p. 1-36.

__________. “The development of algebra: confronting historical and psychological perspectives”. In: **Journal of Mathematical Behavior**, nº 14, 1995, pp. 15-39.

SHIN, S-J. **The logical Status of Diagrams**. New York: Cambridge University Press, 1994.

SMITH, R. “Introduction”. In: ARISTOTELES. **Prior Analytics.** Indianapolis: Hackett, 1989.

VAN EVRA, J. “A Reassessment of George Boole's Theory of Logic”. In: **A Boole Anthology**, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2000a, pp. 87-99.

__________. “The development of logic as reflected in the fate of the syllogism 1600-1900”. In: **History and Philosophy of Logic**, nº 21, 2000b. pp. 115-134.

__________. “John Venn and Logical Theory”. In: **British Logic in the Nineteenth Century**, Vol. 4, Amsterdan: Elsevier, 2008a, pp. 507-513.

__________. “Richard Whately and logical Theory”. In: **Handbook in History and Philosophy of Logic**, Vol. 4, Amsterdam: Elsevier, 2008b, pp. 75-91.

VAN HEIJENOORT, J. “Logic as calculus and logic as language”. In: **Synthese**, nº 17, 1967. pp. 324-330.

VENN, J. **Symbolic Logic**. 1º ed. London: Macmillian, 1881.

__________. **Symbolic Logic**. 2º ed. London: Macmillian, 1894.